

บทที่ 4

คุณลักษณะของวงจรรองควอดราติกที่เหมาะสมสำหรับ ภาพอัลตราซาวนด์แบบมีสารเพิ่มความคมชัด

วงจรรองโวลเตอร่าสามารถแยกองค์ประกอบเชิงเส้น และองค์ประกอบควอดราติกจากสัญญาณสะท้อนที่ได้จากอัลตราซาวนด์ [1] สัญญาณสะท้อนจากสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์มีความถี่มูลฐานและความถี่ฮาร์มอนิก โดยเฉพาะอย่างยิ่งความถี่ฮาร์มอนิกอันดับสอง เนื่องจากวงจรรองควอดราติกมีความแตกต่างกับวงจรรองเชิงเส้น ดังนั้นความเข้าใจเกี่ยวกับคุณลักษณะของวงจรรองควอดราติกที่เหมาะสม จะเป็นประโยชน์ในการแยกสัญญาณฮาร์มอนิกอันดับสอง เพื่อใช้ปรับปรุงคุณภาพของภาพจากอัลตราซาวนด์ อันได้แก่ ความคมชัดของการเปรียบเทียบระหว่างบริเวณเนื้อเยื่อกับบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดและความคมชัดเชิงพื้นที่ได้ทั้งสองอย่าง

4.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวกับวงจรรองควอดราติก

4.1.1 สเปกตรัม (สองมิติ) ของวงจรรองควอดราติก

เนื่องจากสัญญาณสะท้อนจากสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์ มีทั้งองค์ประกอบความถี่มูลฐานและองค์ประกอบความถี่ฮาร์มอนิก กำหนดให้สัญญาณสะท้อนแต่ละเส้นคือเวกเตอร์อินพุต $x(n)$ แล้วพิจารณาแบบจำลองของระบบด้วยอนุกรมโวลเตอร่าอันดับสอง (Second-order Volterra filter) ซึ่งเป็นอนุกรมโวลเตอร่าที่ตัดให้เหลือเพียงสองพจน์ โดยพิจารณาให้อินพุต และเอาต์พุต รวมทั้งเคอร์เนล (Kernel) เป็นจำนวนจริง และพิจารณาให้ระบบเป็นแบบคอสอล (Causal system) มีความจำจำกัด (Finite memory) แสดงได้ด้วย [1]

$$y(n) = \sum_{n_1=0}^{N-1} h_1(n_1)x(n-n_1) + \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} h_2(n_1, n_2)x(n-n_1)x(n-n_2), \quad (4-1)$$

โดยที่ $y(n)$ คือเวกเตอร์เอาต์พุตของอนุกรมโวลเตอร่าอันดับสอง, $x(n)$ คือเวกเตอร์อินพุต, $h_1(n_1)$ คือเคอร์เนลเชิงเส้น, และ $h_2(n_1, n_2)$ คือเคอร์เนลควอดราติก และ N คือจำนวนสมาชิกของเวกเตอร์อินพุตหรือเอาต์พุต จะเห็นว่าในสมการประกอบด้วยสองพจน์ คือพจน์แรกเป็นพจน์

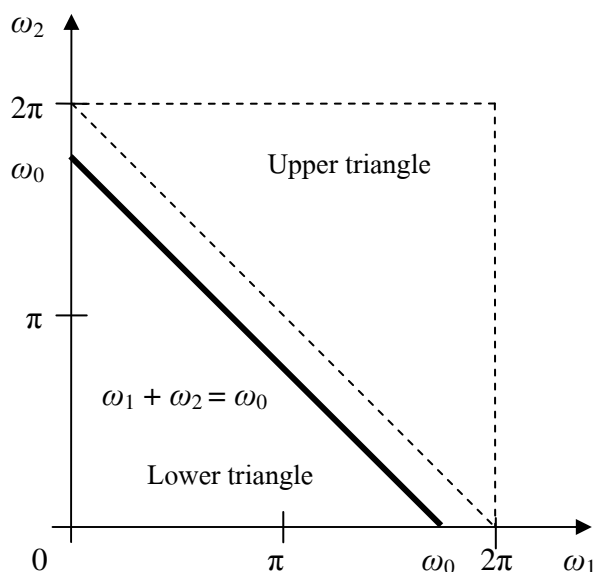
เชิงเส้นซึ่งเรียกว่าเป็นวงจรกรองเชิงเส้น และพจน์ที่สองคือพจน์ควอดราติก ซึ่งจะนิยามให้เป็นวงจรกรองโวลเตอรากวอดราติกแบบโฮโมจีนัส เพื่อความสะดวกจึงเรียกอย่างกะทัดรัดว่าวงจรกรองควอดราติก แสดงได้ด้วย

