# บทที่ 2

# ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

## 2.1 หลักการพื้นฐานของการตัดโดยใช้ใบมีด

ในการตัดโลหะแบบธรรมดาทั่วไปนั้น อาศัยหลักการขั้นพื้นฐานที่ว่าการใช้ใบมีดตัดที่มีความแข็งสูงกดลงบนชิ้นงานที่มีความแข็งน้อยกว่า เนื้อชิ้นงานจะเกิดสนามความเค้น เมื่อลากคมมีดผ่านเนื้อชิ้นงาน ค่าความเค้นในระนาบหนึ่งบนเนื้อชิ้นงาน จะสูงเท่ากันหรือมากกว่าความต้านการเฉือนของเนื้อวัสดุชิ้นงาน เป็นผลให้เกิดการเฉือนของเนื้อโลหะ ชิ้นงานจึงแยกออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกคือชิ้นส่วนที่จะนำไปใช้ ส่วนที่สองคือส่วนซึ่งแยกออกมา มีลักษณะเป็นเส้นยาวๆ หรือเป็นท่อนสั้นๆ เรียกว่าฝอย (ศุภโชค,2543)

ใบมีดตัด (Cutting Tool)เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการตัด ทั้งนี้เพราะการตัดวัสดุเกิดขึ้นที่บริเวณใกล้คมมีด ความแข็งแรง ความทนการสึกหรอและขีดความสามารถอื่นๆ ของใบมีดจะเป็นปัจจัยสำคัญอย่างยิ่งต่อประสิทธิภาพของการตัด และประสิทธิภาพของการใช้เครื่องจักรกลตัดวัสดุรวมถึงค่าใช้จ่ายในการตัดวัสดุ

### 2.1.1 สิ่งที่ควรศึกษาทำความเข้าใจกับใบมีดตัดคือ

2.1.1.1 ลักษณะทางเรขาคณิตของใบมีด (Cutting tool geometry) หมายถึงมุมมีดตัดและลักษณะต่าง ๆ

2.1.1.2 วัสดุใบมีดตัด (Cutting tool material) รวมถึงโครงสร้างของใบมีดตัด เช่น โครงสร้างจุลภาคและการเคลือบผิว

2.1.1.3 สมรรถนะของใบมีดตัด (Cutting tool performance) เช่น ความแข็งแรง ความทนทานต่อการสึกหรอ ค่าความเร็วสูงสุดที่สามารถรับได้

### 2.1.2 วัสดุใบมีดตัด

การค้นคว้าหาวัสดุใหม่ ๆ ที่มีสมบัติดีกว่าวัสดุเดิมที่เคยใช้ เป็นงานที่มีพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ทั้งนี้เพราะวัสดุชิ้นงานใหม่ ๆ ที่ได้จะมีสมบัติแตกต่างไปจากวัสดุเดิมขึ้นตลอดเวลา นอกจากนี้เครื่องจักรกลที่ใช้ในการตัดวัสดุก็มีการพัฒนาให้มีกำลังมากขึ้น ทำงานด้วยความเร็วสูงทำงานที่

มีความซับซ้อนมากขึ้น จึงจำเป็นต้องมีการค้นคว้าวัสดุใบมีดตัดใหม่ ๆ มาใช้ เพื่อให้สามารถตัดวัสดุชิ้นงานใหม่และใช้กับเครื่องจักรกลใหม่ ๆ ให้เต็มขีดความสามารถ สมบัติของวัสดุใบมีดตัดเป็นสิ่งที่จำเป็นที่จะต้องมีการค้นคว้าและพัฒนากันอย่างต่อเนื่อง (ศุภโชค,2543)

### 2.1.3 **สมบัติของวัสดุใบมีด**

หลักการขั้นพื้นฐานของการตัดวัสดุโดยใช้ใบมีดตัด “วัสดุที่แข็งกว่าย่อมขูดวัสดุที่อ่อนกว่าให้เป็นรอยได้” ดังนั้นใบมีดตัดจะต้องทำจากวัสดุที่ความแข็งสูงกว่าชิ้นงานเสมอ วัสดุที่เหมาะในการนำมาทำใบมีดตัด ควรจะมีสมบัติดังนี้

2.1.3.1 มีความแข็งสูง (High hardness) คือ ในอุณหภูมิปกติของห้อง ความแข็งของสารใบมีดต้องมีความแข็งของมากกว่าสารชิ้นงาน จึงจะสามารถผ่าเนื้อสารชิ้นงานออกเป็นสองส่วนได้ โดยทั่วไปการวัดค่าความแข็งของใบมีดตัดและชิ้นงานในการตัดโลหะ นิยมระบุเป็นค่าความแข็งในระบบรอคเวลล์ สเกลบี หรือสเกลซี

2.1.3.2 คงความแข็งไว้ได้ที่อุณหภูมิสูง (Hot hardness) คือ ขณะที่ใบมีกำลังทำหน้าที่ตัดชิ้นงานอยู่นั้น ทั้งชิ้นงานและใบมีดตัดจะมีอุณหภูมิสูงขึ้น โดยทั่วไปสารทุก ๆ ชนิดจะอ่อนตัวลง คือความแข็งลดลงเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ถ้าความแข็งของสารใบมีดตัดลดลงจนมีค่าสูงกว่าสารชิ้นงานเพียงเล็กน้อย ใบมีดก็จะสึกหรออย่างรวดเร็ว หรือไม่ก็แตกลงไปเลย

2.1.3.3 ต้านทานการสึกหรอได้ดี (High wear resistance) ที่ผิวหน้ามีดจะมีการเสียดสีระหว่างใบมีดตัดกับเนื้อฝอย และผิวหลังมีดใกล้บริเวณคมตัดจะมีการเสียดสีระหว่างมีดกับเนื้อชิ้นงานที่เพิ่งถูกตัด จะทำให้สารใบมีดเกิดการสึกหรอเร็ว

2.1.3.4 มีความแข็งแรงสูง (High strength) ควรจะมีการต้านแรงดึงสูงและมีความต้านการกดสูงด้วย เพื่อให้ทนทานไม่แตกหักง่าย

2.1.3.5 ไม่เปราะ กระเทาะหรือร้าวง่ายเมื่อถูกกระทบกระแทกทั้งนี้เพราะสารที่มีความแข็งสูงมักจะเปราะ

2.1.3.6 ไม่ไวต่อการประลัยโดยความล้า (Fatique resistance) คือ แตกหักหรือประลัยโดยการล้าได้ยาก

2.1.3.7 ไม่ไวต่อปฏิกิริยาเคมี ไม่ทำปฏิกิริยาเคมีกับสารชิ้นงาน ซึ่งจะทำให้สึกหรออย่างรวดเร็ว ไม่ทำปฏิกิริยาเคมีกับอากาศจนเป็นสนิมได้ง่าย ไม่ทำปฏิกิริยาเคมีกับสารหล่อเย็นอย่างรวดเร็วจนอาจจะทำให้เกิดการสึกกร่อนอย่างรวดเร็ว

2.1.3.8 ขึ้นรูปง่าย วัสดุใบมีดที่แข็งมากจะยากต่อการหลอม ยากต่อการตัดเจียระไน หรือการอัดหลอมขึ้นรูปเพื่อทำให้มีรูปร่างขนาดตรงตามความต้องการ

2.1.3.9 ราคาถูก เพื่อให้สามารถนำมาผลิตเป็นใบมีด และจำหน่ายให้ได้รับความนิยมในตลาด

2.1.3.10 หาซื้อได้ง่าย เพื่อความสะดวกในการจัดซื้อมาใช้ ไม่มีการขาดแคลน การรู้จักเลือกใช้ใบมีดให้เหมาะสมกับงานและสภาวะการตัดจะช่วยในการประหยัดค่าใช้จ่ายและเวลาได้

### 2.1.4 ชนิดของวัสดุใบมีด

ชนิดของวัสดุ ที่รู้จักกันอยู่ในปัจจุบันมีอยู่หลายชนิด เช่น

2.1.4.1 เหล็กกล้าไฮคาร์บอน (High Carbon Steels, HCS)

2.1.4.2 เหล็กกล้าไฮสปีด (High Speed Steels, HSS)

2.1.4.3 โลหะผสมนอกกลุ่มเหล็ก (Cast Nonferrous Alloys, CNA)

2.1.4.4 คาร์ไบด์ (Carbides, C)

2.1.4.5 เซอร์เมท (Cermets, CT)

2.1.4.6 เซรามิก (Ceramics, CC)

2.1.4.7 เพชร (Diamond, D)

2.1.4.8 คิวบิก โบรอน ไนไตรด์ หรือซีบีเอ็น (Cubic Boron Nitride, CBN)

2.1.4.9 โคโรไนท์ (Coronite, CR) หรือ เหล็กกล้าไฮสปีดเคลือบผิว

2.1.4.10 เหล็กกล้าไฮสปีดที่อัดหลอมขึ้นมาจากผงโลหะ (Sintered High Speed Steels, SHSS)

### 2.1.5 ใบมีดคาร์ไบด์ (Carbide, C)

คาร์ไบด์เป็นสารประกอบระหว่างโลหะกับคาร์บอนบางครั้งเรียกว่าโลหะแข็งใช้สัญลักษณ์ทางการผลิตว่า C มีลักษณะเป็นผงหรือเกล็ดเล็ก ๆ คล้ายเม็ดทรายละเอียด มีความแข็งสูง ในปี พ.ศ.2466 มีผู้ค้นพบวิธีทำให้คาร์บอนเป็นก้อนโดยเอาผงทังสเตนคาร์ไบด์และผงโคบอลต์ผสมกันอัดขึ้นรูปแล้วเผาให้ร้อนจนหลอมเป็นก้อน ต่อมามีการนำเอาคาร์ไบด์ชนิดอื่น เช่น Titanium Carbide, Tantalum Carbide, Zirconium Carbide, Chromium Carbide และ Columbium Carbide มาเป็นสารเจือเพื่อป้องกันไม่ให้คาร์ไบด์รวมตัวกันเป็นผลึกใหญ่ เพราะผลึกขนาดใหญ่จะเปราะและแตกง่าย ในปัจจุบันยังมีการนำเอาวัสดุที่มีความแข็งสูงกว่ามาเคลือบบนพื้นผิวมีดเพื่อเพิ่มความต้านทานการสึกหรอและลดแรงเสียดทาน

2.1.5.1 องค์ประกอบของใบมีดคาร์ไบด์

ก. ทังสเตนคาร์ไบด์ (Tungsten carbide, WC) มีความแข็งสูง แต่ค่อนข้างเปราะและเมื่อมีอุณหภูมิสูงผงทังสเตนคาร์ไบด์มักจะจับรวมตัวกัน เกิดเป็นผลึกขนาดใหญ่ที่เปราะและแตกง่าย

ข. คาร์ไบด์อื่น ๆ เช่น คาร์ไบด์ของ Co, Ti, Ta, Zi, Cr และ Cb ทำหน้าที่คอยป้องไม่ให้ผลึกของ WC รวมตัวกันมีขนาดใหญ่ขึ้น

ค. วัสดุยึดเป็นโลหะโดยทั่วไปแล้วก็คือโคบอลต์และอาจจะมีนิกเกิล โมลิบดีนัมและโครเมี่ยมผสมลงไปด้วยเพื่อทำหน้าที่ยึดเม็ดคาร์ไบด์ให้รวมกันเป็นก้อน

ง. วัสดุเคลือบผิวในปัจจุบันมีการนำเอาวัสดุที่มีความแข็งสูงเช่น เพชรคาร์ไบด์ไนไตรด์มาเคลือบผิวใบมีด โดยใช้วิธีเคลือบด้วยสารเคลือบในสูญญากาศ ผิวที่แข็งช่วยให้ใบมีดสึกหรอช้าลง ผิวที่เคลือบอาจจะมีหลายชั้นก็ได้

2.1.5.2 การแบ่งประเภทของใบมีดคาร์ไบด์ตามวัสดุยึด

วัสดุยึดเป็นโลหะที่มีสมบัติเกาะติดและจับยึดเม็ดสารขัดได้ดี วัสดุยึดจะมีอุณหภูมิหลอมเหลวพอเหมาะ ไม่สูงหรือต่ำเกินไป สามาร ถแบ่งได้ดังนี้

ก. ใช้โคบอลต์เป็นวัสดุยึด ซึ่งเนื้อของคาร์ไบด์จะเป็นทังสเตนคาร์ไบด์ทั้งหมดหรือเกือบทั้งหมด เหมือนกับใบมีดคาร์ไบด์รุ่นแรก ๆ ที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ต่อมามีการนำเอา Tantalum มาผสมเจือปนเล็กน้อยเพื่อเพิ่มความต้านทานการสึกหรอและเป็นการเพิ่มความแข็งแรง

ข. ใช้โคบอลต์เป็นวัสดุยึดและมีคาร์ไบด์หลายชนิด คือ WC, TiC, TaC และอาจจะมี NbC ด้วย โดยที่ WC-TiC-TaC-NbC รวมกันเป็นสารละลายแข็งซึ่งเป็นการพัฒนาในสมัยต่อ ๆ มา

ค. ใช้นิกเกิล หรือโมลิบดีนัมเป็นวัสดุยึด ซึ่งจะให้ความแข็งแรงสูง

2.1.5.3 การแบ่งใบมีดคาร์ไบด์ประเภทตามระบบ JIC

ระบบ Joint Industry Conference (JIC) ของสหรัฐอเมริกา บางครั้งเรียกระบบอย่างไม่เป็นทางการ แบ่งใบมีดคาร์ไบด์ออกเป็น 8 เกรดหลัก โดยจำแนกเป็น 2 ประเภทใหญ่ คือ

ก. ใบมีดเกรด C-1 ถึง C-4 ประกอบด้วยส่วนผสมเพียง 2 ส่วน คือ WC และ Co ใบมีดเหล่านี้มีลักษณะเด่นคือ มีความแข็งแรงสูงยิ่งและทนทานต่อการสึกหรอได้ดีเยี่ยมเหมาะสำหรับตัดชิ้นงานที่ฝอยไม่ต่อเนื่อง เช่น เหล็กหล่อ มีแนวทางการใช้งาน มีดังนี้

C-1 Roughing ใช้งานหยาบที่ต้องการเน้นความรวดเร็วไม่เน้นความละเอียด

C-2 General purpose ใช้ในงานทั่วไป

C-3 Finishing ใช้ในงานละเอียด งานขั้นสุดท้ายที่ต้องการความแม่นยำ

C-4 Precision Finishing ใช้ในงานละเอียดมาก

ข. ใบมีดเกรด C-5 ถึง C-8 ใช้คาร์ไบด์หลายชนิดผสมกัน ถ้าฝอยโลหะมีลักษณะเป็นเส้นยาว เช่น เมื่อชิ้นงานเป็นเหล็กกล้า ใบมีดคาร์ไบด์จะสึกเป็นหลุมบนผิวหน้ามีดเพื่อลดความเร็วในการเกิดหลุมจำเป็นต้องใช้คาร์ไบด์หลาย ๆ ชนิดผสมกัน คือ WC, TiC, TaC และอื่น ๆ โดยใช้ Co เป็นสารยึด มีแนวทางการใช้งานดังนี้

C-5 Roughing ใช้งานหยาบที่ต้องการเน้นความรวดเร็วไม่เน้นความละเอียด

C-6 General purpose ใช้ในงานทั่วไป

C-7 Finishing ใช้ในงานละเอียด งานขั้นสุดท้ายที่ต้องการความแม่นยำ

C-8 Precision Finishing ใช้ในงานละเอียดมาก

ต่อมาได้มีการเพิ่มเกรดอีก เช่น C-50 ดัดแปลงมาจาก C-5 และ C-70 ดัดแปลงมาจาก C-7 เป็นต้น และยังมีเกรดอื่น ๆ อีก เพิ่มเติมมาใช้งานอีกมากมาย

