บทที่4

หลักการทดสอบหม้อแปลงแบบลัดวงจรโดยใช้สัญญาณกระตุ้นขั้นบันได

เนื่องจากการทดสอบหม้อแปลงแบบลัดวงจรแบบเก่านั้นจะต้องทำการจ่ายแรงดันให้กับหม้อแปลงโดยตรง ซึ่งประมาณ 5% ของแรงดันพิกัดที่ด้านที่ทดสอบ ในการจ่ายแรงดันนั้นถ้าจ่ายแรงดันมากเกินไปจะทำให้กระแสไหลเข้าไปในตัวหม้อแปลงมากกว่าที่หม้อแปลงจะรับได้ อาจจะมาจากผู้ทดสอบเพิ่มแรงดันมากเกินไปหรือทำการลัดวงจรหม้อแปลงในด้านที่ผิด จะส่งผลทำให้หม้อแปลงเสียหายได้ จึงเป็นที่มาของการทดสอบหม้อแปลงแบบใหม่นี้ เพราะการทดสอบแบบนี้จะใช้แรงดันทดสอบที่ไม่สูง และใช้ในเวลาสั้นๆ ก็สามารถหาค่าพารามิเตอร์ของหม้อแปลงได้เช่นกัน

4.1 ทฤษฎีสัญญาณชั่วขณะและการนำมาประยุกต์ใช้หาค่าพารามิเตอร์หม้อแปลงไฟฟ้า

4.1.1 สัญญาณอิมพัลส์ (Impulse)

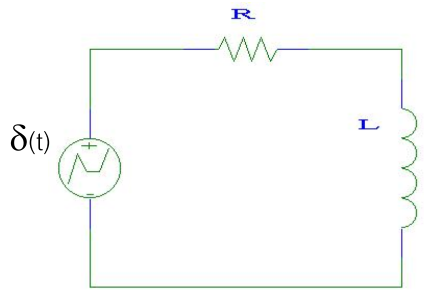
เป็นสัญญาณชั่วขณะที่มีเพียงค่าเดียวที่เวลาหนึ่งๆ การนำเอาสัญญาณอิมพัลส์มาทดสอบกับระบบที่หยุดนิ่ง เมื่อระบบถูกกระตุ้นจะเกิดการเคลื่อนไหว ลักษณะการเคลื่อนไหวที่ออกมาจะแสดงถึงคุณสมบัติภายในของระบบที่ได้รับการถูกกระตุ้น ตามรูปที่ 4.1

รูปที่ 4.1 การทดสอบระบบด้วยสัญญาณอิมพัลส์

จากแนวความคิดนี้ ถ้านำเอาสัญญาณอิมพัลส์มาป้อนให้กับหม้อแปลงไฟฟ้าด้านใดด้านหนึ่ง แล้ววัดสัญญาณที่ออกมาจากหม้อแปลงไฟฟ้าในด้านตรงข้าม นำสัญญาณมาวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาค่าระบบภายในของหม้อแปลง ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่าพารามิเตอร์ในตัวของหม้อแปลงนั้นๆ โดยพิจารณาจากระบบภายในของวงจรสมมูลหม้อแปลงไฟฟ้าตามรูปที่ 3.9 พบว่าเป็นวงจรที่มีค่า ความต้านทานและค่ารีแอคแตนซ์ต่ออนุกรมกัน เมื่อเราพิจารณาความสูญเสียที่เกิดจากอย่างอื่นที่ไม่ใช้เกิดจากตัวของขดลวดเองน้อยมาก จึงทำให้เราสามารถวิเคราะห์สัญญาณที่ออกมาย้อนกลับไปหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงนั้นๆได้

4.1.2 สมการสัญญาณที่ใช้ทดสอบ

เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณและการอธิบายจึงขอใช้วิธีการคำนวณแบบลาปลาซทรานส์ฟอร์มาคำนวณหาค่าสมการวงจร R และL อนุกรมโดยจ่ายสัญญาณอิมพัลส์(Impulse (δ(t)) โดยใช้วิธีการแปลงให้อยู่ในสมการ s-Domain



