

การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงโดยใช้วิธีบาวดารีเอลิเมนต์
แบบกึ่งวิเคราะห์

**A Semi Analytic Boundary Element Method for the Calculation of
Power Line Fields**

สลักจิตร์ นิลบวร

Salakchit Nilboworn

๐

เลขที่	TK0221	๘๔๖	๒๕๕๑	ค.	๒
Lib Key	311782				
	๙.๐๐๐.๒๕๕๑				

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of
Master of Engineering in Electrical Engineering
Prince of Songkla University**

2551

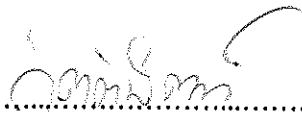
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ชื่อวิทยานิพนธ์ การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง
 โดยใช้วิธีบาวคาร์อิติเมนต์แบบกึ่งวิเคราะห์

ผู้เขียน นางสาวสลักจิตร นิลบวร

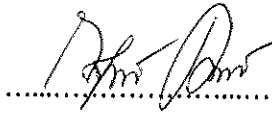
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

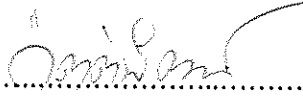


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กิตติพัฒน์ ดันตระกูลรุ่งโรจน์)

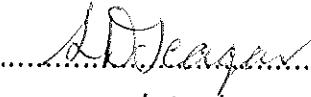
คณะกรรมการสอบ



.....ประธานกรรมการ
 (ดร.กุสุมาลย์ เหมยานนท์)

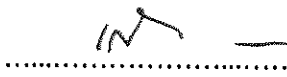


.....กรรมการ
 (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กิตติพัฒน์ ดันตระกูลรุ่งโรจน์)



.....กรรมการ
 (ดร.แอนดรูว์ ชีการ์)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยนี้เป็น
 ส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า



(รองศาสตราจารย์ ดร.เกริกชัย ทองหนู)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ชื่อวิทยานิพนธ์	การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง โดยใช้วิธีบาวคาร์เรียลลิเมนต์แบบกึ่งวิเคราะห์
ผู้เขียน	นางสาวสลักจิตร์ นิลบวร
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
ปีการศึกษา	2551

บทคัดย่อ

ระบบไฟฟ้าแรงสูงเป็นระบบสายส่งหลักในการจ่ายไฟฟ้าสู่เขตชุมชนทั่วประเทศ เราสามารถมองเห็นสายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้ทั่วไปทุกหนทุกแห่งดังนั้นการศึกษาดังกล่าวถึงผลกระทบของสนามไฟฟ้าภายใต้สายส่งจึงเป็นสิ่งสำคัญ สำหรับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูง จัดเป็นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่กำเนิดขึ้นจากการส่งจ่ายย่านความถี่ต่ำมากๆ (Extremely Low Frequency : ELF) มีความถี่ 50-60 Hz :ซึ่งสามารถใช้วิธีการคำนวณสนามไฟฟ้าแบบกึ่งสถิต (Quasi-static Method) สำหรับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูงใช้วิธีการคำนวณสนามไฟฟ้าแบบกึ่งสถิต (Quasi-static Method) ในงานวิจัยนี้นำเสนอการประยุกต์วิธีการคำนวณสนามไฟฟ้าแบบกึ่งสถิตกับสายส่งสองวงจร 500 kV โดยแบ่งการคำนวณออกเป็น 4 หัวข้อ หัวข้อแรกคือ สร้างโมเดลของสายส่งจากทฤษฎี จากค่าแรงดันและค่ากระแสที่นำเสนอในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ หัวข้อที่ 2 คือ ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการพิจารณาลำดับฮาร์โมนิก หัวข้อที่ 3 คำนวณค่าความเข้มข้นสนามไฟฟ้าโดยรอบสายควบ และหัวข้อสุดท้ายคือแสดงค่าศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามฟังก์ชันของเวลา

ตัวแปรสำคัญในการคำนวณอย่างเช่น ขนาดสายส่ง, ลักษณะการวางสาย, ระยะห่างระหว่างเฟส และความสูงของสาย ล้วนเป็นข้อมูลประกอบเพื่อใช้ในการคำนวณทั้งสิ้น สำหรับงานวิจัยนี้ได้เสนอแนวทางการคำนวณด้วยระเบียบวิธีต่างๆ ที่จำเป็นต่อการแสดงขนาดของศักย์ไฟฟ้าซึ่งประกอบด้วยสมการ Quasi-static จากสมการของแมกซ์เวลล์ ประยุกต์ใช้กับระเบียบวิธีบาวคาร์เรียลลิเมนต์ (BEM) เพื่อสร้างสมการการอินทิกรัลค่าศักย์ไฟฟ้าร่วมกับสมการ fundamental solution และทฤษฎีของกรีน (Green's theorem) สมการการอินทิกรัลค่าศักย์ไฟฟ้าสามารถแปลงให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ฟอร์ม เมื่อแก้สมการเมตริกซ์โดยทำการอินเวิร์สเพื่อหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ ในพื้นที่ที่พิจารณา

คำสำคัญ : ย่านความถี่ต่ำมากๆ, สนามไฟฟ้าแบบกึ่งสถิต, ระเบียบวิธีบาวคาร์เรียลลิเมนต์

Thesis Title A Semi Analytic Boundary Integral Method for the Calculation of
Power Line Fields
Author Miss. Salakchit Nilboworn
Major Program Electrical Engineering
Academic Year 2007

ABSTRACT

High Voltage alternating current electrical systems are essential to distribute power throughout the country to communities everywhere. It is important to be able to calculate the fields near ground level underneath the transmission lines. Fields from power transmission lines are usually 50-60 Hz, which is in the ELF (extremely low frequency) range. In this range the most general description for electromagnetic fields (i.e. Maxwell's equation) can be reduced to a quasi-static form. In this thesis, the general theory of quasi-static fields is applied to two line 500 kV electric power transmission line. The work is separated into four parts. Firstly, a geometric model is constructed to represent the conductors in the line, with voltages and currents represented as Fourier series. Secondly, the error incurred by truncating the Fourier series is examined. Thirdly, the field intensity around bundled conductors is calculated. And, finally, the field is plotted as a function of time.

In the calculations the size of conductors, the positioning and space between the phases, and the height of the lines above ground are all parameters which have influence on the overall shape of the fields. The calculations used here are constructed as a solution to the quasi-static form of Maxwell's equations, by applying the Boundary Element Method (BEM) to the integral equation obtained by substituting the fundamental solution for the potential into Green's theorem. The integral equation is converted into a discrete (matrix) system, and is solved using a matrix inverse to produce the value of the potential.

Keywords : extremely low frequency, Quasi-static fields, Boundary Element Method

กิตติกรรมประกาศ

ขอแสดงคำขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กิตติพัฒน์ ต้นตระกูลโรจน์ ประธานกรรมการที่ปรึกษาที่ได้กรุณาให้การสนับสนุนในด้านต่างๆ เป็นอย่างดี ไม่ว่าจะเป็นการให้คำปรึกษา การแนะนำความรู้ในด้านต่างๆ เอกสารข้อมูล รวมทั้งตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้ดำเนินไปอย่างสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณ ดร.แอนดรูว์ ซีการ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิตยา ซีการ์ที่ได้แนะนำความรู้ในด้านต่างๆ ของงานวิจัยนี้ คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย คำแนะนำ และให้การช่วยเหลือแก้ไขปัญหาในงานวิจัยตลอดจนตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้ดำเนินไปอย่างสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่าน และเจ้าหน้าที่ในภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าทุกท่านต่อการให้คำปรึกษาตลอดจนให้ความช่วยเหลือด้านต่างๆ จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วง

ขอขอบพระคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์และบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่ที่ให้การสนับสนุนทุนในการวิจัยและทุนนำเสนองานวิจัย

ขอขอบพระคุณคุณพิทักษ์ ปิ่นอนงค์ และคุณสมคิด ชิววงศ์ วิศวกรรมสายส่ง การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย ที่ได้ให้คำแนะนำ คำปรึกษาและข้อมูลอ้างอิงการคำนวณที่จำเป็นในงานวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณเพื่อนนักศึกษาระดับปริญญาโทภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำ คำปรึกษาและให้กำลังใจเป็นอย่างดีมาตลอด

และสุดท้ายนี้ ข้าพเจ้าน้อมรำลึกถึงพระคุณของบิดามารดาและครอบครัวที่คอยส่งเสริมให้กำลังใจและให้ความช่วยเหลือทางด้านทุนทรัพย์ตลอดมา ทำให้ข้าพเจ้าได้รับการศึกษาจนกระทั่งประสบความสำเร็จ

สลักจิต นิลบวร

สารบัญ

	หน้า
สารบัญ.....	(6)
รายการภาพประกอบ.....	(9)
สัญลักษณ์คำย่อและตัวย่อ.....	(13)
บทที่	
1 บทนำ	
1.1 ความสำคัญและที่มาของหัวข้อวิจัย.....	1
1.2 การตรวจเอกสาร.....	3
1.3 วัตถุประสงค์.....	4
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	4
1.5 ขั้นตอนและวิธีการวิจัย.....	5
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	6
2 อุปกรณ์และหลักการคำนวณ	
2.1 ข้อมูลประกอบการคำนวณ.....	7
2.1.1 การเลือกระดับแรงดัน.....	7
2.1.2 รายละเอียดสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 500 kV.....	7
2.1.3 ระบบไฟฟ้า 3 เฟส (Three phase systems).....	10
2.1.4 แรงดันยอด (Peak Voltage).....	11
2.2 อุปกรณ์ในการวิจัย.....	12
2.2.1 โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์.....	12
2.3 วิธีการวัดค่าสนามไฟฟ้า.....	13
2.3.1 เครื่องมือวัดค่าสนามไฟฟ้าบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง.....	13
2.3.2 วิธีวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก.....	14
2.4 ผลกระทบที่เกิดจากสนามไฟฟ้า.....	15
2.4.1 ผลกระทบที่เกิดกับคน.....	15
2.4.2 ปฏิกริยาที่เกิดต่อร่างกายมนุษย์.....	17
2.5 การวิเคราะห์สนามไฟฟ้า.....	21
2.5.1 ปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้า.....	21

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2.6 การคำนวณสนามไฟฟ้า.....	22
2.6.1 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method).....	22
2.6.2 วิธีบาวควารีเอลิเมนต์ (Boundary Element Method).....	23
2.7 ทฤษฎีและหลักการเบื้องต้น.....	26
2.7.1 แรงไฟฟ้า (Electric Forces), ความเข้มสนามไฟฟ้า E และความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า D.....	27
2.7.2 การประยุกต์ใช้ไฟฟ้าสถิต.....	28
2.7.3 การอินทิกรัลสนามไฟฟ้า	29
2.7.4 Maxwell's Equations	29
2.7.5 Fundamental Solutions.....	30
2.7.6 Laplace's Operator.....	31
2.7.7 Green's Theorem.....	32
2.7.8 การดิฟเฟอเรนเชียลศักย์ไฟฟ้า.....	34
3 ทฤษฎีการคำนวณ	
3.1 ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้น ระหว่างจุดใดๆ 2 จุดอันเนื่องมาจากประจุชนิดจุด.....	36
3.2 ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้น ระหว่างจุดใด อันเนื่องมาจากสายตัวนำ.....	50
3.2.1 สายส่งไฟฟ้า.....	51
3.2.2 Mirror Images.....	51
3.2.3 การแยกคิดแต่ละตัวนำ.....	52
3.2.4 พารามิเตอร์ของสายตัวนำ.....	52
3.2.5 ค่าศักย์ไฟฟ้าบนสายตัวนำ.....	52
3.2.6 เงื่อนไขขอบเขต.....	54
3.2.7 ค่าศักย์ไฟฟ้าภายนอกขอบเขต.....	55
3.2.8 สมการเชิงเส้นค่าศักย์ไฟฟ้า.....	55
3.2.9 ค่าศักย์ไฟฟ้าบนขอบตัวนำ.....	58
3.2.10 สมการเชิงเส้นการคำนวณเกรเดียนท์.....	59

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3.3 การคิฟเฟอร์เรนจิเอตคักซ์ไฟฟ้า.....	62
3.4 สรุปทฤษฎีการคำนวณ.....	63
4 ผลการทดสอบ	
4.1 สายส่งเส้นเดียวกับพื้นดิน.....	64
4.2 การประมาณค่าตัวแปร K ฮาร์โมนิก.....	66
4.2.1 กรณี K มีค่าเป็น 10	66
4.2.2 กรณี K มีค่าเป็น 22.....	67
4.2.3 กรณี K มีค่าเป็น 40.....	68
4.3 สายตัวนำแบบกลุ่ม (Bundled Conductor).....	69
4.3.1 ความแรงของสนามไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ.....	70
4.3.2 ค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างจุด 2 จุดภายนอกตัวนำ.....	72
4.4 สนามไฟฟ้าปรากฏ.....	75
5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	
5.1 สรุปขั้นตอนทฤษฎี	82
5.1.1 ความเป็นมา.....	83
5.1.2 ความแตกต่างระหว่าง BEM และ Maxwell's potential.....	83
5.1.3 เปรียบเทียบผลการทดสอบกับผลการวัด.....	84
5.2 สรุปขั้นตอนการคำนวณ.....	85
5.2.1 สรุปขั้นตอนการคำนวณและผลลัพธ์ของแบบจำลองที่ 1.....	85
5.2.2 สรุปขั้นตอนการคำนวณและผลลัพธ์ของแบบจำลองที่ 2.....	85
5.2.3 สรุปขั้นตอนการคำนวณและผลลัพธ์ของแบบจำลองที่ 3.....	85
5.2.4 สรุปขั้นตอนการคำนวณและผลลัพธ์ของแบบจำลองที่ 4.....	86
5.3 ปัญหาและข้อเสนอแนะ.....	86
บรรณานุกรม.....	88
ภาคผนวก ก สมการ Expansion Formulae (ประกอบการอินทิกรัล).....	90
ภาคผนวก ข รายละเอียดสายส่ง.....	102
ภาคผนวก ค บทความเสนาองานประชุมวิชาการ.....	112
ประวัติผู้เขียน.....	117

รายการภาพประกอบ

	หน้า
ภาพประกอบ 1-1 แสดงคุณสมบัติของคลื่นสนามไฟฟ้าและคลื่นสนามแม่เหล็ก.....	1
ภาพประกอบ 1-2 ภาพแนวขวางของตำแหน่งตัวนำที่ตำแหน่งคกห้องข้างของสายส่ง 500 kV วงจรคู่.....	2
ภาพประกอบ 2-1 โครงสร้างเสาส่งที่แรงดันต่างๆ.....	8
ภาพประกอบ 2-2 ภาพหน้าตัดของสายส่งแบบ 3 เฟสแบบกลุ่ม (Bundled conductor three-phase line).....	9
ภาพประกอบ 2-3 ตำแหน่งตัวนำที่ใช้ในการคำนวณเลือกใช้ที่ความสูง $Y_{average}$ เท่ากับ 13 เมตร.....	9
ภาพประกอบ 2-4 การเปลี่ยนแปลงไปของแรงเคลื่อนตามเวลา.....	10
ภาพประกอบ 2-5 ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าในแต่ละเฟส.....	11
ภาพประกอบ 2-6 ลักษณะโครงสร้างของเซ็นเซอร์สำหรับวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้า.....	14
ภาพประกอบ 2-7 ตำแหน่งการวัดค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบนพื้นดิน ณ ตำแหน่งคกห้องข้าง.....	14
ภาพประกอบ 2-8 สนามไฟฟ้าบนตัวบุคคล สนามไฟฟ้าภายนอกร่างกายแสดงถึง "flux lines" ลุกศรภายใน.....	15
ภาพประกอบ 2-9 การกระจายตัวของกระแสไฟฟ้าภายในร่างกาย สนามแม่เหล็กไฟฟ้า ทิศทางของสนามแม่เหล็กจะขนานไปกับร่างกายแนวขวาง.....	16
ภาพประกอบ 2-10 ตัวอย่างการแบ่งชิ้นงานออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย.....	23
ภาพประกอบ 2-11 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณหาผลเฉลย.....	24
ภาพประกอบ 2-12 แสดงการแบ่งขอบเขต S เป็นขอบเขตย่อย.....	25
ภาพประกอบ 2-13 ทิศของสนามไฟฟ้ารอบจุดประจุบวกและลบ.....	26
ภาพประกอบ 2-14 แสดงทิศของสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งต่างๆ.....	26
ภาพประกอบ 2-15 แรง F ที่กระทำต่อประจุ q_2 ให้เคลื่อนที่ออกจากประจุ q_1	27
ภาพประกอบ 3-1 เส้นผ่าศูนย์กลางสมมูลของสายควมแบบ 4 เส้น.....	37
ภาพประกอบ 3-2 ค่าศักย์ไฟฟ้ากรณีสนามไฟฟ้ารอบตัวนำมารวมกันที่จุดศูนย์กลางทำตัวเสมือนเป็นจุดประจุ.....	49

รายการภาพประกอบ (ต่อ)

	หน้า
ภาพประกอบ 3-3 สายตัวนำและภาพเงาของสายตัวนำ.....	50
ภาพประกอบ 3-4 แสดงขอบเขตเส้นของ โดเมนวงกลมและการเชื่อมบัพเหล่านี้ตามวิธีต่างๆไป.....	53
ภาพประกอบ 3-5 ประจุ q ที่วางอยู่บนพื้นผิว ครึ่งหนึ่งที่อยู่ภายในขอบเขตและอีกครึ่งที่อยู่ภายนอกขอบเขต.....	58
ภาพประกอบ 3-6 แสดงขั้นตอนการคำนวณสนามไฟฟ้า.....	63
ภาพประกอบ 4-1 ภาพตัวนำหนึ่งตัวนำและภาพเงาโดยกำหนดให้ภาพมีรัศมีสมมติ $r = 20$ เมตร.....	65
ภาพประกอบ 4-2 ภาพสามมิติตัวนำหนึ่งตัวนำและภาพเงาโดยกำหนดให้ภาพมีรัศมีสมมติ $r = 20$ เมตร.....	65
ภาพประกอบ 4-3 ค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 10.....	66
ภาพประกอบ 4-4 ภาพสามมิติค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 10 เมื่อแกน x,y แสดงระยะในแนวนอนและแนวตั้ง แกน z แสดงค่า error ที่เกิดขึ้น.....	66
ภาพประกอบ 4-5 ค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 22.....	67
ภาพประกอบ 4-6 ภาพสามมิติค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 22 เมื่อแกน x,y แสดงระยะในแนวนอนและแนวตั้ง แกน z แสดงค่า error ที่เกิดขึ้น.....	67
ภาพประกอบ 4-7 ค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 44.....	68
ภาพประกอบ 4-8 ภาพสามมิติค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 44 เมื่อแกน x,y แสดงระยะในแนวนอนและแนวตั้ง แกน z แสดงค่า error ที่เกิดขึ้น.....	68
ภาพประกอบ 4-9 อัตราส่วน r/h ที่ค่าลำดับฮาร์โมนิก K.....	69
ภาพประกอบ 4-10 ขนาดของศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุบนตัวนำทรงกลมแบบ 1 สายควบ.....	70
ภาพประกอบ 4-11 ขนาดของศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุบนตัวนำทรงกลมที่แบบ 2 สายควบ.....	71
ภาพประกอบ 4-12 ขนาดของศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุบนตัวนำทรงกลมแบบ 3 สายควบ.....	71

รายการภาพประกอบ (ต่อ)

หน้า

ภาพประกอบ 4-13 ขนาดของค้ำยกไฟฟ้าเนื่องจากประจุบนตัวนำทรงกลมแบบ 4 สายควบ.....	72
ภาพประกอบ 4-14 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (E) ของตัวนำของสายส่ง	73
ภาพประกอบ 4-15 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (E) ของตัวนำของสายควบ 2 เส้น.....	73
ภาพประกอบ 4-16 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (E) ของตัวนำของสายควบ 3 เส้น.....	74
ภาพประกอบ 4-17 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (E) ของตัวนำของสายควบ 4 เส้น.....	74
ภาพประกอบ 4-18 ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้า และจำนวนสายควบ (Bundle).....	75
ภาพประกอบ 4-19 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 0 องศาไฟฟ้า.....	76
ภาพประกอบ 4-22 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 30 องศาไฟฟ้า.....	76
ภาพประกอบ 4-25 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 60 องศาไฟฟ้า.....	76
ภาพประกอบ 4-28 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 90 องศาไฟฟ้า.....	77
ภาพประกอบ 4-31 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 120 องศาไฟฟ้า.....	77
ภาพประกอบ 4-34 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 150 องศาไฟฟ้า.....	77
ภาพประกอบ 4-37 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 180 องศาไฟฟ้า.....	78
ภาพประกอบ 4-40 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 210 องศาไฟฟ้า.....	78
ภาพประกอบ 4-43 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 240 องศาไฟฟ้า.....	78
ภาพประกอบ 4-46 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 270 องศาไฟฟ้า.....	79
ภาพประกอบ 4-49 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 300 องศาไฟฟ้า.....	79
ภาพประกอบ 4-52 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 330 องศาไฟฟ้า.....	79
ภาพประกอบ 4-54 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 350 องศาไฟฟ้า.....	80
ภาพประกอบ 4-55 ค่าค้ำยกไฟฟ้าเฉลี่ยที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดิน เปรียบเทียบค่าจากสามวิธีการทดสอบ.....	81

สัญลักษณ์คำย่อและตัวย่อ

คำย่อ	ความหมาย
กฟผ.	การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย
BEM	Boundary Element Method
FEM	Finite Element Method
ELF	Extremely Low Frequency
EMF	Electromagnetic Fields
EHV	Extra-high Voltage
R.O.W	Right of Way
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
ICNIRP	International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection
ACSR	Aluminium Conductors Steel Reinforced

สัญลักษณ์	ความหมาย
Q	Charge
r	Distance
ϵ	Permittivity
\vec{E}	Electric field intensity
V, Ω	Volume
ρ	Volume charge density
\vec{D}	Electric flux density
S	Area
ϕ_E	Scalar Electric Potential
\vec{A}_B	Vector Magnetic Potential
I	Current
J	Current density
μ	Permeability
σ	Conductivity

สัญลักษณ์คำย่อและตัวย่อ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ความหมาย
\vec{H}	Magnetic field intensity
\vec{B}	Magnetic flux density
n	Unit vector
t	Tangential vector
Ω	Volume
Σ	Surface boundary
∇	The Differential Vector operator

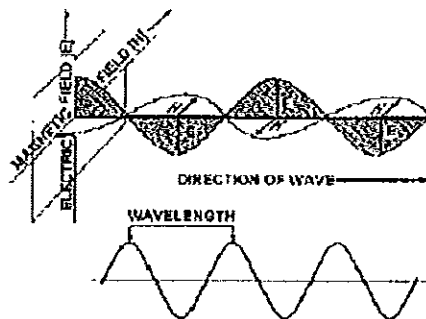
บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของหัวข้อวิจัย

ระบบไฟฟ้าแรงสูงเป็นระบบสายส่งหลักในการจ่ายไฟฟ้าสู่เขตชุมชนทั่วประเทศ เราสามารถมองเห็นสายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้ทั่วไปทุกหนทุกแห่ง ในชีวิตประจำวันของคนเราได้พบเจอกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าทั้งที่เกิดจากธรรมชาติ เช่น รังสีแกมมา รังสีที่เกิดจากแสงอาทิตย์ และจากแหล่งจ่ายที่เกิดจากการสร้างของมนุษย์ เช่น เรดาร์ ไมโครเวฟ โทรทัศน์ วิทยุ สายส่งไฟฟ้าแรงสูงเป็นต้น ดังนั้นการศึกษาถึงผลกระทบของสนามไฟฟ้ารอบๆ สายส่งจึงเป็นสิ่งสำคัญ งานวิจัยนี้จึงนำเสนอการวิเคราะห์ศักย์ไฟฟ้าที่มีแหล่งกำเนิดมาจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสลับเหนือพื้นดิน โดยปกติสนามไฟฟ้าเพียงเล็กน้อยก็มีผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์ซึ่งผลกระทบต่อสุขภาพในระยะยาวนั้นยังไม่ปรากฏแน่ชัด แต่ผลกระทบของการสัมผัสสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากภายนอกต่อร่างกายโดยหลักๆ แล้วจะขึ้นอยู่กับค่าความถี่และขนาดของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

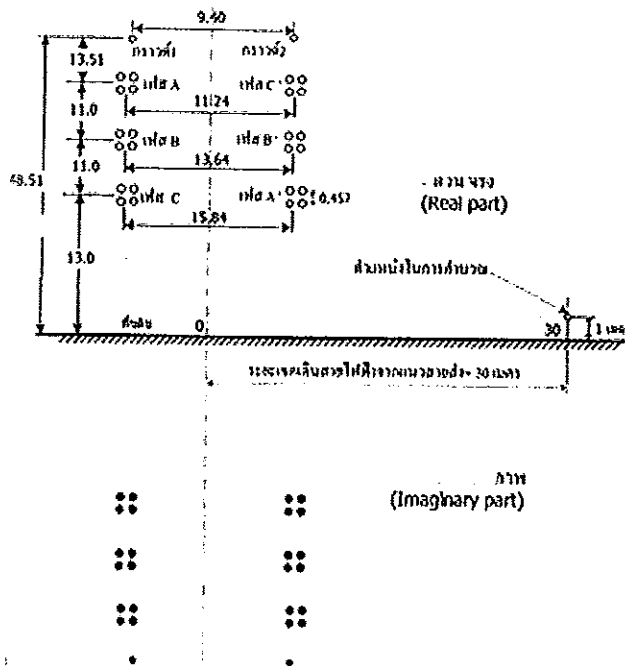
สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะประกอบด้วยคลื่นไฟฟ้า (Electric Wave) และคลื่นแม่เหล็ก (Magnetic Wave) คลื่นทั้งสองจะเคลื่อนที่ไปด้วยกันที่ความเร็วแสงและเป็นคุณลักษณะของความถี่และความยาวคลื่น คือ ความถี่เป็นจำนวนของการแกว่งของคลื่นต่อหน่วยเวลา และระยะห่างระหว่างยอดคลื่นถึงยอดคลื่น ความถี่จะวัดในหน่วยเฮิรตซ์ (Hertz ; Hz) และความยาวคลื่น คือ ระยะทางของคลื่นที่แกว่งเคลื่อนที่ไปได้ใน 1 รอบ (1 cycle) ดังภาพประกอบ 1-1



ภาพประกอบ 1-1 แสดงคุณสมบัติของคลื่นไฟฟ้าและคลื่นแม่เหล็ก
(ข้อมูลพื้นฐานสนามแม่เหล็กไฟฟ้า กฟผ., 2548)

สำหรับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูง จัดเป็นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่กำเนิดขึ้นจากการส่งจ่ายอำนาจความถี่ต่ำมากๆ (Extremely Low Frequency : ELF) มีความถี่ 50-60 Hz ซึ่งสามารถใช้วิธีการคำนวณสนามไฟฟ้าแบบกึ่งสถิต (Quasi-static Method) โดยปกติสามารถใช้สมการไฟฟ้าสถิตหรือแยกพิจารณาสมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Equation) ออกเป็นสมการสนามไฟฟ้าสถิตและสมการสนามแม่เหล็กสถิต (the electrostatic and magnetostatic) แยกค่าไปมาตามความถี่สัญญาณไซเรนของกระแสไฟฟ้า ดังนั้นเมื่อมีช่วงความยาวคลื่นที่ยาวมากในอากาศ โดยรอบจึงสามารถพิจารณาค่าของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กแยกออกจากกันได้โดยไม่เกี่ยวข้องกัน

จากความสัมพันธ์ดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะพัฒนาองค์ความรู้เพื่อใช้ในการประมวลผลเฉพาะค่าศักย์ไฟฟ้าและแสดงค่าศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากสายส่งที่จุดใดๆ โดยนำทฤษฎีบาวคาร์เอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้กับสายส่งไฟฟ้า 500 กิโลโวลต์ แบบสองวงจรที่มีลักษณะโครงสร้างตามมาตรฐานการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย หลังจากนั้นจะนำทฤษฎีที่ได้ไปเขียนเป็น โปรแกรมด้วยภาษาซี เพื่อแสดงถึงระดับของศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้น, ค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าตัวแปรและค่าความเข้มสนามไฟฟ้าที่ขอบเขตการเดินสาย (RIGHT OF WAY) โดยตัวแปรสำคัญในการคำนวณ อย่างเช่น ขนาดสายส่ง, ลักษณะการวางสาย, ระยะห่างระหว่างเฟส, ความสูงของสาย ล้วนเป็นข้อมูลประกอบเพื่อใช้ในการคำนวณทั้งสิ้น โครงสร้างการติดตั้งสายส่งแรงสูงดังภาพข้างล่างนี้



ภาพประกอบ 1-2 ภาพแนวขวางของตำแหน่งตัวนำที่ตำแหน่งตักห้องข้างของสายส่ง 500 kV วงจรคู่

สำหรับงานวิจัยนี้ได้เสนอแนวทางการคำนวณด้วยระเบียบวิธีต่างๆ ที่จำเป็นต่อการแสดงขนาดของศักย์ไฟฟ้า ซึ่งประกอบด้วย ระเบียบวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ (BOUNDARY ELEMENT METHOD) และทฤษฎีประกอบการคำนวณ เช่น Fundamental Solution, Green's Theorem ร่วมกับสมการ Maxwell's Equation ซึ่งเป็นสมการทางฟิสิกส์ที่มีส่วนช่วยเหลือในการหาค่าผลเฉลยทางคณิตศาสตร์ เพื่อบรรยายคุณสมบัติของศักย์ไฟฟ้า

1.2 การตรวจเอกสาร

1.2.1 Seagar, A.D., and Grogard, R.J-M. 1991. Simulation of Current Flow in Piecewise Constant Media. Australasian Physical & Engineering Sciences in Medicine. บทความนี้ได้นำเสนอเกี่ยวกับการจำลองกระแสไฟฟ้าในพื้นที่ซึ่งภายในพื้นที่สามารถแบ่งบริเวณตามคุณสมบัติ (Piecewise Constant Media) และเส้นขอบเขตถูกอธิบายโดยใช้อินทิกรัลฟูเรียร์เพื่อวิเคราะห์ในโดเมนความถี่ ซึ่งเป็นการคำนวณโดยใช้ระเบียบวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ (Boundary Element Method: BEM) ในพื้นที่สองมิติ การหาผลเฉลยของสมการโดยใช้กฎการอนุรักษ์ของกระแส ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของแรงดันที่จุดใดๆ ในพื้นที่และกระแสที่ขอบเขต ดังนั้นสามารถคำนวณค่าแรงดันและกระแสของทุกๆจุดในพื้นที่ได้

1.2.2 Christophe Hazard and Stephanie Lohrengel. 2002. A Singular Field Method for Maxwell's Equations: Numerical Aspects for 2D Magnetostatics. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, PA, USA บทความนี้ได้นำเสนอการพิสูจน์ให้เห็นว่าการใช้ทฤษฎีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อคำนวณค่าบริเวณขอบเขตที่เป็นมุมกลับ ทำให้เงื่อนไข $(E_n \times n) = 0$ ที่โหนดดังกล่าวประมาณค่าได้เป็นศูนย์ค่าตอบที่ได้จึงกลายเป็น ∞

1.2.3 Seagar A.D., and Prof. R.H.T. Bates. 1985. Full-wave computed tomography Part 4 :Low-frequency electric current CT. IEE Proceedings, Vol. 132. บทความนี้ได้นำเสนอการประมาณค่ากระแส (electric current, CT) ที่ผิวหนังร่างกายมนุษย์ด้วยสมการฟูเรียร์เพื่อทดสอบคุณสมบัติการเป็นสื่อไฟฟ้า

1.2.4 Robert G. Olsen, and Paul S. Wang, 1992. Characteristic of Low Frequency Electric and Magnetic Fields in the Vicinity of Electric Power Lines, IEEE Trans. Power Delivery. Vol. 7, No. 4. บทความนี้ได้เสนออธิบายความแตกต่างระหว่าง Static Field และ Quasi-static Field ว่าที่ความถี่ต่ำ 50 Hz เราสามารถใช้การคำนวณแบบไฟฟ้าสถิต (static field) ได้ อย่างไรก็ตามตัวแปรทางเวลาก็ยังคงมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาอยู่ (Time-varying)

1.2.5 IEEE Standard Procedures for Measurement of Power Frequency Electric and magnetic Fields from AC Power Lines. บทความนี้นำเสนอเครื่องมือวัดที่ใช้ในการวัดค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในสายส่งกำลัง ทฤษฎีประกอบภายในเครื่องมือวัด และวิธีการวัดที่เป็นมาตรฐานกำหนดจากมาตรฐานของ IEEE

1.2.6 นุชิต ทิพย์เจริญ. 2546. การเปรียบเทียบผลกระทบจากสนามไฟฟ้าที่มีต่อสิ่งแวดล้อมใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสสลับและสายส่งไฟฟ้าแรงสูงกระแสตรง. ฝ่ายบำรุงรักษาระบบไฟฟ้า กองบำรุงรักษาอุปกรณ์สถานีไฟฟ้า แผนกอุปกรณ์สถานีย่อย 2 การไฟฟ้านครหลวง บทความนี้ได้นำเสนอวิธีการวิเคราะห์ค่าสนามไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงทั้งแบบกระแสตรงและกระแสสลับ และได้ทำการศึกษาสนามไฟฟ้าในวัตถุขนาดใหญ่ใกล้สายส่งไฟฟ้า

1.2.7 พิทักษ์ ปิ่นอนงค์, และ ศิริวัฒน์ โพธิ์เวชกุล. 2543. การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและผลกระทบที่เกิดขึ้นจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 500 กิโลโวลต์. การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 23. บทความนี้อธิบายวิธีการคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าชนิดจุดประจุ และสรุปผลของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบนพื้นดินที่เกิดจากสายส่งซึ่งจะเกิดขึ้นมากสุดบริเวณตำแหน่งใกล้สายตัวนำไฟฟ้าและจะมีค่าลดลงเมื่อมีระยะห่างออกไป ซึ่งผลการวิเคราะห์จะนำไปสู่การมองเห็นภาพผลกระทบที่เกิดจากสนามไฟฟ้าได้อย่างชัดเจน

1.2.8 สลักจิตร นิลบวร และจตุพร พุ่มเอี่ยม. 2548. Calculation of Fields around Human Standing underneath High Tension Power Lines. ปริญญาณิพนธ์วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ รายงานนี้นำเสนอการคำนวณสนามไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูงและวิเคราะห์ถึงปัจจัยของโครงสร้างเสาส่งเพื่อออกแบบเสาที่สามารถลดระดับความเข้มสนามไฟฟ้า ปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อค่าสนามไฟฟ้าได้แก่ ความสูง ลำดับเฟส ระยะระหว่างเฟส ระยะหย่อนของสาย และการจัดวางสายนอกจากนี้ยังคำนึงถึงผลของสาย Shield และสายป้องกันฟ้าผ่าอีกด้วย

1.2.9 ยอดชาย ฉันทวิโรจน์. 2547. แบบจำลองสัมพัทธ์ของความเสี่ยงในการเกิดอุทกภัย. วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ รายงานนี้นำเสนอการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบาวคาร์ลีเอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์ความเสี่ยงในการเกิดอุทกภัยในพื้นที่ที่พิจารณา โดยการเก็บข้อมูลขอบเขตพื้นที่ที่เป็นเชิงเขา ใช้ข้อมูลความสูงและสิ่งแวดล้อมโดยรอบเป็นข้อมูลอินพุต ขั้นตอนการคำนวณใช้การแบ่งขอบเขตย่อยเพื่อคำนวณหาอัตราการไหลของน้ำในพื้นที่ที่ระดับความสูงใดๆ

1.3 วัตถุประสงค์

งานวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นรอบๆ สายส่ง และนำแบบจำลองดังกล่าวไปพัฒนาเพื่อเป็นโปรแกรมที่สามารถใช้คำนวณศักย์ไฟฟ้าได้จริง ซึ่งงานวิจัยนี้ประกอบด้วยวัตถุประสงค์หลัก 3 ส่วนดังนี้

1.3.1 เพื่อนำทฤษฎี Boundary element method ไปประยุกต์ใช้กับการคำนวณศักย์ไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

1.3.2 เพื่อสร้างแบบจำลองที่สามารถคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ ภายในพื้นที่ที่พิจารณา โดยใช้ข้อมูลแรงดัน และเฟสเป็นข้อมูลเริ่มต้น ซึ่งเป็นข้อมูลที่นำมาจากการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (กฟผ.)

1.3.3 พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อให้สามารถคำนวณศักย์ไฟฟ้าและแสดงถึงความเข้มสนามไฟฟ้าโดยรอบสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 ศึกษาทฤษฎีต่างๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อสร้างเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้า

1.4.2 ทำการคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่ระดับความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดิน

1.4.3 ทำการคำนวณศักย์ไฟฟ้าในสายส่ง 3ϕ -500 kV, สองวงจรที่ความถี่ 50 Hz โดยใช้สาย ACSR แบบ 4 bundles

1.4.4 กำหนดภายในระยะปลอดภัย Right of Way (ROW.) 60 เมตร ที่ความสูง Clearance 13 เมตร

1.4.5 นำศักย์ไฟฟ้าที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับมาตรฐานข้อกำหนดสนามไฟฟ้าจาก กฟผ.

1.4.6 พัฒนาโปรแกรมให้สามารถใช้งานได้จริงและมีความถูกต้องแม่นยำสูง

1.5 ขั้นตอนและวิธีการวิจัย

1.5.1 ศึกษาทฤษฎีที่ใช้ในการคำนวณ ได้แก่ Maxwell's Equation, Green's Theorem และ Fundamental Solution

1.5.2 ศึกษาทฤษฎี Boundary Element Method

1.5.3 วิเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสายส่งและตัวแปรสำคัญในการคำนวณ

1.5.4 สร้างผลเฉลยของสมการลาปลาซ (Laplace's Equation) แบบเชิงตัวเลข (Numerical) เพื่อคำนวณหาศักย์ไฟฟ้า ค่าอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง และที่จุดต่างๆ ภายในพื้นที่ที่พิจารณา

1.5.5 สร้างวิธีการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าของสายส่ง

1.5.6 เขียนโปรแกรมเพื่อหาผลเฉลยรวมทั้งวิเคราะห์ผลที่ได้จากการประมวลผล

1.5.7 นำโปรแกรมมาทดสอบแยกออกเป็น 4 กรณีด้วยกัน กรณีที่ 1 คือ การทดสอบนำสมการฟูเรียร์ในโดเมนเวลาจากทฤษฎีมาแปลงเป็น โปรแกรมเพื่อสมมูลขอบเขตของสายตัวนำ

1.5.8 นำโปรแกรมมาทดสอบกรณีที่ 2 คือ แสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดจากฮาร์โมนิกในสมการ

1.5.9 นำโปรแกรมมาทดสอบกรณีที่ 3 คือ พิจารณาโคโรนาที่เกิดในสายกรณีตัวนำเป็นแบบสายควบ (Bundle conductor)

1.5.10 คำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดิน

1.5.11 สรุปข้อดีของวิธีการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบาวคาร์เอลิเมนต์เพื่อคำนวณศักย์ไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.6.1 ได้ทราบและเข้าใจถึงพฤติกรรมการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าภายใต้สายส่งและการเปลี่ยนแปลงค่าศักย์ไฟฟ้าใน โดเมนเวลา

1.6.2 ได้ฐานความรู้สำหรับประยุกต์ใช้ทฤษฎีบาวคาร์เอลิเมนต์ในการคำนวณผลเฉลยทั้งภายในและภายนอกขอบเขตที่พิจารณา

1.6.3 ได้แบบจำลองการวิเคราะห์ที่สามารถเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นเพื่อให้สามารถใช้ได้กับแบบจำลองสายส่งทุกรูปแบบ

บทที่ 2

อุปกรณ์และหลักการคำนวณ

2.1 ข้อมูลประกอบการคำนวณ

ข้อมูลที่น่ามาประกอบในการคำนวณ และทฤษฎีต่างๆ รวมไปถึงโปรแกรมที่เขียนขึ้นเพื่อประมวลหาค่าศักย์ไฟฟ้า (V) โดยเน้นการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดินเพื่อเป็นฐานในการเปรียบเทียบผลการทดสอบกับข้อกำหนดสนามไฟฟ้า EMF ของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย

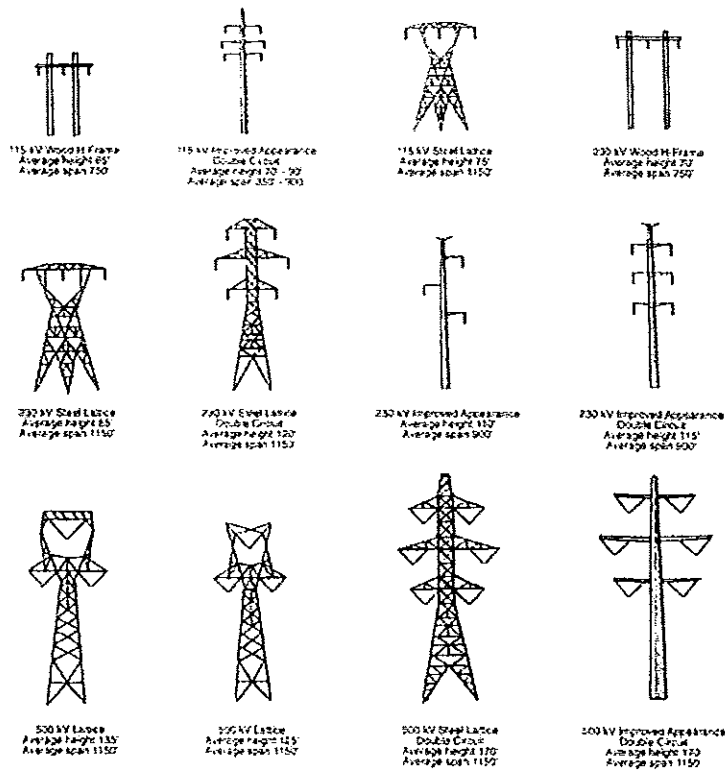
โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีบาวคาร์อิเล็กเมนต์หาค่าศักย์ไฟฟ้าโดยรอบสายส่งแต่ละเส้น โดยทำการหาค่า RMS ของสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งใดๆ และที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดินซึ่งในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงที่มาของข้อมูลและทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ประกอบการคำนวณ

2.1.1 การเลือกระดับแรงดัน

ในงานวิจัยครั้งนี้ใช้การส่งจ่ายผ่านความถี่ต่ำมากๆ (Extremely Low Frequency: ELF) มีความถี่ 50 Hz ที่ระดับแรงดัน 500 kV เท่านั้นซึ่งขนาดของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงจะมีผลโดยตรงกับขนาดของศักย์ไฟฟ้า โดยอ้างอิงมาตรฐานตำแหน่งและการจัดวางตำแหน่งสายส่งจาก กฟผ.

2.1.2 รายละเอียดสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 500 kV

ในระบบสายส่งไฟฟ้ามีแฟคเตอร์สำคัญประกอบการพิจารณามากมาย แต่มีรายละเอียดของการคำนวณเป็นข้อมูลเริ่มต้น 4 ส่วนหลักด้วยกันคือ ข้อมูลแรงดันไฟฟ้า ข้อมูลความสูงของสายตัวนำ ระยะระหว่างสายตัวนำแต่ละเฟส และลำดับเฟสของสายส่ง ดังภาพประกอบ 2-1 ต่อไปนี้นำเสนอรูปแบบของโครงสร้างเสาส่งที่ระดับแรงดันต่างๆ ที่มีใช้อยู่ในปัจจุบัน ระบบสายส่ง 3 เฟสส่วนใหญ่ใช้สายตัวนำเปลือย (Bare conductor) ที่ล้อมรอบด้วยฉนวนที่เป็นอากาศ



ภาพประกอบ 2-1 โครงสร้างเสาส่งที่แรงดันต่างๆ

สายส่งที่ใช้เป็นสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 500 kV แบบสองวงจร ส่วนสายตัวนำเป็นแบบ ACSR เนื่องจากเป็นสายส่งแรงดันสูงย่อมจำเป็นต้องมีการทดสอบเพื่อตรวจสอบมาตรฐานและความปลอดภัย โดยมีรายละเอียดของสายส่ง ดังนี้

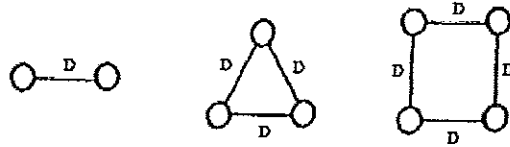
Design for 500 kV Transmission Line

ที่มา การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย

Transmission Line Criteria

Line Voltage System (Nominal)	500	kV
Power Frequency	50	Hz
Number of Circuits	2	
Conductor	1,272	coil
Type	ACSR/GA	
Stranding, No. /Die	42 AL/ 4.42 mm7 ST/ 2.46 mm	
Conductor per phase	4	
Sub-Conductor Spacing	457	mm
Right of Way (Maximum)	60	meters

สายส่งไฟฟ้า 500 kV วงจรคู่ประกอบด้วยสายตัวนำไฟฟ้าแบบสายควบ 4 เส้นขนาด 1272 MCM ACSR/GA จำนวน 3 เฟส โดยที่สายควบมีลักษณะดังภาพประกอบ 2-2 มีลักษณะการจัดวางขึ้นอยู่กับจำนวนของสายควบ



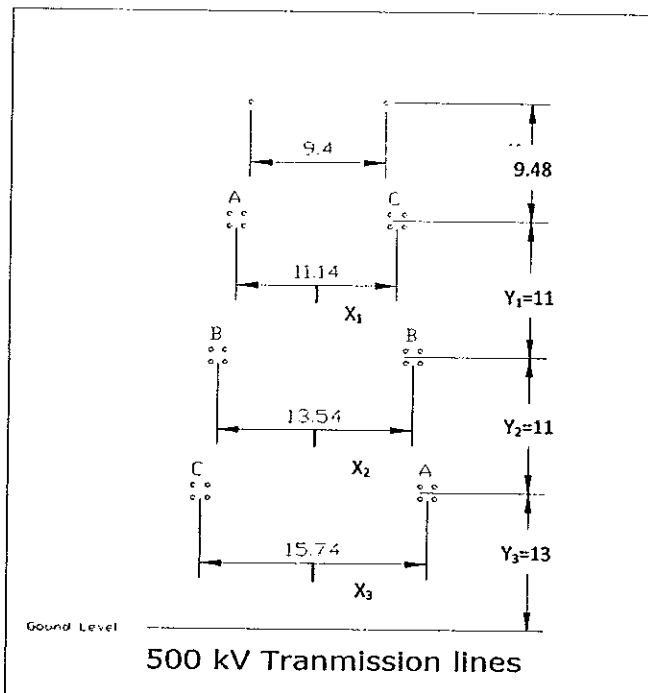
ภาพประกอบ 2-2 ภาพหน้าตัดของสายส่งแบบ 3 เฟสแบบกลุ่ม
(Bundled conductor three-phase line)

สำหรับระยะห่างแต่ละตัวนำดังภาพประกอบ 2-2 คือ

D = ระยะห่างสายควบ 0.457 m

n = จำนวนสายควบ

d = เส้นผ่าศูนย์กลางกลางของสาย ACSR 1272 MCM 0.03391 m



ภาพประกอบ 2-3 ตำแหน่งตัวนำที่ใช้ในการคำนวณเลือกใช้ที่ความสูง $Y_{average}$ เท่ากับ 13 เมตร

จากภาพประกอบ 2-3 แสดงวิธีการจัดเรียงของสายส่ง 3 เฟสที่ขนานกันอยู่ การจัดวางสายนั้นเป็นแบบที่มีการไขว้สลับสายกัน (Transpose) มีตำแหน่งการจัดวางดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 พารามิเตอร์ที่ใช้คำนวณค่าสนามไฟฟ้า (วงจรรุ่น)

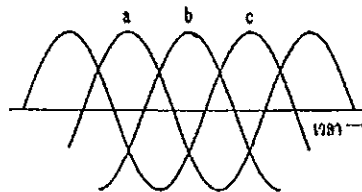
ลักษณะข้อมูล	ค่าพารามิเตอร์		
		X(m)	Y(m)
1. ตำแหน่งสายตัวนำ	ตัวนำที่ 1 (เฟส A)	X1=-5.620	Y1=35.00
	ตัวนำที่ 2 (เฟส B)	X2=-6.820	Y2=24.00
	ตัวนำที่ 3 (เฟส C)	X3=-7.920	Y3=13.00
	ตัวนำที่ 4 (เฟส C')	X1= 5.620	Y1=35.00
	ตัวนำที่ 5 (เฟส B')	X2= 6.820	Y2=24.00
	ตัวนำที่ 6 (เฟส A')	X3= 7.920	Y3=13.00
2. แรงดันของสายส่ง (แรงดันสูงสุดของระบบ)	ตัวนำที่ 1 (เฟส A)	V1=525 kV	0
	ตัวนำที่ 2 (เฟส B)	V2=525 kV	120
	ตัวนำที่ 3 (เฟส C)	V3=525 kV	-120
	ตัวนำที่ 4 (เฟส C')	V4=525 kV	-120
	ตัวนำที่ 5 (เฟส B')	V5=525 kV	120
	ตัวนำที่ 6 (เฟส A')	V6=525 kV	0

2.1.3 ระบบไฟฟ้า 3 เฟส (Three phase systems)

ในการผลิตไฟฟ้าโดยทั่วไปแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ผลิตออกมามีมุมเฟสต่างกันอยู่ 120° โดยที่เฟส (a) จะมีมุม 120° นำหน้าเฟส (b) และ 240° นำหน้าเฟส (c) การเรียงลำดับเฟสจะไปตามลำดับของการที่แรงเคลื่อนถึงค่าสูงสุดของมันหรือที่เรียกกันว่า Phase Sequence หรือ a-b-c ซึ่งใช้อักษร a, b และ c แทนเฟสต่างๆ เมื่อ V_p คือ ค่าแรงดันสูงสุดของแต่ละเฟส (Peak values)

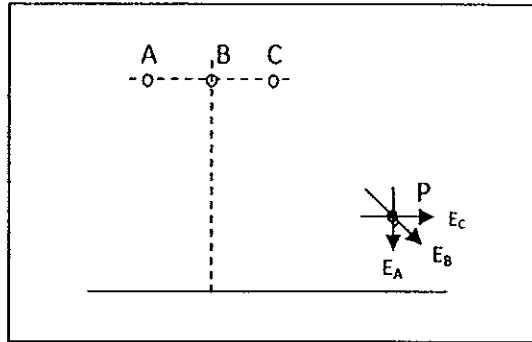
สำหรับระบบไฟฟ้า 3 เฟส มีลำดับการเรียงเฟส (Phase Sequence) คือ

$$\begin{aligned}\bar{V}_{an} &= \bar{V}_a = V_p \angle 0^\circ \\ \bar{V}_{bn} &= \bar{V}_b = V_p \angle -120^\circ \\ \bar{V}_{cn} &= \bar{V}_c = V_p \angle +120^\circ\end{aligned}$$



ภาพประกอบ 2-4 แสดงการเปลี่ยนแปลงไปของค่าแรงเคลื่อนตามเวลา

แรงเคลื่อนไฟฟ้าแต่ละเฟสเป็นข้อมูลเริ่มต้นการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าในระบบดังกล่าว สายส่ง 3 เฟสก่อให้เกิดสนามไฟฟ้าสูงสุดของแต่ละเฟสรวมกันที่จุด P โดยสมมติให้ 2 เฟสที่เหลือมีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์ ผลรวมของสนามไฟฟ้าที่จุด P เป็นค่าสเกลาร์หรือผลรวมเวกเตอร์ที่เวลา t ใดๆ



ภาพประกอบ 2-5 ศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าแต่ละเฟส

$$\begin{aligned}
 v(t) &= v_a(t) + v_b(t) + v_c(t) \\
 &= v_A \cos \theta + v_B \cos(\theta - 120) + v_C \cos(\theta - 240) \\
 &= v_A \cos \theta + v_B (\cos \theta \cos 120 + \sin \theta \sin 120) + v_C (\cos \theta \cos 240 + \sin \theta \sin 240) \\
 &= \cos \theta (v_A + v_B \cos 120 + v_C \cos 240) + \sin \theta (v_B \sin 120 + v_C \sin 240) \\
 &= v_1 \cos \theta + v_2 \sin \theta
 \end{aligned} \tag{2-1}$$

เมื่อ $\theta = \omega t$ และ

$$\begin{cases} v_1 = v_A - \frac{1}{2}(v_B + v_C) \\ v_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(v_B - v_C) \end{cases}$$

2.1.4 ค่าแรงดันไฟฟ้าสูงสุด (Peak Voltage)

ค่าแรงดันสูงสุด (Peak voltage) สามารถหาได้จากการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (2-1)

$$\frac{dv}{d\theta} = v_2 \cos \theta - v_1 \sin \theta \tag{2-2}$$

กำหนดให้ θ_m เป็นมุมที่เกิดค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

$$0 = v_2 \cos \theta_m - v_1 \sin \theta_m$$

$$v_2/v_1 = \sin\theta_m/\cos\theta_m = \tan\theta_m$$

จะได้

$$\theta_m = \tan^{-1}(v_2/v_1) \quad (2-3)$$

$$= \tan^{-1}(-v_2/-v_1) \quad (2-4)$$

จากสมการที่ (2-1) แสดงค่าสูงสุด (ค่าบวก) โดยให้ $\cos\theta_m = v_1$ และ $\sin\theta_m = v_2$ ค่าต่ำสุด (ค่าลบ) เมื่อ $\cos\theta_m = -v_1$ และ $\sin\theta_m = -v_2$ มุมที่ทำให้เกิดค่าแรงดันสูงสุดสามารถหาได้จากสมการ (2-3) โดยทำการอินเวอร์ส θ_m (สมการ (2-4) สำหรับค่าแรงดันต่ำสุด)