$$y_2(n) = \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} h_2(n_1, n_2) x(n-n_1)x(n-n_2), \quad (4-2)$$

โดยที่ $y_2(n)$ คือเวกเตอร์เอาต์พุต, $x(n)$ คือเวกเตอร์อินพุต ซึ่งเป็นสัญญาณสะท้อนแต่ละเส้นที่ได้จากอัลตราซาวด์ และ $h_2(n_1, n_2)$ คือเคอเนลควอดราติก เราสามารถหาสเปกตรัมของเอาต์พุต $y_2(n)$ ได้จาก [2-3]

$$\begin{aligned} Y_2(e^{j\omega}) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} Y_2^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) d\omega_1 d\omega_2 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) X_2^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) d\omega_1 d\omega_2 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_2(e^{j\omega_1}, e^{j(\omega-\omega_1)}) X(e^{j\omega_1}) X(e^{j(\omega-\omega_1)}) d\omega_1 \end{aligned} \quad (4-3)$$

ภายใต้เงื่อนไข $\omega_1 + \omega_2 = \omega$ โดยที่ $Y_2(e^{j\omega})$ คือสเปกตรัมเอาต์พุตของ $y_2(n)$, $X(e^{j\omega})$ คือสเปกตรัมของสัญญาณอินพุต หาได้จากการแปลงฟูเรียร์เต็มหน่วยของ $x(n)$, และ $H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$ คือผลตอบสนองความถี่ควอดราติกของวงจรกรองควอดราติกซึ่งจากสมการ (4-3) จะเห็นว่าองค์ประกอบ $Y_2(e^{j\omega})$ ที่ความถี่ที่ค่าหนึ่ง ω_0 สามารถหาได้ด้วยการอินทิเกรต $Y_2^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$ ในแนวเส้นทแยง $\omega_1 + \omega_2 = \omega_0$ และการหาสเปกตรัมเอาต์พุตจะกระทำตลอดสามเหลี่ยมล่างหรือสามเหลี่ยมบนของภาพประกอบ 4-1 อย่างไม่อย่างหนึ่งเท่านั้น นั่นคือถ้าให้สเปกตรัมเอาต์พุตที่ได้จากการอินทิเกรตตลอดสามเหลี่ยมล่างคือ $Q(e^{j\omega})$ สเปกตรัมเอาต์พุตที่ได้จากการอินทิเกรตตลอดสามเหลี่ยมบนจะเป็น $Q^*(e^{j(2\pi-\omega)})$ (โดยการพลิกแล้วเลื่อนในแนวแกน ω ไป 2π แล้วจึงหาคอนจูเกตเชิงซ้อน) เนื่องจากสเปกตรัมที่ได้จะเกิดขึ้นซ้ำ ๆ กันเป็นคาบดังกล่าว ดังนั้นการหาสเปกตรัมในช่วงความถี่อื่นสามารถหาได้จากสเปกตรัมเอาต์พุตช่วง 0 ถึง 2π ที่หาได้นี้นั่นเอง