รูปที่ 4.2 วงจร RLอนุกรมแหล่งจ่ายแบบอิมพัลส์

วิธีการคำนวณ

$$H(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{1}{R + sL}$$

กำหนดให้ $f(t) = \delta(t)$

$$\mathcal{L}^{-1}[f(t)] = F(s) = 1$$

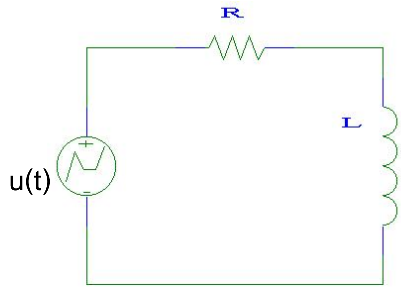
$$\because i(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)F(s)] \qquad \mathcal{L}^{-1} = \left[\frac{1}{R + sL}\right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{L(s + R/L)}\right]$$

ดังนั้น $$i(t) = \frac{1}{L} e^{-(R/L)t} u(t) \qquad (4\text{-}1)$$

จากสมการที่ 4-1 จะเห็นได้ว่าเมื่อเราใช้สัญญาณอิมพัลส์มาทำการทดสอบวงจร RL อนุกรม แหล่งจ่ายแรงดันที่ใช้จะต้องสามารถจ่ายกระแสได้สูงมากๆ เมื่อค่าความเหนี่ยวนำที่ต่ออยู่กับวงจรมีค่าต่ำ (มีค่าเป็น mH) จึงไม่สามารถที่จะหาแหล่งจ่ายที่ตอบสนองความต้องการอย่างนี้ได้ จึงพิจารณาหาสัญญาณแบบอื่นที่จะสามารถมาแทน

จากการพิจารณาพบว่าเราสามารถใช้สัญญาณกระตุ้นขั้นบันได (Step Excitation) เพื่อมาใช้แทนการทดสอบแบบใช้กำเนิดสัญญาณอิมพัลส์



รูปที่ 4.3 วงจร RLอนุกรมแหล่งจ่ายแบบ Unit Step Function

วิธีการคำนวณ

$$H(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{1}{R + sL}$$

กำหนดให้ $f(t) = u(t)$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[f(t)\right] = F(s) = 1/s$$

$$\because i(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[H(s)F(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\left[\frac{1}{R+sL}\right] \times \frac{1}{s}\right]$$

(4-2)

กระจายเศษส่วนย่อยสมการ i(t) จะได้

$$= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1/R}{s} - \frac{L/R}{R+sL}\right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{sR} - \frac{1}{R}\frac{L}{(R+sL)}\right]$$

$$\therefore i(t) = \frac{1}{R}(1 - e^{-(R/L)t})u(t) \qquad (4\text{-}3)$$

ตรวจสอบสมการที่ 4-3 เนื่องจากว่าสเตปเรซปอนซ์ คือค่าอินทิกรัลของอิมพัลส์เรซปอนซ์

จากสมการที่ 4-1 $\quad i(t) = \frac{1}{L}e^{-(R/L)t}u(t)$

เมื่อพิจารณาที่เวลา 0-t ค่าใดๆ

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_0^{t} e^{-(R/L)t}d(t)$$

$$i(t)=\frac{-L}{R}\frac{1}{L}e^{-(R/L)t}\Big|_0^{t}$$

$$i(t)=\frac{-1}{R}[e^{-(R/L)t}-1]$$

$$i(t)=\frac{1}{R}[1-e^{-(R/L)t}]$$

$$\therefore \quad i(t)=\frac{1}{R}[1-e^{-(R/L)t}]u(t) \qquad (4\text{-}4)$$

จะเห็นได้ว่าสมการที่ 4-3 กับ สมการที่ 4-4 จะเป็นสมการที่เหมือนกัน ซึ่งอาจกล่าวสรุปว่า สมการอินทิกรัลเวลาจาก 0-t ที่เกิดจากใช้ Unit Impulse เป็นตัวกำเนิดสัญญาณ สมการกระแสที่เกิดขึ้นจะเท่ากับสมการที่ใช้แหล่งกำเนิดสัญญาณแบบ Unit Step Function

4.2 วิธีการหาองค์ประกอบRLจากสมการสัญญาณไฟฟ้า

การวิเคราะห์สัญญาณชั่วขณะในวิทยานิพนธ์นี้ จะนำเสนอด้วยกัน 2 วิธีเพื่อชี้ให้เห็นถึงความถูกต้องของข้อมูล และความยากง่ายของแต่ละวิธีการทดสอบที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้