2.2 อุปกรณ์ในการวิจัย

2.2.1 โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์

ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีความสนใจในการใช้ระบบปฏิบัติการ LINUX ที่ชื่อว่า Fedora Core 3 ซึ่งเป็นเวอร์ชันที่อัปเดตขึ้นมาเพื่อให้ผู้ที่สนใจสามารถดาวน์โหลดมาใช้ได้ฟรี หรือที่เรียกว่าเป็นระบบปฏิบัติการแบบเปิดที่พร้อมสมบูรณ์แบบ เพราะมีแอปพลิเคชันที่สามารถตอบสนองความต้องการได้ของผู้ใช้ได้ทุกระดับ อย่างเช่น เอ็กซ์วิน โดว์ (Window), การสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ต (TCP/IP), แอปพลิเคชันทำงานทั่วไปอย่าง Office Suite และ e-Mail client โดยแจกซอร์สโค้ดให้แก่ผู้ใช้งาน มีความสามารถทำงานแบบพร้อมๆ กันอย่างแท้จริง (true multitasking) มีการจัดการหน่วยความจำเสมือน (Virtual Memory) และความสามารถอื่นๆ ซึ่งพบในระบบปฏิบัติการแบบยูนิกซ์ (UNIX) ซึ่งปัจจุบันมีโปรแกรมประยุกต์มากมาย เช่น คอเรลเวิร์ดเพอร์เฟ็ค (Corel Word Perfect), Adobe Acrobat, การออกแบบด้วยคอมพิวเตอร์ทั้ง 2 และ 3 มิติ (Vary CAD), ระบบการประมวลผลรายการทางธุรกิจ, ระบบจัดการฐานข้อมูล, งานวิเคราะห์ข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ วิศวกรรม การแพทย์ ระบบโทรคมนาคม

สำหรับงานที่เป็นที่นิยมแพร่หลายมากได้แก่ แม่ข่ายอินเทอร์เน็ต อินทราเน็ต โดยมีซอฟต์แวร์แม่ข่ายที่เรียกว่า HTTP หรือ WWW Server ที่มีชื่อเสียงอย่างเช่น จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ (POP) แม่ข่ายการรับส่งข้อมูล (FTP Sever) หรือแม้แต่เครื่องประมวลผลแบบขนานมีประสิทธิภาพสูงเช่นระบบ MPI และอื่นๆ อีกมากมายมีเครื่องมือพัฒนาระบบงานหลายตัวเช่น ภาษาซีพลัสพลัส, ภาษาฟอร์แทรน, ภาษาซี, ภาษาปาสคาล, ภาษาจาวา ฯ ซึ่งสามารถใช้งานระบบปฏิบัติการนี้ได้

2.3 วิธีการวัดค่าสนามไฟฟ้า (ฝ่ายบำรุงรักษาระบบส่ง, 2548)

2.3.1 เครื่องมือวัดค่าสนามไฟฟ้าบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูง

ในทางปฏิบัติแล้วอุปกรณ์เครื่องมือวัดไม่สามารถแบ่งแยกความแตกต่างระหว่างสนามไฟฟ้ากึ่งสถิต (Quasi-static fields) และรังสีของคลื่น (Radiation fields) ได้ สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่จุดใดๆ คือค่าแอมพลิจูดและทิศทางที่อยู่ในรูปฟังก์ชันของเวลาและไม่สามารถกำหนดว่าเป็น รังสี (Radiation) ของคลื่นหรือเป็นสนามแบบกึ่งสถิต (Quasi-static field)

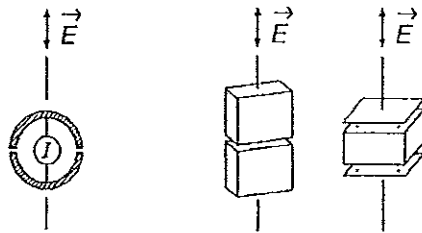
เครื่องมือวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้าจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถแบ่งออกตามเทคนิคของการทำงานออกได้เป็น 2 ชนิด คือ ชนิด Free-Body meter และ ชนิด Ground-Reference meter ซึ่งหลักการทำงานของเครื่องวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้าจะอาศัยการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าที่สะสมอยู่บนตัวเซ็นเซอร์ซึ่งทำจากโลหะสองส่วนตรงกลางกันด้วยฉนวน ทำให้มีกระแสไฟฟ้าเกิดขึ้นระหว่างโลหะทั้งสอง ซึ่งโครงสร้างของเซ็นเซอร์สำหรับวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้าจะมีลักษณะ ดังภาพประกอบที่ 2-6 ค่ากระแสไฟฟ้า (I) ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า (Q) อันเนื่องมาจากสนามไฟฟ้า (\vec{E}) สามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$Q = \int_{s/2} \vec{D} \cdot d\vec{A} \quad (2-5)$$

$$Q = K\epsilon\vec{E} \quad (2-6)$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = K\omega\epsilon \cdot E \cos\omega t \quad (2-7)$$

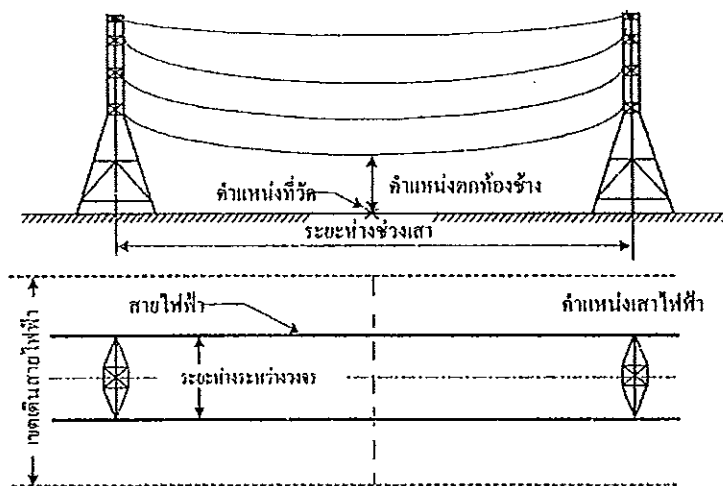
เมื่อ	\vec{D}	= ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า	(column/m ²)
	S	= พื้นที่ของเซ็นเซอร์ที่สะสมประจุไฟฟ้า	(m ²)
	d \vec{A}	= พื้นที่เล็กๆ ที่ฟลักซ์ไฟฟ้าตัดผ่าน	
	K	= ค่าคงที่ที่แปรผันตามรูปร่างของเซ็นเซอร์	
	\vec{E}	= ความเข้มสนามไฟฟ้า	(kV/m)
	ϵ	= ค่าเพอร์มิติวิตีของอากาศ	
		= 8.854×10^{-12}	(F/m)



ภาพประกอบ 2-6 ลักษณะ โครงสร้างของเซ็นเซอร์สำหรับวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้า

2.3.2 วิธีวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

โดยทั่วไปแล้วการวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบนพื้นดินได้แนวสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ตำแหน่งของเครื่องวัดจะอยู่สูงจากระดับพื้นดินประมาณ 1 เมตร ทั้งนี้เนื่องจากค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ระดับความสูงนี้จะมีค่าค่อนข้างสม่ำเสมอ (uniform fields) สำหรับการวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นสูงสุดของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงจะวัดที่ตำแหน่งตรงกลางระหว่างเสาไฟฟ้าหรือที่เราเรียกว่าตำแหน่งคกท้องช้าง (midspan) โดยมีทิศทางการวัดตั้งฉากกับแนวสายส่งภายในเขตเดินสายไฟฟ้า (Right-of-Way: R.O.W) ดังภาพประกอบ 2-7



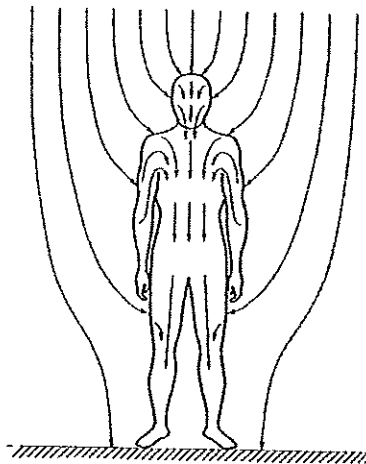
ภาพประกอบ 2-7 ตำแหน่งการวัดค่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบนพื้นดิน ณ ตำแหน่งคกท้องช้าง

คำผิดพลาดจากการวัด โดยส่วนมากจะเกิดจากปัจจัยหลายอย่างทั้งที่สามารถควบคุมได้และไม่สามารถควบคุมได้ เช่น การรักษาระดับความสูงของเครื่องวัด ผลจากอุณหภูมิ ผลจากระยะห่างระหว่างคนวัดกับเครื่องวัด และจากสาเหตุอื่นๆ เป็นต้น

2.4 ผลกระทบที่เกิดจากสนามไฟฟ้า (J. Patrick Reilly., 1998)

2.4.1 ผลกระทบที่เกิดกับคน

Induced Currents กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดจากสนามไฟฟ้ามีผลกระทบต่อคน สามารถแบ่งผลกระทบออกได้เป็น 2 ลักษณะ คือ ผลกระทบที่เกิดขึ้น โดยตรงกับคนที่ยืนอยู่ใต้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง (การฉนวนระหว่างคนกับพื้นดินไม่ดีพอ) ลักษณะเช่นนี้จะมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านศีรษะ คอ ลำตัวลงสู่เท้าซึ่งจากรายที่ 2-4 จะเปรียบเทียบให้เห็นถึงปริมาณของกระแสไฟฟ้าที่มีผลต่อร่างกาย สำหรับผลกระทบที่เกิดขึ้นอีกอย่างหนึ่ง จะเกิดขึ้นในลักษณะของการที่คนเข้าไปสัมผัสกับวัตถุที่มีสภาพเป็นตัวนำไฟฟ้าภายใต้สนามไฟฟ้า ลักษณะเช่นนี้จะเกิดกับวัตถุสภาพตัวนำไฟฟ้าที่มีขนาดใหญ่หรือภายใต้สนามไฟฟ้าที่มีปริมาณมากๆ ซึ่งภายใต้สนามไฟฟ้าขนาดต่างๆ ปริมาณของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่ทำให้เกิดผลของไฟฟ้าสถิตย์และทำให้คนที่มาสัมผัสสามารถรู้สึกได้ว่ามีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน และเราสามารถลดปริมาณของกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำนี้ลงได้ ด้วยการต่อระบบสายดินให้กับวัตถุที่มีสภาพเป็นตัวนำไฟฟ้า ร่างกายแสดงถึงทิศทางและความเข้มของสนามไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าในร่างกาย ทิศทางของลูกศรจะมีทิศตรงกันข้ามทุกครั้งคลื่น

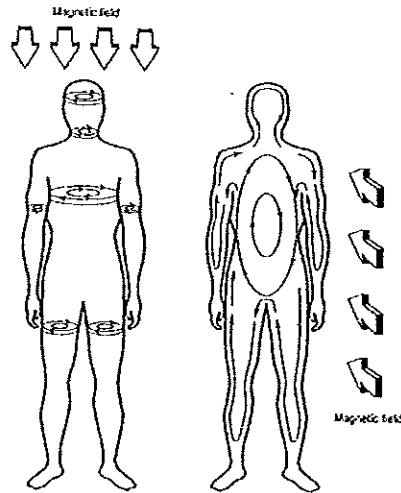


ภาพประกอบ 2-8 สนามไฟฟ้าบนตัวบุคคล สนามไฟฟ้าภายนอกร่างกาย

แสดงถึง "Flux lines" ลูกศรภายใน

Induced Voltage แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจากสนามไฟฟ้าที่เกิดกับวัตถุที่มีสภาพเป็นตัวนำไฟฟ้าแต่วัตถุนั้นไม่มีส่วนใดสัมผัสกับพื้นดิน ซึ่งผลกระทบที่เกิดขึ้นจะเกิดในลักษณะที่คนเข้าไปสัมผัสกับวัตถุที่มีสภาพเป็นตัวนำไฟฟ้า ทำให้เกิดการสปาร์กกระหว่างคนที่มาสัมผัสกับวัตถุ (เนื่องจากความต่างศักย์ของแรงดันไฟฟ้าระหว่างคนกับวัตถุ) การสปาร์กนี้จะเกิดขึ้นชั่วขณะหนึ่ง

เป็นระยะเวลาสั้นๆ ที่เรียกว่า “macro shock” สำหรับตัวอย่างของผลกระทบจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เห็นเด่นชัด เช่น การจับลูกบิดประตูภายใต้สนามไฟฟ้าที่มีปริมาณมากพอ หรือการสัมผัสกับเหล็กคัต เป็นต้น



ภาพประกอบ 2-9 การกระจายตัวของกระแสไฟฟ้าภายในร่างกายจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าทิศทางของสนามแม่เหล็กจะขนานไปกับร่างกายแนวขวางตามภาพ

สนามไฟฟ้าสามารถสร้างผลกระทบต่างๆ เหล่านี้ขึ้นมาได้ เมื่อเป็นเช่นนี้แล้วย่อมต้องการกำหนดค่ามาตรฐานของสนามไฟฟ้าที่ยอมรับได้เพื่อให้เป็นตัวบ่งชี้ถึงความปลอดภัยต่อบุคคลและสิ่งแวดล้อมโดยรอบสายส่งเอาไว้ ตามมาตรฐานของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทยได้กำหนดเขตเดินสายส่งไฟฟ้าแรงสูงเพื่อความปลอดภัยในชีวิตและทรัพย์สินของประชาชนให้มีระยะห่างจากศูนย์กลางของเสาไฟฟ้าออกไปทั้งสองข้าง ขนานไปตามแนวสายส่งไฟฟ้าแรงสูง ซึ่งระยะของแนวเขตเดินสายไฟฟ้าที่กำหนดจะขึ้นอยู่กับขนาดแรงดันไฟฟ้าดังนี้

ตารางที่ 2-2 ข้อกำหนดสนามไฟฟ้า EMF และผลกระทบต่อสภาพแวดล้อมจาก กฟผ.

ขนาดแรงดันไฟฟ้า(kV)	ระยะห่างจากศูนย์กลางเสาไฟฟ้าแต่ละข้าง (m)	รวม(m)
69	9	18
115	12	24
230	20	40
500 (แบบวงจรเดี่ยว)	35	70
(แบบวงจรคู่)	30	60

ตารางที่ 2-3 ข้อกำหนดสนามไฟฟ้า EMF และผลกระทบต่อสภาพแวดล้อมจาก กฟผ.

ผลกระทบต่อสภาพแวดล้อม (สำหรับสายส่ง 500 kV)	ภายในระยะ R.O.W	ขอบเขตระยะ R.O.W
1. สนามไฟฟ้า (kV/m)	15	2
2. สนามแม่เหล็กไฟฟ้า (mG)	-	200
3. คลื่นรบกวนวิทยุ (dB)	-	40
4. คลื่นรบกวนโทรทัศน์ (dB)	-	40
5. คลื่นเสียงรบกวน (dB)	-	55

ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดที่ขอบเขตการเดินสาย right-of-way (R.O.W) จะต้องมีค่าไม่เกิน 2kV/m ที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดิน และข้อกำหนดค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสูงสุดที่ขอบเขตการเดินสาย right-of-way (R.O.W) จะต้องมีค่าไม่เกิน 200 mGauss ที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดิน ซึ่งค่าต่าง ๆ เหล่านี้มีผลต่อความปลอดภัยของสภาพแวดล้อมรอบข้าง ตามมาตรฐานด้านสุขภาพของหน่วยงาน International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection (ICNIRP) ได้ทำการวิจัยและพัฒนาด้านความปลอดภัยและสิ่งแวดล้อมเกี่ยวกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้า โดยได้กำหนดระดับสูงสุดของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เกิดจาก ระบบไฟฟ้าความถี่ต่ำ (60 Hz) ที่ประชาชนสามารถสัมผัสได้อย่างปลอดภัยไว้ ดังแสดงในตารางที่ 2-4

2.4.2 ปฏิกริยาที่เกิดต่อร่างกายมนุษย์

ปฏิกริยาเหล่านี้จะเป็นปฏิกริยาทางอ้อม (ผลกระทบต่อทางกายภาพ) โดยยังไม่มีหลักฐานที่แสดงให้เห็นว่า ผลกระทบทางอ้อมนี้จะก่อให้เกิดปัญหาเกี่ยวกับสุขภาพแต่ก็เป็นวิธีที่ดีที่สุดในการประเมิน ดังในตารางที่ 2-4 แสดงตัวอย่างของปฏิกริยาระหว่างมือและเท้า โดยสมมติให้ผู้ทดลองถือขั้วอิเล็กโทรดไว้ในมือข้างหนึ่ง ในขณะที่เท้าทั้งสองต่ออยู่กับอิเล็กโทรดอีกขั้ว โดยจำกัดเวลาอยู่ที่ 5 วินาที ประเภทของปฏิกริยาที่ได้แบ่งออกเป็น 5 กลุ่มดังในตาราง

ตารางที่ 2-4 กระแสไฟฟ้าในระยะเวลาสั้นๆ ที่มีผลต่อร่างกาย

	Sensation	Muscle reaction	Cardiac reaction	Thermal effect	Electroporation (EP)
1	Perception	Twitch			
	Discomfort				
	Pain				
	Intolerable				
10		Grip tetanus			
		Resp. interfer.	Excitation	$\Delta T = 1^\circ C$	
		Resp. tetanus	Fibrillation		Reversible EP
100				$C = 45^\circ C$	
				$C = 70^\circ C$	
1000			Defibrillation		Irreversible EP

ค่าของปฏิกิริยาเป็นเรื่องที่น่าสนใจในการศึกษาถึงการรักษาด้วยไฟฟ้า, และการกระตุ้นด้วยกระแสไฟฟ้าบนร่างกายของมนุษย์ ซึ่งค่าปฏิกิริยานี้สามารถเห็นได้จากผลการทดสอบและการคำนวณ โดยแสดงให้เห็นถึงผลจากกระแสไฟฟ้าซึ่งเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ ที่ความถี่ 60 Hz ที่ไหล

ผ่านระหว่างมือและเท้าของผู้ทดสอบ ผลที่ได้จะได้อาจจากการที่ผู้ทดสอบจับขั้วไฟฟ้าที่ต่ออยู่ที่มือและเท้า โดยใช้เวลาเพื่อเปรียบเทียบผลประมาณ 5 วินาที

โดยจะแบ่งผลของปฏิกิริยาออกเป็น 5 หัวข้อที่มีผลต่อระบบร่างกายในระดับต่างๆ ซึ่งจะเห็นถึงความแตกต่างของปฏิกิริยาในแต่ละค่าของกระแส ค่าของปฏิกิริยาที่มีผลจากกระแสไฟฟ้าได้บรรยายไว้ในตาราง ซึ่งมีค่าเปลี่ยนแปลงตามขนาดของกระแสไฟฟ้าตามแนวตั้งฉาก ค่าในตารางนี้จัดทำขึ้นเพื่อเปรียบเทียบให้เห็นถึงผลกระทบที่ค่อนข้างจะแน่นอนซึ่งเป็นค่าที่พอจะรับได้สำหรับเป็นค่าความปลอดภัย และได้มีการบรรยายในแต่ละหัวข้อข้างล่างนี้ ซึ่งจะอธิบายถึงปฏิกิริยาในแต่ละกรณีที่น่าจะเกิดขึ้นได้

ปฏิกิริยารับรู้ความรู้สึก (Sensory Reaction)

กระแสไฟฟ้าจะส่งผลกระทบต่อความรู้สึกทั้งภายในและภายนอกของร่างกายคนเราได้ ค่าปฏิกิริยาของไฟฟ้านี้มีผลนับตั้งแต่การได้รับรู้จนกระทั่งถึงความรู้สึกเจ็บปวด อย่างไรก็ตามแม้เพียงค่ากระแสเล็กๆ ก็ทำให้เกิดการกระตุ้นกล้ามเนื้อได้แล้ว ซึ่งกระแสไฟฟ้าในการทดลองที่คิด 60 Hz เป็นค่าที่ถือว่าไม่ค่อยสูงนัก ดังนั้นความเจ็บปวดที่ได้รับสามารถวัดได้โดยการเพิ่มกระแสไฟฟ้าจนกระทั่งร่างกายไม่สามารถทนได้ ซึ่งจะมีค่าเปลี่ยนแปลงตามสภาพผิวของแต่ละบุคคล สำหรับในตารางนี้ไม่จำเป็นที่จะต้องแสดงถึงผลกระทบที่รุนแรงที่สุดที่มนุษย์สามารถทนได้ ซึ่งก็มีส่วนกับการที่ใช้มือจับตัวนำซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่ใช้ในการทดลองที่ค่ากระแสสูงๆ ด้วย

ปฏิกิริยาของกล้ามเนื้อ (Muscle Reaction)

การเคลื่อนไหวของกล้ามเนื้อหรือเรียกว่า “แรงบิดตัว” เป็นปฏิกิริยาที่ได้รับคำสั่งมาจากสมอง แต่เมื่อมีกระแสไฟฟ้าเข้ามากระตุ้นเส้นประสาทก็จะทำให้เกิดแรงบิดตัวได้เช่นกัน แต่ถ้าเป็นกระแสไฟฟ้าค่าต่ำๆ (ประมาณ 1 mA) ระบบประสาทจะมีอิทธิพลในการสั่งการมากกว่ากระแสไฟฟ้า แต่ถ้ากระแสไฟฟ้าที่ค่าสูงๆ (ประมาณที่ 15 mA) นั้นแล้ว กล้ามเนื้อจะกระตุกอย่างรุนแรงโดยที่สมองไม่สามารถควบคุมได้เลยซึ่งจะสังเกตได้ว่า เมื่อเกิดเหตุการณ์ไฟฟ้าช็อตกล้ามเนื้อจะหดเกร็งไปทั้งตัวตั้งแต่ข้อศอกลงมาจนกระทั่งถึงข้อมือ ทำให้ผู้ที่โดนไฟฟ้าช็อตไม่สามารถปล่อยมือจากสายตัวนำไฟฟ้าได้ การหายใจก็มีผลมาจากการกระตุ้นด้วยกระแสไฟฟ้าเช่นกัน ในกรณีที่กระแสไฟฟ้าค่าต่ำๆ นั้นจะสามารถถ่ายเทประจุได้ และในตารางนี้ก็จะทดสอบการกระตุ้นกล้ามเนื้อไปจนถึงการส่งผลกระทบต่อระบบหายใจ

ปฏิกิริยาของหัวใจ (Cardiac Reaction)

จากตารางที่ 2-4 เป็นการกระตุ้นหัวใจที่กระแส 100 mA ซึ่งเกิดการกระตุ้นที่อยู่ในขั้นปกติเท่านั้นสำหรับสนามแม่เหล็กนั้น ไม่มีผลต่อชีวิต แต่ยอมทำให้เกิดความรู้สึกไม่สบายตัวที่กระแสไฟฟ้าสูงๆ (ประมาณ 240 mA) มันจะไปทำให้กล้ามเนื้อหัวใจไม่สามารถบีบหรือขับได้

คล้ายๆกับการเกร็งกล้ามเนื้อไว้ ถึงแม้จะปลดกระแสไฟฟ้าออกได้ภายในเวลาไม่กี่วินาทีก็ไม่ทัน เพราะเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจได้ตายไปแล้ว แต่ถ้าเป็นกระแสไฟฟ้าที่ 1 A หัวใจจะถูกบีบรัดด้วย สนามแม่เหล็กไฟฟ้าอย่างแรงจนทำให้เกิดการช็อก และเป็นการกระตุ้นให้เกิดการบีบหรือขยับเพื่อ จะทำงานอีกครั้ง ซึ่งในปัจจุบันได้นำวิธีนี้มาเป็นการบีบหัวใจช่วยเหลือผู้ป่วยที่เสียชีวิตแล้ว

ปฏิกิริยาของอุณหภูมิ (Thermal Reaction)

ยิ่งความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้ามีมากเท่าไร ก็ย่อมส่งผลต่ออุณหภูมิรอบๆ ตัวนำ ที่ การกระตุ้นด้วยกระแสไฟฟ้า 60 Hz จะทำให้เกิดการเพิ่มขึ้นทุกๆ 1°C ซึ่งเราสามารถรับรู้ได้โดย จากตารางจะเห็นว่าเป็นค่ากระแสไฟฟ้าประมาณ 30 mA และที่ 100 mA อุณหภูมิจะเพิ่มเป็น 45°C เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ตามกระแสไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้น

เมื่อผิวหนังและกล้ามเนื้อของคนเราได้รับความร้อนที่อุณหภูมิ 45°C เป็นเวลานาน ๆ (ประมาณ 5 s) เราก็สามารถรับรู้ถึงความร้อนได้แล้ว ถ้าอุณหภูมิสูงขึ้นเป็น 70°C เราก็จะไม่สามารถทนต่อความร้อน และที่ความถี่สูงๆ นั้น อุณหภูมิก็จะสูงตามไปด้วย

ปฏิกิริยาต่อระบบประสาท (Electroporation)

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านเซลล์ต่างๆ จะทำให้เกิดศักย์ไฟฟ้าคร่อมเซลล์แต่ละเซลล์ ซึ่งผล จากปฏิกิริยานี้เป็นผลที่ร้ายแรงที่สุด เพราะครอบคลุมทั้งระบบประสาทและระบบกล้ามเนื้อ ที่ ระดับไฟฟ้าระดับต่ำๆ การเปลี่ยนแปลงศักย์ภาพจะไปกระตุ้นเส้นประสาททั้งความรู้สึกและ กล้ามเนื้อให้รู้สึกเกร็งที่กระแสไฟฟ้าสูง ๆ สนามไฟฟ้าสามารถไหลผ่านเซลล์และถ่ายเทประจุออก ทางรูขุมขนได้ โดยผลของเซลล์จะยังสามารถกลับไปใช้งานได้อีกที่ระดับกระแสไฟฟ้าต่ำๆ ตาม ตารางก็คือค่า Reversible (EP) แต่ถ้าเป็นระดับที่สูงกว่านี้แล้วเซลล์ก็จะตายไม่สามารถกลับมา ทำงานได้อีกหรือก็คือขั้น Irreversible (EP)

ผลของกระแสไฟฟ้าต่อร่างกาย

สนามแม่เหล็กในสิ่งแวดล้อมเมื่อไม่โคจรบกววนจะแผ่กระจายลงสู่พื้น แต่เมื่อมีการ บกววนก็จะทำให้รูปร่างเปลี่ยนแปลงไป ผลของการรบกวนสนามไฟฟ้า และทิศทางการ หนาแน่นการไหลนั้นขึ้นอยู่กับกรณีสภาพเป็นตัวนำของคนมากน้อยขนาดไหน สนามไฟฟ้า ภายนอกเมื่อเข้าสู่ร่างกายก็จะทำให้เกิด Body current ขึ้นปกติ Flux line จะไหลบริเวณผิวของ ร่างกายและจะไหลผ่านเข้าไปสู่ภายใน โดยจะมีค่าความหนาแน่นมากที่สุดที่ร่างกายส่วนบน และ จะน้อยลงในร่างกายส่วนอื่นๆ