2.1.5.4 การแบ่งประเภทของใบมีดคาร์ไบด์ตามระบบ ISO

ปัจจุบันการแบ่งประเภทคาร์ไบด์ตามระบบ ISO ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายและมีจำหน่ายทั่วไปในท้องตลาดก็มีการจัดประเภทตามแบบ ISO ซึ่งเดิมครอบคลุมเฉพาะใบมีดคาร์ไบด์แต่ผู้ผลิตใบมีดได้นำวิธีการของตามระบบ ISO ไปอนุโลมใช้กับใบมีดที่ทำจากสารอื่น ๆ ที่มีคุณสมบัติคล้ายกับคาร์ไบด์ เช่น เซอร์เมท เพชร ซีบีเอ็น และโคโรไนท์ ในระบบ ISO วัสดุมีดจะถูกแบ่งตามลักษณะการใช้งานเป็นหลัก ทั้งนี้เป็นการแบ่งโดยไม่ได้คำนึงส่วนผสมหรือโครงสร้างใบมีด แต่อาจจะใช้รหัสบอกลักษณะ รูปร่าง การเคลือบผิว เพิ่มเติมไว้ด้วย ใบมีดที่ใช้ส่วนมากเป็นใบมีดอินเสอร์ท (Insert tool) คือใบมีดที่มีลักษณะเป็นแผ่นแบนมักจะเป็นรูปสามเหลี่ยมหรือ สี่-เหลี่ยม และอาจจะถูกตรึงโดยมีเขี้ยวของด้ามหนีบเอาไว้ หรือมีรูตรงกลางเพื่อใช้ในการจับยึดตัวใบมีดติดกับด้ามมีด จะถูกแบ่งออกเป็นเกรดดังนี้

ก. เกรด P เป็นใบมีดที่ใช้ตัดชิ้นงานที่เป็นงานชนิดวัสดุเหนียว ไม่เปราะ ฝอยที่เกิดขึ้นมีลักษณะเป็นเส้นยาว มีตัวเลขตามหลังอักษร P ตัวเลขนี้จะบอกค่าความหยาบ หรือสภาวะความรุนแรงในการใช้งาน ค่าตัวเลขอาจจะมีตั้งแต่ 01 ถึง 50 เช่น P01 - P10 ใช้ในงานละเอียด P20 ใช้ในงานปานกลางทั่ว ๆ ไป P30 ใช้ในงานค่อนข้างหยาบ P40 ใช้ในงานหยาบ P50 ใช้ในงานหยาบมาก

ใบมีดเกรด P นิยมใช้ตัดเหล็กกล้าชนิดต่าง ๆ ครอบคลุมเหล็กหล่อ เหล็กกล้าเสตนแลสและเหล็กหล่อชนิดอ่อน

ข. เกรด M เป็นใบมีดที่ใช้ตัดวัสดุชิ้นงานที่ตัดยากกว่าเกรด P มีตัวเลขตามหลังอักษร M ตัวเลขนี้จะบอกความหยาบ หรือสภาวะความรุนแรงในการใช้งาน เช่น M10 ใช้ในงานหยาบ M20 ใช้ในงานปานกลางทั่ว ๆ ไป M30 ใช้ในงานค่อนข้างหยาบ M40 ใช้ในงานหยาบ

ใบมีดเกรด M นิยมใช้ตัดวัสดุชิ้นงานเหล็กเสตนแลสชนิดออสเทไนท์ โลหะอัลลอยชนิดทนอุณหภูมิสูง เหล็กกล้าแมงกานีส เหล็กหล่อชนิดแข็ง

ค. เกรด K เป็นใบมีดที่ใช้ในการตัดชิ้นงานที่เป็นวัสดุแข็ง และเปราะ ฝอยที่เกิดขึ้นมีลักษณะเป็นผง หรือท่อนสั้น ๆ มีตัวเลขตามหลังตัวอักษร K ตัวเลขนี้จะบอกความหยาบหรือสภาวะความรุนแรงในการใช้งาน เช่น K10 ใช้ในงานละเอียด K20 ใช้ในงานปานกลางทั่ว ๆ ไป K30 ใช้ในงานค่อนข้างหยาบ K40 ใช้ในงานหยาบ

ใบมีดเกรด K นิยมใช้ในการตัดเหล็กหล่อทั่ว ๆ ไปและวัสดุนอกกลุ่มเหล็ก เช่น อลูมิเนียม บรอนซ์ พลาสติก หินอ่อน หินแกรนิต เซรามิกและวัสดุผสม

เป็นที่น่าสังเกตว่า บริษทผู้ผลิตใบมีด เช่น Sandvik Coromant, Seco Tools จะมีระบบระบุใบมีดเป็นของตนเอง แต่จะบอกค่า ISO เทียบค่าไว้ด้วย

### 2.1.6 **เซรามิก** (Ceramics, CC)

เซรามิกที่ใช้ทำใบมีดในสมัยเริ่มแรก จะเป็นอลูมิเนียมออกไซด์ $Al_2O_3$ เริ่มนำมาใช้ในอุตสาหกรรมประมาณปี พ.ศ. 2440 คือพร้อมๆ กับเหล็กกล้าไฮสปีด แต่ในยุคแรกๆ ไม่ได้รับการนำไปใช้งานมากนักเนื่องจากเปราะและแตกหักง่ายมาก ปัจจุบันนี้มีการนำไปมีดเซรามิกมาใช้งานบ้าง แต่ก็ยังไม่สู้จะแพร่หลาย และใช้เฉพาะในการตัดชิ้นงานเหล็กหล่อ เหล็กชนิดแข็ง และโลหะอัลลอยที่ทนความร้อนสูง ซึ่งเป็นวัสดุที่ตัดยากเท่านั้น สมบัติที่เด่นของใบมีดเซรามิก ก็คือมีความแข็งสูงคงความแข็งไว้ได้ดีที่อุณหภูมิสูงไม่ทำปฏิกิริยาเคมีกับวัสดุชิ้นงานส่วนมาก ยกเว้นเซรามิกบางชนิด

กับเหล็กกล้าบางชนิดสามารถตัดโดยใช้ความเร็วสูงมาก โดยที่ใบมีดใช้งานได้ทนทานในสภาวะการตัดที่เหมาะสม ใบมีดเซรามิกจะตัดวัสดุออกไปได้อย่างรวดเร็ว

สมบัติอื่นๆ ที่น่าสนใจของเซรามิก ได้แก่ ความหนาแน่นน้อยเมื่อเทียบกับโลหะ คือประมาณ 1/3 ของโลหะ มีความต้านทานการดึงต่ำมากคือเป็นวัสดุเปราะที่ทนความเค้นของแรงดึงได้ไม่ดี โมดูลัสของเซรามิกบริสุทธิ์จะสูง คือมีความยืดสูงกว่าเหล็กกล้า 2 เท่า หมายความว่าเมื่อมีความเค้นมากระทำขนาดเท่าๆ กัน เซรามิกจะยืดหรือหดตัวน้อยกว่าเหล็กกล้า และมีค่าความนำความร้อนต่ำกว่าเหล็กกล้ามาก คือ มีความเป็นฉนวนความร้อนดีกว่าเหล็กกล้า

2.1.6.1 ประเภทของเซรามิกที่ใช้ทำใบมีด

เซรามิกแบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

ก. เซรามิกที่มีอะลูมิเนียมออกไซด์เป็นหลัก ($Al_2O_3$ based ceramics) หรือ ชนิด A ยังแบ่งเป็นชนิดย่อยๆ 3 ชนิด กล่าวคือ

(1) เซรามิกชนิดบริสุทธิ์ หรือชนิด A1 เป็นเซรามิกรุ่นดั้งเดิม ใช้อะลูมิเนียมออกไซด์เพียงอย่างเดียว ไม่มีเซรามิกอย่างอื่นเจือปน มีความแข็งแรงต่ำ ความเหนียวน้อยหรือเปราะมาก มีค่าการนำความร้อนต่ำ ซึ่งทำให้ใบมีดแตกหักง่าย ไม่ทนทานต่องานตัดวัสดุ ต่อมามีผู้พบว่าถ้าเติมเซอร์โคเนียมออกไซด์ลงเพียงเล็กน้อย ก็จะเพิ่มพูนคุณสมบัติของเซรามิกให้ดีขึ้น คือเหนียวขึ้น นอกจากนี้เป็นที่น่าสังเกตว่าหากมีช่องว่างหรือโพรงอากาศในเนื้อเซรามิก ใบมีดจะกระเทาะและแตกหักเร็วขึ้นกว่าปกติ ใบมีดเซรามิกนี้เป็นชนิดดั้งเดิมที่มีใช้น้อยลง และถูกแทนที่โดยใบมีดเซรามิกชนิดอื่นๆ ที่ทันสมัยกว่า

(2) เซรามิกชนิดผสม หรือชนิด A2 ใช้อะลูมิเนียมออกไซด์เป็นส่วนใหญ่ แต่มีเซรามิกอย่างอื่น คือ ไทเทเนียมคาร์ไบด์ (TiC) และไทเทเนียมไนไตรด์ (TiN) เจือปนลงไป 20 – 40 % เซรามิก ชนิดผสมที่มีอะลูมิเนียมออกไซด์เป็นส่วนผสมหลักนี้ มีความแข็งแรงสูง ความเหนียวสูง และทีค่าการนำความร้อนสูงกว่าเซรามิกที่เป็นอะลูมิเนียมออกไซด์บริสุทธิ์ ซึ่งทำให้ใบมีดมีดทนทานขึ้น ใบมีดเซรามิกชนิดนี้เป็นชนิดที่นิยมใช้กันมาก

(3) เซรามิกชนิดเสริมแรง หรือชนิด A3 ใช้ $Al_2O_3$ เป็นหลัก และใช้เส้นใยซิลิ-กอนคาร์ไบด์ผสมลงไปด้วยประมาณ 30% เส้นใยนี้เป็นผลึกเดี่ยวซึ่งมีความยาวกว่า 0.020 mm และเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 0.001 mm เส้นใยจะทำให้เกิดโครงสร้างเสริมแรง (re-inforced structure) ซึ่งส่งผลให้เพิ่มความแข็งแรง เพิ่มความเหนียว และเพิ่มความต้านการใช้งานได้ดีใน

การตัดชิ้นงานได้ดีในการตัดชิ้นงานที่ดัดยาก เช่น ชิ้นงานโลหะอัลลอยที่ทนอุณหภูมิสูง เหล็กล้าชุบแข็งและเหล็กหล่อในมีดเซรามิกที่กำลังพัฒนา และคาดว่าจะเป็นที่นิยมใช้มากในอนาคต

ข. เซรามิกที่มีซิลิกอนไนไตร์ดเป็นหลัก ($Si_3N_4$ based ceramics) หรือ ชนิด B เซรามิก ชนิด B นี้ จะมีคุณสมบัติเยี่ยมในการคงความแข็งที่อุณหภูมิ คือดีกว่า เซรามิกชนิด A แต่จะมีปัญหาที่ว่าเซรามิกชนิด B อาจจะทำปฏิกิริยาเคมีกับชิ้นงานเหล็กกล้า เซรามิกชนิดที่มีซิลิกอนไนไตร์ดเป็นหลักนี้ เหมาะกับการตัดเหล็กหล่อเทา (Grey cast iron) เพราะสามารถตัดด้วยความเร็วสูง คือ สูงถึง 450 m/min

ใบมีดเซรามิก ไม่นิยมใช้ตัดชิ้นงานเหล็กกล้าธรรมดาทั่วๆ ไป เพราะเซรามิกบางชนิดทำปฏิกิริยาเคมีกับเหล็กกล้า เป็นผลให้สึกหรอเร็ว ดังนั้นในการกลึงเหล็กกล้าจึงนิยมใช้ใบมีดคาร์-ไบด์ชนิดเคลือบผิวเป็นส่วนใหญ่ อย่างไรก็ตามบางครั้งถ้ามีการเลือกสภาวะการตัดได้เหมาะสม ใบมีดเซรามิกก็สามารถใช้ตัดวัสดุชิ้นงานโลหะในกลุ่มบางชนิดได้ เช่น เหล็กหล่อ หรือเหล็กอัล-ลอย ดังสรุปไว้ในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แนวทางการเลือกใช้ใบมีดเซรามิกตัดโลหะในกลุ่มเหล็ก

| วัสดุชิ้นงาน | ชนิดของใบมีดเซรามิก | | | |
|---|---|---|---|---|
| | A1 | A2 | A3 | A4 |
| | $I_2O_3$+$ZrO_3$ | $Al_2O_3$+TiC+TiN | $Al_2O_3$ + SiC | $Si_3N_4$ |
| เหล็กหล่อทั่วไป | ใช้ได้ | ใช้ได้ | ไม่ควรใช้ | ใช้ได้ |
| เหล็กหล่อชนิดแข็ง | ไม่ควรใช้ | ใช้ได้ | ใช้ได้ | ไม่ควรใช้ |
| โลหะอัลลอยทนอุณหภูมิสูง | ไม่ควรใช้ | ใช้ได้ | ใช้ได้ | ไม่ควรใช้ |
| เหล็กกล้าชุบแข็ง | ไม่ควรใช้ | ใช้ได้ | ใช้ได้ | ไม่ควรใช้ |
| เหล็กกล้าทั่วๆ ไป | ไม่ควรใช้ | ไม่ควรใช้ | ไม่ควรใช้ | ไม่ควรใช้ |

ที่มา : ศุภโชค วิริยโกศล (2543 : 160)

### 2.1.7 **อายุการใช้งานใบมีดตัด**

ในการตัดวัสดุเพื่อให้การวางแผนการผลิตเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ผู้วางแผนงานจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องรู้ว่า มีดที่นำมาใช้งานจะมีอายุการใช้งานได้อย่างมากเท่าไร เช่น ใช้ตัดชิ้นงานได้กี่นาทีหรือใช้ตัดงานได้กี่ชิ้น ก่อนจะหมดสภาพการใช้งานโดยการแตกหัก กะเทาะ ร้าว หรือสึกหรอ

เกินขนาดที่ยอมรับได้ เพื่อที่จะได้วางแผนการเปลี่ยนใบมีดทั้งใบ หรือเปลี่ยนเฉพาะคมมีดบางคม ในบางกรณีที่ใบมีดมีหลายคมและถอดเปลี่ยนได้ อายุการใช้งานของใบมีดตัดขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น ลักษณะของการหมดอายุ ความง่ายในการตัดวัสดุชิ้นงานและตัวแปรที่เกี่ยวกับสภาวะการตัด เช่น ความเร็วในการตัด อัตราป้อน ความลึกในการตัด ชนิดน้ำหล่อเย็นและอัตราการฉีดน้ำหล่อเย็น เป็นต้น (ศุภโชค,2543) ได้แสดงรายละเอียดเกี่ยวกับใบมีดไว้หลายประการ ซึ่งบางประการจะหยิบยกมาอธิบายต่อไป

2.1.7.1 หน่วยวัดอายุคมมีด (Unit of tool life) หน่วยที่นำมาใช้วัดหรือบ่งชี้อายุคมมีดมีอยู่มากมาย ดังนี้

ก. เวลาในการตัดจริงจนคมมีดหมดสภาพการใช้งาน หมายถึงเวลาที่คมมีดผ่านลงบนชิ้นงานจริง ๆ นิยมใช้หน่วยเป็นนาที การระบุโดยเวลาตัดจริงเป็นวิธีที่นิยมใช้กันทั่วๆ ไปใช้กับกรรมวิธีการผลิตที่คมมีดสัมผัสกับชิ้นงานอย่างต่อเนื่องระยะเวลาในการตัดเช่น การกลึง การไส การเจาะด้วยดอกสว่าน

ข. เวลาทั้งหมดในการตัดจนใบมีดหมดสภาพการใช้งาน หมายถึงเวลาทั้งหมดที่ใช้เครื่องจักรกล ไม่ว่าจะเป็นเวลาที่คมมีดตัดชิ้นงานหรือไม่ก็ตาม นิยมใช้กับกรรมวิธีการที่คมตัดสัมผัสกับชิ้นงานอย่างไม่ต่อเนื่องระหว่างการตัด เช่น การกัด ซึ่งการหาเวลาในการกัดจริงทำได้ยาก

ค. ความยาวชิ้นงานที่ถูกตัดออกตั้งแต่เริ่มตัดจนหมดอายุ นิยมวัดเป็นหน่วยเมตรหรือฟุต ตามแต่ผู้ใช้นิยม เป็นวิธีการที่เข้าใจง่ายในการใช้งานในอุตสาหกรรม และเหมาะกับกรณีการตัดวัสดุด้วยความเร็วสูง ที่เวลาของอายุคมมีดอาจจะสั้น เช่นหมดอายุภายในเวลาไม่เกิน 1 นาทีแต่ก็สามารถผลิตชิ้นงานได้เป็นจำนวนมากมาย เนื่องจากผลิตด้วยความเร็วและอัตราป้อนสูงมาก

ง. ปริมาตรของชิ้นงานที่ถูกตัดออกไปตั้งแต่เริ่มตัดจนคมมีดหมดอายุ วัดเป็นลูกบาศก์มิลลิเมตร ลูกบาศก์นิ้วหรือแล้วแต่ผู้ใช้งานต้องการ เป็นอีกหนึ่งวิธีที่เข้าใจง่ายในการใช้งานในอุตสาหกรรม