4.2.1 การหาค่าแบบเวลาคงที่

การทดสอบแบบนี้จะการพิจารณาที่ตำแหน่งของสัญญาณกระแสที่เริ่มคงที่ครั้งแรก หลังจากที่ต่อวงจร จ่ายกระแสให้กับวงจร RL อนุกรมโดยจะมีวิธีการหาแต่ละขั้นตอนดังนี้

4.2.1.1 การหาค่าความต้านทาน

จากสมการที่ 4-3 จะเห็นได้ว่า เมื่อกำหนดให้เวลาเข้าใกล้ ∞ จะเหลือเฉพาะ $\frac{u(t)}{R}$ ซึ่งจะแสดงสภาวะของค่ากระแสที่ไหลภายในวงจร ถ้าต้องการหาค่าความต้านทาน R ก็วัดค่าแรงดันที่จุดที่ต้องการทราบแล้วหารกับค่ากระแสในวงจรก็จะทราบค่าความต้านทานทันที

4.2.1.2 การหาค่าความเหนี่ยวนำ (L)

สามารถหาค่าโดยประมาณได้จากสมการที่ 4-3 โดยให้พิจารณาที่ ค่า $e^{-(R/L)t}$ ที่มีค่าเข้าใกล้ 0 ทำให้ค่ากระแสเริ่มที่จะคงที่ แต่เนื่องจากเวลาที่ทำให้กระแสเป็น 0 โดยสมบูรณ์นั้น t จะมีค่าเป็น ∞ ด้วยเหตุนี้จึงต้องกำหนดค่าแรงดันลดที่ 99.3% ซึ่งค่านี้เป็นค่าประมาณโดยจะถือว่าเข้าใกล้ที่จุดคงที่แล้ว โดยจะมีวิธีการคำนวณหาค่าประมาณดังต่อไปนี้

วิธีคำนวณ

$$e^{-(R/L)t} = (1-0.993)$$

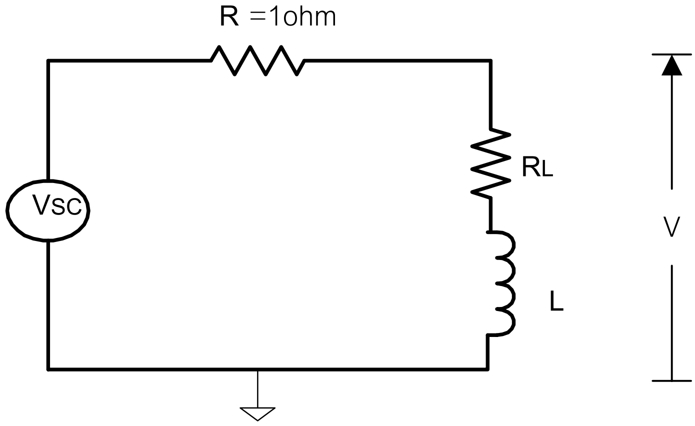
$$\ell n(e^{-(R/L)t}) = \ell n 0.007$$

$$-\frac{R}{L}t = -4.962$$

$$t = 4.962\frac{L}{R} \approx 5\frac{L}{R} = 5\tau \qquad (4\text{-}5)$$

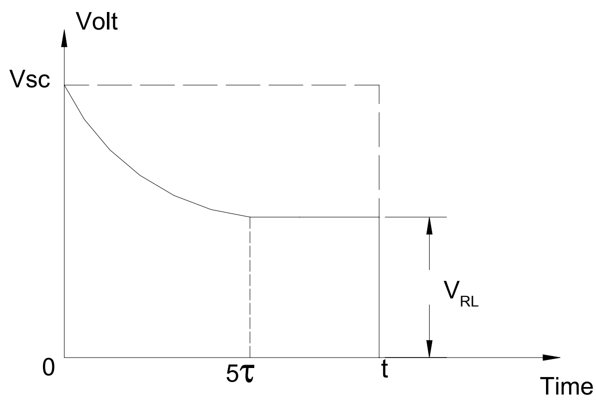
เมื่อพิจารณาสมการที่ 4-5 ภายหลังที่เรารู้เวลาที่สัญญาณเข้าใกล้ 0 และรู้ค่าความต้านทานของสมการเราก็สามารถหาค่าความเหนี่ยวนำไฟฟ้าได้ (L)