2.5 การวิเคราะห์สนามไฟฟ้า

สนามไฟฟ้าที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูงสามารถพิจารณาเป็นสนามไฟฟ้าที่มีแหล่งกำเนิดมาจากแรงดันไฟฟ้า ซึ่งขนาดของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงจะมีผลโดยตรงกับขนาดของสนามไฟฟ้า ผลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยระบบปฏิบัติการ LINUX โดยเป็นการเปรียบเทียบสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่ง Midspan ภายในระยะปลอดภัยการเดินสาย (Right of Way: R.O.W) ของสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่ค่ารัศมีต่างๆ โดยใช้ระยะความสูงต่ำสุดของระดับแรงดันต่างๆ ซึ่งในขณะนี้วิเคราะห์ออกมาเฉพาะในระดับแรงดัน 500 kV ซึ่งจะคิด ณ ตำแหน่ง Midspan ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีค่าระยะหย่อน (Sag) มากที่สุด และจะสังเกตได้ว่าสนามไฟฟ้าจะมีความเข้มสูงสุดบริเวณตำแหน่งใต้ตัวนำไฟฟ้า

2.5.1 ปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้า

1. ผลจากโครงสร้างของสายส่ง

จากที่ได้ศึกษามาพอสมควรจึงสามารถสรุปถึงปัจจัยจากโครงสร้างของสายส่งที่มีผลต่อค่าของสนามไฟฟ้าได้คือ

Line Configuration เป็นลักษณะการวางตัวของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง โดยทั่วไปมีลักษณะการวางตัวนำที่เป็นแบบ Flat, Delta และ Vertical Configuration ซึ่งจากการศึกษาปรากฏว่าการวางตัวนำในแบบ Delta Configuration จะส่งผลทำให้สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นสูงสุดมีปริมาณน้อยกว่าการวางตัวนำในแบบอื่นๆ แต่สำหรับสายส่งไฟฟ้าแรงสูงในประเทศไทย รูปแบบของการจัดวางตัวนำส่วนใหญ่จะเป็นแบบ Vertical Configuration จำนวน 2 วงจรซึ่งแสดงดังภาพประกอบ 2-3

Line Height การเพิ่มความสูงให้กับเสาส่งไฟฟ้าแรงสูงเปรียบเสมือนกับการเพิ่มระยะห่างระหว่างสายตัวนำกับพื้นดิน ทำให้การกระจายของสนามไฟฟ้าที่ลงสู่พื้นดินมีค่าลดลง ซึ่งจะเห็นผลลัพธ์ได้ดังภาพประกอบ 2-3 ระยะความสูงแต่ละเฟสระดับต่างๆ

Sag จากการที่ตัวนำไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงไปตลอดช่วงระยะห่างระหว่างเสา (Span Length) จะทำให้ค่าสนามไฟฟ้าบนพื้นดินเกิดการเปลี่ยนแปลงไปตามระยะหย่อนของสายส่ง โดยที่ในตำแหน่ง Midspan สายตัวนำจะมีค่า Sag มากที่สุดทำให้ค่าของสนามไฟฟ้ามีค่ามากตามไปด้วย และเมื่อพิจารณาในตำแหน่งที่ห่างออกไป ค่าของสนามไฟฟ้าก็จะมีค่าลดลงไปซึ่งดูได้จากผลการทดสอบในบทที่ 4

Phase Spacing การเพิ่มระยะห่างระหว่างเฟสให้กับสายส่งจะทำให้สนามไฟฟ้าเกิดการเปลี่ยนแปลง สำหรับสายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่มีการวางตัวนำแบบ Vertical Configuration สามารถทำได้ทั้งในแนวตั้งและแนวนอน

Phase Arrangement การเรียงลำดับเฟสของสายส่งไฟฟ้าแรงสูง หรือที่เรียกว่าการทำ Transposed ให้กับสายส่งมีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับสายส่งที่มีระยะทางไกล ทั้งนี้เพื่อช่วยทำให้ค่ารีแอกแตนซ์ของสายส่งมีความสมดุลกัน ซึ่งในบางครั้งการจัดเรียงลำดับเฟสที่ไม่เหมาะสมจะมีผลทำให้ค่าสนามไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงได้

2. ผลจากสิ่งแวดล้อมใกล้สายส่ง

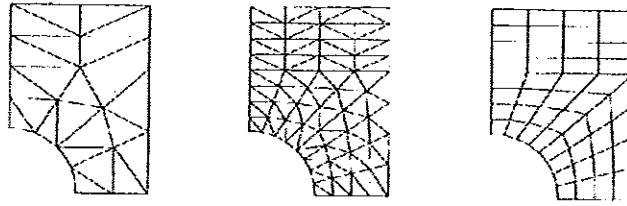
สนามไฟฟ้า ในสภาพความเป็นจริงสิ่งแวดล้อมต่างๆ ใกล้สายส่งไฟฟ้าแรงสูงที่มีสภาพเป็นตัวนำไฟฟ้า เช่น บ้านพักอาศัย ต้นไม้ รั้วบ้าน คน รวมทั้งตัวเสาส่งเอง ที่มีโครงสร้างเป็นเหล็ก สิ่งเหล่านี้จะลดทอนระดับความเข้มของสนามไฟฟ้าลง เนื่องจากสนามไฟฟ้าสามารถถ่ายเทประจุไฟฟ้าไปสู่วัตถุที่มีสภาพเป็นตัวนำไฟฟ้าได้ ทำให้สนามไฟฟ้าบริเวณที่มีสิ่งแวดล้อมเหล่านี้อยู่ถูกลดทอนลงไป

2.6 การคำนวณสนามไฟฟ้า

ในการศึกษาเรื่องผลกระทบจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เราได้ทราบแล้วว่าการศึกษาในเรื่องดังกล่าวจะช่วยในการอธิบายถึงคุณสมบัติและปฏิกิริยาที่ก่อให้เกิดปัญหาเกี่ยวกับสุขภาพ ดังนั้นหัวข้อถัดไปที่จะกล่าวถึงคือวิธีที่ใช้ในการพิจารณาหาผลเฉลย ซึ่งเป็นระเบียบวิธีที่สำคัญสองวิธีด้วยกัน คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และระเบียบวิธีบาวคาร์เอลิเมนต์ ในแต่ละหัวข้อเราจะพิจารณาดังต่อไปนี้ที่กำหนดของแต่ละวิธีเพื่อคัดเลือกวิธีที่ดีที่สุดและสะดวกต่อการนำไปใช้

2.6.1 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ใช้สำหรับหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์และเป็นที่นิยมใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านวิศวกรรมอย่างกว้างขวางสามารถจะหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการทราบ อย่างเช่น การคำนวณสนามไฟฟ้าของสายส่งโดยอาศัยสมการเชิงอนุพันธ์ ชิ้นส่วนหรือส่วนประกอบของปัญหาจะถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อยๆ อย่างต่อเนื่อง ตามรูปร่างลักษณะของชิ้นส่วน เช่นภาพประกอบ 2-10 ผลเฉลยที่ได้รับจะเป็นผลเฉลยที่จุดต่อ (node) ของแต่ละเอลิเมนต์ การวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เราจะวิเคราะห์หาค่าที่แต่ละเอลิเมนต์แล้วนำมารวมเข้าด้วยกันเป็นผลเฉลยของระบบ



(ก)

(ข)

(ค)

ภาพประกอบ 2-10 ตัวอย่างการแบ่งชิ้นงานออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย
(ก) เอลิเมนต์สามเหลี่ยมหายาบ (ข) เอลิเมนต์สามเหลี่ยมละเอียค (ค) เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมโค้ง

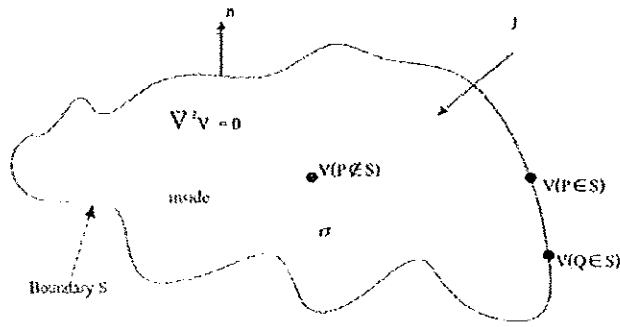
สำหรับระบบโครงสร้างของเสาส่งไฟฟ้าแรงสูง พื้นที่ที่เราสนใจคือ พื้นที่โดยรอบสายส่ง ไม่ครอบคลุมพื้นที่ภายในสายส่ง เพราะฉะนั้นการคำนวณด้วยวิธีนี้ เราจำเป็นจะต้องทำการแบ่งเอลิเมนต์จำนวนมากเพื่อให้ผลเฉลยมีความถูกต้อง 3 ประการด้วยกัน คือ

1. รูปร่างของเอลิเมนต์จะต้องใกล้เคียงกับรูปร่างลักษณะจริงของพื้นที่ที่พิจารณา
2. การประมาณพฤติกรรมของเอลิเมนต์ให้ถูกต้องตามสภาพที่แท้จริง และ
3. ความละเอียดในการคำนวณตัวเลข

ซึ่งเป็นข้อควรระวังของการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ถ้าพิจารณาถึงเงื่อนไข จำเป็นทั้งสามประการเราอาจต้องเสียเวลาในขั้นตอนการทดสอบผลเป็นเวลานานและยังมีปัญหาของเอลิเมนต์ที่มีส่วนประกอบมุมเป็นมุมกลับเพราะฉะนั้นการนำไปใช้คงไม่สะดวกนัก

2.6.2 วิธีบาวดารีเอลิเมนต์ (Boundary Element Method) (Brebbia, C.A., J.C.F. Telles, and L.C. Wrobel., 1984)

การหาผลเฉลยด้วยวิธีการ Boundary Element Method (BEM) สามารถอธิบายในรูปของความเข้มสนามไฟฟ้าและค่าศักย์ไฟฟ้าไฟฟ้า ในการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ ภายในพื้นที่ที่พิจารณาซึ่งเป็นผลเฉลยของสมการลาปลาซ โดยวิธี BEM จำเป็นต้องทราบค่าตัวแปรบนขอบเขตของพื้นที่ที่พิจารณา ดังนั้น จึงได้กำหนดพารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยของสมการลาปลาซดังในภาพประกอบ 2-11 ดังนี้



ภาพประกอบ 2-11 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณหาผลเฉลย

ค่าศักย์ไฟฟ้า V ภายในพื้นที่ 2 มิติดังแสดงในภาพประกอบ 2-11 สามารถที่จะคำนวณได้ ถ้าเราทราบค่าแรงดันไฟฟ้าทุกตำแหน่งที่ขอบเขต S โดยที่ขอบเขต S จะมีเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับขอบเขตก็คือ ยูนิตเวกเตอร์ n และมีค่าศักย์ไฟฟ้า $V(P)$ โดยที่จุด P เป็นจุดที่อยู่ทุกตำแหน่งทั้งภายในและบนขอบเขต โดยที่จุด Q จะอยู่เฉพาะบนเส้นขอบเขตเท่านั้น โดยที่จุดนี้จะมีค่าศักย์ไฟฟ้าคือ $V(Q)$ ที่บนขอบเขตจะมีการเคลื่อนที่ของประจุ q และค่าพอร์มิตติวิตีทุกๆตำแหน่งทั้งภายในและภายนอกขอบเขต

- J กระแสไฟฟ้าที่ไหลตัดกับเส้นขอบเขตของพื้นที่ ณ จุด Q ใดๆ
- $V(P)$ ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งจุด P อยู่ในปริมาตรที่พิจารณา
- $V(Q)$ ศักย์ไฟฟ้าที่จุด Q ซึ่งจุด Q อยู่บนเส้นขอบเขตของพื้นที่ที่พิจารณา
- σ ค่าสภาพความนำไฟฟ้าภายในพื้นที่ที่พิจารณา

โดยทั่วไป การหาผลเฉลยของสมการลาปลาซด้วยวิธี BEM มีด้วยกัน 2 วิธีคือ การหาผลเฉลยในเชิงวิเคราะห์ และการหาผลเฉลยในเชิงตัวเลข เมื่อพิจารณาถึงเงื่อนไขการคำนวณด้วยระเบียบวิธีนี้สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับงานวิจัยนี้ได้เหมาะสมที่สุด

ผลเฉลยในเชิงวิเคราะห์จากภาพประกอบ 2-11 ค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ ภายในพื้นที่ที่พิจารณา ซึ่งครอบคลุมด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ในรูปแบบสมการของลาปลาซ ดังนี้

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \tag{2-8}$$

โดย V แทนค่าศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามจุดพิกัดของ x และ y ซึ่งการหาผลเฉลยในเชิงวิเคราะห์ของสมการลาปลาซด้วยวิธี BEM แสดงในสมการดังต่อไปนี้

กรณีสมการของค่าศักย์ไฟฟ้า $\phi_E(x)$ อยู่ที่จุดใดๆ ภายในปริมาตรที่พิจารณา

$$\phi_E(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} n \cdot \left(\phi_E \frac{y-x}{|y-x|^2} - (\ln|y-x|) \nabla \phi_E \right) d\sigma(y) \quad (2-9)$$

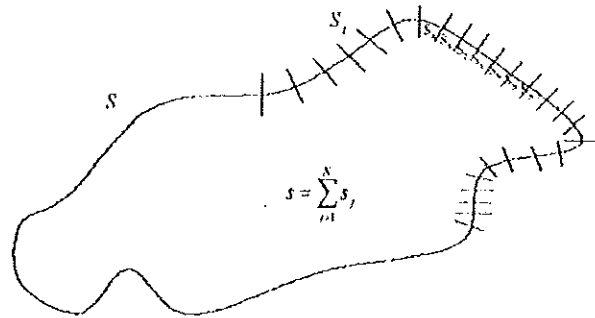
กรณีสมการของค่าศักย์ไฟฟ้า $\phi_E(x)$ อยู่ที่จุดใดๆ บนพื้นผิวที่พิจารณา

$$\phi_E(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\Sigma} n \cdot \left(\phi_E \frac{y-x}{|y-x|^2} - (\ln|y-x|) \nabla \phi_E \right) d\sigma(y) \quad (2-10)$$

โดยแต่ละเทอมของสมการ (2-9) และ สมการ (2-10) มีรายละเอียดดังนี้

$\phi_i(x)$ คือ ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่ง X ใดๆ ทั้งภายในและภายนอกปริมาตร

$n_i \cdot \nabla \phi_i(y)$ คือ ค่าเกรเดียนต์ค่าศักย์ไฟฟ้า (\sim กระแส) บนพื้นผิวขอบเขตที่พิจารณา



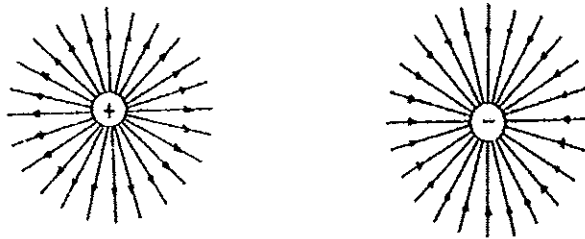
ภาพประกอบ 2-12 แสดงการแบ่งขอบเขต S เป็นขอบเขตย่อย

ในงานด้านวิศวกรรมการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจะมีความสำคัญอย่างมาก เพราะสามารถนำระเบียบวิธีเชิงตัวเลขไปใช้ในการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อหาผลเฉลย ดังนั้นจึงทำให้การคำนวณมีความรวดเร็วเป็นอย่างมาก

การหาผลเฉลยของสมการเชิงวิเคราะห์ในสมการ (2-9) และ สมการ (2-10) เราจำเป็นต้องทราบค่าตัวแปรที่สำคัญในสมการและข้อมูลเบื้องต้น และการประมาณค่าเกรเดียนต์ของศักย์ไฟฟ้าด้วยสมการฟูเรียร์ ดังนั้นการสร้างฟังก์ชันต่างๆ เหล่านี้ในเชิงวิเคราะห์นั้นทำได้ยาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงทำการแปลงผลเฉลยเชิงวิเคราะห์มาทำการคำนวณหาผลเฉลยเชิงตัวเลข โดยรายละเอียดจะกล่าวถึงในบทถัดไป

2.7 ทฤษฎีและหลักการเบื้องต้นการคำนวณศักย์ไฟฟ้า

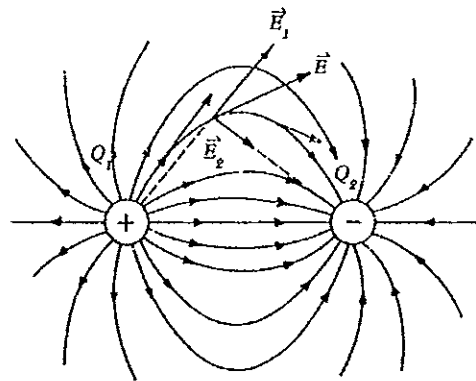
เราใช้ความรู้พื้นฐานเรื่องแรงระหว่างประจุหาทิศทางของสนามไฟฟ้าเนื่องจากจุดประจุได้และสามารถเขียนภาพแสดงทิศของสนามไฟฟ้าในบริเวณรอบๆ จุดประจุได้ ดังภาพประกอบที่ 2-13



ภาพประกอบ 2-13 ทิศของสนามไฟฟ้ารอบจุดประจุบวกและลบ

เส้นต่างๆ ที่ใช้เขียนเพื่อแสดงทิศทางของสนามไฟฟ้าในบริเวณรอบๆ จุดประจุ ดังภาพประกอบ 2-13 เรียกว่า เส้นแรงไฟฟ้าหรือเส้นสนามไฟฟ้า (Electric Field Line) เส้นเหล่านี้ใช้แสดงทิศของแรงที่กระทำต่อประจุบวกที่วางอยู่ในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้า

ในกรณีสนามไฟฟ้าที่พิจารณามากกว่า 1 จุดประจุ เส้นแรงไฟฟ้าที่กระทำต่อประจุ จะเขียนได้ดังภาพประกอบ 2-14

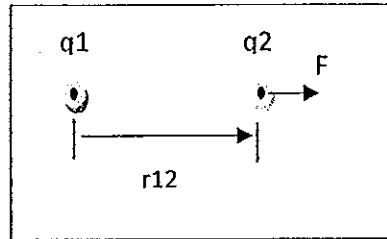


ภาพประกอบ 2-14 แสดงทิศของสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งต่างๆ

พิจารณาจากภาพประกอบ ขนาดของสนามไฟฟ้าและความหนาแน่นของเส้นแรงดังกล่าวสามารถอธิบายได้ดังสมการพื้นฐาน ดังต่อไปนี้

2.7.1 แรงไฟฟ้า (Electric Forces : F) ความเข้มสนามไฟฟ้า E และความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า \vec{D}

ทุกประจุจะมีแรง F ที่เป็นแรงผลักหรือแรงดึงดูดเมื่อเคลื่อนที่เข้าใกล้จุดประจุตัวอื่น ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2-15 จากจุดประจุ q_2 ถึงประจุ q_1 มีระยะห่างกันเท่ากับ r_{12} จุดประจุมีหน่วยในการวัดเป็น coulombs (C)



ภาพประกอบ 2-15 แรง F ที่กระทำต่อประจุ q_2 ให้เคลื่อนที่ออกห่างจากประจุ q_1

แรงที่เกิดขึ้นสามารถคำนวณได้จากจุดประจุและระยะห่างระหว่างจุดทั้งสอง

$$\vec{F} = + \frac{q_1 r_{12} q_2}{|r_{12}|^3} \frac{1}{4\pi\epsilon} \quad (2-11)$$

เมื่อ ϵ คือค่าเพอร์มิติวิตีของตัวนำโดยรอบประจุ ค่าเพอร์มิติวิตีนี้มีค่าแตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับตัวนำแต่ละชนิด ค่าความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าสามารถคำนวณจากประจุ q_1 ซึ่งเป็นตัวที่ก่อให้เกิดสนามไฟฟ้า

$$\vec{D} = \frac{q_1 r_{12}}{|r_{12}|^3} \frac{1}{4\pi} \quad (2-12)$$

ค่าสนามไฟฟ้าสามารถคำนวณได้จากประจุ q_2 ซึ่งเป็นตัวที่แสดงให้เห็นถึงผลของสนามไฟฟ้า

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_2} \quad (2-13)$$

ค่า Electric permittivity (ϵ) สามารถคำนวณได้จากค่าสนามไฟฟ้าและความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า

$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{\vec{E}}{\vec{D}} \quad (2-14)$$

กรณีที่เวกเตอร์ \vec{E} มีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ \vec{D} ค่าของเพอร์มิติวิตีจะเป็นค่าสเกลาร์ แต่ถ้าเป็นกรณีที่ไม่ใช่ทิศทางเดียวกัน ค่าเพอร์มิติวิตีก็จะเป็นจำนวนเชิงซ้อน แต่สำหรับในกรณีนี้เราจะถือว่าค่าเพอร์มิติวิตีเป็นค่าสเกลาร์

ถ้าเวกเตอร์ \vec{E} มีความสัมพันธ์กับเวกเตอร์ \vec{D} แล้วค่าเพอร์มิติวิตีก็จะเป็นค่าคงที่ แต่ถ้าไม่มีความสัมพันธ์ต่อกันค่าเพอร์มิติวิตีก็จะเป็นฟังก์ชันของความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า \vec{D}

2.7.2 การประยุกต์ใช้สมการไฟฟ้าสถิต

สนามไฟฟ้า \vec{E} สามารถอธิบายโดย Potential Function $\Pi_E = (\vec{A}_E, \phi_E)$, เมื่อ $\mathbb{D}\Pi_E = \vec{E}$ หรือ

$$\begin{bmatrix} \nabla \times & \nabla \\ -\nabla \cdot & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{A}_E \\ -\phi_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{E} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

ทำการดิฟเฟอเรนเชียลของ $\mathbb{D}^2\Pi_E$ จะได้

$$\begin{bmatrix} -(\nabla^2) & 0 \\ 0 & -(\nabla^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{A}_E \\ -\phi_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla \times & \nabla \\ -\nabla \cdot & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{E} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

แต่ค่า $\nabla \times \vec{E} = 0$ (จากสมการ 2-16) และ $\nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot \epsilon \vec{E} = \nabla \epsilon \cdot \vec{E} + \epsilon \nabla \cdot \vec{E} = \rho$ กรณีที่ค่า Electric permittivity มีค่าเท่ากันแล้ว $\nabla \epsilon = 0$ ดังนั้น $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon$ และ

$$\begin{bmatrix} -(\nabla^2) & 0 \\ 0 & -(\nabla^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{A}_E \\ -\phi_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla \times & \nabla \\ -\nabla \cdot & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{E} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\rho/\epsilon \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

สังเกตว่าจากสมการที่ 2-17 ค่าเวกเตอร์ศักย์ไฟฟ้าของสนามไฟฟ้าสถิตเป็นสมการที่เรียกว่า สมการลาปลาซ (Vector)

$$\nabla^2 \vec{A}_E = 0 \quad (2-18)$$

และค่าศักย์ไฟฟ้าของสนามไฟฟ้าสถิตคือสมการที่เรียกว่า สมการของปัวร์ซอง (Scalar)

$$\nabla^2 \phi_E = -\rho/\epsilon \quad (2-19)$$

รูปแบบอย่างง่ายของสมการลาปลาซ (จากสมการ 2-18) คือ $\vec{A}_E = 0$ สมการรูปแบบของศักย์ไฟฟ้าของสมการสนามไฟฟ้าคือ

$$\Pi_E = -\phi_E \quad (2-20)$$

และค่าสนามไฟฟ้าที่ได้ก็คือ Irrotational Field

$$\vec{E} = -\nabla\phi_E \quad (2-21)$$

ค่าศักย์ไฟฟ้า ϕ_E มีหน่วยเป็น โวลต์ (V)

2.7.3 การอินทิกรัลสนามไฟฟ้า

ประจุ q และ Normal Electric Flux Density $n \cdot \vec{D}$ ถ้าเราทราบค่าของ \vec{D} เราก็สามารถคำนวณหาค่าของประจุ q โดยการอินทิเกรตค่า Normal Component ภายในพื้นผิวปิด Σ สมมติให้พื้นผิว Σ เป็นของเขตทรงกลมรัศมี $|r|$

$$\int_{\Sigma} n \cdot \vec{D} d\sigma(x) = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} n \cdot \left(\frac{q_1 \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \frac{1}{4\pi} \right) |\vec{r}|^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (2-22)$$

$$= \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} n \cdot \left(\frac{q_1}{|\vec{r}|^2} \frac{1}{4\pi} \right) |\vec{r}|^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (2-23)$$

$$= \frac{q_1}{4\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi \quad (2-24)$$

$$= \frac{q_1}{4\pi} 4\pi \quad (2-25)$$

$$= q_1 \quad (2-26)$$

เพราะฉะนั้นถ้าเราทราบค่าความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าเราก็สามารถคำนวณหาค่าประจุ q

$$q_1 = \int_{\Sigma} n \cdot \vec{D} d\sigma(x) \quad (2-27)$$

สมการที่ (2-27) เรียกว่ากฎของ Gauss

2.7.4 Maxwell's Equations

สมการ Maxwell's Equation เป็นสมการที่อธิบายหลักการทั่วไปเกี่ยวกับค่าของสนามไฟฟ้า E และสนามแม่เหล็ก H ซึ่งสมการนี้มีส่วนสำคัญในสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ความสัมพันธ์ของสมการ Maxwell's Equation แบ่งเป็นรูปดิฟเฟอเรนเชียลฟอร์มและอินทิกรัลฟอร์มดังนี้

ตารางที่ 2-5 Maxwell's Equations

Differential form	Integral form
$\epsilon \nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\int_{\Sigma} \vec{n} \cdot \vec{D} d\sigma(x) = \int_{\Omega} \rho dx$
$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$	$\int_{\Lambda} \vec{t} \cdot \vec{H} d\lambda(x) = \int_{\Sigma} \vec{n} \cdot \vec{j} d\sigma(x)$
$\nabla \times \vec{E} = 0$	$\int_{\Lambda} \vec{t} \cdot \vec{E} d\lambda(x) = 0$
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\int_{\Sigma} \vec{n} \cdot \vec{B} d\sigma(x) = 0$

- เมื่อ \vec{H} คือ สนามแม่เหล็กในสสาร มีหน่วยเป็น เทสลา
 \vec{D} คือ สนามไฟฟ้าในสสาร มีหน่วยเป็นนิวตัน/คูลอมบ์
 \vec{E} คือ สนามไฟฟ้า มีหน่วยเป็นนิวตัน/คูลอมบ์
 \vec{j} คือ เวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้ามีหน่วยเป็น แอมแปร์/ตร.ม.
 \vec{B} คือ ความเข้มสนามแม่เหล็กมีหน่วยเป็นเทสลา
 ρ คือ ความหนาแน่นของประจุอิสระ มีหน่วยเป็น คูลอมบ์/ตร.ม.