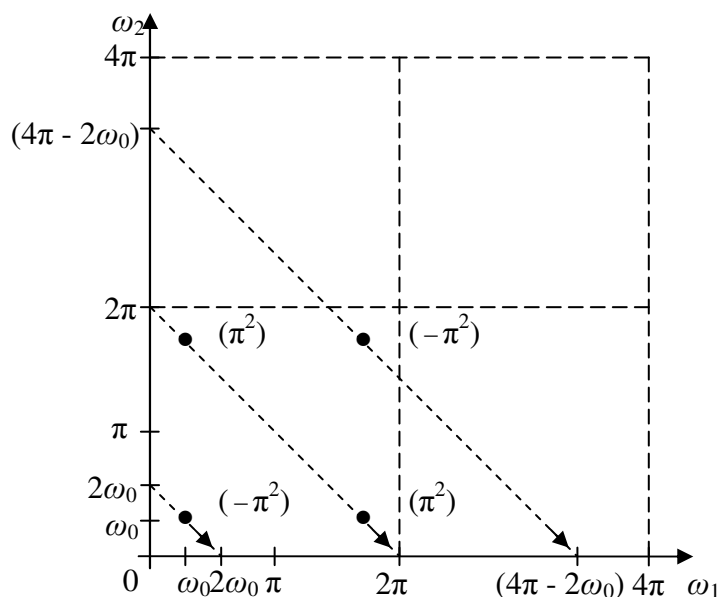
ภาพประกอบ 4-1 การอธิบายสเปกตรัมเอาต์พุตของวงจรกรองควอดราติกด้วยแผนภาพ

พิจารณาตัวอย่างระบบยกกำลังสอง $y_2(n) = x^2(n)$ โดยให้อินพุต $x(n) = \sin(\omega_0 n)$ เอาต์พุตของระบบคือ $y_2(n) = \sin^2(\omega_0 n) = [1 - \cos(2\omega_0 n)]/2$ สามารถหาสเปกตรัมอินพุตได้ว่า $X(e^{j\omega}) = -j\pi\delta(\omega - \omega_0) + j\pi\delta(\omega - 2\pi + \omega_0)$ และผลตอบสนองความถี่ควอดราติกของอินพุตคือ

$$\begin{aligned} X(e^{j\omega_1})X(e^{j\omega_2}) &= -\pi^2\delta(\omega_1 - \omega_0, \omega_2 - \omega_0) \\ &\quad -\pi^2\delta(\omega_1 - 2\pi + \omega_0, \omega_2 - 2\pi + \omega_0) \\ &\quad +\pi^2\delta(\omega_1 - \omega_0, \omega_2 - 2\pi + \omega_0) \\ &\quad +\pi^2\delta(\omega_1 - 2\pi + \omega_0, \omega_2 - \omega_0) \end{aligned}$$

และจะได้ขนาดของการแปลงฟูเรียร์สำหรับอินพุตคือ

$$|X(e^{j\omega})| = \pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega - 2\pi + \omega_0)]$$



ภาพประกอบ 4-2 ผลตอบสนองความถี่ควอดราติกของเอาต์พุตบนระนาบ (ω_1, ω_2)

$$Y_2^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})X(e^{j\omega_1})X(e^{j\omega_2}) = X(e^{j\omega_1})X(e^{j\omega_2}) \quad [2]$$

สำหรับเอาต์พุตคือ

$$|Y_2(e^{j\omega})| = \pi \left[\delta(\omega) + \frac{1}{2}\delta(\omega - 2\omega_0) + \frac{1}{2}\delta(\omega - 2\pi + 2\omega_0) \right]$$