4.2.1.3 วิเคราะห์วงจรไฟฟ้า RL อนุกรม



รูปที่ 4.4 วงจร RL อนุกรมกับแหล่งจ่าย แบบ Step Excitation (Vsc)

จากรูปที่ 4.4 เมื่อ Vsc จ่ายแรงดัน Step Excitation ในชั่วเวลา 0-t ให้วงจร RL อนุกรม แล้ววัดสัญญาณแรงดันที่ตกคร่อม ที่จุด V เมื่อเทียบกับกราวด์ สัญญาณที่ปรากฏ ดังรูปสัญญาณที่ 4-5 โดยที่กำหนดให้ R_L เป็นค่าความต้านทานภายในของขดลวด



รูปที่ 4.5 สัญญาณแรงดันที่ตกคร่อม V

วงจรในรูปที่ 4.5 รูปสัญญาณแรงดันไฟฟ้าชั่วเวลาที่ t=0 ค่า $e^{-(R/L)t}$ =1 ทำให้สมการที่ 4-3 มีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งเปรียบได้กับวงจรเปิด V= Vsc จากสัญญาณที่ปรากฏนี้ เราจะพิจารณาแรงดันที่ลดลงมาที่ 99.3% ของแรงดันที่ตกคร่อม V_{RL} ที่คงที่ เพื่อหาค่าคงที่ของวงจร RL อนุกรม (τ) โดยเวลาที่ลดลงมานี้จะมีค่าเท่ากับ 5τ หรือ 5เท่าของ L/R_T นั้นเอง

จากสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่วัดได้นี้ โดยใช้สัญญาณกระตุ้นชั่วขณะ Step Excitation (Vsc) เราสามารถหาค่าความต้านทานที่ต่ออยู่กับค่า L (R_L) ได้โดยพิจารณาค่าแรงดันปรากฏที่คงที่(V_{RL})

$$R_L = \frac{V_{RL}}{Isc} = \frac{V_{RL}}{(Vsc - V_{RL})} \qquad (4\text{-}6)$$

ในขณะเดียวกัน เราสามารถนำเอาค่าความต้านทานรวมของวงจร (R_T=R+ R_L) ไปหาค่า L โดยพิจารณาเวลาที่ค่า V_{RL} ลดลงมาที่ $T_{5\tau}$ =5(L/R_T) โดยจะได้สมการค่า L ดังนี้

$$L = \frac{T_{5\tau}}{5} x R_T \qquad (4\text{-}7)$$

เมื่อ R_T = R_L + 1

4.2.2 การหาค่าแบบการปรับเส้นโค้ง (Curve Fitting)

วิธีการนี้เป็นการนำเอาค่าข้อมูลของกระแสที่เกิดจากการทดสอบ นำมาปรับค่าที่ได้ให้เป็นสมการเส้นตรงโดยใช้วิธี หลักการกำลังสองน้อยที่สุด โดยจะมีวิธีดังต่อไปนี้

4.2.1.1 หลักการสมการกำลังสองน้อยที่สุด

จากสมการเส้นตรง y = f(x) ซึ่งเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear Function) เราสามารถเขียนเป็นสมการเส้นตรงได้ดังนี้

$$y = ax+b \qquad (4\text{-}8)$$

จากสมการที่ 4-8 เราสามารถหาค่า a และ b โดยใช้หลักการกำลังสองน้อยที่สุด โดยที่มีหลักการที่ว่า ผลร่วมของผลต่างกำลังสองของระยะทางในแนวดิ่ง ระหว่างสมการเส้นตรง กับค่าที่จะทำการปรับ มีค่าต่างกันน้อยที่สุด

จากสมการที่กล่าวมานั้น เพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้นจะขอตัวอย่างการคำนวณ โดยกำหนดให้มีค่าข้อมูล ดังต่อไปนี้ (1,35.1) (2,39.9) และ(3,46.6) ตามลำดับ