ในการหาผลเฉลยของปัญหาเราจะเปลี่ยน Maxwell's Equation ให้เป็นกรณีแรกคือ พิจารณาสมการแมกซ์เวลล์ไฟฟ้าสถิตอยู่ในรูปของ Magnetic Vector Potential \vec{A} และ Electric Scalar Potential φ

2.7.5 Fundamental Solutions

สมการ Fundamental Solution สำหรับตัวปฏิบัติการดิฟเฟอเรนเชียล \mathbb{D} ของฟังก์ชัน $f(x)$ จะมีค่าเท่ากับ Delta Function ของสมการที่ตำแหน่ง $x = 0$

$$\mathbb{D}f(x) = \delta(x - 0) \quad (2-28)$$

เมื่อพิจารณาจากสมการเราจะเห็นว่าเป็นการอนุমানให้มีแหล่งกำเนิดประจุเป็นจุด โดยแทนค่าด้วย δ ที่อยู่ภายในพื้นที่ Ω สมการนี้มีส่วนช่วยในการแก้สมการ Differential Equations ของสมการสเกลาร์ศักย์ไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าและสมการ Differential Equations ของสมการเวกเตอร์

Potential ใน Magnetic field เพราะฉะนั้นในงานวิจัยนี้เราจะมีตัวปฏิบัติการ Laplace's Operator ∇^2 และ Fundamental Solution $B(x)$ ที่จะต้องให้ความสนใจต่อไป

เงื่อนไขที่แสดงให้เห็นว่าฟังก์ชัน $f(x)$ เป็น Fundamental Solution ของตัวปฏิบัติการดิฟเฟอเรนเชียล \mathbb{D} ก็คือ การแสดงให้เห็นว่า $\mathbb{D}f(x)$ จะเป็นศูนย์ในทุกๆ ที่ที่ $x \neq 0$ และเมื่อทำการอินทิเกรตภายในพื้นที่ $f(x)$ ที่ $x = 0$ ค่าที่ได้จะเป็นหนึ่ง ดังสมการนี้

$$\begin{cases} \mathbb{D}f(x \neq 0) = 0 \\ \int_{\Omega} \mathbb{D}f(x) dx = 1 \end{cases} \quad (2-29)$$

2.7.6 Laplace's Operator

สมการ Fundamental Solution ของตัวปฏิบัติการ Laplace (in $m \geq 2$ มิติ) หรือ Bessel

$$\text{Potential: } B(x) = \lim_{k \rightarrow 0} \begin{cases} \left(-\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial}{\partial r} \right)^{\frac{m-1}{2}} \left(\frac{1}{2ik} e^{ikr} \right) & m = \text{odd} \\ \left(-\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial}{\partial r} \right)^{\frac{m-1}{2}} \left(-\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \right)_{|r=|x|} & m = \text{even} \end{cases} \quad (2-30)$$

ในงานวิจัยนี้ เราจะทำการแก้สมการของสนามไฟฟ้าใน 2 มิติ เพราะฉะนั้นจึงสนใจเฉพาะกรณีที่มี $m = 2$ เท่านั้น ดังนั้นเราจะได้ตัวปฏิบัติการ Laplace อยู่ในรูปของ Hankel Function $H_0^{(1)}(|x|)$ ดังนี้

$$B(x) = \lim_{k \rightarrow 0} \left\{ -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \right\} \quad (2-31)$$

จากคุณสมบัติของ Hankel Function เราสามารถแตกสมการออกเป็น

$$\lim_{k \rightarrow 0} \left\{ -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \right\} = \frac{1}{2\pi} \ln r + \left(\frac{\gamma}{2\pi} - \frac{i}{4} \right) + \frac{1}{2\pi} \lim_{k \rightarrow 0} \left\{ \ln \frac{k}{2} \right\} \quad (2-32)$$

เมื่อเราทำการแทนค่าคงที่ลงไป ในสมการและทำการดิฟเฟอเรนเชียลก็จะได้เป็นสมการ Fundamental Solution สำหรับกรณีสมการ ในมิติที่ 2 ดังนี้

$$\begin{aligned}
B'(x) &= B(x) - \left(\frac{\gamma}{2\pi} - \frac{i}{4}\right) + \frac{1}{2\pi} \lim_{k \rightarrow 0} \left\{ \ln \frac{k}{2} \right\} \\
&= \lim_{k \rightarrow 0} \left\{ -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \right\} - \left(\frac{\gamma}{2\pi} - \frac{i}{4}\right) + \frac{1}{2\pi} \lim_{k \rightarrow 0} \left\{ \ln \frac{k}{2} \right\} \\
&= \frac{1}{2\pi} \ln r
\end{aligned} \tag{2-33}$$

สมการทั้งหมดที่กล่าวมาเป็นส่วนประกอบสำหรับการคำนวณ นอกจากนี้จะมีสมการที่เป็นตัวแปรสำคัญในการทำวิจัยเรื่องนี้แล้วก็ยังมีทฤษฎีอื่นๆที่จะกล่าวถึงดังต่อไปนี้ก็ด้วย

2.7.7 Green's Theorem

ทฤษฎีของ Green เป็นสมการที่มาจากสมการของ Divergence Theorem ที่สนามไฟฟ้าเวกเตอร์ F ประกอบด้วยค่าสองค่าคือ u และ v และมีค่าเกรเดียนต์เป็น ∇u และ ∇v จะได้ความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้าดังสมการ

$$F = u\nabla v - v\nabla u \tag{2-34}$$

แทนค่าของ F เข้าไปในสมการ Divergence Theorem จะได้

$$\begin{aligned}
\sum \int n \cdot (u\nabla v - v\nabla u) d\sigma(x) &= \int_{\Omega} \nabla \cdot (u\nabla v - v\nabla u) dx \\
&= \int_{\Omega} (\nabla u \cdot \nabla v - u\nabla^2 v) - (\nabla v \cdot \nabla u + v\nabla^2 u) dx
\end{aligned} \tag{2-35}$$

$$\sum \int n \cdot (u\nabla v - v\nabla u) d\sigma(x) = \int_{\Omega} (u\nabla^2 v - v\nabla^2 u) dx \tag{2-36}$$

ดังนั้นสมการที่ (2-36) เรียกว่าทฤษฎีของ Green

จากสมการของ Green เราสามารถนำไปใช้กับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กได้โดยแบ่งออกเป็นแต่ละกรณีซึ่งจะขอกล่าวเฉพาะการนำไปใช้กับสนามไฟฟ้าคือ

ในกรณีของสนามไฟฟ้าที่เป็นค่าสเกลาร์ เมื่อให้ φ เป็น Potential ของสนามไฟฟ้าและ ρ คือ ความเข้มประจุเชิงปริมาตร ออกมาเป็นความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\nabla^2 \phi_E = -\rho/\epsilon \quad (2-37)$$

แทนค่า $u = \phi_E$ ในสมการของ Green จะได้

$$\int_{\Sigma} n \cdot (\phi_E \nabla v - v \nabla \phi_E) d\sigma(x) = \int_{\Omega} (\phi_E \nabla^2 v + v \rho/\epsilon) dx \quad (2-38)$$

$$\int_{\Omega} (\phi_E \nabla^2 v) dx = - \int_{\Omega} (v \rho/\epsilon) dx + \int_{\Sigma} n \cdot (\phi_E \nabla v + v \nabla \phi_E) d\sigma(x) \quad (2-39)$$

ถ้าเราเลือกค่า v เป็น Fundamental Solution ของตัวปฏิบัติการลาปลาซ เทอมของ $\nabla^2 v$ จะเปรียบเสมือนเป็นเคลด้าฟังก์ชัน เพราะฉะนั้นเทอมทางด้านซ้ายมือก็จะง่ายต่อการอินทิเกรต ถึงแม้ว่าจะมี Fundamental Solution f ในสมการแต่การแทนค่าเคลด้าฟังก์ชันในตำแหน่งต่างๆ นอกเหนือจากจุดกำเนิด $y \in \Omega$ จะได้

$$v(x) = f(x - y) \quad (2-40)$$

ดังนั้น

$$\nabla^2 v(x) = \delta(x - y) \quad (2-41)$$

ในกรณีสองมิติ

$$v(x) = -\frac{1}{2\pi} \ln r \quad (2-42)$$

แทนค่าในสมการหาผลเฉลยสนามไฟฟ้าที่จุดใดๆ ซึ่งจะนำทฤษฎีพื้นฐานที่ได้กล่าวไว้ในบทนี้ไปประกอบเพื่อประมาณค่าพฤติกรรมของ EMF ซึ่งสมการข้างล่างนี้เป็นสมการที่จะกล่าวต่อไปในบทถัดไป

$$\phi_E(y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{\rho}{\epsilon} \ln r dx + \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} n \cdot (\phi_E \nabla(\ln r) - (\ln r)(\nabla \phi_E)) d\sigma(x) \quad (2-43)$$

สมการ 2-43 สามารถคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้า ϕ_E ภายในพื้นที่ Ω ได้เมื่อ:

- (1) เมื่อเราทราบค่าความหนาแน่นประจุ ρ ทุกแห่งในพื้นที่ Ω และ
- (2) เมื่อเราทราบค่าศักย์ไฟฟ้า ϕ_E และ ค่าเกรเดียนท์ $\nabla \phi_E$ บนขอบเขต Σ

ในกรณีที่ขอบเขตที่เราสนใจมีค่าความหนาแน่นประจุ ρ เป็นศูนย์ สมการอินทิกรัล 2-43 จะเป็นดังนี้

$$\phi_E(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} n \cdot (\phi_E \nabla \ln|x-y| - \ln|x-y| \nabla \phi_E) d\sigma(x) \quad (2-44)$$

2.7.8 การดิฟเฟอเรนเชียลศักย์ไฟฟ้า

สนามไฟฟ้า \vec{E} และความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กไฟฟ้า \vec{B} สามารถหาค่าได้จากการดิฟเฟอเรนเชียลค่าศักย์ไฟฟ้า ϕ_E และค่าศักย์แม่เหล็กไฟฟ้า \vec{A}_B ในกรณีของศักย์ไฟฟ้าสามารถดิฟเฟอเรนเชียลโดยการเกรเดียนต์และในกรณีค่าศักย์แม่เหล็กไฟฟ้าสามารถดิฟเฟอเรนเชียลโดยการใช้นำปฏิบัติการเคิร์ล ซึ่งในที่นี้เราสนใจเฉพาะการคำนวณค่าสนามไฟฟ้า จึงขออธิบายในกรณีการดิฟเฟอเรนเชียลค่าศักย์ไฟฟ้าเท่านั้น

ค่าสนามไฟฟ้ามีค่าเป็น (ค่าลบ) ค่าเกรเดียนต์ของค่าสเกลาร์ค่าศักย์ไฟฟ้า

$$\vec{E}(y) = -\nabla \phi_E(y) \quad (2-45)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \nabla y \int_{\Omega} \frac{\rho}{\epsilon} \ln|x-y| dx - \frac{1}{2\pi} \nabla y \int_{\Sigma} n \cdot (\phi_E(x) \nabla \ln|x-y| - \ln|x-y| \nabla \phi_E(x)) d\sigma(x) \quad (2-46)$$

ในที่นี้ ตัวดัชนีล่าง y และตัวปฏิบัติการ ∇ ที่วางไว้หน้าเครื่องหมายการอินทิเกรตก็เพื่อแสดงว่าเป็นการดิฟเฟอเรนเชียลที่จุด y ใดๆหลังจากอินทิเกรตแล้ว และค่าของ x เป็นจุดที่แน่นอนอนจึงสามารถแทนค่าด้วยค่าคงที่ ในสมการการอินทิเกรตจะกระทำต่อตำแหน่ง x และในอีกกรณีหนึ่งเราสามารถกำหนดให้ค่า y เป็นค่าคงที่และทำการอินทิเกรตค่า x ได้เช่นเดียวกัน

การอินทิเกรตไม่สามารถหาค่าได้กรณีที่พื้นที่ Ω ไม่เป็นพื้นที่เฉพาะแต่สำหรับการดิฟเฟอเรนเชียลนั้นเพียงรู้ว่าจุด y เป็นจุดใดๆภายในพื้นที่ Ω ก็เพียงพอแล้วซึ่งไม่จำเป็นว่าเราจะต้องรู้ว่าจุดนั้นอยู่ที่ตำแหน่งใด ซึ่งทำให้เราสามารถหาค่าจุด x ที่เป็นค่าคงที่และดิฟเฟอเรนเชียลที่จุด y ได้จากสมการ 2-46 สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \vec{E}(y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \nabla y \frac{\rho(x)}{\epsilon} \ln|x-y| dx \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} \nabla y n \cdot (\phi_E(x) \nabla \ln|x-y| - \ln|x-y| \nabla \phi_E(x)) d\sigma(x) \end{aligned} \quad (2-47)$$

คูณตัวปฏิบัติการ ∇y เข้าไปภายในตัวปฏิบัติการคือ

$$\vec{E}(y) = + \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{\rho(x)}{\epsilon} [\nabla y \ln|x-y|] dx$$

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} \nabla_y \cdot \left(\phi_E(x) n \cdot \left[\frac{x-y}{|x-y|^2} \right] - \ln|x-y| n \cdot \nabla \phi_E(x) \right) d\sigma(x) \quad (2-48)$$

การดิฟเฟอเรนเชียลสมการกำลังหนึ่งและกำลังสามได้เป็น

$$\nabla_y \ln|x-y| = \frac{x-y}{|x-y|^2} \quad (2-49)$$

สำหรับการดิฟเฟอเรนเชียลสมการกำลังสองก่อนอื่นต้องทำการคูณแบบคือทเข้าไปในสมการก่อนแล้วก็ทำการกระจายสมการ

$$\begin{aligned} n \cdot \nabla_y \frac{x-y}{|x-y|^2} &= \nabla_y \left(n \cdot (x-y) \frac{1}{|x-y|^2} \right) \\ &= \nabla_y n \cdot (x-y) \frac{1}{|x-y|^2} + n \cdot (x-y) \nabla_y \frac{1}{|x-y|^2} \\ &= [-n] \frac{1}{|x-y|^2} + n \cdot (x-y) \frac{2(x-y)}{|x-y|^4} \\ &= \frac{2(x-y)}{|x-y|^4} \end{aligned} \quad (2-50)$$

แทนค่าสมการที่ 2-49 และ 2-50 ในสมการที่ 2-48

$$\begin{aligned} \vec{E}(y) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{\rho(x)}{\epsilon} \frac{x-y}{|x-y|^2} dx \\ &\quad -\frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} \left(\phi_E(x) \left[\frac{2n \cdot (x-y)^2}{|x-y|^4} - \frac{n}{|x-y|^2} \right] + \frac{x-y}{|x-y|^2} n \cdot \nabla \phi_E(x) \right) d\sigma(x) \end{aligned} \quad (2-51)$$

บทที่ 3

ทฤษฎีการคำนวณ

โดยทั่วไปวิธีการคำนวณสนามไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำไฟฟ้าแรงสูงสามารถจำแนกตามลักษณะขอบเขตของพื้นที่ที่พิจารณา ได้เป็น 2 วิธีด้วยกันคือ กรณีพื้นผิวตัวนำสมมติเป็นตัวนำชนิดประจุโดยใช้วิธีการซูเปอร์โพสิชัน หรือกรณีที่คิดตามจำนวนสายตัวนำจริงโดยใช้สมการของลาปลาซซึ่งในบทนี้เราจะนำเสนอวิธีทั้งสองวิธี

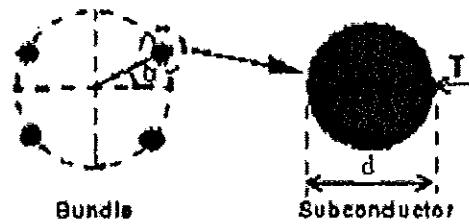
โดยวิธีแรก (หัวข้อ 3.1) เป็นวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าในสายส่งจุดเด่นของวิธีนี้คือเมื่อไม่ต้องคำนึงถึงจำนวนของสายควบและความสูงของตัวนำจริงการคำนวณจึงรวดเร็วมาก และไม่ยุ่งยากซับซ้อน

วิธีที่สอง (หัวข้อ 3.2) เป็นวิธีที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เป็นกรณีศึกษาการคำนวณศักย์ไฟฟ้าโดยใช้ระเบียบวิธีบาวคาร์เอลิเมนต์ซึ่งคำนึงถึงแฟกเตอร์ของจำนวนสายควบ (กรณี 4 สายควบต่อ 1 เฟส) และตำแหน่งของตัวนำ

วิธีการคำนวณทั้ง 2 วิธีมีพื้นฐานแนวคิดที่คล้ายกันอยู่เพื่อให้เห็นความแตกต่างและข้อดีของการศึกษาโดยระเบียบวิธีบาวคาร์เอลิเมนต์จึงเปรียบเสมือนว่าวิธีแรก (หัวข้อ 3.1) นี้เป็นวิธีอ้างอิงที่ก่อให้เกิดการพัฒนาแนวคิดใหม่วิธีที่สอง (หัวข้อ 3.2) ขึ้นมา งานทั้งสองวิธีมีการคำนวณผลแตกต่างกัน โดยวิธีแรกเป็นการคำนวณหาสนามไฟฟ้าส่วนวิธีที่ 2 เป็นการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าในสายส่ง ดังนั้นหัวข้อ 3.3 เป็นหัวข้อที่อธิบายการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าโดยทำการคิฟเฟอร์เรชันเขตค่าศักย์ไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณในหัวข้อที่ 3.2 เพื่อให้ค่าทั้งสองค่ามีหน่วยเดียวกัน

3.1 ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้น ระหว่างจุดใดๆ 2 จุด อันเนื่องจากประจุชนิดจุด (พิทกีย์ ปีนอนงค์, และศิริวัฒน์ โปษะเวชกุล, 2543.)

กรณีสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 500 kV วงจรคู่ประกอบด้วยสายตัวนำไฟฟ้าแบบควบ 4 เส้น ขนาด 1272 MCM ACSR/GA (CONDOR) จำนวน 3 เฟส และสายโอเวอร์เฮดกราวนด์ขนาด 3/8 (EHS) จำนวน 2 เส้น โดยที่สายตัวนำไฟฟ้าเป็นสายแบบควบ ดังนั้นเส้นผ่าศูนย์กลางสมมูลของสายควบสามารถหาได้จาก



ภาพประกอบ 3-1 เส้นผ่าศูนย์กลางสมมูลของสายควบแบบ 4 เส้น

$$D_{eq} = D \cdot \sqrt[n]{\frac{n \cdot d}{D}} \quad (3-1)$$

เมื่อ D = ระยะห่างสายควบ 0.457 m
 n = จำนวนสายควบ 4 เส้น
 d = เส้นผ่าศูนย์กลางของสายควบ = 0.03391 m

$$D_{eq} = (0.457) \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \times 0.03391}{0.457}} = 0.3207 \text{ m} \quad (3-2)$$

ค่าประจุ (Q) ที่เกิดจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูง 500 kV วงจรคู่สามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$[Q] = [P]^{-1} \cdot [V] \quad (3-3)$$

โดยที่ประจุไฟฟ้า (Q) และแรงดันไฟฟ้า (V) จะประกอบด้วยส่วนที่เป็นตัวนำจริงและส่วนที่เป็นภาพสะท้อน ดังนั้นสมการที่ (3-3) จะเป็น

$$[Q] = [Q_{real}] + [Q_{image}] \quad (3-4)$$

จากข้อมูลการจัดวางสาย ตารางที่ 2-1 ค่าประจุที่เกิดจากสายไฟฟ้าเฟส a, b, c, ..., m สามารถหาได้จากสมการ

$$\begin{bmatrix} Q_{r1} \\ Q_{r2} \\ Q_{r3} \\ Q_{r4} \\ Q_{r5} \\ Q_{r6} \\ Q_{r7} \\ Q_{r8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} & P_{17} & P_{18} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} & P_{27} & P_{28} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} & P_{37} & P_{38} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & P_{45} & P_{46} & P_{47} & P_{48} \\ P_{51} & P_{52} & P_{53} & P_{54} & P_{55} & P_{56} & P_{57} & P_{58} \\ P_{61} & P_{62} & P_{63} & P_{64} & P_{65} & P_{66} & P_{67} & P_{68} \\ P_{71} & P_{72} & P_{73} & P_{74} & P_{75} & P_{76} & P_{77} & P_{78} \\ P_{81} & P_{82} & P_{83} & P_{84} & P_{85} & P_{86} & P_{87} & P_{88} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{r1} \\ V_{r2} \\ V_{r3} \\ V_{r4} \\ V_{r5} \\ V_{r6} \\ V_{r7} \\ V_{r8} \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i2} \\ Q_{i3} \\ Q_{i4} \\ Q_{i5} \\ Q_{i6} \\ Q_{i7} \\ Q_{i8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} & P_{17} & P_{18} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} & P_{27} & P_{28} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} & P_{37} & P_{38} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & P_{45} & P_{46} & P_{47} & P_{48} \\ P_{51} & P_{52} & P_{53} & P_{54} & P_{55} & P_{56} & P_{57} & P_{58} \\ P_{61} & P_{62} & P_{63} & P_{64} & P_{65} & P_{66} & P_{67} & P_{68} \\ P_{71} & P_{72} & P_{73} & P_{74} & P_{75} & P_{76} & P_{77} & P_{78} \\ P_{81} & P_{82} & P_{83} & P_{84} & P_{85} & P_{86} & P_{87} & P_{88} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{i1} \\ V_{i2} \\ V_{i3} \\ V_{i4} \\ V_{i5} \\ V_{i6} \\ V_{i7} \\ V_{i8} \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

เมื่อเมตริกซ์ P เป็นค่าสัมประสิทธิ์ Maxwell potential coefficient ซึ่งมีสมาชิกในเมตริกซ์เท่ากับจำนวนของตัวนำทั้งหมดที่พิจารณา และค่าเอลิเมนต์ภายในเมตริกซ์ P สามารถหาได้ ดังนี้

$$P_{aa} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{4y_a}{D_{eq}(a)} \quad (3-7)$$

$$P_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(x_a - x_b)^2 + (y_a + y_b)^2}{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2} \right]^{1/2} \quad (3-8)$$

เมื่อ y_a, y_b = ความสูงจากพื้นดินของสายไฟฟ้าเฟส a, b (ม)

x_a, x_b = ระยะห่างจากแนวสายส่งของสายไฟฟ้าเฟส a, b (ม)

แทนค่าตัวเลขค่าสัมประสิทธิ์ที่ตำแหน่งต่างๆ โดยยกตัวอย่างการคำนวณแถวที่ใน 1 จำนวน 8 ตัวนำ โดยมีข้อมูลประกอบการคำนวณ ดังตารางที่ 2-1 ดังนี้

$$P_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{(4 \times 35.0)}{0.3207} \right]$$

$$P_{11} = \frac{1}{(2\pi \times 8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(4 \times 35.0)}{0.3207} \right]$$

$$P_{11} = 1.0942 \times 10^{11}$$

$$P_{12} = \frac{1}{(2\pi \times 8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(-5.620 + 6.820)^2 + (35.0 + 24.0)^2}{(-5.620 + 6.820)^2 + (35.0 - 24.0)^2} \right]^{1/2}$$

$$P_{12} = 0.3013 \times 10^{11}$$

$$P_{13} = \frac{1}{(2\pi \times 8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(-5.620 + 7.920)^2 + (35.0 + 13.0)^2}{(-5.620 + 7.920)^2 + (35.0 - 13.0)^2} \right]^{1/2}$$

$$P_{13} = 0.1397 \times 10^{11}$$

$$P_{14} = \frac{1}{(2\pi \times 8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(-5.620 - 5.620)^2 + (35.0 + 35.0)^2}{(-5.620 - 5.620)^2 + (35.0 - 35.0)^2} \right]^{1/2}$$

$$P_{14} = 0.3315 \times 10^{11}$$

$$P_{15} = \frac{1}{(2\pi \times 8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(-5.620 - 6.820)^2 + (35.0 + 24.0)^2}{(-5.620 - 6.820)^2 + (35.0 - 24.0)^2} \right]^{1/2}$$

$$P_{15} = 0.2321 \times 10^{11}$$

$$P_{16} = \frac{1}{(2\pi \times 8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(-5.620 - 7.920)^2 + (35.0 + 13.0)^2}{(-5.620 - 7.920)^2 + (35.0 - 13.0)^2} \right]^{1/2}$$

$$P_{16} = 0.1184 \times 10^{11}$$

$$P_{17} = \frac{1}{(2\pi \times 8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(-5.620 + 4.70)^2 + (35.0 + 48.51)^2}{(-5.620 + 4.70)^2 + (35.0 - 48.51)^2} \right]^{1/2}$$

$$P_{17} = 0.3274 \times 10^{11}$$

$$P_{18} = \frac{1}{(2\pi \times 8.854 \times 10^{-12})} \ln \left[\frac{(-5.620 - 4.70)^2 + (35.0 + 48.51)^2}{(-5.620 - 4.70)^2 + (35.0 - 48.51)^2} \right]^{1/2}$$

$$P_{18} = 0.2878 \times 10^{11}$$

ทำการคำนวณค่าซ้ำที่ตำแหน่ง X และ Y ใดๆ เพื่อแทนค่าในเมตริกซ์สมการที่ (3-5)

$$\begin{array}{ll}
V_{i1} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \cos 0^\circ & = 303.1 \text{ kV} & V_{i1} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \sin 0^\circ & = 0 \text{ kV} \\
V_{i2} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \cos 120^\circ & = -151.5 \text{ kV} & V_{i2} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \sin 120^\circ & \\
V_{i3} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \cos -120^\circ & = -151.5 \text{ kV} & V_{i3} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \sin -120^\circ & = -262.5 \text{ kV} \\
V_{i4} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \cos -120^\circ & = -151.5 \text{ kV} & V_{i4} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \sin -120^\circ & = -262.5 \text{ kV} \\
V_{i5} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \cos 120^\circ & = -151.5 \text{ kV} & V_{i5} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \sin 120^\circ & = 262.5 \text{ kV} \\
V_{i6} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \cos 0^\circ & = 303.1 \text{ kV} & V_{i6} = [(500 \times 1.05) / \sqrt{3}] \sin 0^\circ & = 0 \text{ kV} \\
V_{i7} = 0 & = 0 \text{ kV} & V_{i7} = 0 & = 0 \text{ kV} \\
V_{i8} = 0 & = 0 \text{ kV} & V_{i8} = 0 & = 0 \text{ kV}
\end{array}$$