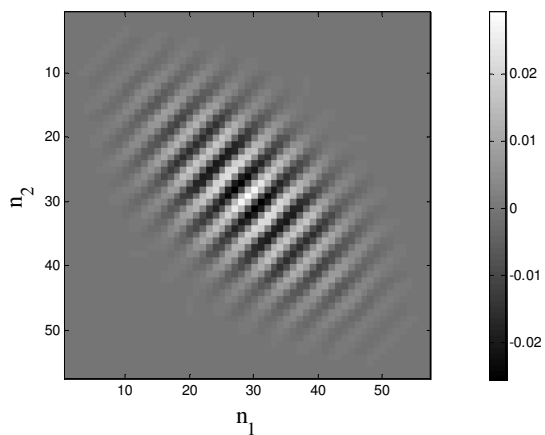
โดยที่ $0 \leq \omega \leq 2\pi$ จะเห็นว่าองค์ประกอบความถี่ของอินพุตที่ความถี่ ω_0 และ $2\pi - \omega_0$ หายไปจากเอาต์พุต แต่องค์ประกอบความถี่ของเอาต์พุตจะมีที่ความถี่ $0, 2\omega_0$ และ $2\pi - 2\omega_0$ นั่นคือ เมื่อพิจารณาให้ระบบเป็นอิมพัลส์หนึ่งหน่วย ($h_2(n_1, n_2) = \delta(n_1, n_2)$) จะได้ $H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = 1$ ดังนั้น $Y_2^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = X(e^{j\omega_1})X(e^{j\omega_2})$ สามารถแสดงอิมพัลส์ได้ 4 จุด จาก 0 ถึง 2π ดังภาพประกอบ 4-2 ซึ่งแต่ละองค์ประกอบหาได้จากการอินทิเกรตตามเส้นตรง $\omega_1 + \omega_2 = \omega$ สำหรับองค์ประกอบ $\delta(\omega_1 - \omega_0, \omega_2 - \omega_0)$ อยู่บนเส้นตรง $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_0$ สัญญาณเอาต์พุตจึงมีองค์ประกอบแรกที่มีความถี่ $2\omega_0$ (มีค่าเท่ากับ $-\pi^2$) ทำนองเดียวกันองค์ประกอบ $\delta(\omega_1 - \omega_0, \omega_2 - 2\pi + \omega_0)$ และ $\delta(\omega_1 - 2\pi + \omega_0, \omega_2 - \omega_0)$ อยู่บนเส้นตรง $\omega_1 + \omega_2 = 2\pi$ ดังนั้นองค์ประกอบที่สองของสัญญาณเอาต์พุตจึงมีความถี่เท่ากับศูนย์ (ความถี่ 0 สมมูลกับความถี่ 2π) ซึ่งมีค่าเป็นสองเท่าขององค์ประกอบแรก (มีค่าเท่ากับ $\pi^2 + \pi^2 = 2\pi^2$) นอกจากนี้

องค์ประกอบสุดท้ายคือ $\delta(\omega_1 - 2\pi + \omega_0, \omega_2 - 2\pi + \omega_0)$ อยู่บนเส้นตรง $\omega_1 + \omega_2 = 4\pi - 2\omega_0$ ทำให้สัญญาณเอาต์พุตมีองค์ประกอบที่สามอยู่ที่ความถี่เท่ากับ $4\pi - 2\omega_0$ (มีค่าเท่ากับ $-\pi^2$) ซึ่งสมมูลกับความถี่ $2\pi - 2\omega_0$ นั่นเอง ดังนั้นสำหรับระบบยกกำลังสอง $y_2(n) = x^2(n)$ เป็นตัวอย่างหนึ่งของวงจรกรองควอดราติกโดยคอนเนลของระบบเป็นอิมพัลส์หนึ่งหน่วยตรงตามที่กำหนดไว้คือ $h_2(n_1, n_2) = \delta(n_1, n_2)$