จ. จำนวนชิ้นงานที่ผลิตได้ก่อนที่คมมีดจะหมดอายุ เป็นวิธีที่สะดวกและเข้าใจง่ายในการวางแผนและควบคุมการผลิตในโรงงาน และง่ายต่อการติดตั้งอุปกรณ์นับจำนวนชิ้นส่วนที่ผลิตได้

2.1.7.2 เกณฑ์ตัดสินว่าคมมีดหมดอายุ (Tool life criterion)

โดยทั่วไป หลักใหญ่ในการตัดสินว่าคมมีดหมดอายุแล้ว คือ การที่คมมีดไม่สามารถตัดชิ้นงานให้เป็นชิ้นส่วนที่มีคุณภาพตรงตามความต้องการ ซึ่งอาจจะหมายความอย่างใดอย่างหนึ่งดังต่อไปนี้

ก. คมมีดแตกหักโดยสิ้นเชิง (Total failure) ใช้งานต่อไปไม่ได้ และอาจจะทำให้เป็นอันตราย

ข. คมมีดเกิดการร้าว (Cracking) หรือการกระเทาะ (Chipping) ใกล้จะแตกหัก ต้องเลิกใช้งานก่อนจะแตกหักจริงจนเป็นอันตราย

ค. คมมีดสึกหรอมากหมดสภาพการใช้งาน หรือใกล้จะแตกหักแล้ว การวัดค่า “ขนาดความสึกหรอ” เป็นเรื่องยุ่งยาก เพราะใบมีดมีลักษณะการสึกหรอมากมายหลายรูปแบบ จำเป็นต้องเลือกวิธีการวัดอย่างใดอย่างหนึ่งโดยมีวิธีที่ชัดเจนสามารถทำซ้ำหรือตรวจสอบได้

ง. รอยแถบลึก ที่ผิวด้านหลังมีดหรือผิวหลบของคมมีด มีขนาดสูงเกินค่าที่ยอมรับได้ ถ้าขืนใช้คมตัดต่อไป จะเสี่ยงต่อการที่คมมีดแตกหัก

จ. ความลึกของหลุมรอยสึกหรือความกว้างของหลุม ที่ผิวหน้ามีดมีขนาดสูงเกินกว่าค่าที่ยอมรับได้ถ้าใช้คมมีดตัดต่อไปก็เสี่ยงต่อการแตกหักของคมมีด

ฉ. ปริมาตรหรือน้ำหนักของรอยสึก มีค่าสูงเกินกว่าค่าที่ยอมรับได้

ช. ชิ้นส่วนที่ผลิตออกมาแล้ว มีขนาดผิดไปจากค่าที่กำหนด เกินกว่าที่จะยอมรับได้

ซ. ชิ้นส่วนที่ผลิตออกมาแล้วมีค่าความขรุขระของพื้นผิวเกินกว่าค่าที่ยอมรับได้

นอกจากเกณฑ์ที่กล่าวมาแล้ว ผู้ผลิตอาจจะเลือกใช้เกณฑ์ที่เห็นว่าเหมาะสม ซึ่งเกณฑ์ต่าง ๆ เหล่านี้ไม่สามารถที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างเกณฑ์ต่าง ๆ ในการใช้งานจริงการเลือกใช้ควรระบุให้ชัดเจนว่าใช้เกณฑ์ใดเพื่อสามารถที่จะตรวจสอบได้ ในบางกรณี ผู้ตัดวัสดุอาจจะใช้คมมีดจนกระทั่งคมมีดเกิดการแตกหักไปจริง ๆ เช่น ในงานตัดหยาบที่ต้องการความรวดเร็ว แต่ไม่ต้องการความแม่นยำมากนัก หรือในงานที่ใช้คมมีดทำจากเหล็กกล้าไฮสปีด ซึ่งมักจะมีเสียงดังจากการเสียดสีระหว่างผิวชิ้นงานกับผิวหลังคมมีด ส่วนกรณีที่ต้องการความละเอียดของพื้นผิวหรือต้องการขนาดชิ้นส่วนที่แม่นยำ ผู้ตัดวัสดุจะใช้คมมีดไปจนคมมีดสึกหรอ ซึ่งทำให้ขนาดเกิดความคลาดเคลื่อนไปจากขนาดที่ต้องการ และมีการกำหนดค่าสูงสุดของการสึกหรอที่ยอมรับได้ เมื่อค่าความสึกหรอมีขนาดสูงเกินขนาดที่ยอมรับได้ ก็ถือว่าคมมีดหมดอายุต้องเปลี่ยนคมมีดหรือนำคมมีดไปลับใหม่ โดยทั่วไปไม่นิยมให้คมมีดแตกหักจริง ๆ เพราะอาจจะทำให้ชิ้นงานเกิดการ

เสียหายหรือเกิดอุบัติเหตุได้ จึงต้องมีการวัดค่าความสึกหรอหลังการตัดและเปลี่ยนคมมีดที่สึกหรอเกินค่าที่ยอมรับได้ โดยไม่ต้องรอให้เกิดการแตกหัก

2.1.7.3 อิทธิพลของตัวแปรต่าง ๆ ต่ออายุคมมีด

ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่ออายุคมมีดตัด มีหลายตัวแปร แต่อาจจะแบ่งพิจารณาเป็นประเภทต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ก. ตัวแปรต่อสภาวะการตัด เป็นตัวแปรที่มักจะใช้ควบคุมใน กรรมวิธีการผลิต และจำเป็นที่ต้องเลือกค่าที่เหมาะสม เช่น ความเร็วในการตัด อัตราป้อนชิ้นงานและความลึกในการตัด

ข. ลักษณะทางเรขาคณิตของคมมีด ได้แก่ขนาดระยะทางเส้นตรงและมุมต่าง ๆ ของใบมีด โดยทั่ว ๆ ไปเป็นที่เข้าใจกันว่าภายใต้ส่วนผสมหนึ่งของ สารใบมีดสารชิ้นงาน สารหล่อเย็น จะมีค่าที่เหมาะสมที่สุดของมุมมีดแต่ละมุม รวมทั้งค่าของรัศมีจมูกมีดดังตัวอย่างในกรณีของมีดกลึง แต่เป็นการยากที่จะทราบว่าค่าที่เหมาะสมที่สุดมีค่าเท่าใดแน่ โดยปกติผู้ตัดวัสดุมักจะถือเอาหรือสมมุติเอาว่ามุมต่าง ๆ ของใบมีดที่ผู้ผลิตใบมีดแนะนำให้เลือกมาใช้งาน จะเท่ากับหรือใกล้เคียงกับค่าที่ดีที่สุด แต่ทั้งนี้อาจจะจริงหรือไม่จริงก็ได้

ค. วัสดุใบมีด วัสดุที่มีความแข็งกว่าจะเข้าสึกหรอช้ากว่า ดังนั้นวัสดุใบมีดที่แข็งกว่ามักจะมีอายุการใช้งานนานกว่าวัสดุใบมีดที่อ่อนกว่า แต่ต้องมีการไม่เกิดการกระเทาะ แตกหักหรือร้าว

ง. วัสดุชิ้นงาน วัสดุชิ้นงานที่มีความแข็งโดยเฉลี่ยสูง จะทำให้ใบมีดสึกหรอเร็วและอายุการใช้งานคมมีดสั้น ยกเว้นกรณีที่สารชิ้นงานที่มีเนื้อแข็งมากหรืออ่อนมากปนกันอยู่

จ. น้ำยาหล่อเย็น โดยทั่ว ๆ ไปการใช้น้ำยาหล่อเย็นฉีดไปยังบริเวณคมมีดจะช่วยลดอุณหภูมิของคมมีดทั้งผิวหน้ามีดและหลังมีด การลดอุณหภูมิจะทำให้อัตราการสึกหรอของคมมีดลดลง

ฉ. ความสามารถของเครื่องจักรในการควบคุมอัตราป้อน ในกรณีเครื่องจักรธรรมดา การควบคุมอัตราป้อนระหว่างการกดคมมีดเข้าสู่เนื้อชิ้นงานและการถอนคมมีดออกจากเนื้องานเป็นการควบคุมด้วยมือซึ่งทำได้ยาก ในกรณีเครื่องจักร CNC การควบคุมอัตราการป้อนทำได้ง่ายกว่าและลดการแตกหักได้น้อยกว่า

## 2.2 ความขรุขระของพื้นผิว

### 2.2.1 ประเภทของการตัด

การตัดวัสดุ ถ้าหากมองในแง่ของความประณีต ความละเอียดแม่นยำหรือความราบเรียบของพื้นผิวสำเร็จ (Surface finish) นั่นคือพื้นผิวที่ได้จากกรรมวิธีการผลิตจำแนกตามความราบเรียบของพื้นผิวสำเร็จ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท (ศุภโชค,2543)

2.2.1.1 การตัดหยาบ (Rough cutting) หมายถึง การตัดงานที่ต้องการให้งานเสร็จอย่างรวดเร็ว แต่ไม่เน้นเรื่องการทำให้ค่าความขรุขระต่ำ ไม่เน้นความแม่นยำหรือความละเอียดของพื้นผิวสำเร็จของชิ้นงาน งานส่วนมากในการตัดโดยใช้ใบมีดตัดมักจะเป็นการตัดหยาบ ใช้ความเร็วในการตัดค่อนข้างสูง อัตราป้อนสูง และความลึกในการตัดสูง เป็นผลให้ใช้แรงตัดสูง ใช้กำลังในการตัดสูง และอาจจะต้องฉีดน้ำยาหล่อเย็นที่มีสมบัติของการหล่อลื่นหรือการลดแรงตัดได้ดี ทั้งนี้เพราะต้องการให้งานเสร็จเร็ว หลังจากงานตัดหยาบแล้ว อาจจะต้องมีการตัดละเอียด หรือการเจียระไน อีกครั้งหนึ่ง

2.2.1.2 การตัดปานกลาง (Medium cutting) เป็นการตัดที่ประนีประนอมระหว่างการตัดหยาบและการตัดละเอียด คือ ต้องการให้งานเสร็จเร็ว โดยที่ต้องการให้พื้นผิวขรุขระน้อยด้วย ซึ่งอาจจะทำได้ในบางกรณี โดยการเลือกค่าความเร็วในการตัด อัตราป้อน และความลึกของการตัดที่เหมาะสม

2.2.1.3 การตัดละเอียด (Fine cutting) หมายถึงการตัดที่ต้องการให้ค่าความขรุขระที่ต่ำเน้นความแม่นยำหรือความละเอียดของพื้นผิวสำเร็จของชิ้นงาน ไม่เน้นให้งานเสร็จอย่างรวดเร็ว แต่ถ้าเสร็จรวดเร็วก็เป็นการดี งานในลักษณะนี้เกิดขึ้นเป็นงานในขั้นตอนต่อเนื่องจากการตัดหยาบหรือเป็นการตัดครั้งสุดท้าย ใช้ความเร็วในการตัดสูงหรือต่ำก็ได้แล้วแต่ความเหมาะสม อัตราป้อนต่ำและความลึกในการตัด

2.2.1.4 การตัดละเอียดยิ่ง (Ultra - fine machining) ในการตัดชิ้นงานบางอย่าง เช่น การกลึงเลนส์ การกลึงอะลูมิเนียมให้พื้นผิวสำเร็จเป็นมันวาวคล้ายกระจก ค่าความขรุขระจะน้อยมากเป็นพิเศษ

การจำแนกประเภทของการตัด อาจจะจำแนกโดยค่าความขรุขระของพื้นผิวสำเร็จ ดังนี้

การตัดหยาบ $R_a$ ตั้งแต่ 10 $\mu$m หรือ 0.010 mm ขึ้นไป

การตัดปานกลาง $R_a$ ระหว่าง1 – 10 $\mu$m หรือ 0.001 – 0.010 mm

การตัดละเอียด $R_a$ ระหว่าง0.1 – 1 $\mu$m หรือ 0.0001 – 0.001 mm

การตัดละเอียดยิ่ง $R_a$ ตั้งแต่ 0.1 μm หรือ 0.0001 mm ลงไป

รูปแบบโดยทั่วไปของพื้นผิว ตามที่ได้มีการกล่าวถึงทั่วๆ ไป มีคำศัพท์ทางเทคนิคหลายคำเกี่ยวกับพื้นผิวที่ควรจะรู้จัก เช่น

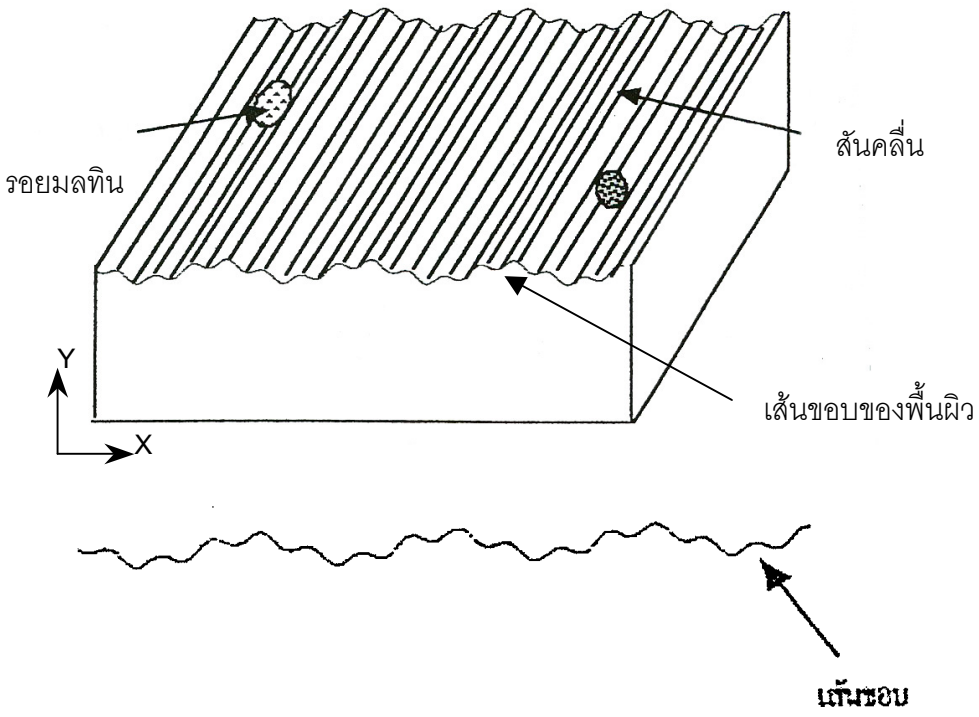
พื้นผิว (Surface) หมายถึง ส่วนนอกสุดของเทห์วัตถุ (Body) ที่จะต้องสัมผัสกับอวกาศ(Space) หรือ สัมผัสเกี่ยวข้องกับเทห์วัตถุอื่น พื้นผิวของวัตถุส่วนมากจะมีลักษณะเป็นเหมือนเกลียวคลื่นที่มีความยาวคลื่น (Wavelength) ยาว ผสมกับละลอกคลื่นที่มีความยาวคลื่นสั้น

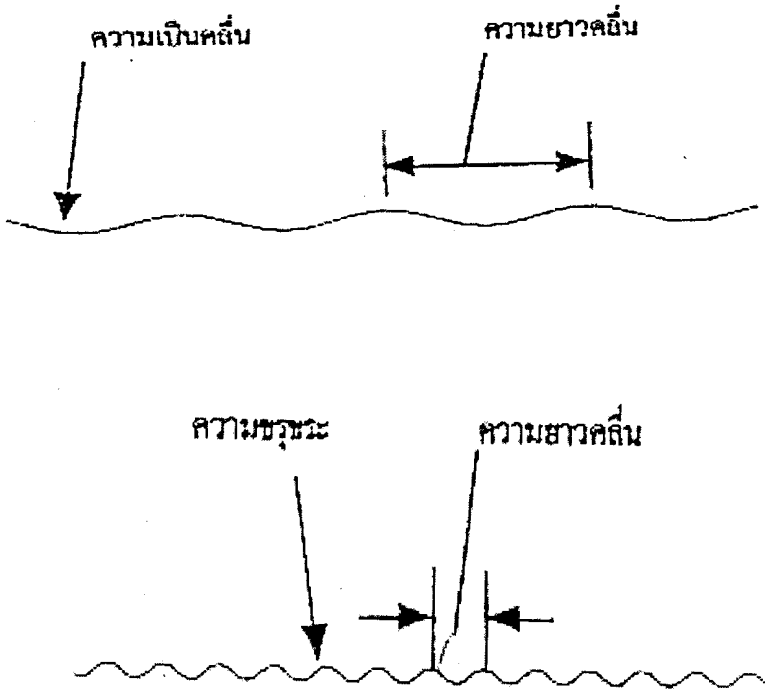
พื้นผิวสำเร็จ (Finish surface) หมายถึง พื้นผิวที่เกิดจากกรรมวิธีการผลิต เช่น พื้นผิวชิ้นงานหรือ ชิ้นส่วนที่ได้จากการกลึง ไส กัด เจาะ หรือแม้กระทั่งจากกรรมวิธีที่ไม่ใช่การตัด เช่น การหล่อ การรีด การอัดหลอม เป็นต้น