เมื่อ (500×1.05) คือ maximum system voltage ซึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 5 เปอรเซ็นต์
 (1.05) และหารด้วย $\sqrt{3}$ ก็คือ ค่า maximum line-to-ground voltage ทำการแทนค่า P ทุกค่าเพื่อหาค่า
 Q

$$\begin{bmatrix} Q_{r1} \\ Q_{r2} \\ Q_{r3} \\ Q_{r4} \\ Q_{r5} \\ Q_{r6} \\ Q_{r7} \\ Q_{r8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0942 & 0.3013 & 0.1397 & 0.3315 & 0.2321 & 0.1184 & 0.3274 & 0.2878 \\ 0.3013 & 1.0262 & 0.2175 & 0.2321 & 0.2335 & 0.1391 & 0.1946 & 0.1795 \\ 0.1397 & 0.2175 & 0.9159 & 0.1184 & 0.1391 & 0.1176 & 0.0984 & 0.0919 \\ 0.3315 & 0.2321 & 0.1184 & 1.0942 & 0.3013 & 0.1397 & 0.2878 & 0.3274 \\ 0.2321 & 0.2335 & 0.1391 & 0.3013 & 1.0262 & 0.2175 & 0.1795 & 0.1946 \\ 0.1184 & 0.1391 & 0.1176 & 0.1397 & 0.2175 & 0.9159 & 0.0919 & 0.0984 \\ 0.3274 & 0.1946 & 0.0984 & 0.2878 & 0.1795 & 0.0919 & 1.7933 & 0.4210 \\ 0.2878 & 0.1795 & 0.0919 & 0.3274 & 0.1946 & 0.0984 & 0.4210 & 1.7933 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3031 \\ -1515 \\ -1515 \\ -1515 \\ -1515 \\ 3031 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \times 10^{11}$$

$$Q_{REAL} = \begin{bmatrix} Q_{r1} \\ Q_{r2} \\ Q_{r3} \\ Q_{r4} \\ Q_{r5} \\ Q_{r6} \\ Q_{r7} \\ Q_{r8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4154 \times 10^{-8} \\ -0.1974 \times 10^{-8} \\ -0.1777 \times 10^{-8} \\ -0.1974 \times 10^{-8} \\ -0.1995 \times 10^{-8} \\ 0.4085 \times 10^{-8} \\ -0.0144 \times 10^{-8} \\ 0.0006 \times 10^{-8} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i2} \\ Q_{i3} \\ Q_{i4} \\ Q_{i5} \\ Q_{i6} \\ Q_{i7} \\ Q_{i8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0942 & 0.3013 & 0.1397 & 0.3315 & 0.2321 & 0.1184 & 0.3274 & 0.2878 \\ 0.3013 & 1.0262 & 0.2175 & 0.2321 & 0.2335 & 0.1391 & 0.1946 & 0.1795 \\ 0.1397 & 0.2175 & 0.9159 & 0.1184 & 0.1391 & 0.1176 & 0.0984 & 0.0919 \\ 0.3315 & 0.2321 & 0.1184 & 1.0942 & 0.3013 & 0.1397 & 0.2878 & 0.3274 \\ 0.2321 & 0.2335 & 0.1391 & 0.3013 & 1.0262 & 0.2175 & 0.1795 & 0.1946 \\ 0.1184 & 0.1391 & 0.1176 & 0.1397 & 0.2175 & 0.9159 & 0.0919 & 0.0984 \\ 0.3274 & 0.1946 & 0.0984 & 0.2878 & 0.1795 & 0.0919 & 1.7933 & 0.4210 \\ 0.2878 & 0.1795 & 0.0919 & 0.3274 & 0.1946 & 0.0984 & 0.4210 & 1.7933 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.0 \\ 2625 \\ -2625 \\ -2625 \\ 262.5 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \times 10^{11}$$

$$QIMAG = \begin{bmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i2} \\ Q_{i3} \\ Q_{i4} \\ Q_{i5} \\ Q_{i6} \\ Q_{i7} \\ Q_{i8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0118 \times 10^{-8} \\ 0.3427 \times 10^{-8} \\ -0.3691 \times 10^{-8} \\ -0.3657 \times 10^{-8} \\ 0.3399 \times 10^{-8} \\ -0.0306 \times 10^{-8} \\ 0.0076 \times 10^{-8} \\ 0.0163 \times 10^{-8} \end{bmatrix}$$

จากสมการ (3-7) และ (3-8) เราสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในแนวแกน X ที่เกิดจากสายไฟฟ้าที่ 1,2,3,4,5,6,7 และ 8 ณ.ตำแหน่ง 30 เมตรจากแนวสายส่ง (X_N) ได้ ดังนี้

สนามไฟฟ้าในสายตัวนำจริงในแนวแกน X

$$\vec{E}_X(r,a) = \frac{Q_{ra}(X_N - X_a)}{2\pi\epsilon[(X_a - X_N)^2 + (Y_a - Y_N)^2]} - \frac{Q_{ra}(X_N - X_a)}{2\pi\epsilon[(X_a - X_N)^2 + (Y_a + Y_N)^2]} \quad (3-9)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_X(r,1) &= \frac{(0.4154 \times 10^{-8})(30 + 5.62)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-5.62 - 30)^2 + (35.0 - 1)^2]} - \\ &\quad \frac{(0.4154 \times 10^{-8})(30 + 5.62)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-5.62 - 30)^2 + (35 + 1)^2]} \\ &= 0.06 \end{aligned}$$

$$\vec{E}_x(r,2) = \frac{(-0.1947 \times 10^{-8})(30 + 6.82)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-6.82 - 30)^2 + (24 - 1)^2]} - \frac{(-0.1947 \times 10^{-8})(30 + 6.82)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-6.82 - 30)^2 + (24 + 1)^2]}$$

$$= -0.033$$

$$\vec{E}_x(r,3) = \frac{(-0.1777 \times 10^{-8})(30 + 7.92)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-7.92 - 30)^2 + (13 - 1)^2]} - \frac{(-0.1777 \times 10^{-8})(30 + 7.92)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-7.92 - 30)^2 + (13 + 1)^2]}$$

$$= -0.024$$

$$\vec{E}_x(r,4) = \frac{(-0.1974 \times 10^{-8})(30 - 5.62)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(5.62 - 30)^2 + (35 - 1)^2]} - \frac{(-0.0166 \times 10^{-8})(30 - 5.62)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(5.62 - 30)^2 + (35 + 1)^2]}$$

$$= -0.037$$

$$\vec{E}_x(r,5) = \frac{(-0.1995 \times 10^{-8})(30 - 6.82)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(6.82 - 30)^2 + (24 - 1)^2]} - \frac{(-0.1995 \times 10^{-8})(30 - 6.82)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(6.82 - 30)^2 + (24 + 1)^2]}$$

$$= -0.064$$

$$\vec{E}_x(r,6) = \frac{(0.4085 \times 10^{-8})(30 - 7.92)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(7.92 - 30)^2 + (13 - 1)^2]} - \frac{(0.4085 \times 10^{-8})(30 - 7.92)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(7.92 - 30)^2 + (13 + 1)^2]}$$

$$= 0.195$$

$$\vec{E}_x(r,7) = \frac{(-0.0144 \times 10^{-8})(30 + 4.70)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-4.70 - 30)^2 + (48.51 - 1)^2]} - \frac{(-0.0144 \times 10^{-8})(30 + 4.70)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-4.70 - 30)^2 + (48.51 + 1)^2]}$$

$$= -1.378 \times 10^{-3}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_X(r,8) &= \frac{(0.0006 \times 10^{-8})(30 - 4.70)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(4.70 - 30)^2 + (48.51 - 1)^2]} \\ &\quad - \frac{(0.0006 \times 10^{-8})(30 - 4.70)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(4.70 - 30)^2 + (48.51 + 1)^2]} \\ &= 5.912 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

$$\text{EXTR} = \vec{E}_X(r,1) + \vec{E}_X(r,2) + \vec{E}_X(r,3) + \vec{E}_X(r,4) + \vec{E}_X(r,5) + \vec{E}_X(r,6) + \vec{E}_X(r,7) + \vec{E}_X(r,8)$$

$$\text{EXTR} = (0.06) + (-0.033) + (-0.024) + (-0.037) + (-0.064) + (0.195) + (-1.378 \times 10^{-3}) + (5.912 \times 10^{-5})$$

$$\text{EXTR} = 0.095$$

สนามไฟฟ้าในสายตัวนำสะท้อนในแนวแกน X

$$\vec{E}_X(i,a) = \frac{Q_{ia}(X_N - X_a)}{2\pi\epsilon[(X_a - X_N)^2 + (Y_a - Y_N)^2]} - \frac{Q_{ia}(X_N - X_a)}{2\pi\epsilon[(X_a - X_N)^2 + (Y_a + Y_N)^2]} \quad (3-10)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_X(i,1) &= \frac{(-0.0118 \times 10^{-8})(30 + 5.62)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-5.62 - 30)^2 + (35.0 - 1)^2]} \\ &\quad - \frac{(-0.0118 \times 10^{-8})(30 + 5.62)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-5.62 - 30)^2 + (35 + 1)^2]} \\ &= -1.70 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_X(i,2) &= \frac{(0.3427 \times 10^{-8})(30 + 6.82)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-6.82 - 30)^2 + (24 - 1)^2]} \\ &\quad - \frac{(0.3427 \times 10^{-8})(30 + 6.82)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-6.82 - 30)^2 + (24 + 1)^2]} \\ &= 0.058 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_X(i,3) &= \frac{(-0.3691 \times 10^{-8})(30 + 7.92)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-7.92 - 30)^2 + (13 - 1)^2]} \\ &\quad - \frac{(-0.3691 \times 10^{-8})(30 + 7.92)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-7.92 - 30)^2 + (13 + 1)^2]} \\ &= -0.051 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_x(i,4) &= \frac{(-0.3657 \times 10^{-8})(30 - 5.62)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(5.62 - 30)^2 + (35 - 1)^2]} \\ &= \frac{(-0.3657 \times 10^{-8})(30 - 5.62)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(5.62 - 30)^2 + (35 + 1)^2]} \\ &= -0.068\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_x(i,5) &= \frac{(0.3399 \times 10^{-8})(30 - 6.82)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(6.82 - 30)^2 + (24 - 1)^2]} \\ &= \frac{(0.3399 \times 10^{-8})(30 - 6.82)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(6.82 - 30)^2 + (24 + 1)^2]} \\ &= 0.110\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_x(i,6) &= \frac{(-0.0306 \times 10^{-8})(30 - 7.92)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(7.92 - 30)^2 + (13 - 1)^2]} \\ &= \frac{(-0.0306 \times 10^{-8})(30 - 7.92)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(7.92 - 30)^2 + (13 + 1)^2]} \\ &= -0.015\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_x(i,7) &= \frac{(0.0076 \times 10^{-8})(30 + 4.70)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-4.70 - 30)^2 + (48.51 - 1)^2]} \\ &= \frac{(0.0076 \times 10^{-8})(30 + 4.70)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-4.70 - 30)^2 + (48.51 + 1)^2]} \\ &= 7.27 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_x(i,8) &= \frac{(0.0163 \times 10^{-8})(30 - 4.70)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(4.70 - 30)^2 + (48.51 - 1)^2]} \\ &= \frac{(0.0163 \times 10^{-8})(30 - 4.70)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(4.70 - 30)^2 + (48.51 + 1)^2]} \\ &= 1.606 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

$$EX\pi = \vec{E}_x(i,1) + \vec{E}_x(i,2) + \vec{E}_x(i,3) + \vec{E}_x(i,4) + \vec{E}_x(i,5) + \vec{E}_x(i,6) + \vec{E}_x(i,7) + \vec{E}_x(i,8)$$

$$EX\pi = (-1.70 \times 10^{-3}) + (0.058) + (-0.051) + (-0.068) + (0.110) + (-0.015) + (7.27 \times 10^{-4}) + (1.606 \times 10^{-3})$$

$$EX\pi = 0.036$$

จากสมการ (3-9) และ (3-10) เราสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในแนวแกน X ที่เกิดจากสายไฟฟ้าที่ 1,2,3,4,5,6,7 และ 8 ณ.ตำแหน่ง 30 เมตรจากแนวสายส่ง (X_N) ได้ และคำนวณในกรณีแนวแกน Y ดังนี้

สนามไฟฟ้าในสายตัวนำจริงในแนวแกน Y

$$\vec{E}_Y(r,a) = \frac{Q_{ra}(Y_N - Y_a)}{2\pi\epsilon[(X_a - X_N)^2 + (Y_a - Y_N)^2]} - \frac{Q_{ra}(Y_N + Y_a)}{2\pi\epsilon[(X_a - X_N)^2 + (Y_a + Y_N)^2]} \quad (3-11)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_Y(r,1) &= \frac{(0.4154 \times 10^{-8})(1-35)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-5.62-30)^2 + (35-1)^2]} - \\ &\quad \frac{(0.4154 \times 10^{-8})(1+35)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-5.62-30)^2 + (35+1)^2]} \\ &= -2.095 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_Y(r,2) &= \frac{(-0.1947 \times 10^{-8})(1-24)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-6.82-30)^2 + (24-1)^2]} - \\ &\quad \frac{(-0.1947 \times 10^{-8})(1+24)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-6.82-30)^2 + (24+1)^2]} \\ &= 0.869 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_Y(r,3) &= \frac{(-0.1777 \times 10^{-8})(1-13)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-7.92-30)^2 + (13-1)^2]} - \\ &\quad \frac{(-0.1777 \times 10^{-8})(1+13)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-7.92-30)^2 + (13+1)^2]} \\ &= 0.516 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_Y(r,4) &= \frac{(-0.1974 \times 10^{-8})(1-35)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(5.62-30)^2 + (35-1)^2]} - \\ &\quad \frac{(-0.1974 \times 10^{-8})(1+35)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(5.62-30)^2 + (35+1)^2]} \\ &= 1.365 \end{aligned}$$

$$\vec{E}_Y(r,5) = \frac{(-0.1995 \times 10^{-8})(1-24)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(6.82-30)^2 + (24-1)^2]} -$$

$$\frac{(-0.1995 \times 10^{-8})(1+24)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(6.82-30)^2 + (24+1)^2]} = 1.545$$

$$\vec{E}_Y(r,6) = \frac{(-0.4085 \times 10^{-8})(1-13)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(7.92-30)^2 + (13-1)^2]} - \frac{(-0.4085 \times 10^{-8})(1+13)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(7.92-30)^2 + (13+1)^2]} = -2.899$$

$$\vec{E}_Y(r,7) = \frac{(-0.0144 \times 10^{-8})(1-48.51)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-4.70-30)^2 + (48.51-1)^2]} - \frac{(-0.0144 \times 10^{-8})(1+48.51)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-4.70-30)^2 + (48.51+1)^2]} = 0.071$$

$$\vec{E}_Y(r,8) = \frac{(-0.0006 \times 10^{-8})(1-48.51)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(4.70-30)^2 + (48.51-1)^2]} - \frac{(-0.0006 \times 10^{-8})(1+48.51)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(4.70-30)^2 + (48.51+1)^2]} = -3.496 \times 10^{-3}$$

$$EYTR = \vec{E}_Y(r,1) + \vec{E}_Y(r,2) + \vec{E}_Y(r,3) + \vec{E}_Y(r,4) + \vec{E}_Y(r,5) + \vec{E}_Y(r,6) + \vec{E}_Y(r,7) + \vec{E}_Y(r,8)$$

$$EYTR = (-2.095) + (0.869) + (0.516) + (1.365) + (1.545) + (-2.899) + (0.071) + (-3.496 \times 10^{-3})$$

$$EYTR = -0.633$$

สนามไฟฟ้าในสายตัวนำจริงในแนวแกน Y

$$\vec{E}_Y(i,a) = \frac{Q_{ia}(Y_N - Y_a)}{2\pi\epsilon[(X_a - X_N)^2 + (Y_a - Y_N)^2]} - \frac{Q_{ia}(Y_N + Y_a)}{2\pi\epsilon[(X_a - X_N)^2 + (Y_a + Y_N)^2]} \quad (3-12)$$

$$\vec{E}_Y(i,1) = \frac{(-0.0118 \times 10^{-8})(1-35)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-5.62-30)^2 + (35-1)^2]} - \frac{(-0.0118 \times 10^{-8})(1+35)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-5.62-30)^2 + (35+1)^2]}$$

$$= 0.06$$

$$\vec{E}_Y(i,2) = \frac{(0.3427 \times 10^{-8})(1-24)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-6.82-30)^2 + (24-1)^2]} - \frac{(0.3427 \times 10^{-8})(1+24)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-6.82-30)^2 + (24+1)^2]}$$

$$= -1.529$$

$$\vec{E}_Y(i,3) = \frac{(-0.3691 \times 10^{-8})(1-13)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-7.92-30)^2 + (13-1)^2]} - \frac{(-0.3691 \times 10^{-8})(1+13)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-7.92-30)^2 + (13+1)^2]}$$

$$= 1.072$$

$$\vec{E}_Y(i,4) = \frac{(-0.3657 \times 10^{-8})(1-35)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(5.62-30)^2 + (35-1)^2]} - \frac{(-0.3657 \times 10^{-8})(1+35)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(5.62-30)^2 + (35+1)^2]}$$

$$= 2.529$$

$$\vec{E}_Y(i,5) = \frac{(0.3399 \times 10^{-8})(1-24)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(6.82-30)^2 + (24-1)^2]} - \frac{(0.3399 \times 10^{-8})(1+24)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(6.82-30)^2 + (24+1)^2]}$$

$$= -2.632$$

$$\vec{E}_Y(i,6) = \frac{(-0.0306 \times 10^{-8})(1-13)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(7.92-30)^2 + (13-1)^2]} - \frac{(-0.0306 \times 10^{-8})(1+13)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(7.92-30)^2 + (13+1)^2]}$$

$$= 0.217$$

$$\vec{E}_Y(i,7) = \frac{(0.0076 \times 10^{-8})(1-48.51)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-4.70-30)^2 + (48.51-1)^2]} - \frac{(0.0076 \times 10^{-8})(1+48.51)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(-4.70-30)^2 + (48.51+1)^2]}$$

$$= -0.037$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_Y(i,8) &= \frac{(0.0163 \times 10^{-8})(1 - 48.51)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(4.70 - 30)^2 + (48.51 - 1)^2]} - \\ &\quad \frac{(0.0163 \times 10^{-8})(1 + 48.51)}{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12} [(4.70 - 30)^2 + (48.51 + 1)^2]} \\ &= -0.095 \end{aligned}$$

$$E_{YI} = \vec{E}_Y(i,1) + \vec{E}_Y(i,2) + \vec{E}_Y(i,3) + \vec{E}_Y(i,4) + \vec{E}_Y(i,5) + \vec{E}_Y(i,6) + \vec{E}_Y(i,7) + \vec{E}_Y(i,8)$$

$$E_{YI} = (0.06) + (-1.529) + (1.072) + (2.529) + (-2.632) + (0.217) + (-0.037) + (-0.095)$$

$$E_{YI} = -0.416$$

จากสมการ (3-11) และ (3-12) เราสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในแนวแกน X ที่เกิดจากสายไฟฟ้าที่ 1,2,3,4,5,6,7 และ 8 ณ ตำแหน่ง 30 เมตรจากแนวสายส่ง (X_p) ได้ ดังนี้

ค่าของสนามไฟฟ้ารวมที่เกิดขึ้นในแนวแกน X และ Y ซึ่งมีทั้งขนาดและทิศทาง

$$\begin{aligned} E_X &= \sqrt{[(EXTR)^2 + (EXTI)^2]} & (3-13) \\ &= \sqrt{[(0.095)^2 + (0.036)^2]} \\ &= 0.102 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_X &= \tan^{-1}(EXTI/EXTR) & (3-14) \\ &= \tan^{-1}(0.036/0.095) \\ &= 20.75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_Y &= \sqrt{[(EYTR)^2 + (EYTI)^2]} & (3-15) \\ &= \sqrt{[(-0.633)^2 + (-0.416)^2]} \\ &= 0.757 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_Y &= \tan^{-1}(EYTI/EYTR) & (3-16) \\ &= \tan^{-1}(-0.416/-0.633) \\ &= 33.31 \end{aligned}$$

ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าสูงสุดเมื่อ $\frac{dE^2}{dt} = 0$ ดังนั้น

$$2\omega t = \tan^{-1} \left[\frac{(E_X^2 \cdot \sin(2\theta_X) + E_Y^2 \cdot \sin(2\theta_Y))}{(E_X^2 \cdot \cos(2\theta_X) + E_Y^2 \cdot \cos(2\theta_Y))} \right] \quad (3-17)$$

$$2\omega t = \tan^{-1} \left[\frac{(0.102)^2 \cdot \sin(2 \times 20.75) + (0.757)^2 \cdot \sin(2 \times 33.31)}{(0.102)^2 \cdot \cos(2 \times 20.75) + (0.757)^2 \cdot \cos(2 \times 33.31)} \right]$$

$$\omega t = -33.09$$

$$E_{\max} = \sqrt{(E_X \cdot \cos(\omega t + \theta_X))^2 + (E_Y \cdot \cos(\omega t + \theta_Y))^2} \quad (3-18)$$

$$= \sqrt{(0.102 \cdot \cos(-33.09 + 20.75))^2 + (0.757 \cdot \cos(-33.09 + 33.31))^2}$$

$$= 0.7635 \text{ kV/m}$$

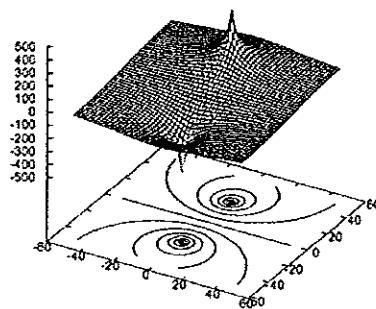
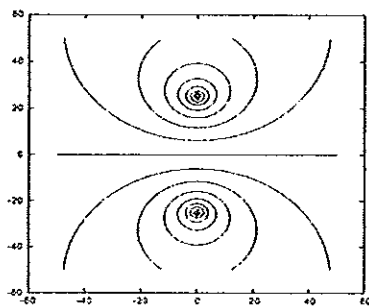
และมุมของสนามไฟฟ้าจะมีค่าเท่ากับ

$$\theta_{\max} = \tan^{-1} \left[\frac{E_Y \cos(\omega t + \theta_Y)}{E_X \cos(\omega t + \theta_X)} \right] \quad (3-19)$$

$$= \tan^{-1} \left[\frac{0.757 \cdot \cos(-33.09 + 33.31)}{0.102 \cdot \cos(-33.09 + 20.75)} \right]$$

$$= 82.50$$

สามารถวิเคราะห์สนามไฟฟ้าได้ดังนี้



ภาพประกอบ 3-2 ค่าสนามไฟฟ้ากรณีสนามไฟฟ้ารอบตัวนำมารวมกัน

ที่จุดศูนย์กลางทำตัวเสมือนเป็นจุดประจุ

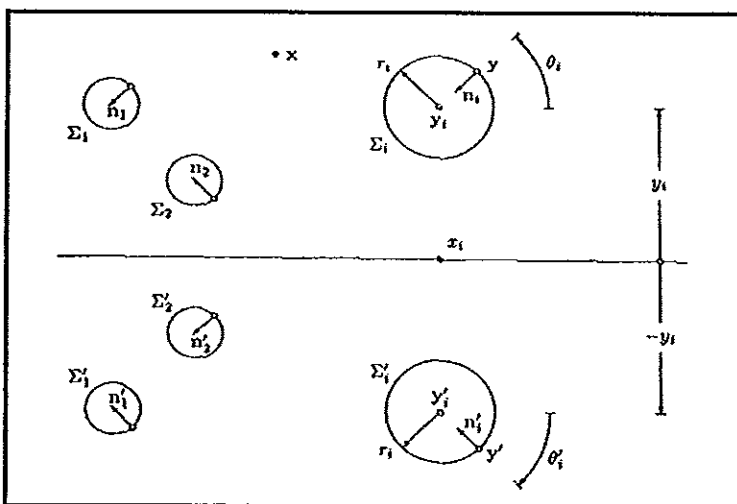
ลักษณะ Equipotential lines เมื่อสายส่งมีประจุ Q จะพยายามเหนี่ยวนำ (Electrostatic induction) ให้เกิดประจุที่มีขนาด Q เท่ากัน แต่ทว่ามีศักย์ตรงกันข้าม หรือ $-Q$ โดยปกติแล้ว ศักย์ทางไฟฟ้าของพื้นดินจะมีค่าเป็นศูนย์ ในการคำนวณทั้งสองวิธี จะมีการสมมติให้พื้นดินจะมีการสร้างสนามไฟฟ้าขึ้นร่วมกัน โดยพื้นดินนั้นมีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์ซึ่งพิสูจน์ให้เห็นว่า สามารถสมมติให้สายส่งตัวนำที่มีประจุไฟฟ้าตรงกันข้ามให้เสมือนว่าฝังอยู่ในดินได้

3.2 ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างจุดใดๆ อันเนื่องมาจากสายตัวนำ (Andrew Seagar., 2007)

สนามไฟฟ้าในสองมิติสามารถคำนวณจากความเข้มประจุไฟฟ้าภายในพื้นผิว Ω และค่าศักย์ไฟฟ้ากับผลจากการเกรเดียนท์บนขอบเขต Σ เราจะได้สมการเป็น

$$\phi_E(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} (\rho/\epsilon) \ln|y-x| dy + \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} n \cdot \left(\phi_E \frac{y-x}{|y-x|^2} - (\ln|y-x|) \nabla \phi_E \right) d\sigma(y) \quad (3-20)$$

ในสมการที่ (3-20) เป็นสมการคำนวณสนามไฟฟ้าสถิต อย่างไรก็ตามเราสามารถนำสมการนี้ไปคำนวณสนามไฟฟ้าแบบกึ่งสถิตได้ เนื่องจากสนามไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงค่าในโดเมนเวลาน้อยมาก เราจึงสามารถตัดตัวแปรในเชิงเวลาทิ้งไป สมการประกอบด้วยการอินทิเกรตในปริมาตรพิจารณา Ω และการอินทิเกรตบนพื้นผิวที่พิจารณา Σ ค่าพารามิเตอร์ทุกค่าอยู่ในพิกัดโพลาไร



ภาพประกอบ 3-3 สายตัวนำและภาพเงาของสายตัวนำ

สมการ (3-20) เป็นรูปสมการทั่วไปในการหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่ง x ใดๆ โดยทำการอินทิเกรตภายในพื้นผิวปิด Ω และบนพื้นผิวที่พิจารณา Σ เมื่อเทียบกับจุด y จากภาพประกอบ 3-3 พิจารณาพื้นดินเหนียวทำให้เกิดสายตัวนำเงาที่มีศักย์ไฟฟ้าตรงกันข้าม

3.2.1 สายส่งไฟฟ้า

สำหรับสายส่งไฟฟ้าในกรณีนี้ เราสนใจการคำนวณสนามไฟฟ้าในขอบเขต Ω ที่อยู่ภายนอกตัวนำหรือก็คือในอากาศรอบๆ สายส่ง ซึ่งจะไม่มีประจุอยู่ในอากาศภายนอกเพราะฉะนั้นค่าความเข้มประจุเชิงปริมาตร ρ จึงเป็นศูนย์ ในกรณีนี้สมการการอินทิกรัลเทอมแรกของสมการศักย์ไฟฟ้าจึงหายไป จะได้สมการเป็น

$$\phi_E(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} n \cdot \left(\phi_E \frac{y-x}{|y-x|^2} - (\ln|y-x|) \nabla \phi_E \right) d\sigma(y) \quad (3-21)$$