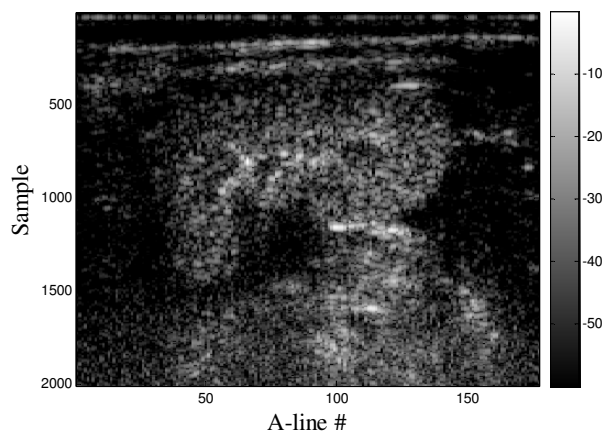
4.2 คุณลักษณะทางความถี่ของสัญญาณสะท้อนจากสารเพิ่มความคมชัดที่ได้จากวงจรกรองควอดราติก: กรณีศึกษา

4.2.1 วัสดุที่ใช้และวิธีการเก็บข้อมูล

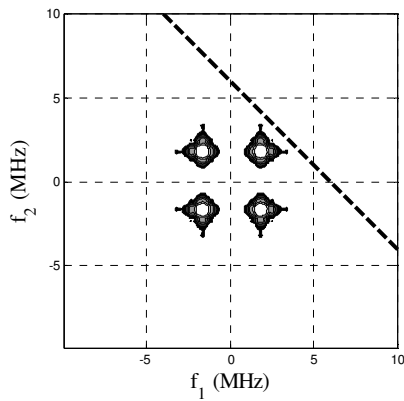
วัสดุที่ใช้และวิธีการเก็บข้อมูล อันได้แก่ ข้อมูลอัลตราซาวนด์ของไตหนูที่ใช้วิธีการหาสเปกตรัมกำลังและสเปกตรัมกำลังเฉลี่ยของบริเวณอ้างอิง 2 บริเวณ รวมทั้งการวัดค่าความคมชัดของการเปรียบเทียบในเชิงปริมาณของภาพจากอัลตราซาวนด์ ได้มาจากหัวข้อ 3.2.2



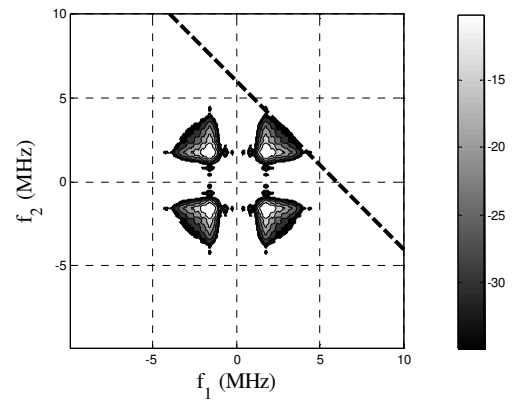
ภาพประกอบ 4-3 เคอนเนลควอคราติกที่เหมาะสมกับการแยกสัญญาณฮาร์มอนิก [3]



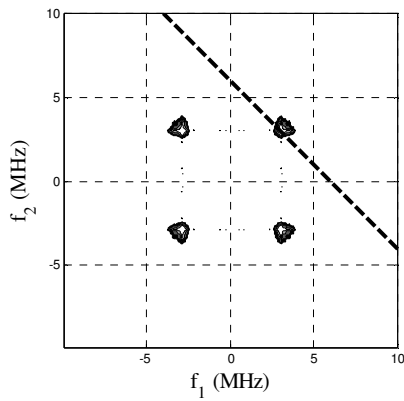
ภาพประกอบ 4-4 ภาพไต่อมูหลังจากผ่านวงจรกรองควอคราติกที่ได้จากการแก้ระบบสมการ
เชิงเส้น แสดงด้วยระดับ โทนสีจากขาวถึงดำ 60 dB ($CTR = 22.0$ dB) [3]



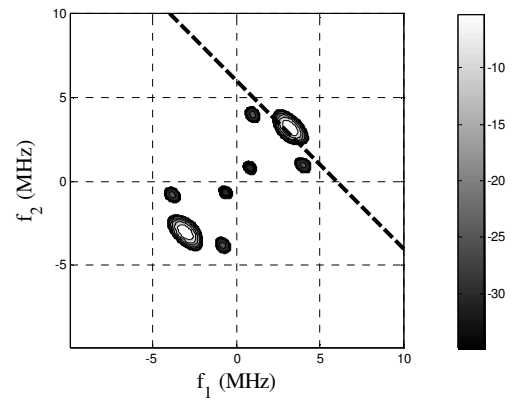
(a)