ความเป็นคลื่น (Waviness) หมายถึง การเกิดคลื่นที่มีช่วงคลื่นยาว ความเป็นคลื่นส่วนมากจะมีลักษณะเป็นคลื่นไซน์ (Sine wave) จึงอาจจะแสดงได้โดยขนาดของคลื่น (Amplitude) และโดยค่าความยาวคลื่นความขรุขระหมายถึง ละลอกคลื่นสั้น ความขรุขระอาจจะแสดงได้โดยขนาดของคลื่นและโดยความยาวคลื่นขอบเส้น เป็นเส้นแสดงพื้นผิวเมื่อถูกตัดตามขวาง

ความขรุขระ (Roughness) หมายถึง ละลอกคลื่นที่มีช่วงคลื่นสั้น ความขรุขระอาจจะแสดงได้โดยขนาดของคลื่นและโดยค่าความยาวคลื่น

เส้นขอบ (Profile) เป็นเส้นแสดงพื้นผิวเมื่อถูกตัดตามขวาง






ภาพประกอบที่ 2.1 องค์ประกอบของพื้นผิว
ที่มา : ศุภโชค วิริยโกศล (2543 : 202)

**2.2.2 การวัดค่าความขรุขระของพื้นผิว**

การวัดค่าความขรุขระของพื้นผิว โดยปกติแล้วจะใช้เครื่องมือที่มีลักษณะคล้ายเข็ม ลากอย่างช้าๆ ผ่านไปบนแกนนอน (แกน X) ของพื้นผิวที่จะทำการวัดค่าความขรุขระ การเคลื่อนที่ของปลายเข็มในแนวดิ่งคือ ตามแกน Y จะเป็นไปตามลักษณะเส้นขอบของพื้นผิว (Surface Profile) ดังที่แสดงในรูปที่ 2.2 จากนั้นจะมีระบบบันทึกค่า X และ $Y_a$ ไว้ในหน่วยความจำ และระบบคำนวณค่าอิทธิพลของความเป็นคลื่น (Waviness) ที่มีขนาด $Y_w$ ในแนวดิ่ง จากนั้นวงจรคำนวณก็จะลบค่าของอิทธิพลของความเป็นคลื่นออก ก็จะเหลือเฉพาะในแนวดิ่งอันเนื่องมาจากความขรุขระ (y) ซึ่งจะนำไปคำนวณค่าความขรุขระต่อไป

ค่าความขรุขระแสดงได้ด้วยตัวแปรต่างๆ หลายตัวแปร ซึ่งจะได้นำมาพิจารณาดังต่อไปนี้

2.2.2.1 ค่าเฉลี่ยทางเลขคณิต (Arithmetic average, $R_a$)

ถ้าลากเส้นในแนวนอนผ่านกึ่งกลางของเส้นขอบรูป ที่ตัดค่าความเป็นคลื่นออกจนเหลือแต่ความขรุขระ ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.1 เส้นนี้เรียกว่าเส้นกึ่งกลาง (Central line) โดยแบ่งพื้น

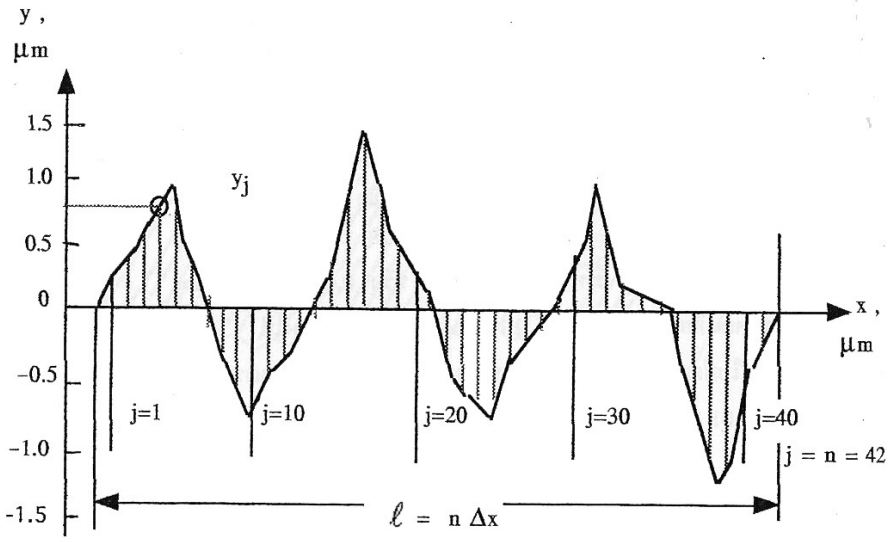
ที่ระหว่างเส้นขอบรูปกับเส้นกึ่งกลางเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน ค่าในแกนดิ่งวัดจากเส้นกึ่งกลางจะเรียกว่าค่า y และค่าความสูงเฉลี่ยทางเลขคณิต $R_a$ จะนำมาใช้เป็นค่าความขรุขระ นั่นคือ $R_a$ เท่ากับ ผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของพื้นที่ใต้เส้นขอบรูป หารด้วยระยะทางในการวัดตามแนวนอน หรือ

$$R_a = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} |y|\,dx \qquad (2\text{-}1)$$

หรือ ถ้าแบ่งระยะทาง ออกเป็น n ส่วนโดยที่ n มีค่าสูงพอ จะพบว่า

$$R_a = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} |y_j| \qquad (2\text{-}2)$$

ค่าเฉลี่ยทางเลขคณิต $R_a$ เป็นค่าที่นิยมใช้ระบุความขรุขระของพื้นผิวมาแต่ดั้งเดิมก่อนค่าอื่นๆ ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีและใช้กันมากจนกระทั่งปัจจุบัน แต่ต่อมามีการนำเอาตัวแปรอื่นๆ มาใช้ระบุค่าความขรุขระเพิ่มเติมอีก เพื่อให้การพิจารณาค่าความขรุขระมีหลายมุมมองยิ่งขึ้น




ภาพประกอบที่ 2.2 การแบ่งเส้นขอบของพื้นผิวเป็นอีลีเมนท์ย่อยๆ
ที่มา : ศุภโชค วิริยโกศล (2543 : 204)

2.2.2.2 ค่าเฉลี่ยรูทมีนสแควร์ (Root mean square average, $R_q$ หรือ $R_{rms}$)

การคำนวณหาค่าความขรุขระตามวิธีรูทมีนสแควร์ เป็นความพยายามที่จะนำเอาหลักการทางสถิติมาใช้ในการวัดค่าความขรุขระ โดยใช้สูตรการคำนวณโดยอาศัยหลักการยกกำลังสองของ y เพื่อให้ค่า y ที่มีค่าลบกลายเป็นค่าบวกของ $y^2$ จากนั้นหาค่าเฉลี่ยของ $y^2$ แล้วจึงถอดกรณฑ์ หรือ รูท (Root) ฐานสอง เพื่อให้หน่วยของการวัดเป็นหน่วยยกกำลังหนึ่ง ซึ่งเป็นหน่วยตามปกติที่คุ้นเคยกัน

ค่าความขรุขระตามวิธีรูทมีนสแควร์ $R_q$ หรือ $R_{rms}$ หาได้จากสมการต่อไปนี้

$$R_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{1}^{n} y^2} \qquad (2\text{-}3)$$

2.2.2.3 ค่าระหว่างยอดสูงสุดกับก้นร่องต่ำสุด (Maximum Distance between Peak to Valley, $R_t$)

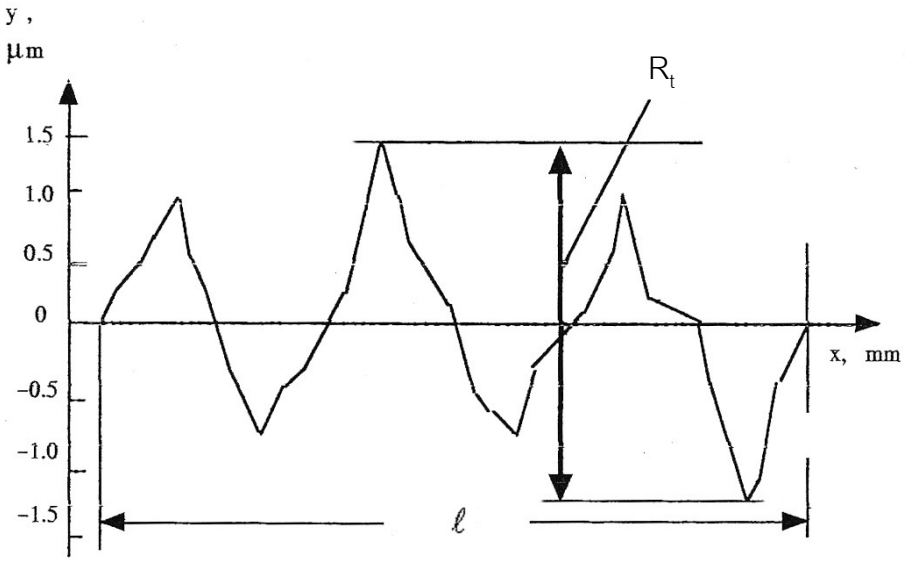
ค่า $R_t$ หรือ ค่าระหว่างยอดสูงสุดกับก้นร่องต่ำสุด เท่าที่วัดได้จากความยาว $\lambda$ ที่วัดจากพื้นผิว ได้แสดงไว้ดังภาพประกอบ 2.3 ค่า $R_t$ หาได้ดังนี้

$$R_t = 1.5 + 1.2 = 2.7\,\mu m \qquad (2\text{-}4)$$

ค่า $R_t$ มีความหมายในการปฏิบัติงาน คือ เป็นค่าที่จะบอกได้ว่า ในการจะขจัดเนื้อผิวตัวอย่างนี้ จะต้องขจัดเนื้อผิวออกเป็นความลึกไม่น้อยกว่าค่าของ $R_t$ จึงจะทำลายผิวเดิมได้หมด แต่เนื่องจากค่า $R_t$ วัดได้ไม่แน่นอนเพราะเป็นค่าสูงสุดค่าเดียวซึ่งจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของพื้นผิวที่วัด จึงนิยมวัดค่าเฉลี่ย $R_z$ แทนค่า $R_t$ โดยให้ $R_z$ เป็นค่าเฉลี่ยของค่าความสูงระหว่างยอดสูงสุดกับก้นร่องต่ำสุด จากค่าสูงสุดที่วัดได้ 5 ค่าแรก ถ้าคำ $h_1$ , $h_2$ , $h_3$ , $h_4$ และ $h_5$ เป็นค่าความสูงระหว่างยอดสูงสุดกับก้นร่องต่ำสุด โดยเป็นค่าสูงสุด 5 ค่าแรก เท่าที่วัดได้จากความยาว $\lambda$ ที่วัดจากพื้นผิว ดังได้แสดงไว้โดยภาพประกอบ 2.4 ดังนั้นค่า $R_z$ คำนวณได้จาก

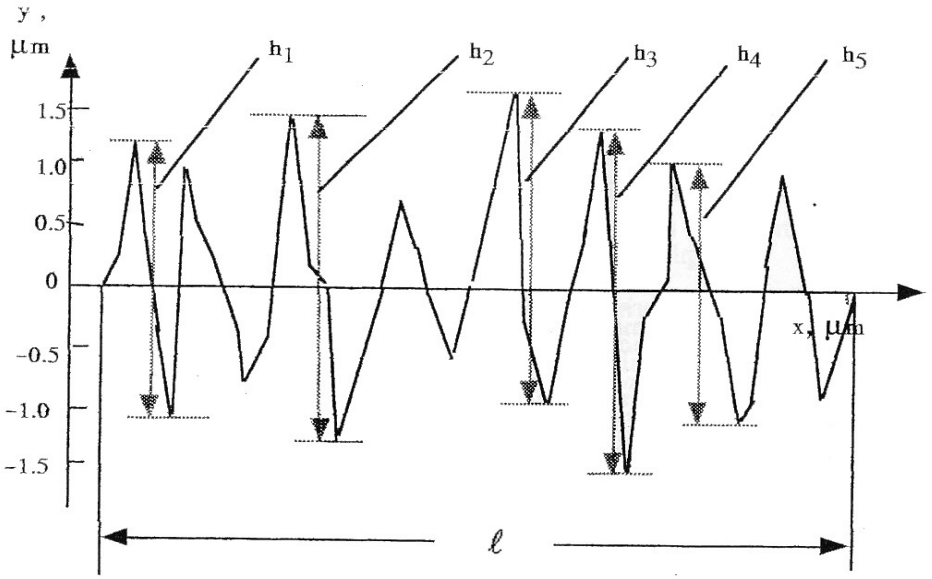
$$R_z = \frac{1}{5}\sum_{j=1}^{5} hj = \frac{1}{5}\left[h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5\right] \qquad (2\text{-}5)$$

ยังมีวิธีวัดค่าความขรุขระวิธีอื่นอีกหลายวิธี แต่ไม่เป็นที่นิยมใช้งานมากนัก จึงไม่นำมาพิจารณา




ภาพประกอบที่ 2.3 แสดงค่าระหว่างยอดสูงสุดกับก้นร่องต่ำสุด $R_t$

ที่มา : ศุภโชค วิริยโกศล (2543 : 207)




ภาพประกอบที่ 2.4 แสดงค่าระหว่างยอดสูงสุดกับก้นร่องต่ำสุดห้าค่าแรก $R_z$

ที่มา : ศุภโชค วิริยโกศล (2543 : 207)

## 2.3 **เหล็กหล่อเทา** (Gray cast iron)

เหล็กหล่อเทาเป็นโลหะที่มีประโยชน์และสามารถนำมาใช้งานได้อย่างกว้างขวางมากการออกแบบชิ้นส่วนเครื่องจักรกลทั้งหลาย การเลือกใช้เหล็กหล่อจะทำให้สามารถออกแบบชิ้นส่วนเหล่านั้นได้ทั้งชิ้นงานขนาดเล็ก – ขนาดใหญ่ ทั้งชิ้นงานที่มีรูปร่างง่ายๆ และสลับซับซ้อน วัสดุที่ใช้งานทางวิศวกรรมประมาณ 75 – 80% ของ วัสดุที่เป็นโลหะทั้งหมดจะเป็นเหล็กหล่อเทา เนื่องจากหล่อเทามีราคาถูกและมีข้อดีในด้านคุณสมบัติทางกลไกหลายๆ ด้าน การที่ในเหล็กหล่อเทามีแถบแกรไฟต์แทรกฝังในเนื้อเหล็กทำให้เหล็กหล่อเทามีคุณสมบัติเด่นในเรื่องดังต่อไปนี้คือ

1. ทำให้เหล็กหล่อเทากลึง-กัด-ไส ได้ง่ายในขณะที่เนื้อเหล็กมีความแข็งสูงเพียงพอที่จะทนทานการเสียดสี สึกหรอ ได้อย่างดีเยี่ยม ในขณะที่โลหะอื่นขาดคุณสมบัติในข้อนี้
2. แกรไฟต์ในเหล็กหล่อเทาช่วยให้ชิ้นส่วนที่ใช้งานในลักษณะเสียดสีกันโดยไม่เกิดการยึดเกาะติดกันในระหว่างการใช้งานแม้ภาวะที่ชิ้นส่วนดังกล่าวขาดการหล่อลื่น หรือชิ้นส่วนที่ใช้งานในลักษณะที่ทำการหล่อลื่นได้ยาก ชิ้นส่วนที่ใช้วัดระดับอุณหภูมิสูง
3. เหล็กหล่อสามารถใช้งานแทนเหล็กเหนียวที่ทนแรงดึงสูงได้ดีเยี่ยมเมื่อใช้งานที่ต้องการทนแรงอัดสูง
4. เหล็กหล่อเทาจะมีคุณสมบัติของความเที่ยงขนาดสูงมาก (High dimension stability) เมื่อใช้งานที่อุณหภูมิสูงและ มีความเค้นสูง
5. เหล็กหล่อเทาสามารถช่วยให้การปรับศูนย์ (Alignment) สำหรับชิ้นงานส่วนเครื่องจักรกลที่รับความเค้นหรือ ความเครียดสูงได้ถูกต้องและเที่ยงตรงมากกว่าวัสดุชนิดอื่น