3.2.2 Mirror Images

ในงานวิจัยนี้การคำนวณสนามไฟฟ้าสำหรับสายส่งมักจะกำหนดให้จุดอ้างอิงเป็น “พื้นผิวโลก” สำหรับปัญหาที่เราสามารถอ้างอิงให้ศักย์ไฟฟ้าของพื้นผิวโลกเป็นจุดอ้างอิงศูนย์ และเกิดภาพสะท้อนของตัวนำที่มีศักย์ไฟฟ้าตรงกันข้าม ดังนั้นเราสามารถแบ่งสมการอินทิกรัลบนขอบเขต Σ ออกเป็นสองส่วนคือส่วนของศักย์ไฟฟ้าจริงและส่วนที่เป็นภาพสะท้อน ดังนี้

$$\begin{aligned} \phi_E(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} n \cdot \left(\phi_E \frac{y-x}{|y-x|^2} - (\ln|y-x|) \nabla \phi_E \right) d\sigma(y) \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} n' \cdot \left(\phi'_E \frac{y'-x}{|y'-x|^2} - (\ln|y'-x|) \nabla \phi'_E \right) d\sigma(y') \end{aligned} \quad (3-22)$$

3.2.3 การแยกคิดแต่ละตัวนำ

ในเสาส่งจะประกอบไปด้วยสายตัวนำหลายเส้น เราจึงจำเป็นต้องแยกการอินทิกรัลออกเพื่อให้มีแยกคิดกันอย่างอิสระ

$$\begin{aligned} \phi_E(x) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\Sigma_i} n \cdot \left(\phi_i \frac{y-x}{|y-x|^2} - (\ln|y-x|) \nabla \phi_i \right) d\sigma(y) \\ &+ \frac{1}{2\pi} \sum_i n'_i \cdot \left(\phi'_i \frac{y'-x}{|y'-x|^2} - (\ln|y'-x|) \nabla \phi'_i \right) d\sigma(y') \end{aligned} \quad (3-23)$$

3.2.4 พารามิเตอร์ของสายตัวนำ

จุดศูนย์กลางของสายตัวนำก็คือจุด y โดยที่ตำแหน่งบนพื้นผิวคือ

$$y = y_i + \begin{bmatrix} r_i \cos \theta_i \\ r_i \sin \theta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + r_i \cos \theta_i \\ y_i + r_i \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

เมื่อ r_i เป็นค่ารัศมีของสายตัวนำ n_i คือเวกเตอร์หน่วยที่ตั้งฉากกับขอบเขต Σ_i ที่จุด y

$$n_i = \begin{bmatrix} -\cos \theta_i \\ -\sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

ขอบเขตพื้นผิวของโดเมนปริมาตรบนพื้นผิว Σ_i ที่ตำแหน่ง y คือ

$$d\sigma(y) = r_i d\theta_i \quad (3-26)$$

สำหรับภาพสะท้อนของสายส่งต่างๆ สมการที่เราได้ก็ทำการคิดแบบเสมือนเป็นเงา

$$\theta_i = -\theta_i \quad (3-27)$$

$$y' = y'_i + \begin{bmatrix} r_i \cos \theta'_i \\ r_i \sin \theta'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + y_i \cos \theta_i \\ -y_i - r_i \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

$$n'_i = \begin{bmatrix} -\cos \theta'_i \\ -\sin \theta'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

$$d\sigma(y') = r_i d\theta'_i = r_i d\theta_i \quad (3-30)$$

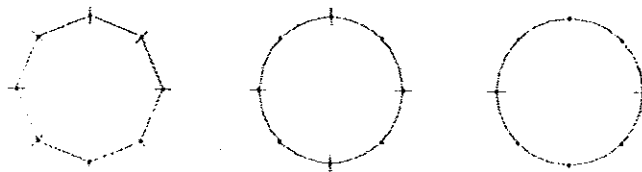
3.2.5 ค่าศักย์ไฟฟ้าบนสายตัวนำ

ลักษณะเฉพาะของปัญหาที่แก้ได้ด้วยวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ นอกจากจะถูกกำหนดโดยสมการเชิงอนุพันธ์ที่บรรยายปัญหาแล้ว ยังถูกกำหนดโดยโดเมนอีกด้วย โดเมนคือ อาณาเขตของปัญหาซึ่งอาจเป็นพื้นที่หรือปริมาตรก็ได้ ในปัญหาของสนามไฟฟ้าตัวแปรคือ ค่าศักย์ไฟฟ้า $\phi_i(y')$ และค่าเกรเดียนต์ของศักย์ไฟฟ้า $n_i \cdot \nabla \phi_i(y)$

การแก้สมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการเชิงปริพันธ์ที่บรรยายปัญหาคือ การหาฟังก์ชันเหล่านี้ หลักการทั่วไปของวิธีเชิงตัวเลขส่วนใหญ่ คือ การแก้ระบบสมการเชิงพีชคณิตแทนการแก้สมการเชิงอนุพันธ์หรือสมการเชิงปริพันธ์ ตัวแปรของระบบสมการพีชคณิตคือ ค่าประมาณของฟังก์ชันตามตำแหน่งของขอบเขตบนโดเมนที่กำหนดไว้ล่วงหน้า หัวข้อนี้จะกล่าวถึงส่วนหนึ่งของขั้นตอนการเตรียมข้อมูลที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างขอบเขตจำลอง

การสร้างขอบเขตจำลอง

ขอบเขตของโดเมนสามารถบรรยายได้ด้วยสมการหรือฟังก์ชันที่ซับซ้อน ดังนั้นการสร้างขอบเขตจำลองจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับวิธีบาวน์คาร์ลีเมนต์ การสร้างขอบเขตจำลองประกอบด้วย การกำหนดตำแหน่งของขอบเขตซึ่งก็คือ ตำแหน่งของตัวแปรในระบบสมการพีชคณิตที่สร้างขึ้นจากการใช้วิธีบาวน์คาร์ลีเมนต์ และการกำหนดฟังก์ชันเชื่อมต่อระหว่างบัพซึ่งก็คือ การลากเส้นเชื่อมต่อบัพให้ได้เป็นขอบเขตจำลองนั่นเอง



ภาพประกอบ 3-4 แสดงขอบเขตเส้นของโดเมนวงกลมและการเชื่อมบัพเหล่านี้ตามวิธีทั่วไป

สำหรับค่าศักย์ไฟฟ้าของสายตัวนำและค่าเกรเดียนท์ค่าศักย์ไฟฟ้า (ถ้ากระแส) สามารถเขียนในรูปของสมการอนุกรมฟูเรียร์

$$\phi_i(y) = \sum_{k=0}^K A_{i,k} \cos k\theta_i + B_{i,k} \sin k\theta_i \quad (3-31)$$

$$n_i \cdot \nabla \phi_i(y) = \sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i + J_{i,k} \sin k\theta_i \quad (3-32)$$

การเชื่อมต่อบัพสามารถทำได้หลายวิธีดังภาพประกอบ 3-4 การสร้างขอบเขตจำลอง 3 วิธีแบ่งเป็นการใช้เส้นตรงเชื่อมทีละ 2 บัพ การใช้เส้นโค้งพาราโบลาเชื่อมทีละ 3 บัพและการใช้เส้นโค้งพหุนามอันดับสี่ (fourth-order polynomial curve) เชื่อมทีละ 5 บัพ โดยทั่วไปขอบเขตจำลองที่เกิดจากฟังก์ชันพหุนามอันดับสูงและการเชื่อมต่อทีละหลายบัพจะใกล้เคียงขอบเขตจริงมากกว่าขอบเขตจำลองที่เกิดจากฟังก์ชันพหุนามอันดับต่ำและการเชื่อมต่อทีละไม่กี่บัพ อย่างไรก็ตามสำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยพัฒนาการประมาณค่าขอบเขตด้วยสมการฟูเรียร์ เนื่องจากขอบเขตของตัวนำเป็นวงกลมและมีตัวแปรสำคัญคือ ค่าศักย์ไฟฟ้า $\phi_i(y')$ และกระแส (ค่าเกรเดียนท์) $n_i \cdot \nabla \phi_i(y)$ ที่เปลี่ยนแปลงไปตามมุม ϕ ดังในสมการที่ (3-28) และ (3-29) ซึ่งจะเห็นได้ว่าเราทำการเชื่อมบัพแต่ละจุดโดยใช้การซุ่มเมชัน (Σ) ที่เริ่มต้นจากค่าฮาร์โมนิกที่ $k = 0$ ถึง k ใดๆ

สำหรับการคำนวณภาพเงา ค่าศักย์ไฟฟ้า $\phi_i(y')$ และกระแส (ค่าเกรเดียนท์) $n_i \cdot \nabla \phi_i(y)$ ก็จะได้เป็น

$$\phi_i(y') = -\sum_{k=0}^K A_{i,k} \cos k\theta'_i + B_{i,k} \sin k\theta'_i = \sum_{k=0}^K -A_{i,k} \cos k\theta_i + B_{i,k} \sin k\theta_i \quad (3-33)$$

$$n'_i \cdot \nabla \phi_i(y') = -\sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta'_i + J_{i,k} \sin k\theta'_i = \sum_{k=0}^K -I_{i,k} \cos k\theta_i + J_{i,k} \sin k\theta_i \quad (3-34)$$

เราสามารถที่จะเลือกค่าของ k เป็นเท่าไรก็ได้ แต่ในทางทฤษฎีแล้วยิ่งค่า k มีค่ามากการคำนวณก็จะยังมีความถูกต้องมากขึ้น แต่ในทางปฏิบัติแล้วค่าแรงดันรอบๆ สายตัวนำนั้นมีค่าคงที่จึงสามารถที่จะใช้ค่า k ที่ค่าต่ำๆ (ประมาณ 5 ถึง 10) ก็น่าจะเพียงพอต่อการประมาณค่า

3.2.6 เงื่อนไขขอบเขต

ตัวนำแต่ละตัวก็มีค่าแรงดัน V_i ที่แตกต่างกัน โดยที่ไม่มีกระแสไหลรอบผิวตัวนำ (ในทิศทาง θ_i) ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_i} \frac{d\phi_i}{d\theta_i} &= 0 \\ \frac{1}{r_i} \left\{ \sum_{k=0}^K -kA_{i,k} \sin k\theta_i + kB_{i,k} \cos k\theta_i \right\} &= 0 \\ \sum_{k=1}^K -kA_{i,k} \sin k\theta_i + kB_{i,k} \cos k\theta_i &= 0 \end{aligned} \quad (3-35)$$

ถ้าสมการอนุกรมฟูเรียร์มีค่าเป็นศูนย์เพราะฉะนั้นค่าสัมประสิทธิ์ทั้งหมดของสมการอนุกรมฟูเรียร์ก็ต้องเป็นศูนย์ด้วย จากสมการที่ (3-35) จะได้เป็น

$$\begin{cases} A_{i,k} = 0; k > 0 \\ B_{i,k} = 0; k > 0 \end{cases} \quad (3-36)$$

สมการอนุกรมฟูเรียร์สำหรับค่าศักย์ไฟฟ้า (สมการที่ 3-36) สามารถเขียนเป็น

$$\phi_i(y) = A_{i,0} \quad (3-37)$$

ค่าศักย์ไฟฟ้าบนตัวนำในขณะนี้ เราสามารถทราบค่าได้จากเงื่อนไขขอบเขตนั้นก็คือค่าคงที่แรงดัน V_i ซึ่งสมการอนุกรมฟูเรียร์สำหรับค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าของภาพสะท้อนสามารถสมมูลเป็นค่าคงที่

$$\phi_i(y) = A_{i,0} = V_i \quad (3-38)$$

$$2\pi V_j = \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ n_i \cdot V_i \frac{y-x}{|y-x|^2} \right\} r_i d\theta_i - \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ (\ln|y-x|) \sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i + J_{i,k} \sin k\theta_i \right\} r_i d\theta_i$$

$$- \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ n'_i \cdot V_i \frac{y'-x}{|y'-x|^2} \right\} r_i d\theta_i + \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ (\ln|y'-x|) \sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i - J_{i,k} \sin k\theta_i \right\} r_i d\theta_i$$

สามารถแบ่งออกได้เป็น 6 เทอมด้วยกัน ดังนี้

$$= \sum_{i=1}^N V_i \int_{\theta_i=0}^{2\pi} n_i \cdot \frac{y-x}{|y-x|^2} r_i d\theta_i - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \int_{\theta_i=0}^{2\pi} (\ln|y-x|) \cos k\theta_i r_i d\theta_i$$

$$- \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \int_{\theta_i=0}^{2\pi} (\ln|y-x|) \sin k\theta_i r_i d\theta_i$$

$$- \sum_{i=1}^N V_i \int_{\theta_i=0}^{2\pi} n'_i \cdot \frac{y'-x}{|y'-x|^2} r_i d\theta_i + \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \int_{\theta_i=0}^{2\pi} (\ln|y'-x|) \cos k\theta_i r_i d\theta_i$$

$$- \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \int_{\theta_i=0}^{2\pi} (\ln|y'-x|) \sin k\theta_i r_i d\theta_i \quad (3-41)$$

แทนค่าการอินทิเกรตในแต่ละเทอมด้วยตัวแปร f, g, h ได้เป็น

$$2\pi\phi(x) = \sum_{i=1}^N V_i f(i, x) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} g(i, x, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} h(i, x, k)$$

$$- \sum_{i=1}^N V_i f'(i, x) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} g'(i, x, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} h'(i, x, k) \quad (3-42)$$

เมื่อให้

$$\tilde{f}(i, x) = f(i, x) - f'(i, x) \quad (3-43)$$

$$\tilde{g}(i, x, k) = g(i, x, k) - g'(i, x, k) \quad (3-44)$$

$$\tilde{h}(i, x, k) = h(i, x, k) + h'(i, x, k) \quad (3-45)$$

เราสามารถลดรูปสมการได้เป็น

$$2\pi\phi(x) = \sum_{i=1}^N V_i \tilde{f}(i, x) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \tilde{g}(i, x, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \tilde{h}(i, x, k) \quad (3-46)$$

สมการที่ 3-46 เป็นสมการเชิงเส้นของระบบ ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ของสมการอนุกรมฟูเรียร์ของค่ากรเดียนที่ศักย์ไฟฟ้า ค่า $I_{i,k}, J_{i,k}$ ก็ยังเป็นค่าที่เราไม่ทราบค่า สำหรับเทอมของ $\tilde{f}, \tilde{g}, \tilde{h}$ นั้น

เทียบได้ว่าเป็นค่าคงที่และค่าของ V_i เป็นค่าคงที่เช่นกัน เพื่อให้สมการดูง่ายขึ้นจึงกำหนดตัวแปรเพิ่มขึ้นอีกสองตัวด้วยกันคือ

$$L_{i,k} = \begin{cases} I_{i,k/2} & k \text{ even} \\ J_{i,(k+1)/2} & k \text{ odd} \end{cases} \quad (3-47)$$

และ

$$\hat{m}(i,x,k) = \begin{cases} \tilde{G}(i,x,k/2) & k \text{ even} \\ \tilde{H}(i,x,(k+1)/2) & k \text{ odd} \end{cases} \quad (3-48)$$

เมื่อแทนค่าตัวแปรทั้งหมดลงไป

$$2\pi\phi(x) = \sum_{i=1}^N V_i \tilde{f}(i,x) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^{2K} L_{i,k} \hat{m}(i,x,k) \quad (3-49)$$

แสดงเป็นส่วนประกอบของเวกเตอร์

$$2\pi\phi(x) = [\tilde{f}(i,x)]_{1,N} [V_i]_{N,1} - [\hat{m}(i,x,k)]_{1,N(2K+1)} [L_{i,k}]_{N(2K+1),1} \quad (3-50)$$

โดยที่จำนวนของแถวและคอลัมน์กำกับอยู่

จากสมการที่ 3-50 เราสามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ที่แสดงถึงเมทริกซ์ของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\begin{cases} \mathbf{f} = [\tilde{f}(i,x)] & 1 \times N \\ \mathbf{V} = [V_i] & N \times 1 \\ \mathbf{m} = [\hat{m}(i,x,k)] & 1 \times N(2K+1) \\ \mathbf{L} = [L_{i,k}] & N(2K+1) \times 1 \end{cases} \quad (3-51)$$

สมการสุดท้ายสำหรับการหาค่าไฟฟ้าภายนอกขอบเขต

$$2\pi\phi(x) = \mathbf{fV} - \mathbf{mL} \quad (3-52)$$

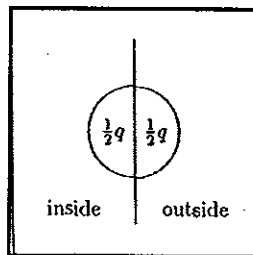
การคำนวณหา $\phi(x)$ เพียงใช้กฎการคูณเวกเตอร์เท่านั้น (กรณีทราบค่า L แล้ว) ถ้าดูจากมิติของเมทริกซ์แล้วจะเห็นว่าเป็นเมทริกซ์จะมีเพียงหนึ่งแถวหรือหนึ่งคอลัมน์เท่านั้น ดังนั้นการคำนวณ $\phi(x)$ จึงง่ายและคำนวณได้อย่างรวดเร็ว

มิติของเมทริกซ์ M ขึ้นอยู่กับจำนวนของสายตัวนำ n จำนวนและค่าสัมประสิทธิ์สมการฟูเรียร์ $2K+1$ สำหรับสายแบบสองวงจร 3 เฟสที่มีตัวนำแต่ละเฟส 4 ตัวนำเราจะมีจำนวนค่า $N =$

$2 \times 3 \times 4 = 24$ ถ้าเราเลือกค่าสัมประสิทธิ์เป็น $2K+1=5$ แล้วขนาดของเมตริกซ์ที่ได้ก็คือ 120×1 และถ้าเรากำหนดให้ $2K+1=10$ ขนาดของเมตริกซ์ก็จะเป็น 240×1

3.2.9 ค่าศักย์ไฟฟ้าบนขอบตัวนำ

ในกรณีการคำนวณศักย์ไฟฟ้าบนขอบเขตตัวนำการคูณสมการด้วยค่าคงที่ 2 นั้นมาจากเทอมทางด้านขวามือ เมื่อตำแหน่ง x อยู่บนขอบเขตตัวนำจะมีครึ่งหนึ่งที่อยู่ในขอบเขตและอีกครึ่งที่อยู่ภายนอกขอบเขต เพราะฉะนั้นผลที่ได้จึงออกมาเพียงครึ่งที่อยู่ภายนอกขอบเขตเท่านั้น (ขอบเขตที่เราสนใจ) หรืออีกอย่างหนึ่งก็คือจากสมการที่ 3-40 จะกลายเป็น $\frac{1}{2}\phi(x)$



ภาพประกอบ 3-5 ประจุ q ที่วางอยู่บนพื้นผิว ครึ่งหนึ่งที่อยู่ภายในขอบเขต และอีกครึ่งที่อยู่ภายนอกขอบเขต

เมื่อคูณ 2 เข้าไปและทำเหมือนกับกรณีการคำนวณศักย์ไฟฟ้าภายนอกขอบเขตในหัวข้อที่

3.2.7 ก็จะได้ผลลัพธ์ที่คล้ายๆ กัน

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ n_i \cdot \left(V_i \frac{y-x}{|y-x|^2} \right) - (\ln|y-x|) \sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i + J_{i,k} \sin k\theta_i \right\} r_i d\theta_i \\ &- \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ n'_i \cdot \left(V_i \frac{y'-x}{|y'-x|^2} \right) - (\ln|y'-x|) \sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i - J_{i,k} \sin k\theta_i \right\} r_i d\theta_i \end{aligned} \quad (3-53)$$

ในสมการนี้ค่า $\frac{1}{2}\pi$ แทนที่ด้วย $\frac{1}{\pi}$

3.2.10 สมการเชิงเส้นการคำนวณเกรเดียนท์

เพื่อหาค่าเกรเดียนท์ของศักย์ไฟฟ้า $I_{i,k}, J_{i,k}$ ดังนั้นเราสามารถใช้สมการที่ (3-41) เพื่อสร้างสมการเชิงเส้นหาค่า $I_{i,k}, J_{i,k}$ เมื่อเราทราบค่าแรงดัน V_i แล้วและทำการแทนค่าตำแหน่ง x ลงไป โดยเลือกตำแหน่งของ x จาก

$$x = \begin{bmatrix} x_j + r_j \cos \theta_j \\ y_j + r_j \sin \theta_j \end{bmatrix} = x_{j,\theta_j} \quad (3-54)$$

เมื่อค่าแรงดันคือ

$$\phi(x) = \phi(x_{j,\theta_j}) = V_j \quad (3-55)$$

แทนค่า x และ $\phi(x)$ ลงไป

$$\begin{aligned} V_j &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ n_i \cdot \left(V_i \frac{y - x_{j,\theta_j}}{|y - x_{j,\theta_j}|^2} \right) - \left(\ln|y - x_{j,\theta_j}| \right) \left[\sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i + J_{i,k} \sin k\theta_i \right] \right\} r_i d\theta_i \\ &- \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ n'_i \cdot \left(V_i \frac{y' - x_{j,\theta_j}}{|y' - x_{j,\theta_j}|^2} \right) - \left(\ln|y' - x_{j,\theta_j}| \right) \left[\sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i - J_{i,k} \sin k\theta_i \right] \right\} r_i d\theta_i \\ \pi V_j &= \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ n_i \cdot V_i \frac{y - x_{j,\theta_j}}{|y - x_{j,\theta_j}|^2} \right\} r_i d\theta_i - \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ \left(\ln|y - x_{j,\theta_j}| \right) \left[\sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i + J_{i,k} \sin k\theta_i \right] \right\} r_i d\theta_i \\ &- \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ n'_i \cdot V_i \frac{y' - x_{j,\theta_j}}{|y' - x_{j,\theta_j}|^2} \right\} r_i d\theta_i + \sum_{i=1}^N \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left\{ \left(\ln|y' - x_{j,\theta_j}| \right) \left[\sum_{k=0}^K I_{i,k} \cos k\theta_i - J_{i,k} \sin k\theta_i \right] \right\} r_i d\theta_i \end{aligned}$$

สามารถแบ่งออกได้เป็น 6 เทอมด้วยกัน ดังนี้

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^N V_i \int_{\theta_i=0}^{2\pi} n_i \cdot \frac{y - x_{j,\theta_j}}{|y - x_{j,\theta_j}|^2} r_i d\theta_i - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left(\ln|y - x_{j,\theta_j}| \right) \cos k\theta_i r_i d\theta_i \\ &- \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left(\ln|y - x_{j,\theta_j}| \right) \sin k\theta_i r_i d\theta_i \\ &- \sum_{i=1}^N V_i \int_{\theta_i=0}^{2\pi} n'_i \cdot \frac{y' - x_{j,\theta_j}}{|y' - x_{j,\theta_j}|^2} r_i d\theta_i + \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left(\ln|y' - x_{j,\theta_j}| \right) \cos k\theta_i r_i d\theta_i \\ &- \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \int_{\theta_i=0}^{2\pi} \left(\ln|y' - x_{j,\theta_j}| \right) \sin k\theta_i r_i d\theta_i \quad (3-56) \\ \pi V_j &= \sum_{i=1}^N V_i F(i, j, \theta_j) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} G(i, j, \theta_j, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} H(i, j, \theta_j, k) \\ &- \sum_{i=1}^N V_i F'(i, j, \theta_j) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} G'(i, j, \theta_j, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} H'(i, j, \theta_j, k) \quad (3-57) \end{aligned}$$

เมื่อกำหนดให้

$$\tilde{F}(i, j, \theta_j) = F(i, j, \theta_j) - F'(i, j, \theta_j) \quad (3-58)$$

$$\tilde{G}(i, j, \theta_j, k) = G(i, j, \theta_j, k) - G'(i, j, \theta_j, k) \quad (3-59)$$

$$\tilde{H}(i, j, \theta_j, k) = H(i, j, \theta_j, k) - H'(i, j, \theta_j, k) \quad (3-60)$$

เราสามารถลดรูปสมการได้เป็น

$$\pi V_j = \sum_{i=1}^N V_i \tilde{F}(i, j, \theta_j) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \tilde{G}(i, j, \theta_j, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \tilde{H}(i, j, \theta_j, k) \quad (3-61)$$

สมการที่ 3-61 เป็นสมการเชิงเส้นของระบบ ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ของสมการอนุกรมฟูเรียร์ของค่าเกรเดียนท์ศักย์ไฟฟ้า ค่า $I_{i,k}, J_{i,k}$ ก็ยังเป็นค่าที่เราไม่ทราบค่า สำหรับเทอมของ $\tilde{F}, \tilde{G}, \tilde{H}$ นั้นเทียบได้ว่าเป็นค่าคงที่และค่าของ V_i และ V_j ก็เป็นค่าคงที่เช่นกัน เพราะฉะนั้นเราสามารถแก้สมการเรขาคณิตนี้ได้โดยใช้ฟังก์ชัน Kronecker delta

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (3-62)$$

หรือ

$$V_i = \sum_{j=1}^N V_j \delta_{i,j} \quad (3-63)$$

ดังนั้น

$$\pi \sum_{i=1}^N V_i \delta_{i,j} = \sum_{i=1}^N V_i \tilde{F}(i, j, \theta_j) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \tilde{G}(i, j, \theta_j, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \tilde{H}(i, j, \theta_j, k) \quad (3-64)$$

$$\sum_{i=1}^N V_i [\pi \delta_{i,j} - \tilde{F}(i, j, \theta_j)] = - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \tilde{G}(i, j, \theta_j, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \tilde{H}(i, j, \theta_j, k) \quad (3-65)$$

เมื่อแทนค่า

$$\hat{F}(i, j, \theta_j) = \pi \delta_{i,j} - \tilde{F}(i, j, \theta_j) \quad (3-66)$$

แทนค่าลงในสมการที่ (3-65)

$$\sum_{i=1}^N V_i [\hat{F}(i, j, \theta_j)] = - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^K I_{i,k} \tilde{G}(i, j, \theta_j, k) - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K J_{i,k} \tilde{H}(i, j, \theta_j, k) \quad (3-67)$$

กำหนดค่าให้

$$L_{i,k} = \begin{cases} I_{i,k/2} & k \text{ even} \\ J_{i,(k+1)/2} & k \text{ odd} \end{cases} \quad (3-68)$$

และ

$$\hat{M}(i,j,\theta_j,k) = \begin{cases} \tilde{G}(i,j,\theta_j,k/2) & k \text{ even} \\ \tilde{H}(i,j,\theta_j,(k+1)/2) & k \text{ odd} \end{cases} \quad (3-69)$$

เพราะฉะนั้นจากสมการที่ 3-67

$$\sum_{i=1}^N V_i [\hat{F}(i,j,\theta_j)] = - \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^{2K} L_{i,k} \hat{M}(i,j,\theta_j,k) \quad (3-70)$$

แสดงเป็นส่วนประกอบของเวกเตอร์

$$[\hat{F}(i,j,\theta_j)]_{1,N} [V_i]_{N,1} = - [\hat{M}(i,j,\theta_j,k)]_{1,N(2K+1)} [L_{i,k}]_{N(2K+1),1} \quad (3-71)$$

โดยที่จำนวนของแถวและคอลัมน์กำกับอยู่ในสมการ

เราสามารถเลือกให้ค่าของ $1 \leq j \leq N$ และ $0 \leq \theta_j \leq 2\pi$ ถ้าเราสมมติให้ค่าของ j มีค่าทุกตำแหน่งของ N และ ค่าของ θ_j มีค่าเท่ากับ $2K+1$

$$\begin{cases} \theta_j = l\Delta\theta \\ \Delta\theta = 2\pi/(2K+1) \\ 0 \leq l \leq 2K \end{cases} \quad (3-72)$$