จากระยะทางในแนวดิ่งระหว่างสมการเส้นตรงที่จุด (x_1,y_1) = (1,35.1) มีค่า คือ

$$r_1 = 35.1-(a+b)$$

จากระยะทางในแนวดิ่งระหว่างสมการเส้นตรงที่จุด (x_2,y_2) = (2,39.9) มีค่า คือ

$$r_2 = 39.9-(2a+b)$$

จากระยะทางในแนวดิ่งระหว่างสมการเส้นตรงที่จุด $(x_3,y_3) = (2,39.9)$ มีค่า คือ

$$r_3 = 46.6-(3a+b)$$

ให้ E เป็นผลรวมกำลังสองของระยะทางที่กล่าวมาแล้ว ดังนั้น E จะเป็นฟังก์ชันของ a กับ b หรือ

$$E(a,b) = r^2_1+r^2_2+r^2_3$$

$$= [35.1-(a+b)]^2+[39.9-(2a+b)]^2+[46.6-(3a+b)]^2$$

ใช้การประยุกต์ของอนุพันธ์ของฟังก์ชันหลายตัวแปร เมื่อเปรียบเทียบฟังก์ชันตัวแปรเดียว

นั้นคือ $\frac{\partial E}{\partial a}=0$ และ $\frac{\partial E}{\partial b}=0$ จะได้

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a} &= 28a+12b-509.4 = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b} &= 12a+6b-243.2 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}9)$$

แก้สมการ ที่ 4-9 จะได้ $a = 5.75$, $b = 29.03$ ดังนั้น สมการเส้นตรงที่แทนความสัมพันธ์ดังกล่าว คือ $y = 5.75x+29.03$

จากสมการที่ 4-9 เป็นข้อมูล 3 ชุด แต่ในกรณีข้อมูล n ชุด ดังนั้น E จะเท่ากับ

$$E = \sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2 \qquad (4\text{-}10)$$

เมื่อ y แทนฟังก์ชันที่เราต้องการจะหา ส่วน y_i เป็นค่าที่ได้จากการทดลอง แทนสมการเส้นตรงในสมการ 4-10

$$E = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2 \qquad (4\text{-}11)$$

หาค่า $\frac{\partial E}{\partial a}=0$ และ $\frac{\partial E}{\partial b}=0$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a} &= 2\sum_{i=1}^{n}\left\{(y_i - ax_i - b)(-x_i)\right\} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b} &= 2\sum_{i=1}^{n}\left\{(y_i - ax_i - b)(-1)\right\} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}12)$$

จากสมการที่ 4-12 เราสามารถแก้เป็นสมการแบบผลรวมสมการได้ดังนี้

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n}(-x_i y_i + a x_i^2 + b x_i) &= 0 \\ -(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i) + a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}13)$$

จากสมการ ที่ 4-13 เราสามารถเขียนเป็นสมการเมทริกได้ดังต่อไปนี้

$$\left.\begin{aligned} (\sum_{i=1}^{n} x^2)a + (\sum_{i=1}^{n} x_i)b &= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ (\sum_{i=1}^{n} x_i)a + (\sum_{i=1}^{n} n)b &= \sum_{i=1}^{n} y_i \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}14)$$

จากสมการที่ 4-14 เราสามารถใช้วิธีการแก้สมการแบบเมทริกที่เราได้ศึกษามาแล้ว เพื่อหาค่าตัวแปร a และ b

4.2.1.2 การแก้สมการกระแส RL อนุกรมแบบการปรับเส้นโค้ง

จากสมการเชิงเส้นที่ 4-8 เราต้องทำการปรับเส้นสมการกระแส RL อนุกรมให้เป็นสมการเส้นตรงก่อน จึงจะสามารถใช้สมการที่ 4-14 ได้ จากสมการกระแส RL อนุกรมที่ 4-4 เมื่อกำหนดให้แรงดันมีค่าใดๆ $i(t) = \frac{E}{R}[1 - e^{-(R/L)t}]u(t)$ ซึ่งเราสามารถแก้เป็นเส้นตรงได้ดังนี้

จากสมการ $$y = \frac{E}{Rt} - \frac{Ee^{-(\frac{R}{L})t}}{Rt}$$

$$(y - \frac{E}{Rt}) = \left[-\frac{Ee^{-(\frac{R}{L})t}}{Rt}\right]$$

$$(\frac{E}{Rt} - y) = \left[\frac{Ee^{-(\frac{R}{L})t}}{Rt}\right]$$

$$\ell n(\frac{E}{Rt} - y) = \ell n\left[e^{-(\frac{R}{L})t + b}\right] \qquad \text{เมื่อ } E/R = e^b$$

$$\ell n(\frac{E}{Rt} - y) = -\frac{R}{L}t + b \qquad (4\text{-}15)$$

เทียบเป็นสมการเส้นตรง $y_i = -at + b$