### 2.3.1 **ชนิดของเหล็กหล่อเทา** (Classes of gray iron)

เหล็กหล่อเทาจะมีการจัดแยกหรือจำแนกจากกันโดยใช้ดัชนีหรือค่าความสามารถในการรับแรงดึงต่ำสุดสำหรับความหนาที่กำหนด เช่นเดียวกับการจำแนกชนิดของเหล็กเหนียว มาตรฐานที่ใช้กันทั่วๆ ไป จะเป็นมาตรฐานของ ASTM A 48 ที่จะเหล็กทนแรงดึงต่ำสุดในช่วงระหว่าง 20,000 – 60,000 psi สำหรับในประเทศไทยการเรียกใช้งานเหล็กหล่อเทาจะนิยมเรียกตามมาตรฐาน JIS ที่ระบุความสามารถในการรับแรงดึงระหว่าง 10 – 40 kg/mm2 ตารางที่ 2.2 แสดงมาตรฐานตาม ASTM A48 และ JIS ที่ใช้เรียกเหล็กหล่อเทา (ศุภชัย,2539)

ตารางที่ 2.2 แสดงมาตรฐานเหล็กหล่อเทา ASTM A48 มาตรฐานเหล็กหล่อเทา JIS G5501

| Class | รับแรงดึงต่ำสุด;psi | Grade | รับแรงดึงต่ำสุด;kg/mm2 |
|---|---|---|---|
| 20 | 20,000 | FC10 | 10 |
| 30 | 30,000 | FC15 | 15 |
| 40 | 40,000 | FC20 | 20 |
| 50 | 50,000 | FC25 | 25 |
| 60 | 60,000 | FC30 | 30 |
| | | FC40 | 40 |

ที่มา : สุภชัย ประเสริฐสกุล (2539 : 123)

### 2.3.2 **ส่วนผสมทางเคมีและการใช้งาน**

เหล็กหล่อเทาตามมาตรฐานกำหนดทั้ง ASTM และ JIS จะมีผสมทางเคมีทีแยกตามเกรดของเหล็กและค่า % สมมูลย์คาร์บอนได้ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 ส่วนผสมทางเคมีของเหล็กหล่อเทา ASTMA 247 และ JIS G5501

| ASTM | %C | %Si | %Mn | %Smax | %Pmax | %CE |
|---|---|---|---|---|---|---|
| C20 | 3.4-3.7 | 2.8-2.3 | 0.5-0.8 | 0.15 | 0.25 | 4.25-4.5 |
| C25 | 3.2-3.5 | 2.4-2.0 | 1.6-0.9 | 0.15 | 0.20 | 4.00-4.25 |
| C30 | 3.1-3.4 | 2.3-1.9 | 0.6-0.9 | 0.15 | 0.15 | 3.90-4.15 |
| C35 | 3.1-3.3 | 2.2-1.8 | 0.6-0.9 | 0.15 | 0.12 | 3.70-3.90 |
| C40 | 3.0-3.3 | 2.1-1.8 | 0.7-1.0 | 0.15 | 0.10 | 3.70-3.90 |
| JIS | | | | | | |
| FC15 | 3.5-3.9 | 2.8-2.3 | 0.5-0.8 | 0.15 | 0.25 | 4.25-4.5 |
| FC20 | 3.3-3.6 | 2.3-1.8 | 0.6-0.9 | 0.1 | 0.2 | 4.00-4.25 |
| FC25 | 3.2-3.5 | 2.2-1.7 | 0.6-0.9 | 0.1 | 0.15 | 3.90-4.15 |
| FC30 | 3.1-3.3 | 2.1-1.6 | 0.6-0.9 | 0.1 | 0.1 | 3.70-3.90 |
| FC35 | 2.9-3.2 | 2.0-1.6 | 0.7-1.0 | 0.1 | 0.1 | 3.70-3.90 |

ที่มา : สุภชัย ประเสริฐสกุล (2539 : 151)

เนื่องจากเหล็กหล่อเทามีคุณสมบัติในด้านต่างๆ ที่ดีเยี่ยม เช่นทนความร้อน มีความแข็งที่ทนทานต่อการเสียดสีได้ดีพร้อมกับการแต่งผิวได้ดี มีคุณสมบัติทางกลที่กว้างขวางเหมาะสมกับงานหลายๆด้าน นอกจากนี้ยังมีความสามารถในการไหลการตัวที่ดีทำให้สามารถหล่อเป็นชิ้นงานบางๆ ได้ ทำให้สามารถใช้เหล็กหล่อเป็นงานได้ตั้งแต่อุปกรณ์ที่ใช้ในประจำวันจนถึงชิ้นส่วนในอุตสาหกรรมต่างๆ

2.3.2.1 การใช้งานทั่วไป

FC 10-15 ใช้ผลิตเป็นชิ้นงานบางๆ และมีน้ำหนักไม่มากที่ต้องการคุณสมบัติในการกลึง-ไสที่ดี ชิ้นงานที่ต้องการคุณภาพผิวละเอียดสวยงามและต้องการความเที่ยงขนาดสูงๆ วาล์วประกับหน้าแปลน ท่อทั้งชนิดหล่อด้วยทรายและหล่อเหวี่ยง เครื่องใช้ประจำวัน (เตาหุงต้มแผงแผ่ความร้อน) ชิ้นส่วนประกอบของอุปกรณ์ไฟฟ้าและโทรคมนาคม จักรเย็บผ้าเครื่องปั่นด้ายและทอผ้า แผ่นรองผ้าเบรก

FC 20-25 เครื่องจักรกลทั่วไป (ฐานเครื่อง คอลัมน์ โต๊ะจับงาน แท่นเครื่อง พูลเลย์ เรือนเครื่องอัดอากาศขาดเล็ก ชิ้นส่วนเครื่องจักรในอุตสาหกรรมกระดาษ เฟืองขนาดเล็ก)

FC 30 เครื่องจักรกลขนาดกลาง (ฐานเครื่อง คอลัมน์ โต๊ะจับงาน แท่นเครื่อง ป้อมมีด) เครื่องอัดอากาศขนาดกลาง แท่นพิมพ์หนังสือ เฟืองขนาดกลาง ชิ้นส่วนรถไฟฟ้า – แม่เหล็ก

FC 35 เครื่องจักรกลขนาดใหญ่ที่ต้องการใช้งานกับชิ้นงานขนาดใหญ่มีน้ำหนักมาก (ฐานเครื่อง คอลัมน์ โต๊ะจับงาน แท่นเครื่อง ป้อมมีด) แม่พิมพ์ฉีดและขึ้นรูปโลหะเฟืองขนาดใหญ่ กระบอกสูบที่ต้องทนแรงอัดสูง

2.3.2.2 การใช้งานในอุตสาหกรรมยานยนต์

FC 15 แหวนลูกสูบ (FC15-20)

FC 20 เสื้อสูบ กระบอกสูบเครื่องยนต์เล็ก ฝาสูบ แผ่นคลัชท์ ห้องเกียร์ เรือนเครื่องสูบน้ำขนาดเล็ก ดรับเบรก ข้อต่อท่อไอเสีย เรือนเพลาข้อเหวี่ยง

FC 25 ดรัมเบรกและแผ่นคลัทช์ที่ต้องรับแรงมาก เสื้อสูบ กระบอกสูบเครื่องยนต์ขนาดกลางของรถบรรทุกเล็ก ปลอกกระบอกสูบ ลูกสูบ ล้อช่วยแรง (Fly wheel) ขนาดกลาง ก้านเบรก

FC30 ดรัมเบรกและแผ่นคลัทช์ที่ต้องรับแรงมากๆ กระบอกสูบเครื่องยนต์ขนาดใหญ่ของรถบรรทุกหนัก เรือนเกียร์ (Differential carrier) เครื่องยนต์ดีเซลขนาดใหญ่มาก ชิ้นส่วนขนาดใหญ่ต่างๆ

## 2.4 การออกแบบการทดลอง

Ronald A. Fisher เป็นคนค้นคิดการใช้วิธีการทางสถิติสำหรับการออกแบบการทดลองขึ้น เนื่องจากการที่ได้เข้าไปมีส่วนร่วมกับการรับผิดชอบทางสถิติและการวิเคราะห์ข้อมูลที่สถานีทดลองทางการเกษตรรอตทัมสเตต มหานครลอนดอน ประเทศอังกฤษเป็นเวลานานหลายปี Fisher เป็นทั้งผู้พัฒนาและเป็นบุคคลแรกที่นำเอาการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) มาใช้เป็นวิธีการเบื้องต้นในการวิเคราะห์ทางสถิติที่เกี่ยวกับการออกแบบการทดลอง ในปี ค.ศ. 1933 Fisher ก็ได้รับตำแหน่งศาสตราจารย์ของมหาวิทยาลัยลอนดอนและเป็นอาจารย์รับเชิญบรรยายให้แก่มหาวิทยาลัยทั่วโลก นอกจาก Fisher จะเป็นผู้บุกเบิกสาขาวิชาการออกแบบการทดลองแล้ว ยังเป็นบุคคลสำคัญอีกจำนวนมากที่มีส่วนในการให้การสนับสนุนสาขาวิชานี้ เช่น F. Yates, R. C.Bose, O. Kempthorne, W. G. Cochran เป็นต้น (Montgomery,1997)

การนำการออกแบบการทดลองไปใช้ในยุคแรก ส่วนมากจะเกี่ยวข้องกับวิทยาศาสตร์ทางการเกษตรและชีวภาพ ซึ่งทำให้คำศัพท์และคำนิยามส่วนมากที่ใช้กันอยู่ทางด้านนี้มีความเกี่ยวข้องโดยตรงกับสาขาทางการเกษตรและชีวภาพ อย่างไรก็ตามการนำการออกแบบการทดลองมาใช้งานในทางอุตสาหกรรมครั้งแรกเริ่มปรากฏประมาณช่วง ปี ค.ศ. 1930 ซึ่งอุตสาหกรรมที่เกี่ยวข้องคืออุตสาหกรรมสิ่งทอ หลังสงครามโลกครั้งที่ 2 ยุติลง วิธีการออกแบบการทดลองก็เริ่มได้รับความนิยมและถูกนำมาใช้ในอุตสาหกรรมเคมีและกระบวนการผลิตในสหรัฐอเมริกาและยุโรปตะวันตก กลุ่มอุตสาหกรรมเหล่านี้ได้รับประโยชน์อย่างมากมายในการใช้การออกแบบการทดลองสำหรับงานพัฒนาผลิตภัณฑ์และกระบวนการผลิต นอกจากนี้แล้วอุตสาหกรรมที่เกี่ยวกับสารกึ่งตัวนำและอิเล็คทรอนิคส์ก็ยังไก้มีการนำเอาวิธีการทดลองนี้ไปใช้งาน และประสบความสำเร็จอย่างมากเช่นกัน หลายปีที่ผ่านมาได้มีการฟื้นฟูความสนใจเกี่ยวกับการออกแบบการทดลองขึ้นในสหรัฐอเมริกา เพราะอุตสาหกรรมในอเมริกาจำนวนมากพบว่าคู่แข่งทางการค้าอยู่ในทวีปอื่น ๆ ซึ่งได้ใช้การออกแบบการทดลองมาเป็นเวลานานแล้ว (ปารเมศ,2545)

### 2.4.1 หลักการพื้นฐาน

การออกแบบการทดลองจะให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์สูงสุด จะต้องนำวิธีการทางวิทยาศาสตร์เข้ามาช่วยในการวางแผนการทดลอง “การออกแบบการทดลองเชิงสถิติ” (Statistical design of experimental) คือ กระบวนการในการวางแผนการทดลองเพื่อที่จะให้ได้มาซึ่งข้อมูลที่เหมาะสมที่สามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์โดยวิธีการทางสถิติ ซึ่งจะทำให้สามารถสรุปข้อมูลที่สมเหตุสมผลได้ วิธีการออกแบบการทดลองเชิงสถิติจึงเป็นสิ่งที่จำเป็น ถ้าต้องการหาข้อสรุปที่มี

ความหมายจากข้อมูลที่เรามีอยู่ และถ้าปัญหาที่สนใจนั้นเกี่ยวข้องกับความผิดพลาดในการทดลอง (Experimental error) วิธีการทางสถิติเป็นวิธีการเดียวที่นำมาในการวิเคราะห์ผลการทดลองนั้นได้ ดังนั้นสิ่งสำคัญ 2 ประการสำหรับปัญหาที่เกี่ยวกับการทดลองก็คือการออกแบบการทดลอง และการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ ซึ่งศาสตร์ทั้งสองอย่างนี้มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างมาก ทั้งนี้เนื่องจากว่าวิธีการวิเคราะห์เชิงสถิติที่เหมาะสมนั้นขึ้นอยู่กับการออกแบบการทดลองที่จะนำมา

หลักการพื้นฐาน 3 ประการสำหรับการออกแบบการทดลองคือ

1. เรพลิเคชั่น (Replication) หมายถึงการทดลองซ้ำ เรพลิเคชั่นมีคุณสมบัติที่สำคัญ 2 ประการคือ ประการแรกเรพลิเคชั่นทำให้ผู้ทดลองสามารถหาค่าประมาณของความผิดพลาดในการทดลองได้ ตัวประมาณค่าความผิดพลาดกลายเป็นหน่วยของการชี้วัดขั้นพื้นฐานสำหรับการพิจารณาว่า ความแตกต่างสำหรับข้อมูลที่ได้จากการทดลองนั้นมีความแตกต่างกันในเชิงสถิติหรือไม่ ประการที่สอง ถ้าค่าเฉลี่ยถูกนำมาใช้เพื่อประมวลผลที่เกิดจากปัจจัยหนึ่งในการทดลอง ดังนั้นเรพลิเคชั่นทำให้ผู้ทดลองสามารถหาตัวประมาณที่ถูกต้องยิ่งขึ้นในการประมวลผลกระทบนี้

2. แรนดอมไมเซชัน (Randomization) เป็นหลักพื้นฐานสำหรับการใช้วิธีการเชิงสถิติในการออกแบบการทดลองและลำดับของการออกแบบการทดลองแต่ละครั้งเป็นแบบสุ่ม (Random) วิธีการทางสถิติกำหนดว่าข้อมูล (หรือความผิดพลาด) จะต้องเป็นตัวแปรแบบสุ่มที่มีการกระจายแบบอิสระ แรนดอมไมเซชันจะทำให้สมมุติฐานนี้เป็นจริง การที่ทำแรนดอมไมซ์การทดลอง ทำให้เราสามารถลดผลของปัจจัยภายนอกที่อาจจะปรากฏในการทดลองได้

3. บล็อกกิ้ง (Blocking) เป็นเทคนิคที่ใช้สำหรับเพิ่มความเที่ยงตรง (Precision) ให้แก่การทดลอง บล็อกอันหนึ่งอาจจะหมายถึงส่วนหนึ่งของวัสดุที่ใช้ในการทดลองที่ควรจะมีความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันมากกว่าเซ็ตทั้งหมดของวัสดุ การเปรียบเทียบเงื่อนไขที่น่าสนใจ ต่าง ๆ ภายในแต่ละบล็อกจะเกิดขึ้นได้จากการทำบล็อกกิ้ง

### 2.4.2 แนวทางในการออกแบบการทดลอง

การใช้วิธีการเชิงสถิติในการออกแบบการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้ที่เกี่ยวข้องในการทดลองต้องมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้ล่วงหน้า ว่ากำลังศึกษาอะไรอยู่ จะเก็บข้อมูลอย่างไร และจะวิเคราะห์ข้อมูลที่เก็บนั้นอย่างไร ขั้นตอนในการดำเนินการอาจจะทำได้ดังต่อไปนี้

2.4.2.1 ทำความเข้าใจถึงปัญหา จะต้องพยายามพัฒนาแนวคิดเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ของการทดลอง และบางครั้งจะต้องหาอินพุตจากบุคคลหรือหน่วยงานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องการเข้าใจปัญหาอย่างชัดเจนเป็นผลอย่างมากต่อการหาคำตอบสุดท้ายของปัญหานั้น

2.4.2.2 การเลือกปัจจัย ระดับและขอบเขต ผู้ทดลองต้องเลือกปัจจัยที่จะนำมาเปลี่ยนแปลงในระหว่างทำการทดลอง กำหนดของเขตที่ปัจจัยเหล่านี้จะเปลี่ยนแปลง และกำหนดระดับ (Level) ที่จะเกิดขึ้นในการทดลอง ดังนั้นผู้ทำการทดลองต้องมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการนั้นอย่างมาก ซึ่งอาจจะมาจากประสบการณ์หรือจากทฤษฎี มีความจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบดูว่าปัจจัยที่กำหนดขึ้นมาทั้งหมดมีความสำคัญหรือไม่ และเมื่อวัตถุประสงค์ของการทดลองคือการกรองปัจจัย (Screening) เราควรจะกำหนดให้ระดับต่าง ๆ ที่ใช้ในการทดลองให้มีจำนวนน้อย ๆ การเลือกขอบเขตของการทดลองก็มีความสำคัญเช่นกัน ในการทดลองเพื่อกรองปัจจัยเราควรของเขตให้กว้างมาก ๆ หมายถึงว่าขอบเขตของปัจจัยแต่ละตัวจะเปลี่ยนแปลงได้ควรมีค่ากว้าง ๆ และเมื่อเราทราบว่าตัวแปรใดมีความสำคัญและระดับใดทำให้เกิดผลลัพธ์ที่ดีที่สุด ก็อาจจะลดขอบเขตลงมาให้แคบลงได้