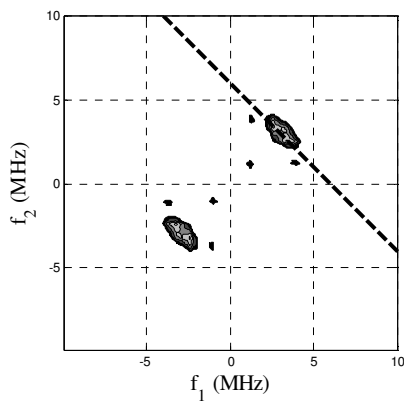
(b)



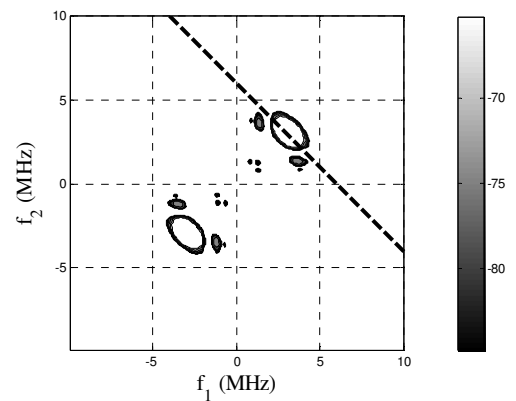
(c)



(d)



(e)



(f)

ภาพประกอบ 4-5 ผลตอบสนองความถี่บนระนาบ (ω_1, ω_2) (a) $|X_{TS}(e^{j\omega_1})X_{TS}(e^{j\omega_2})|$,

(b) $|X_{CT}(e^{j\omega_1})X_{CT}(e^{j\omega_2})|$, (c) $\left| \frac{X_{CT}(e^{j\omega_1})X_{CT}(e^{j\omega_2})}{X_{TS}(e^{j\omega_1})X_{TS}(e^{j\omega_2})} \right|$, (d) $|H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$, (e)

$|H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})| |X_{TS}(e^{j\omega_1})X_{TS}(e^{j\omega_2})|$, (f) $|H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})| |X_{CT}(e^{j\omega_1})X_{CT}(e^{j\omega_2})|$

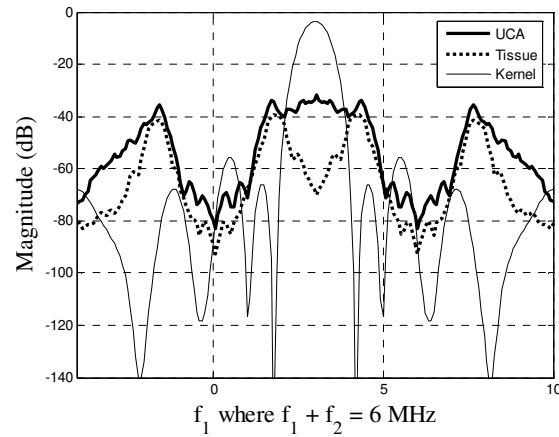
เส้นประแนวเฉียงในระนาบคือสมการ $f_1 + f_2 = 6$ MHz