2.4.2.3 เลือกตัวแปรผลตอบ ในการเลือกตัวแปรผลตอบนี้ ผู้ทำการทดลองควรแน่ใจว่าตัวแปรนี้จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการที่กำลังศึกษาอยู่หลายครั้งที่ค่าเฉลี่ย หรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานหรือทั้งคู่ ของกระบวนการผลิตเป็นตัวแปรผลตอบ ซึ่งในการทดลองหนึ่งอาจจะมีผลตอบหลายตัว และมีความจำเป็นอย่างมากที่จะต้องกำหนดให้ได้ว่า อะไรคือตัวแปรผลตอบและจะวัดค่าตัวแปรนั้นอย่างไร

2.4.2.4 เลือกการออกแบบการทดลอง การเลือกการออกแบบการทดลองเกี่ยวข้องกับการพิจารณาขนาดตัวอย่าง (จำนวนการทดลองซ้ำ) การเลือกลำดับที่เหมาะสมของการทดลองที่จะใช้ในการเก็บข้อมูลและการตัดสินใจว่าควรจะใช้วิธีบล็อกหรือการใช้การแรนดอมไมเซชัน ในการเลือกทางวิศวกรรมศาสตร์ส่วนมาก เราจะทราบตั้งแต่เริ่มแล้วว่า ปัจจัยบางตัวมีผลต่อผลตอบที่จะเกิดขึ้น ดังนั้นเราจะหาว่าปัจจัยตัวใดที่ทำให้เกิดความแตกต่าง และประมาณขนาดของความแตกต่างที่จะเกิดขึ้น

2.4.2.5 ทำการทดลอง เมื่อทำการทดลองจะต้องติดตามดูกระบวนการทำงานอย่างระมัดระวัง เพื่อให้แน่ใจว่าการดำเนินการทุกอย่างเป็นไปตามแผน หากมีอะไรผิดพลาดเกิดขึ้นเกี่ยวกับวิธีการทดลอง ถือว่าการทดลองที่ทำนั้นใช้ไม่ได้ ดังนั้นการวางแผนการทดลองในขั้นตอนแรกจะมีความสำคัญอย่างมากต่อความสำเร็จที่จะเกิดขึ้น

2.4.2.6 วิเคราะห์ข้อมูลเชิงสถิติ ควรนำเอาวิธีการทางสถิติมาใช้ในการทดลอง เพื่อผลลัพธ์และข้อสรุปที่เกิดขึ้นจะเป็นไปตามวัตุประสงค์ของการทดลอง ถ้าการทดลองได้ถูกออกแบบมาเป็นอย่างดี และทำการทดลองตามที่ได้ออกแบบไว้ วิธีการทางสถิติที่จะนำมานั้นจะเป็นวิธีการที่ไม่ซับซ้อน ข้อได้เปรียบของวิธีการทดลองทางสถิติคือ การทำให้ผู้ที่มีอำนาจในการตัดสินใจมีเครื่องมือช่วยวัดที่มีประสิทธิภาพ และถ้านำเอาวิธีการทางสถิติมาผนวกกับความรู้ทางวิศวกรรมศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการ จะทำให้ข้อสรุปที่ได้ออกแบบมานั้นมีเหตุผลสนับสนุนและมีความน่าเชื่อถือ

2.4.2.7 สรุปและข้อเสนอแนะ เมื่อได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้ทดลองจะต้องหาข้อสรุปในทางปฏิบัติและนำเสนอแนะแนวทางของกิจกรรมที่จะเกิดขึ้น ในขั้นตอนนี้จะนำเอาวิธีการทางกราฟเข้ามาช่วย โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเราต้องการนำเสนอผลงานนี้ให้ผู้อื่นฟัง นอกจากนี้แล้วการทำการทดลองเพื่อยืนยันผล (Confirmation testing) ควรจะทำขึ้นเพื่อที่จะทำการตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปที่เกิดขึ้นอีกด้วย

### 2.4.3 การทดลองปัจจัยเดียวและการวิเคราะห์

การทดลองปัจจัยเดียวเป็นการทดลองที่มีปัจจัยเดียว คือ มี a ระดับของปัจจัย (a เงื่อนไข) โดยการทดลองเป็นแบบการสุ่มสมบูรณ์ ลำดับการทดลองแบบสุ่มเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการหลีกเลี่ยงผลของตัวแปรรบกวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งบางครั้งอาจจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าไป หรือไม่สามารถควบคุมได้ในขณะทำการทดลอง

2.5.3.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวน

หากมีค่าระดับซึ่งแตกต่างของปัจจัยเดียวที่ต้องการศึกษาเปรียบเทียบและค่าตอบสนองที่ได้จากการสังเกตในแต่ละระดับเป็นตัวแปรสุ่ม เราสามารถที่จะอธิบายค่าสังเกตต่าง ๆ นี้ด้วยแบบจำลองทางสถิติเชิงเส้นตรง คือ

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1,2\ldots, a \\ j = 1,2\ldots, a \end{cases} \qquad (2\text{-}6)$$

โดยที่ค่า $Y_{ij}$ คือค่าสังเกตที่ ij

$\mu$ คือค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ร่วมกันทุกระดับซึ่งเรียกกันว่า “มัชฌิมรวม (Overall Mean)”

$\tau_i$ คือค่าพารามิเตอร์สำหรับระดับที่ i หรือผลกระทบจากระดับที่ i

$\varepsilon_{ij}$ คือองค์ประกอบของความผิดพลาดแบบสุ่ม (Random Error)

จุดประสงค์ก็เพื่อที่จะตรวจสอบสมมุติฐานที่เหมาะสมเกี่ยวกับผลกระทบต่อระดับต่าง ๆ และทำการประเมินค่า สำหรับการทดสอบสมมุติฐาน ความผิดพลาดของแบบจำลองให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายแบบปกติและอิสระต่อกัน ด้วยมัชฌิมเท่ากับ 0 และความแปรปรวน $\sigma^2$

ตารางที่ 2.4 ตารางแสดงข้อมูลสำหรับการทดลองปัจจัยเดียว

| Treatment ( Level ) | Observations | | | | Total | Averages |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $Y_{11}$ | $Y_{12}$ | . . . | $Y_{1n}$ | $Y_{1.}$ | $\overline{Y}_{1.}$ |
| 2 | $Y_{22}$ | $Y_{22}$ | . . . | $Y_{2n}$ | $Y_{2.}$ | $\overline{Y}_{2}.$ |
| . | . | . | . . . | . | . | . |
| . | . | . | . . . | . | . | . |
| a | $Y_{a1}$ | $Y_{a2}$ | . . . | $Y_{an}$ | $Y_{a1}$ | $\overline{Y}_{a.}$ |
| | | | | | $\overline{Y}..$ | $\overline{Y}..$ |

ที่มา : ปารเมศ ชุติมา (2545 : 55)

แบบจำลองนี้เรียกว่า “การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียว” เพราะมีเพียงแค่ปัจจัยเดียวที่นำมาพิจารณา ยิ่งกว่านั้นลำดับในการทดลองจะต้องเป็นแบบสุ่มเพื่อที่จะให้สิ่งแวดล้อมของการทดลองในต่าง ๆ จะมีความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันมากที่สุด ดังนั้นการออกแบบการทดลองแบบนี้จึงเป็นการทดลองที่เรียกว่า การออกแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely randomized design)นอกจากนี้อาจจะต้องมีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง ซึ่งเรียกกันว่า “แบบจำลองผลกระทบคงที่ (Fixed effects model)”

2.4.3.2 การวิเคราะห์ทางสถิติ

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของแบบจำลองแบบผลกระทบคงที่ผลกระทบของระดับ ($\tau_i$) มีนิยามเหมือนกับส่วนเบี่ยงเบนจากมัชฌิมรวม

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0$$

มัชฌิมของระดับ i คือ $E(Y_{ij}) \equiv \mu_i = \mu + \tau_i$, i = 1, 2, ..., a ซึ่งในการทดสอบความเท่ากันของมัชฌิม a ระดับ คือ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_a$$
$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อยหนึ่งคู่ของ (i,j)}$$

ถ้าหาก $H_0$ เป็นจริง ทุกระดับจะมีมัชฌิมที่เท่ากันคือ $\mu$ ซึ่งอาจจะเขียนในรูปสมมุติฐานใหม่ในรูปของผลกระทบของระดับ $\tau_i$ ได้ดังนี้

$$H_0 : \tau = \tau_2 = \ldots = \tau_2$$
$$H_1 : \tau_i \neq 0 \text{ อย่างน้อยหนึ่งคู่ของ i}$$

จากการคาดหมายกำลังสองเฉลี่ย พบว่า โดยทั่วไป $MS_E$ จะเป็นค่าประมาณที่ไม่ลำเอียงของ $\sigma^2$ ภายใต้สมมุติฐานหลัก $MS_{treatment}$ จะเป็นค่าประมาณที่ไม่ลำเอียงของ $\sigma^2$ เช่นกัน อย่างไรก็ตาม ถ้าสมมุติฐานหลักเป็นเท็จ ค่าคาดหมายของ $MS_{treatment}$ จะมากกว่า $\sigma^2$ ดังนั้นภายในสมมุติฐานรอง ค่าคาดหมายของตัวตั้งของสถิติทดสอบ จะมากกว่าค่าคาดหมายตัวหาร และจะปฏิเสธ $H_0$ ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่ามากกว่า หรือค่าตกอยู่ในช่วงวิกฤตซึ่งหมายถึงพื้นที่ด้านขวาของค่าวิกฤต ( $F_{\alpha, a-1, N-a}$ ) ดังนั้นก็จะปฏิเสธ $H_0$ และสรุปว่า มีความแตกต่างระหว่างมัชฌิมของระดับถ้า

$$F_0 > F_{\alpha, a-1, N-a}$$

เมื่อ

$$F_0 = \frac{SS_{treament}/(a-1)}{SS_E/(N-a)} = \frac{MS_{treament}}{MS_E}$$

ซึ่งค่า $F_0$ สามารถคำนวณโดยการใช้ค่า P – Value ในการตัดสินใจก็ได้ สูตรสำหรับการคำนวณผลรวมกำลังสองสามารถหาได้จากการลดรูปของ $MS_{treatment}$ และ $SS_T$ ซึ่งจะได้

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N} \qquad (2\text{-}7)$$

และ

$$SS_{\text{treatment}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a} Y_{ij}^{2} - \frac{Y_{..}^{2}}{N} \qquad (2\text{-}8)$$

ค่าผิดพลาดของผลรวมกำลังสองสามารถหาได้ดังนี้

$$SS_{E} = SS_{T} - MS_{\text{treatment}} \qquad (2\text{-}9)$$

ซึ่งขั้นตอนการทดสอบสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 2-3 ซึ่งเรียกว่า “ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance Table)”

ตารางที่ 2.5 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน สำหรับ Fix Effect Model ตัวแปรเดียว

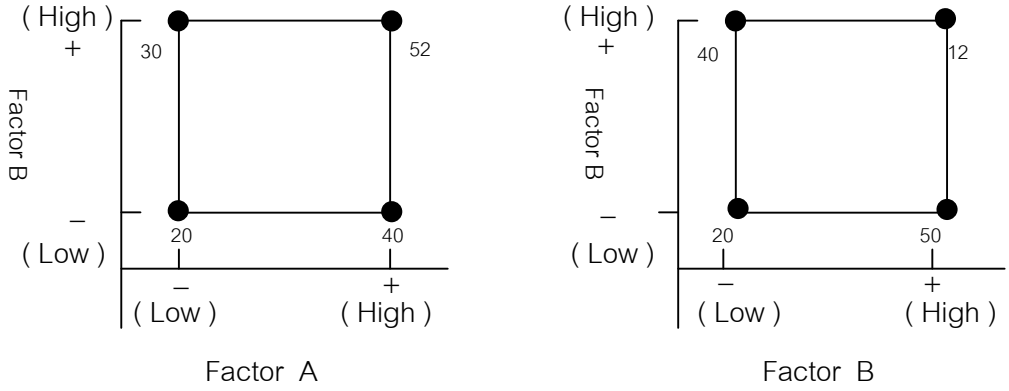
| Source of Variance | Sum of Squares | Degree of Freedom | Mean Squares | $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| Between treatment | $SS_{\text{treatment}}$ | $a - 1$ | $MS_{\text{treatment}}$ | $F_0 = \frac{SS_{\text{treatment}}}{SS_E}$ |
| Error | $SS_E$ | $N - a$ | $MS_E$ | |
| Total | $SS_1$ | $N - 1$ | | |

ที่มา : ปารเมศ ชุติมา (2545 : 62)

### 2.4.4 การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียล

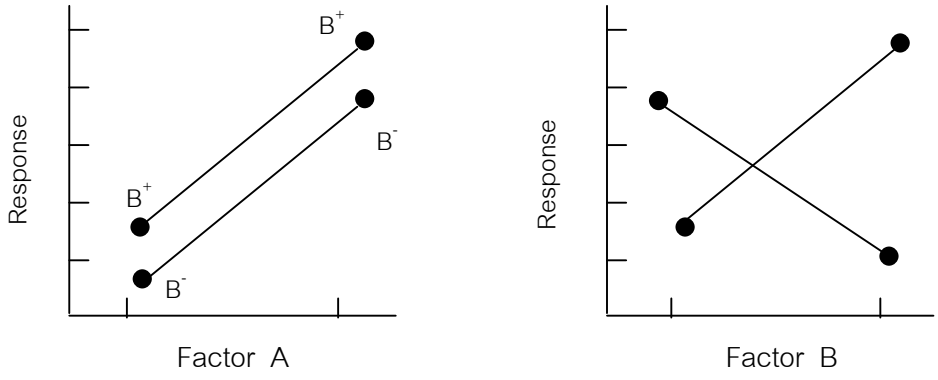
การทดลองส่วนมากในทางปฏิบัติจะเกี่ยวข้องกับการศึกษาถึงผลของปัจจัย (Factor) ตั้งแต่ 2 ปัจจัยขึ้นไป ในกรณีเช่นนี้ การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล จะเป็นวิธีการทดลองที่มีประสิทธิภาพสูงสุด การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล หมายถึง การทดลองที่พิจารณาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการรวมตัวกันของระดับ (Level) ของปัจจัยทั้งหมดที่เป็นไปได้ในการทดลองนั้น เช่น กรณี 2 ปัจจัยคือ ปัจจัย A ประกอบด้วย a ระดับ และปัจจัย B มี b ระดับ ในการทดลอง 1 เรพลิเคต จะประกอบด้วยการทดลองทั้งหมด abการทดลอง และเมื่อปัจจัยที่เกี่ยวข้องถูกนำมาจัดให้อยู่ในรูปแบบของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล นั้นคือปัจจัยเหล่านั้นมีการไขว้ (Crossed) ซึ่งกันและกัน

ผลที่เกิดจากปัจจัยหนึ่ง หมายถึง การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นกับผลตอบ (Response) ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัยนั้น ๆ ซึ่งเรียกว่า ผลหลัก (Main Effect) เนื่องมาจากว่ามันเกี่ยวข้องกับปัจจัยเบื้องต้นของการทดลอง ในการทดลองบางอย่าง อาจจะพบว่าความแตกต่างของผลตอบที่เกิดขึ้นบนระดับต่าง ๆ ของปัจจัยหนึ่งมีค่าไม่เท่ากันที่ระดับอื่น ๆ ทั้งหมดของปัจจัยอื่น ซึ่งหมายถึงว่า ผลตอบของปัจจัยหนึ่งจะเกิดขึ้นกับระดับของปัจจัยอื่น เรียกเหตุการณ์นี้ว่า การมีอันตรกิริยา (Interaction) ต่อกันระหว่างปัจจัยที่เกี่ยวข้อง




ภาพประกอบที่ 2.5 การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัย

ที่มา : ปารเมศ ชุติมา (2545 : 219)




การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัย (ไม่มีอันตรกิริยา)

การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล (มีอันตรกิริยา)

ภาพประกอบที่ 2.6 แสดงการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล

ที่มา : ปารเมศ ชุติมา (2545 : 220)

2.4.4.1 การออกแบบการทดลองเชิงเฟกทอเรียลแบบ 3 ปัจจัย

เป็นการออกแบบการทดลองที่ประกอบด้วย 3 ปัจจัย คือปัจจัย A มี a ระดับ ปัจจัย B มี ระดับ b และปัจจัยC มี c ระดับ ซึ่งมีจำนวนข้อมูลที่ได้จากการทดลองเท่ากับ abc…n

สำหรับแบบจำลองแบบตายตัว ตัวทดสอบเชิงสถิติที่ใช้ F – Test จำนวนขั้นความเสรีสำหรับผลหลักใด ๆ มีค่าเท่ากับระดับของปัจจัยจำนวนระดับลบด้วย 1 ซึ่งสามารถเขียนแบบจำลองการวิเคราะห์ความแปรปรวน 3 ปัจจัยได้ดังนี้

$$Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl} \quad \begin{cases} i = 1, 2..., a \\ j = 1, 2..., b \\ k = 1, 2..., c \\ l = 1, 2..., n \end{cases} \qquad (2\text{-}10)$$

การคำนวณค่าผลรวมทั้งหมดของกำลังสอง สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{n} Y_{ijkl}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abcn} \qquad (2\text{-}11)$$

ค่าผลรวมของกำลังสองของผลหลักหาได้ดังนี้

$$SS_A = \frac{1}{bcn}\sum_{i=1}^{a} Y_{i...}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abcn} \qquad (2\text{-}12)$$

$$SS_B = \frac{1}{acn}\sum_{j=1}^{a} Y_{j..}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abcn} \qquad (2\text{-}13)$$

$$SS_C = \frac{1}{abn}\sum_{k=1}^{a} Y_{.k.}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abcn} \qquad (2\text{-}14)$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{cn}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij..}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abcn} - SS_A - SS_B$$

$$= SS_{Subtotals(AB)} - SS_A - SS_B \quad (2\text{-}15)$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{i.k.}^{2} - \frac{Y_{...}^{2}}{abcn} - SS_A - SS_C$$

$$= SS_{Subtotals(AC)} - SS_A - SS_C \quad (2\text{-}16)$$

$$SS_{BC} = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{a}\sum_{k=1}^{b} Y_{.jk.}^{2} - \frac{Y_{...}^{2}}{abcn} - SS_B - SS_C$$

$$= SS_{Subtotals(BC)} - SS_B - SS_C \quad (2\text{-}17)$$

$$SS_{ABC} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{n} Y_{ijkl}^{2} - \frac{Y_{...}^{2}}{abcn} - SS_A - SS_B -$$

$$SS_C - SS_{AB} - SS_{BC} - SS_{AC}$$

$$= SS_{Subtotals(ABC)} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{AB} - SS_{BC} - SS \quad (2\text{-}18)$$

และ

$$SS_E = SS_T - SS_{Subtotals(ABC)} \quad (2\text{-}19)$$

ตารางที่ 2.6 แสดงตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแบบจำลอง 3 ปัจจัย แบบ Fixed Effect

| Source of Variation | Sum of Square | Degrees of Freedom | Mean Square | $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| A | $SS_A$ | a –1 | $MS_A$ | $F_0 = \frac{MS_A}{MS_E}$ |

ตารางที่ 2.6 (ต่อ)

| Source of Variation | Sum of Square | Degrees of Freedom | Mean Square | $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| B | $SS_B$ | b –1 | $MS_B$ | $F_0 = \frac{MS_B}{MS_E}$ |
| C | $SS_C$ | c –1 | $MS_C$ | $F_0 = \frac{MS_C}{MS_E}$ |
| AB | $SS_{AB}$ | (a –1) – (b – 1) | $MS_{AB}$ | $F_0 = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$ |
| AC | $SS_{AC}$ | (a –1) – (c – 1) | $MS_{AC}$ | $F_0 = \frac{MS_{AC}}{MS_E}$ |
| BC | $SS_{BC}$ | (b –1) – (c – 1) | $MS_{BC}$ | $F_0 = \frac{MS_{BC}}{MS_E}$ |
| ABC | $SS_{ABC}$ | (a –1) – (b – 1) – (c – 1) | $MS_{ABC}$ | $F_0 = \frac{MS_{ABC}}{MS_E}$ |
| Error | $SS_E$ | abc(n – 1) | $MS_E$ | |
| Total | $SS_T$ | abcn – 1 | | |

ที่มา : ปารเมศ ชุติมา (2545 : 240)

2.4.4.2 การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ $3^k$

การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล $3^k$ หมายถึง การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลที่แต่ปัจจัยประกอบด้วย 3 ระดับ กำหนดให้สัญลักษณ์ของปัจจัยและอันตรกริยาแทนด้วยตัวอักษรตัวใหญ่ และระดับทั้งสามของแต่ละปัจจัยมีค่าเป็น ต่ำ ปานกลาง และสูง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนระดับทั้งสามอาจจะใช้ตัวเลข 0 (ต่ำ) 1 (ปานกลาง) 2 (สูง) การทดลองร่วมปัจจัยในการออกแบบ $3^k$ จะแทนด้วยตัวเลข

K ตัว โดยที่ตัวเลขตัวเลขแทนของระดับปัจจัย A, ตัวเลขตัวที่สองแทนระดับของปัจจัย B, …., และตัวเลขที่ K แทนที่ระดับปัจจัย K ตัวอย่างเช่น ในการออกแบบ $3^2$ ตัวเลข 00 หมายถึง การทดลองร่วมปัจจัยซึ่ง ทั้ง A และ B อยู่ที่ระดับต่ำ, 01 หมายถึง การทดลองร่วมปัจจัยที่ A อยู่ที่ระดับต่ำ และ B อยู่ที่ระดับปานกลาง

ในการออกแบบ $3^k$ เมื่อปัจจัยมีลักษณะเป็นเชิงปริมาณเราจะแทนระดับต่ำ ปานกลาง และสูง ด้วย –1, 0 และ 1 ตามลำดับ ซึ่งการใช้สัญลักษณ์เช่นนี้จะทำให้ง่ายในการสร้างแบบจำลองถดถอยของผลตอบที่เกิดจากแต่ละระดับของปัจจัย ตัวอย่างเช่น การออกแบบ $3^2$ ในสมการที่ 2-20 ให้ $X_1$ แทนปัจจัย A และ $X_2$ แทนปัจจัย B แบบจำลอง ของความสัมพันธ์ระหว่าง y กับ $X_1$ และ $X_2$ สามารถแสดงโดย

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \varepsilon \qquad (2\text{-}20)$$

สังเกตว่าจะมีระดับที่สามของปัจจัยเพิ่มเข้ามาในแบบจำลอง ซึ่งทำให้สามารถที่จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบและปัจจัยที่สนใจในลักษณะที่เป็นสมการแบบควอดราติก(Quadratic)

2.4.4.2 การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ $3^3$

สมมติว่ามีปัจจัยอยู่ 3 ปัจจัย ( A, B และ C ) ที่อยู่ในความมสนใจ แต่ละปัจจัยประกอบด้วย 3 ระดับ ซึ่งถูกจัดอยู่ในรูปแบบของการทดลองเชิงแฟกทอเรียล การออกแบบในกรณีนี้เรียกว่า การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ $3^3$ การทดลองนี้จะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยจำนวน 27 การทดลอง ดังนั้น จะมีระดับขั้นเสรีเท่ากับ 26 ผลหลักแต่ละตัวจะมีระดับขั้นเสรีเท่ากับ 2 อันตรกิริยาแบบสองปัจจัยแต่ละตัวจะมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 4 และอันตรกิริยาแบบสามปัจจัยจะมีขั้นระดับความเสรีเท่ากับ 8 ถ้าทำการทดลองทั้งสิ้น n เรพลิเคต จะมีระดับขั้นความเสรีผลรวมเท่ากับ $n3^3$- 1และมีค่าความผิดพลาดของระดับขั้นความเสรีเท่ากับ $3^3(n – 1)$

2.4.4.3 การบล็อกในการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล

ปกติการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลจะเป็นแบบสุ่มบริบูรณ์ (Completely Randomized) แต่ในบางครั้งเราพบว่าการทดลองในบางครั้งให้ผลไม่คุ้มค่าในทางปฏิบัติ เช่นการปรากฏของสิ่งรบกวน

ในการทดลองอาจทำให้เราต้องทำการทดลองภายในขอบเขตจำกัดหรือบล็อค พิจารณาการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ 2 ปัจจัย (A และ B) ซึ่งมี n เรพลิเคต แบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของการทดลองนี้สามารถเขียนเป็น

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = 1, 2..., a \\ j = 1, 2..., b \\ k = 1, 2..., n \end{cases} \qquad (2\text{-}21)$$

โดยที่ $\tau_i$ , $\beta_j$ และ $(\tau\beta)_{ij}$ แทนผลของปัจจัย A , B และปฏิสัมพันธ์ของ AB ตามลำดับ สมมติว่าในการดำเนินการทดลองนี้ เราต้องการวัตถุดิบเฉพาะอย่างหนึ่ง ซึ่งวัตถุดิบนี้มีขนาดรุ่นไม่พอเพียงที่จะทำการทดลองร่วมปัจจัยทั้งหมด abn การทดลองให้เกิดขึ้นจากวัตถุดิบรุ่นเดียวกัน อย่างไรก็ตาม ถ้าขนาดรุ่นมีวัตถุดิบเพียงพอสำหรับทำ abการทดลอง ดังนั้นทางเลือกของการทดลองคือการออกแบบให้ n เรพลิเคตแยกออกจากกัน และการทดลองแบบ 1 เรพลิเคตของการทดลองเชิงแฟกทอเรียลจะถูกดำเนินการในแต่ละบล็อก และแบบจำลองสามารถเขียนได้ดังนี้

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \delta_k + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = 1, 2..., a \\ j = 1, 2..., b \\ k = 1, 2..., n \end{cases}$$

(2-22)

โดยที่ $\delta_k$ คือผลที่เกิดจากการบล็อกครั้งที่ k แน่นอนว่าภายในบล็อกลำดับของการทดลองร่วมปัจจัยที่เกิดขึ้นจะเป็นแบบ Completely Randomized Blocking

ซึ่งในการวิเคราะห์ความแปรปรวนกรณีนี้ จะคล้ายคลึงกับตารางการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล โดยที่ผลรวมของกำลังสองของความผิดพลาดจะถูกทำให้ลดลงด้วยค่าผลรวมของกำลังสองของบล็อก เราจะหาค่าผลรวมของกำลังสองของบล็อกได้จากผลรวมของกำลังสองระหว่าง n ผลรวมของบล็อกทั้งหมด ($Y_{ijk}$)

การคำนวณค่าผลรวมทั้งหมดของกำลังสอง สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$SS_T = \sum\sum\sum Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abn} \qquad (2\text{-}23)$$

ค่าผลรวมของกำลังสองของผลหลักหาได้ดังนี้

$$SS_{Blocks} = \frac{1}{ab}\sum_{k} Y_{..k}^{2} - \frac{Y_{...}^{2}}{abn} \quad (2\text{-}24)$$

$$SS_{A} = \frac{1}{bn}\sum_{i} Y_{i..}^{2} - \frac{Y_{...}^{2}}{abn} \quad (2\text{-}25)$$

$$SS_{B} = \frac{1}{an}\sum_{j}^{a} Y_{.j.}^{2} - \frac{Y_{...}^{2}}{abn} \quad (2\text{-}26)$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i}\sum_{j} Y_{ij.}^{2} - \frac{Y_{...}^{2}}{abn} - SS_{A} - SS_{B}$$

$$= SS_{Subtotals(AB)} - SS_{A} - SS_{B} \quad (2\text{-}27)$$

และ

$$SS_{E} = SS_{T} - SS_{AB} - SS_{A} - SS_{B} - SS_{Blocks} \quad (2\text{-}28)$$

ตารางที่ 2.7 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล 2 ปัจจัยแบบบล็อกบริบูรณ์เชิงสุ่ม

| Source of Variation | Sum of Square | Degrees of Freedom | Mean Square | $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| Blocks | $SS_{Blocks}$ | n –1 | $MS_{Blocks}$ | |
| A | $SS_{A}$ | a –1 | $MS_{A}$ | $\frac{MS_{A}}{MS_{E}}$ |

ตารางที่ 2.7 (ต่อ)

| Source of Variation | Sum of Square | Degrees of Freedom | Mean Square | $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| B | $SS_B$ | b –1 | $MS_B$ | $\frac{MS_B}{MS_E}$ |
| AB | $SS_{AB}$ | (a –1) (b – 1) | $MS_{AB}$ | $\frac{MS_{AB}}{MS_E}$ |
| Error | $SS_E$ | (ab –1) (n – 1) | $MS_E$ | |
| Total | $SS_T$ | abn – 1 | | |

ที่มา : ปารเมศ ชุติมา (2545 : 247)

การบล็อกอาจเกิดขึ้นในรุ่นของวัตถุดิบ หรือในทางปฏิบัติอาจจะมีเหตุการณ์อีกหลายอย่างที่จะทำให้เกิดข้อจำกัดขึ้นได้ เช่น เวลา คนงาน วัสดุ อุปกรณ์ เป็นต้น ตัวอย่างเช่น ถ้าเราไม่สามารถทำการทดลองเชิงแฟกทอเรียลทั้งหมดให้เสร็จภายในวันเดียวได้ ดังนั้นผู้ทำการทดลองอาจจะต้องทดลองเรพลิเคตแรกในวันที่ 1 เรพลิเคตที่ 2 ในวันที่ 2 และต่อๆ ไปเช่นนี้ดังนั้นในกรณีนี้การทดลองในแต่ละวันจะเป็นบล็อกของการทดลอง

## 2.5 **การวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร** (Multivariate Analysis of Variance)

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลในงานวิจัยที่ศึกษาตัวแปรหลายตัวเรียกว่า การวิเคราะห์หลายตัวแปร (Multivariate analysis) เทคนิคดังกล่าวสามารถใช้วิเคราะห์ข้อมูลจากงานวิจัยที่เป็นการทดลองที่มีการควบคุม ไปจนกระทั่งถึงงานวิจัยที่หาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์หลายตัวแปรเป็นเรื่องเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหลายตัว ใช้เรียกกันใน 3 กรณีคือ ตัวแปรตามมากกว่า 1 ตัว ตัวแปรต้นมากกว่า 1 ตัว และ ตัวแปรมากกว่า 1 ตัว

ในกรณีการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร (Multivariate Analysis of Variance – MANOVA) นั้นจะให้ผลดีเมื่อตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กันปานกลาง ถ้าความสัมพันธ์เหล่านั้นสูงมากไปทำให้มีความคลุมเครือในผลการวิเคราะห์ได้ ส่วนตัวแปรตามที่มีความสัมพันธ์กันต่ำมากไปหรือไม่สัมพันธ์กันนั้น การวิเคราะห์หลายตัวแปรให้ผลพอๆกับการวิเคราะห์หนึ่งตัวแปร

ข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร

ในการวิเคราะห์หลายตัวแปรต้องมีการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นว่าเป็นไปได้หรือไม่ ซึ่งอาจส่งผลต่อการวิเคราะห์ได้ถ้าไม่เป็นจริง ข้อตกลงเบื้องต้นใน MANOVA มี 3 ประการคือ

1. ข้อมูลตัวแปรตามมีความเป็นอิสระ (Independence)

2.ข้อมูลตัวแปรตามทุกตัวที่ศึกษามีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (Multivariate normal distribution)

3. เมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วม ของตัวแปรตามที่ศึกษาในแต่ละกลุ่มเท่ากัน (Homogeneity of variance-covariance matrices)

### 2.5.1 **ความเป็นอิสระ** (Independence)

ข้อมูลแต่ละตัวต้องมีความเป็นอิสระแก่กัน ผู้วิจัยต้องตรวจสอบความเป็นอิสระในแง่มุมต่างๆ ซึ่งความบกพร่องในเรื่องนี้เพียงเล็กน้อยสามารถมีผลกระทบต่อทั้งระดับนัยสำคัญและพาวเวอร์ของสถิติ F ใน ANOVA ได้มาก (และมีผลกระทบในทำนองเดียวกับ MANOVA ด้วย) นั่นคือทำให้ระดับ $\alpha$ ที่ใช้จริงมีค่าสูงกว่าระดับ $\alpha$ ที่ระบุได้หลายเท่า ความไม่เป็นอิสระของข้อมูลวัดได้

$$R = \frac{MS_b - MS_w}{MS_b + (n-1)MS_w} \qquad (2\text{-}29)$$

ด้วยสหสัมพันธ์ภายในชั้น (Intraclass correlation –R) เมื่อ $MS_b$ และ $MS_w$ เป็นตัวเศษและส่วนในการคำนวณสถิติ F และ n เป็นจำนวนข้อมูลใน 1 กลุ่ม

### 2.5.2 **การแจกแจงปกติหลายตัวแปร** (Multivariate normality)

ตัวแปรแต่ละตัวมีการแจกแจงปกติตามที่ใช้ใน ANOVA บวกกับคุณสมบัติอื่นๆดังนี้

1. การเชื่อมโยงตัวแปรเชิงเส้นตรงใดๆ จะมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร

2. ชุดย่อยทุกชุดของตัวแปรจะมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ข้อนี้นำไปสู่การแจกแจงปกติสองตัวแปร (Bivariate normality) สำหรับตัวแปรทุกคู่

การแจกแจงปกติสองตัวแปรแสดงได้ด้วยการลงจุด (Scatter plots) ของตัวแปรแต่ละคู่ซึ่งจะเป็นรูปวงรี (Ellipse) ถ้าตัวแปรมีความสัมพันธ์กัน ยิ่งตัวแปรมีความสัมพันธ์กันสูงรูปวงรีจะผอมยิ่งขึ้นดังนั้นการลงจุดของตวแปรแต่ละคู่ใช้เป็นหลักฐานส่วนหนึ่งในการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น

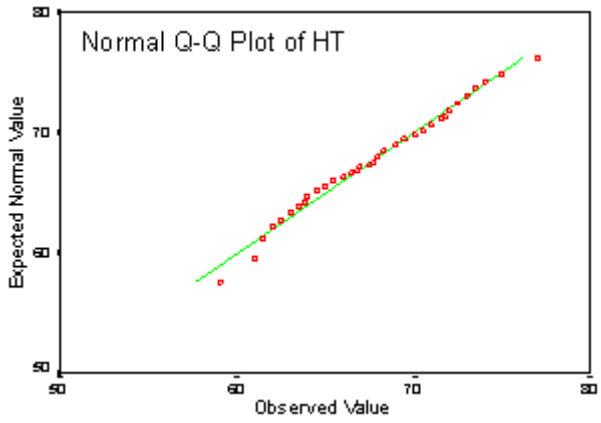
ได้เมื่อเวคเตอร์ y มีการแจกแจงเป็นปกติหลายตัวแปร (สมมติ 2 ตัวแปร) โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น $\mu$ และความแปรปรวน $\Sigma$ นั่นคือ

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \sum = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \tag{2-30}$$

ฟังก์ชั่นความหนาแน่นของการแจกแจงปกติสองตัวแปร (Bivariate normal density function) เมื่อ $\rho > 0$ แสดงเป็นรูปวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ ($\mu_1$, $\mu_2$) ซึ่งเรียกว่าเซ็นทรอยด์ของการแจกแจง (Centroid of the distribution) อย่างไรก็ดีถ้าพบว่าข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น ผู้วิจัยสามารถแปลงข้อมูลให้มีการแจกแจงปกติได้ โดยวิธีต่างๆเช่น การยกกำลังสอง การถอดรากที่สอง การหาส่วนกลับ การหาค่าลอการิทึม เป็นต้น

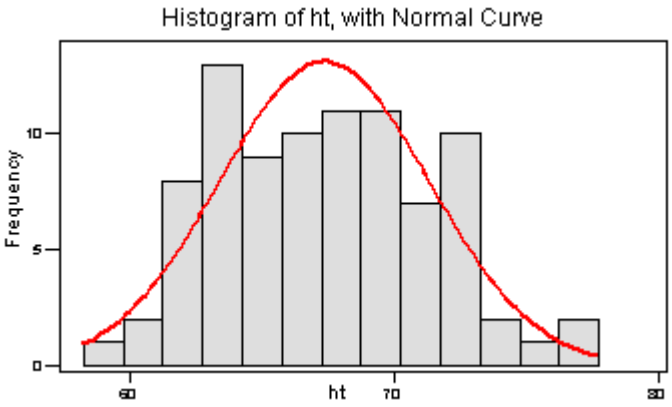
2.5.2.1 การตรวจสอบการแจกแจงปกติหนึ่งตัวแปร

มีวิธีมากมายทั้งวิธีใช้กราฟและไม่ใช้กราฟในการทดสอบการแจกแจงปกติสำหรับตัวแปรแต่ละตัว วิธีหนึ่งก็คือการลงจุด Q-Q (Q-Q plots) จุดเหล่านี้มาจากค่าควอนไทล์ (Quantile) ที่คำนวณจากกลุ่มตัวอย่างและค่าควอนไทล์ที่คาดหวังจากการแจกแจงปกติ ถ้าจุดเหล่านี้เรียงตัวเกือบเป็นเส้นตรง ข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงปกติก็ยอมรับได้ และอีกวิธีหนึ่งที่เป็นการใช้กราฟคือ การตรวจสอบฮิสโตแกรมของตัวแปรตามในแต่ละตัวในแต่ละกลุ่ม




ภาพประกอบที่ 2.7 แสดง Normal Q-Q plot

ที่มา http://149.170.199.144/new_rd/contents/goodfit.htm(8/2/2548)




ภาพประกอบที่ 2.8 แสดง Histogram plot

ที่มา http://149.170.199.144/new_rd/contents/goodfit.htm(8/2/2548)

นอกจากนี้ยังดูได้จาก Stem and leaf plots และ Box plots ได้อีกด้วย สำหรับวิธีการที่ไม่ใช้กราฟมี สถิติไค-สแควร์ทดสอบความพอเหมาะ Komogorov-Smirnov และ Shapiro –Wlik นอกจากนี้ยังมี สัมประสิทธิ์ความเบ้ (Skewness) และความโด่ง (Kurtosis)

2.5.2.2 การตรวจสอบการแจกแจงปกติหลายตัวแปร

วิธีการตรวจสอบการแจกแจงปกติหลายตัวแปรสามารถกระทำได้ด้วยการคำนวณค่า Mahalanobis distances ($D^2$) สำหรับข้อมูลแต่ละตัวและลงจุดที่คำนวณได้นี้กับค่าเปอร์เซ็นไทล์ของ ไค-สแควร์ ถ้าประชากรมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปรและทั้ง n และ n-p มีค่าสูงกว่า 25 (โดยประมาณ) แต่ละค่าของ $D^2$ จะมีลักษณะเหมือน ไค-สแควร์

**2.5.3 การเท่ากันของเมทริกซ์ความแปรปรวน – แปรปรวนร่วม**

ในกรณีของ MANOVA ซึ่งมีตัวแปรตามหลายตัว ในแต่ละกลุ่มเราต้องหาเมทริกซ์ของความแปรปรวน – แปรปรวนร่วม S ( S เป็นค่าประมาณของเมทริกซ์ ความแปรปรวน – แปรปรวนร่วมของประชากรซึ่งใช้สัญลักษณ์ $\sum$ ) ถ้าข้อตกลงเบื้องต้นนี้เป็นจริง เมทริกซ์ S ในแต่ละกลุ่มต้องเท่ากันหรือใกล้เคียงกันมาก ซึ่งสถิติที่ใช้ทดสอบคือ สถิติบ๊อกซ์ (Box test) ถ้าพบว่าไม่มีนัยสำคัญแสดงว่าดำเนินการทดสอบสมมติฐานได้ แต่ถ้าพบว่ามีนัยสำคัญ เมื่อขนาดกลุ่มตัวอย่างเท่ากันควรแปลงข้อมูลเพื่อให้ได้เมทริกซ์ของความแปรปรวน-แปรปรวนร่วมที่เท่ากัน ถ้าขนาดของกลุ่มต่างกันมากให้เปรียบเทียบค่า |S| ของกลุ่มต่างๆ ว่ามีขนาดสอดคล้องกับขนาดกลุ่มหรือไม่แล้ว

ปรับค่าระดับ $\alpha$ ในกรณีที่ค่า |S| และขนาดกลุ่มตัวอย่างมีลักษณะผสมซึ่งไม่เป็นไปตามระบบ ผลกระทบที่มีต่อ $\alpha$ จะไม่รุนแรงเนื่องจากมีการตัดผลกระทบกันเอง

## 2.6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปรสำหรับกรณีหลายแฟคเตอร์

การวิเคราะห์ความแปรปรวนในแบบแผนที่มีสองแฟคเตอร์ทำให้ผู้วิจัยสามารถศึกษาผลร่วมของสองแฟคเตอร์ที่มีต่อตัวแปรตาม ซึ่งเรียกว่าผลของปฏิสัมพันธ์ (Interaction effect) นอกจากนี้การทดสอบผลของทรีทเม้นยังมีพาวเวอร์สูงกว่าแบบแผนแฟคเตอร์เดียว ซึ่งแบบแผนการวิเคราะห์แบบ MCRF-IJ (Multivariate completely randomized factorial design) สามารถเขียนโมเดลการวิเคราะห์ดังนี้

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk} \qquad (2\text{-}31)$$

โดยที่ $\varepsilon_{ijk} \sim IN(0,\Sigma)$

ตารางที่ 2.8 แสดงรูปแบบข้อมูลการวิเคราะห์แบบ MCRF-IJ

$$\begin{bmatrix} y'_{111} \\ y'_{112} \\ y'_{121} \\ y'_{122} \\ y'_{131} \\ y'_{132} \\ y'_{211} \\ y'_{212} \\ y'_{221} \\ y'_{222} \\ y'_{231} \\ y'_{232} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \cdots & \mu_{1p} \\ \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1p} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2p} \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1p} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2p} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \cdots & \beta_{3p} \\ \gamma_{111} & \gamma_{112} & \cdots & \gamma_{11p} \\ \gamma_{121} & \gamma_{122} & \cdots & \gamma_{12p} \\ \gamma_{131} & \gamma_{132} & \cdots & \gamma_{13p} \\ \gamma_{211} & \gamma_{212} & \cdots & \gamma_{21p} \\ \gamma_{221} & \gamma_{222} & \cdots & \gamma_{22p} \\ \gamma_{231} & \gamma_{232} & \cdots & \gamma_{23p} \end{bmatrix} + E$$

ที่มา : ผจงจิต อินทสุวรรณ (2545 : 205)

รูปโมเดล GLM (General linear model) ในกรณีทั่วไปคือ

$$\underset{N\times p}{Y} = \underset{N\times q}{X}\ \underset{q\times p}{B} + \underset{N\times p}{E} \quad (2\text{-}32)$$

สมาชิกในแต่ละแถวในเมทริกซ์ Y คือ $y'_{ijk}$ เป็นข้อมูล p ตัวดังนี้

$$\underset{N\times p}{Y} = \underset{N\times p}{X}\ \underset{q\times p}{B} + \underset{N\times p}{E} \quad (2\text{-}33)$$

สัญลักษณ์นอกนั้นยังเหมือนเดิมเมื่อกำหนดเงื่อนไขต่อไปนี้ให้กับโมเดล

$$\sum_{i=1}^{I} \alpha_i = 0 \quad (2\text{-}34)$$

$$\sum_{j=1}^{J} \beta_i = 0 \quad (2\text{-}35)$$

$$\sum_{i=1}^{I} \gamma_{ij} = 0 \quad (2\text{-}36)$$

$$\sum_{j=1}^{J} \gamma_{ij} = 0 \quad (2\text{-}37)$$

(แต่ละเวคเตอร์มีขนาด p×1)

ดังนั้นพารามิเตอร์ในโมเดลสำหรับ MCRF-IJ สามารถประมาณได้ดังนี้

$$\hat{\mu} = \bar{y} \quad (2\text{-}38)$$

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} \quad (2\text{-}39)$$

$$\hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..} \quad (2\text{-}40)$$

$$\hat{\gamma}_{ij} = \bar{y}_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..} \quad (2\text{-}41)$$

ตารางที่ 2.9 แสดง MANOVA Table สำหรับแบบแผน MCRF-IJ

| Source | df | SSCP |
|---|---|---|
| A (Row) | I-1 | $SSCP_A$ |
| B (Column) | J-1 | $SSCP_B$ |
| AB (Interaction) | (I-1)(J-1) | $SSCP_{AB}$ |
| w (with in group) | N-IJ | $SSCP_w$ |
| Total | N-1 | $SSCP_{Total}$ |

ที่มา : ผจงจิต อินทสุวรรณ (2545 : 206)

โดยที่ค่าของเทอม SSCP ต่างๆคำนวณได้จากสูตรดังนี้

$$SSCP_A = Jn_{ij} \sum_{i=1}^{I}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})' \quad (2\text{-}42)$$

$$SSCP_B = In_{ij} \sum_{j=1}^{J}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})' \quad (2\text{-}43)$$

$$SSCP_{AB} = n_{ij} \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}(\bar{y}_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})(\bar{y}_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})' \quad (2\text{-}44)$$

$$SSCP_W = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{n_{ij}}(\bar{y}_{ijk}-\bar{y}_{ij})(\bar{y}_{ijk}-\bar{y}_{ij})' \quad (2\text{-}45)$$

เทอม SSCP เหล่านี้ใช้ทดสอบสมมติฐานได้ดังนี้

สมมติฐานเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ (Interaction effect)

$H_{0(AB)}$ : $\gamma_{ij} = 0$ สำหรับทุกคู่ (ij)

$H_{1(AB)}$ : $\gamma_{ij} \neq 0$ อย่างน้อยหนึ่งตัว

สมมติฐานเกี่ยวกับผลของแฟคเตอร์ A

$H_{0(A)}$ : $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_I = 0$

$H_{1(A)}$ : $\alpha_i \neq 0$ อย่างน้อยหนึ่งตัว

สมมติฐานเกี่ยวกับผลของแฟคเตอร์ B

$H_{0(B)}$ : $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_J = 0$

$H_{1(B)}$ : $\beta_j \neq 0$ อย่างน้อยหนึ่งตัว

**สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน**

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานมีทั้งหมดสี่ตัวคือ Wilk's lambda , Roy , Layley-Hotelling และ Pillai ซึ่งสถิติทุกตัวจะให้ผลเหมือนกัน

สำหรับสถิติ Wilks' $\Lambda$ นั้นใช้ likelihood ratio ซึ่งมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$= \frac{|SSCP_W|}{|SSCP_{AB}+SSCP_W|} \quad \text{ใช้ทดสอบ } H_{0(AB)} \qquad (2\text{-}46)$$

$$= \frac{|SSCP_W|}{|SSCP_A+SSCP_W|} \quad \text{ใช้ทดสอบ } H_{0(A)} \qquad (2\text{-}47)$$

$$= \frac{|SSCP_W|}{|SSCP_B+SSCP_W|} \quad \text{ใช้ทดสอบ } H_{0(B)} \qquad (2\text{-}48)$$

และ $H_0$ จะถูกปฏิเสธเมื่อ $\Lambda$ มีค่าต่ำ การใช้การทดสอบ likelihood นี้มีเงื่อนไขว่า $p \leq IJ(n-1)$ เพื่อให้ $SSCP_w$ เป็น positive definite ซึ่งค่าไอเกนของเมทริกซ์นี้ทุกค่าเป็นบวก

ในกรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ และในแต่ละเซลล์มี n เท่ากันสถิติ Wilk's lambda

สามารถประมาณเป็น ไค-สแควร์ได้ $H_0$ ต่างๆจะถูกปฏิเสธด้วยเงื่อนไขดังนี้

$H_{0(AB)}$ จะถูกปฏิเสธที่ระดับ $\alpha$ ถ้า

$$-\left[ IJ\,(n-1) - \frac{P + 1 - (I-1)(J-1)}{2} \right] \ln \Lambda > \alpha \chi^2_{p(I-1)(J-1)} \qquad (2\text{-}49)$$

$H_{0(A)}$ จะถูกปฏิเสธที่ระดับ $\alpha$ ถ้า

$$-\left[ IJ(n-1) - \frac{P + 1 - (I-1)(J-1)}{2} \right] \ln \Lambda > \alpha \chi^2_{p(I-1)} \qquad (2\text{-}50)$$

$H_{0(B)}$ จะถูกปฏิเสธที่ระดับ $\alpha$ ถ้า

$$-\left[ IJ(n-1) - \frac{P + 1 - (I-1)(J-1)}{2} \right] \ln \Lambda > \alpha \chi^2_{p(J-1)} \qquad (2\text{-}51)$$

เมื่อ $\alpha\chi^2_{df}$ เป็น $\alpha$ เปอร์เซ็นไทล์บนของการแจกแจงไค-สแควร์ที่มี df ที่กำหนด