4.2.2 ผลการทดลองและการวิจารณ์

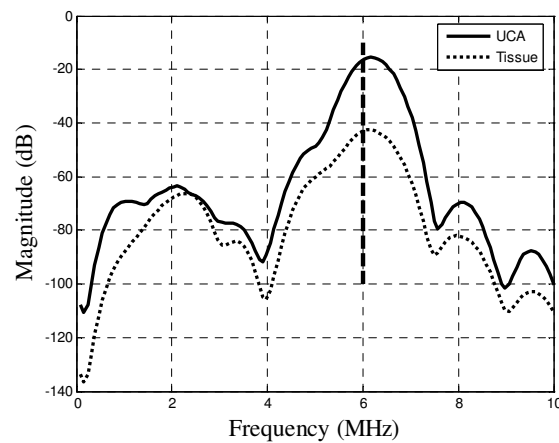
ภาพอัลตราซาวนด์ของไตหมูและสเปกตรัมเฉลี่ยของสัญญาณบริเวณเนื้อเยื่อกับบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์ นำมาจากหัวข้อ 3.2.2

เคอเนลควอคราติกที่เหมาะสมกับการแยกสัญญาณฮาร์มอนิก [1], [3] ซึ่งได้จากการแก้สมการโดยใช้กรรมวิธีการแยกค่าเอกฐาน (Singular value decomposition) แล้วแทนโมดการทำงานทั้งหมดที่เป็นไปได้ เพื่อหาภาพที่มีคุณภาพที่ดีที่สุด แสดงดังภาพประกอบ 4-3 จะเห็นว่ามีความสมมาตรตามเส้นทแยงมุมหลัก (Diagonal line) ด้วย เมื่อนำวงจรรองควอคราติก กรองสัญญาณฮาร์มอนิกอันดับสอง แล้วแสดงเป็นภาพ Gray scale โดยมีความแตกต่างของระดับโทนสีจากขาวถึงดำ (Gray level) 60 dB ดังภาพประกอบ 4-4 ซึ่งมีค่า CTR เท่ากับ 22.0 dB จากภาพประกอบ 4-4 จะเห็นได้ว่าวงจรรองควอคราติกสามารถปรับปรุงคุณภาพของภาพจากอัลตราซาวนด์ทั้งความคมชัดของการเปรียบเทียบและความคมชัดเชิงพื้นที่

ผลตอบสนองความถี่ควอคราติกของสัญญาณสะท้อนสำหรับบริเวณเนื้อเยื่อ และบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์ แสดงได้ดังภาพประกอบ 4-5(a) และ 4-5(b) ตามลำดับ เมื่อหาอัตราส่วนขนาดของสัญญาณจากสารเพิ่มความคมชัดต่อเนื้อเยื่อ (Ratio of contrast-to-tissue magnitude) นั่นคือ $|X_{CT}(e^{j\omega_1})X_{CT}(e^{j\omega_2})| / |X_{TS}(e^{j\omega_1})X_{TS}(e^{j\omega_2})|$ ดังภาพประกอบ 4-5(c) จะเห็นว่าพื้นที่ที่อัตราส่วนมีค่ามากกว่าส่วนอื่น ๆ มีอยู่ 4 บริเวณ ดังนั้นวงจรรองควอคราติกที่เหมาะสมต้องสามารถผ่านความถี่ในบริเวณดังกล่าวได้ แต่เนื่องจากความถี่ของฮาร์มอนิกอันดับสอง (f_2) มีค่าประมาณ 3 MHz และการอินทิเกรตต้องทำในแนวเฉียง ซึ่งแสดงได้ด้วยเส้นประหนาสำหรับแต่ละรูป ดังนั้นผลตอบสนองความถี่ของเคอเนลควอคราติก (ต้องมีความสมมาตร) จึงมีค่าสูงในระนาบความถี่ ณ จุดดังกล่าว ดังภาพประกอบ 4-5(d) ผลตอบสนองความถี่ควอคราติกของบริเวณเนื้อเยื่อและบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์หลังจากผ่านการกรองด้วยวงจรรองควอคราติก แสดงไว้ในภาพประกอบ 4-5(e) และ 4-5(f) ตามลำดับ



ภาพประกอบ 4-6 ผลตอบสนองความถี่ควอดราติก ตามเส้นตรง $f_1 + f_2 = 6$ MHz ของบริเวณเนื้อเยื่อ $|X_{TS}^o(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$ (เส้นประ), บริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัด $|X_{CT}^o(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$ (เส้นทึบหนา) และเคอร์เนลควอดราติก $|H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$ (เส้นทึบบาง) โดยที่ $\omega = 2\pi \times 6$ MHz



ภาพประกอบ 4-7 สเปกตรัมเอาต์พุต $|Y_2(e^{j\omega})|$ ของบริเวณเนื้อเยื่อ (เส้นประ) และบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์ (เส้นทึบ)

เมื่อพิจารณาผลตอบสนองความถี่ควอดราติกที่ความถี่ $f = 6$ MHz (ตามเส้นตรง $f_1 + f_2 = 6$ MHz) สเปกตรัมอินพุตควอดราติกของบริเวณเนื้อเยื่อ ($|X_{TS}^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$ เส้นประหนา) บริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์ ($|X_{CT}^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$ เส้นทึบหนา) และคอนเนลควอดราติก ($|H_2(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$ เส้นทึบบาง) แสดงดังภาพประกอบ 4-6 จะเห็นว่าคอนเนลควอดราติกมีค่าสูงที่ความถี่ $f_1 = 3$ MHz เพื่อผ่านสัญญาณฮาร์มอนิกอันดับสอง ซึ่งสเปกตรัมอินพุตของสัญญาณในบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์มีค่าสูงกว่าบริเวณเนื้อเยื่อนั่นเอง

สเปกตรัมเอาต์พุตของบริเวณเนื้อเยื่อ และบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์ หาได้โดยการอินทิเกรตตามเส้นตรง $f_1 + f_2 = f$ MHz ของผลตอบสนองความถี่ควอดราติกของบริเวณเนื้อเยื่อ และบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัดสำหรับอัลตราซาวนด์ นั่นคือภาพประกอบ 4-5(e) และ 4-5(f) แล้วแสดงไว้ในภาพประกอบ 4-7 ด้วยเส้นประและเส้นทึบตามลำดับ สำหรับสเปกตรัมเอาต์พุตที่ความถี่ $f = 6$ MHz (ณ ตำแหน่งเส้นประหนาในแนวตั้งของภาพประกอบ 4-7) หาได้จากการอินทิเกรตตามเส้นตรง $f_1 + f_2 = 6$ MHz ซึ่งสอดคล้องกับเส้นประหนาในรูปผลตอบสนองความถี่ควอดราติกของบริเวณเนื้อเยื่อ $|X_{TS}^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$ และบริเวณที่มีสารเพิ่มความคมชัด $|X_{CT}^0(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})|$ ของภาพประกอบ 4-5(e) และ 4-5(f) ตามลำดับ

สรุป

คุณลักษณะของวงจรกรองควอดราติกที่เหมาะสมจะต้องมีอัตราขยายขนาดสูงตรงบริเวณที่อัตราส่วนขนาดของสัญญาณจากสารเพิ่มความคมชัดต่อเนื้อเยื่อมีค่าสูง ในบทถัดไปจากสิ่งที่เรารู้ต้องออกแบบขนาดของผลตอบสนองความถี่ควอดราติกให้มีจุดศูนย์กลางตรงตำแหน่งที่มีอัตราส่วนดังกล่าวสูงนั่นเอง

เอกสารอ้างอิง

- [1] P. Phukpattaranont, "Post-Beamforming Second-Order Volterra Filters for Pulse-echo Ultrasonic Imaging," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 50, no. 8, pp. 987-1001, Aug. 2003.
- [2] S. K. Mitra and G. L. Sicuranza, "Nonlinear Image Processing," Academic Press, USA, pp. 167-202, 2001.

- [3] P. Phukpattaranont and K. Chetpattananondh, "Post-Beamforming Second-Order Volterra Filters for Contrast Agent Imaging: A Frequency-Domain Aspect," in *Proc. Symp. Ultraso. Electron.*, Nov. 2005, vol. 26, pp. 281-282.