เมื่อนำค่าที่ได้แทนกลับไปในส่วนประกอบเวกเตอร์สมการที่ (3-71)

$$[\hat{F}(l,j,\theta_j)]_{N(2K+1),N} [V_i]_{N,1} = [\hat{M}(l,j,\theta_j,k)]_{N(2K+1),N(2K+1)} [L_{i,k}]_{N(2K+1),1} \quad (3-73)$$

จากสมการที่ 55 เราสามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ที่แสดงถึงเมตริกซ์ของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\begin{cases} \mathbf{F} = [\hat{F}(i,j,l\Delta\theta)] & N(2K+1) \times N \\ \mathbf{V} = [V_i] & N \times 1 \\ \mathbf{M} = [\hat{M}(i,j,l\Delta\theta,k)] & N(2K+1) \times N(2K+1) \\ \mathbf{L} = [L_{i,k}] & N(2K+1) \times 1 \end{cases} \quad (3-74)$$

สมการที่ได้

$$\mathbf{FV} = -\mathbf{ML} \quad (3-75)$$

สังเกตว่าเมตริกซ์ M เป็นเมตริกซ์จัตุรัส ซึ่งเราสามารถแก้สมการหาค่าอินเวอร์สเมตริกซ์ได้ ถ้าเป็นเมตริกซ์ไม่เอกฐาน และสามารถคำนวณสัมประสิทธิ์สมการฟูเรียร์ของค่าเกรเดียนท์ ศักย์ไฟฟ้า

$$L = -M^{-1}FV \quad (3-76)$$

มิติของเมตริกซ์ M ขึ้นอยู่กับจำนวนของสายตัวนำ N และค่าสัมประสิทธิ์สมการฟูเรียร์ $2K+1$ สำหรับสายแบบสองวงจร 3 เฟสที่มีตัวนำแต่ละเฟส 4 ตัวนำ เราจะมีจำนวนค่า $N = 2 * 3 * 4 = 24$ ถ้าเราเลือกค่าสัมประสิทธิ์เป็น $2K+1=5$ แล้วขนาดของเมตริกซ์ที่ได้ก็คือ 120×120 และถ้าเรา กำหนดให้ $2K+1=10$ ขนาดของเมตริกซ์ก็จะเปลี่ยนเป็น 240×240

3.3 การดิฟเฟอเรนเชียลศักย์ไฟฟ้า

จากบทที่ 2 (หัวข้อ 2.4.8) กรณีการดิฟเฟอเรนเชียลค่าศักย์ไฟฟ้า

$$\vec{E}(y) = -\nabla\phi_E(y) \quad (3-77)$$

ทฤษฎีข้างต้นเมื่อเราทำการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้า $\phi_E(y)$ มาแล้วนั้น การเกรเดียนต์ (ค่าลบ) ของค่าศักย์ไฟฟ้าที่ได้ก็สามารถนำผลการทดลองจากวิธีที่สองโดยใช้ทฤษฎี BEM ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ กฟผ. ได้ โดยทั่วไปผลการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า ย่อมมีค่าไม่เท่ากัน แต่เนื่องด้วยตามมาตรฐานที่กำหนดจุดเปรียบเทียบคือ สนามไฟฟ้าภายในระยะ R.O.W ที่ระยะความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดิน เพราะฉะนั้นแล้วจากสมการ (3-77) สามารถวิเคราะห์ได้เป็น

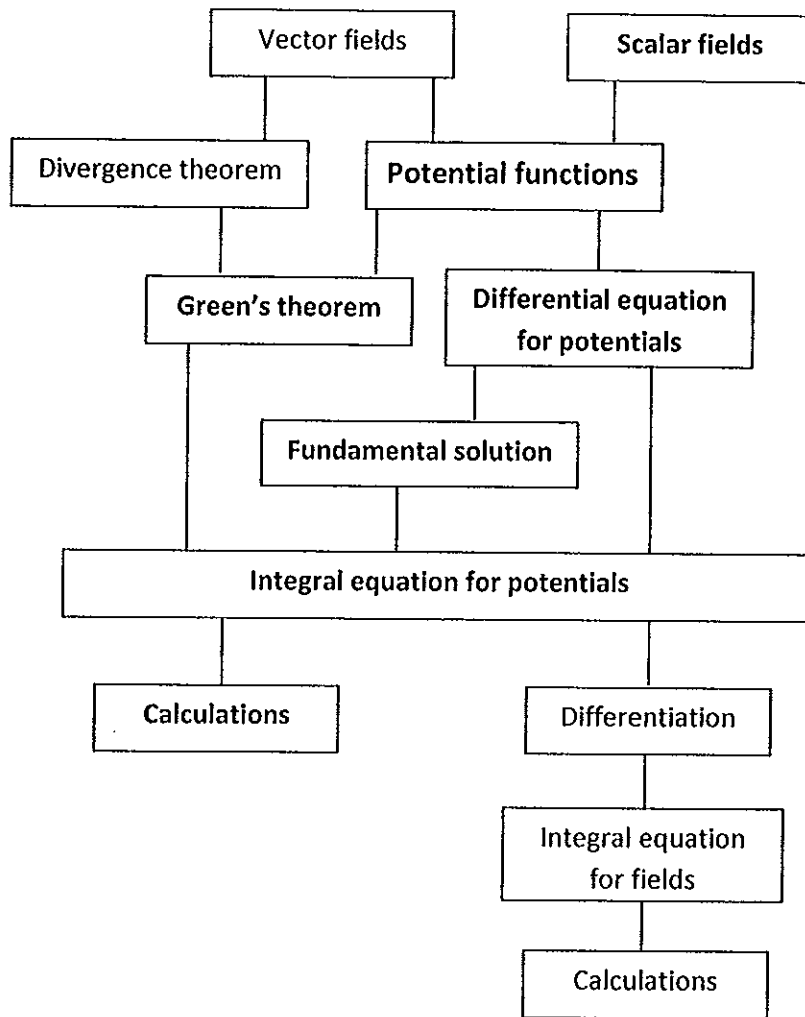
$$-\nabla\phi_E(y) = -\frac{V_B - V_A}{d} \quad (3-78)$$

เนื่องจาก $V_B - V_A$ มีหน่วยเป็นโวลต์ d คือระยะห่างระหว่างจุด A และ B มีหน่วยเมตร เมื่อพิจารณาเงื่อนไขจุด A คือตำแหน่งพื้นดินและจุด B คือทุกๆ ตำแหน่งภายในระยะ R.O.W ที่ระยะความสูง 1 เมตร

$$-\frac{V_B - V_A}{d} = -\frac{V_1 - V_0}{1 - 0} \quad (3-79)$$

จากสมการ (3-79) แสดงให้เห็นว่าเฉพาะที่จุดนี้เท่านั้นที่ความสูงไม่มีผลต่อผลเฉลยและเมื่อ V_0 มีค่าเป็นศูนย์ เพราะฉะนั้นแล้วที่จุดนี้เท่านั้นที่ศักย์ไฟฟ้ามีค่าเท่ากับสนามไฟฟ้า

3.4 สรุปทฤษฎีการคำนวณ



ภาพประกอบ 3-6 แสดงขั้นตอนการคำนวณสนามไฟฟ้า

สรุปขั้นตอนการคำนวณ เนื่องจากศักย์ไฟฟ้าเป็นสนามสเกลาร์ (Scalar field) จากภาพประกอบ 3-6 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าเริ่มต้นจากมุมบนทางด้านขวาเป็นข้อมูลอินพุตแรงดัน ถัดมาประกอบด้วยสมการ Potential function และทำการดิฟเฟอเรนเชียลสมการศักย์ไฟฟ้า (บทที่ 2) เมื่อนำมาประกอบกับ Fundamental Solutions ก็จะได้สมการศักย์ไฟฟ้าในพื้นที่ที่พิจารณาในรูปแบบสมการอินทิกรัล (สมการ 3-20) แล้วทำการหาผลเฉลยค่าศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่งใดๆ บนพื้นที่ที่พิจารณา ผลเฉลยที่ได้ก็คือค่าศักย์ไฟฟ้าโดยรอบสายส่ง (ดูตามลำดับอักษรตัวหนา) ถ้าหากผู้ที่สนใจอยากจะคำนวณค่าสนามไฟฟ้าเมื่อได้สมการ Integral equation for potentials ก็ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนของการคำนวณ Vector fields (อักษรปกติ) ได้ต่อไป

บทที่ 4

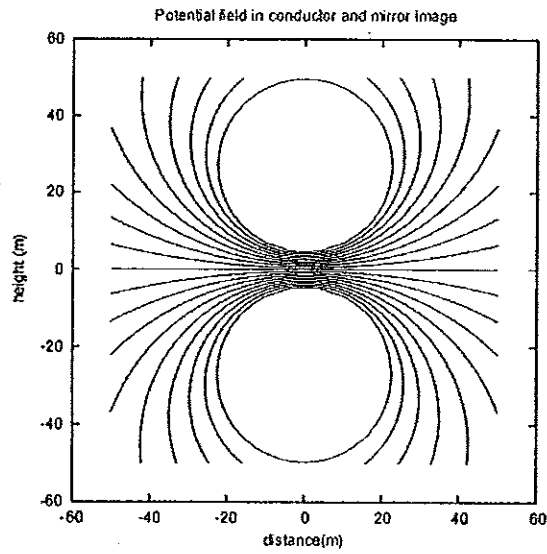
ผลการทดสอบ

ผลลัพธ์ที่ได้แบ่งออกเป็น 4 กรณีด้วยกันเป็นขั้นตอนทดสอบในแต่ละขั้นตอนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องทั้งคุณลักษณะของสนามไฟฟ้าและตัวโปรแกรม โดยที่ 2 โมเดลแรกเพื่อดูขอบเขตของตัวนำที่ได้จากการแปลงสมการในบทที่ 3 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และการกำหนดค่าตัวแปร K ในสมการอนุกรมฟูเรียร์เพื่อประมาณค่ากระแส(ค่าเกรเดียนท์) $n_i \cdot \nabla \phi_i(y)$ สำหรับ 2 โมเดลหลังนั้นก็จะเป็นการทดสอบสนามไฟฟ้าในตัวนำเพื่ออธิบายถึงคุณลักษณะของโคโรนาที่เกิดในสายส่งแรงสูง และมีลักษณะการกระจายตัวเป็นอย่างไร ส่วนโมเดลสุดท้ายแสดงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่อยู่ในโดเมนความถี่ $\omega = 0$ ถึง 2π และสนามไฟฟ้าที่ขอบเขตการเดินสาย(R.O.W)

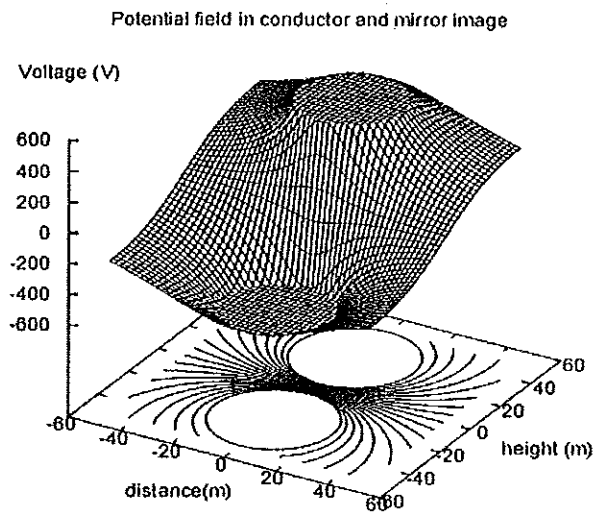
4.1 สายส่งเส้นเดียวกับพื้นดิน Test 1

สายส่งที่มีประจุไฟฟ้า Q จะพยายามที่จะเหนี่ยวนำ (Electrostatic induction) ให้เกิดประจุที่มีขนาด Q เท่ากัน แต่ทว่ามีศักย์ตรงกันข้าม หรือ $-Q$ โดยปกติแล้วศักย์ทางไฟฟ้าของพื้นดินจะมีค่าเป็นศูนย์ นั่นก็หมายความว่า ศักย์ทางไฟฟ้าของสายส่งนั้นจะเท่ากับ Line voltage เมื่อเทียบกับพื้นดิน

ในการคำนวณต่อไปนี้จะมีการสมมติว่า สายส่งและพื้นดินจะมีการสร้างสนามไฟฟ้าขึ้นร่วมกัน โดยพื้นดินนั้นมีศักย์ทางไฟฟ้าเป็นศูนย์ อิทธิพลของพื้นดินโดยในความคิดของเราแล้วนั้นก็สามารถคิดเสมือนหนึ่งว่าพื้นดินนั้นเป็นสายส่งอีกอันหนึ่ง ซึ่งจะแทนสายส่งตัวนำที่จะนำกระแสไฟฟ้ากลับมาโดยที่สายส่งที่อยู่ในพื้นดินนี้มีประจุเท่ากับ $-Q$ ดังภาพประกอบที่ 4-1



ภาพประกอบ 4-1 ภาพตัวนำหนึ่งตัวนำและภาพเงาโดยกำหนดให้ภาพมีรัศมีสมมติ $r = 25$ เมตร

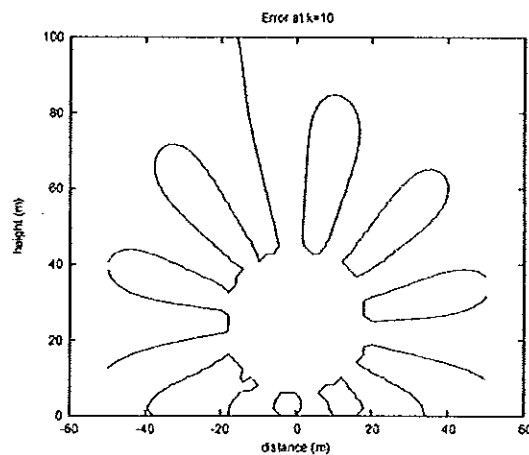


ภาพประกอบ 4-2 ภาพสามมิติตัวนำหนึ่งตัวนำและภาพเงาโดยกำหนดให้ภาพมีรัศมีสมมติ $r = 25$ เมตร

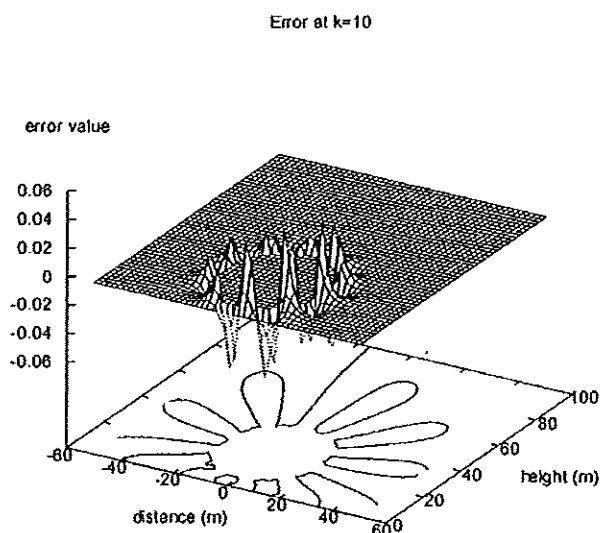
4.2 การประมาณค่าตัวแปร K ฮาร์โมนิก

เมื่อพิจารณาค่าเกรเดียนท์ศักย์ไฟฟ้า $\nabla\phi_E$ ว่ามีที่มาจากสมการ Current Density (J) เพราะฉะนั้นกระแสที่ไหลในสายจึงมีเฉพาะบนพื้นผิวตัวนำ และมีคุณสมบัติเป็น Periodic Signal เราจึงสามารถประมาณค่าของกระแสได้ด้วยสมการอนุกรมฟูเรียร์ (ดังได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3) สำหรับผลการทดสอบในหัวข้อนี้ก็คือ ค่าฮาร์โมนิก (K) เป็นเท่าไรจึงจะเพียงพอต่อการประมาณค่าและความละเอียดในการคำนวณ

4.2.1 กรณี K มีค่าเป็น 10

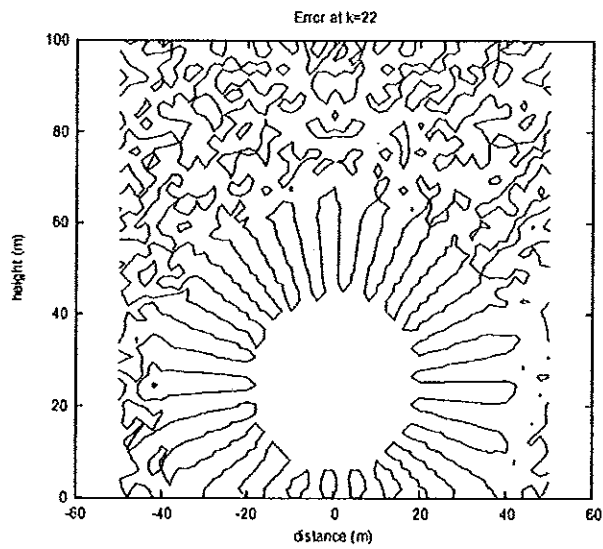


ภาพประกอบ 4-3 ค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 10

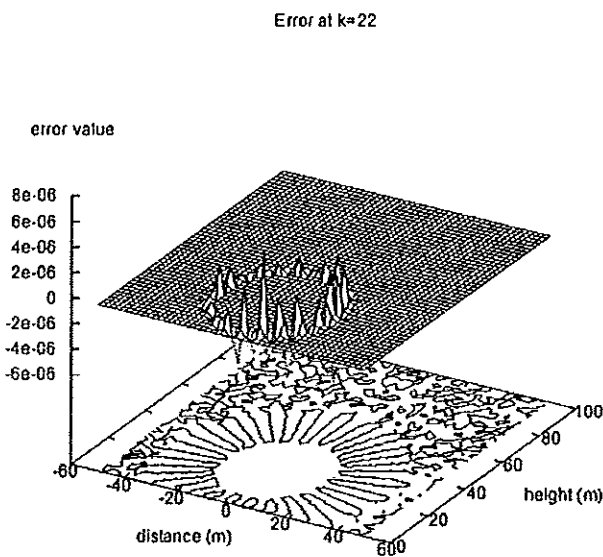


ภาพประกอบ 4-4 ภาพสามมิติค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 10 เมื่อแกน x, y แสดงระยะในแนวนอนและแนวตั้ง แกน z แสดงค่า error ที่เกิดขึ้น

4.2.2 กรณี K มีค่าเป็น 22

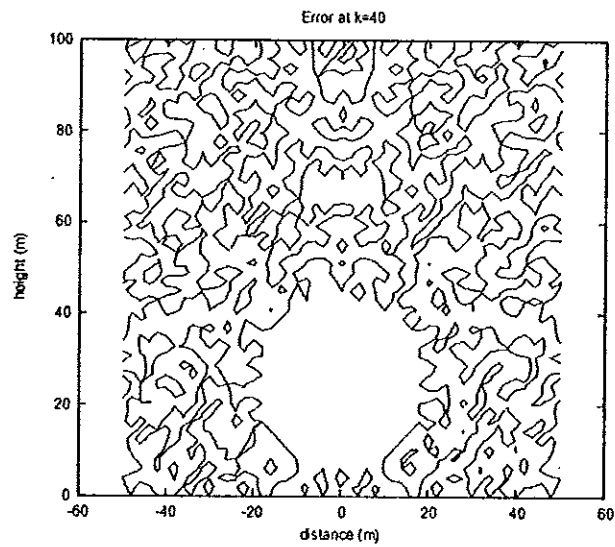


ภาพประกอบ 4-5 ค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 22

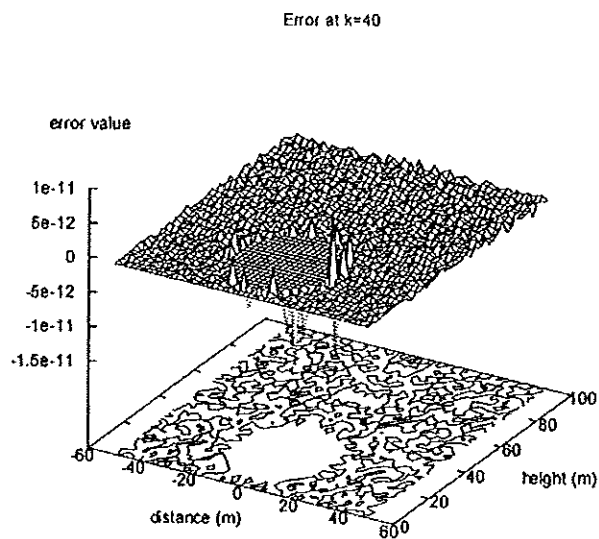


ภาพประกอบ 4-6 ภาพสามมิติค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ฮาร์โมนิกเท่ากับ 22 เมื่อแกน x, y แสดงระยะในแนวนอนและแนวตั้ง แกน z แสดงค่า error ที่เกิดขึ้น

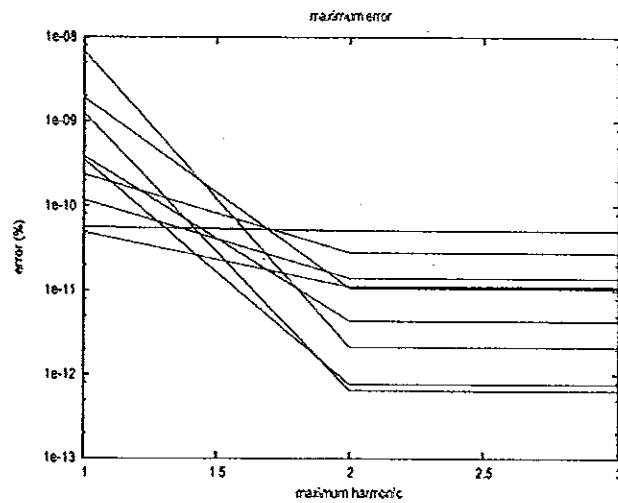
4.2.3 กรณี K มีค่าเป็น 40



ภาพประกอบ 4-7 ค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ชาร์ โมติกเท่ากับ 40



ภาพประกอบ 4-8 ภาพสามมิติค่าความผิดพลาดที่เกิดกรณี K ชาร์ โมติกเท่ากับ 40 เมื่อแกน x,y แสดงระยะในแนวนอนและแนวตั้ง แกน z แสดงค่า error ที่เกิดขึ้น



ภาพประกอบ 4-9 อัตราส่วน n/h ที่ค่าลำดับฮาร์โมนิก K

ตารางที่ 4.1 เปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนและค่าลำดับฮาร์โมนิก

ค่า k ฮาร์โมนิก	ตำแหน่งรัศมี (r)	% error
$K=10$	25	0.06
$K=22$	25	$6.53e-6$
$K=44$	25	$1e-11$

จากทฤษฎีบทที่ 3 เทอมของสมการฟูเรียร์นั้นสามารถที่จะเลือกค่าของ K เป็นเท่าไรก็ได้ แต่ในทางทฤษฎีแล้วยิ่งค่า K มีค่ามากการคำนวณก็จะยิ่งมีความถูกต้องมากขึ้น แต่ในทางปฏิบัติค่าแรงดันรอบๆ สายตัวนำนั้นมีค่าคงที่จึงสามารถที่จะใช้ค่า K ที่ค่าต่างๆ ก็น่าจะเพียงพอต่อการประมาณค่าซึ่งจุดนี้เป็นส่วนที่สำคัญและมีผลต่อระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของคอมพิวเตอร์ เมื่อดูจากผลการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างความผิดพลาดและค่าฮาร์โมนิก K ที่เหมาะสมจะเห็นได้ว่าที่ค่า K ฮาร์โมนิกต่างๆ ก็เพียงพอต่อการประมาณค่าแล้ว

4.3 สายตัวนำแบบกลุ่ม (Bundled Conductor)

ในระบบสายส่งแรงสูงพิเศษ (Extra-high Voltage หรือ EHV) นั่นคือสายส่งที่มีค่าแรงเคลื่อนสูงเกินกว่า 230 kV ขึ้นไป เมื่อใดที่สายส่งมีค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าสูงขึ้นก็จะเป็นเหตุทำให้เกิดการสูญเสียเนื่องจากโคโรนา (Corona power Loss) สูงตามไปด้วย ถ้าในสายส่งขนาด 500 kV ใช้

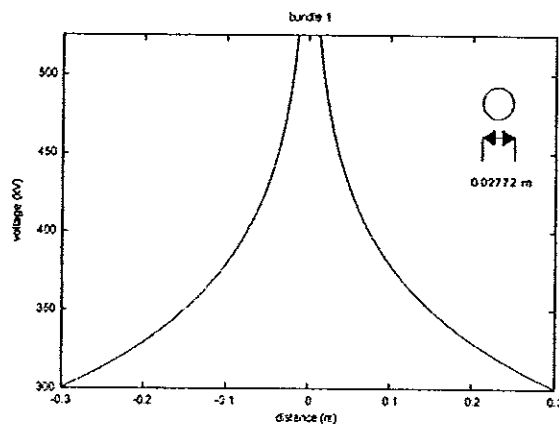
ตัวนำเพียงตัวเดียวต่อ 1 เฟส (One conductor per phase) การลดโคโรนาสามารถทำได้โดยการทำให้พื้นผิวของตัวนำขยายออกไปซึ่งทำได้โดยการเพิ่มจำนวนตัวนำต่อเฟสและยังมีข้อดีอื่นๆอีก คือ อัตราส่วนน้ำหนักของแบบบันเดิลย่อมเบากว่าการใช้สายส่งเพียงเส้นเดียว สายตัวนำแบบกลุ่มนี้อาจประกอบขึ้นด้วย 2, 3 และ 4 ตัวนำก็ได้ ถ้าเป็นแบบ 3 ตัวนำ (Three conductor bundle) การวางรูปแบบตัวนำทั้งสามก็จะเป็นแบบสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันหมดทุกด้าน แต่ถ้าเป็นแบบ 4 ตัวนำ (Four conductor bundle) การวางรูปแบบตัวนำทั้งสี่ตัวนำ ก็จะทำเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าโดยจะมีตัวนำวางไว้แต่ละมุมของสี่เหลี่ยม

4.3.1 ความแรงของสนามไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ

ความแรงของสนามไฟฟ้าที่ผิวตัวนำไฟฟ้าทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่า โคโรนา ขนาดของศักย์ไฟฟ้าที่โดยรอบตัวนำจากการเกิดโคโรนาจะไม่สม่ำเสมอ แต่ถ่ายออกในลักษณะเหมือนคลื่นประจุชนกับอากาศรอบๆ ทำให้เกิดมีการแผ่สนามแม่เหล็กไฟฟ้ารอบตัวนำ และเป็นสาเหตุของการรบกวนคลื่นรับส่ง ความถี่คลื่นที่ได้จากการถ่ายประจุจากปรากฏการณ์โคโรนาอยู่ระหว่าง 0.1 ถึง 5 MHz นอกจากนั้นโคโรนายังเป็นต้นเหตุของการเบรคดาวน์ผ่านฉนวนลูกถ้วยไฟฟ้า ดังนั้นการควบคุมความแรงของสนามไฟฟ้าที่ผิวของสายส่งจึงมีความจำเป็นมาก

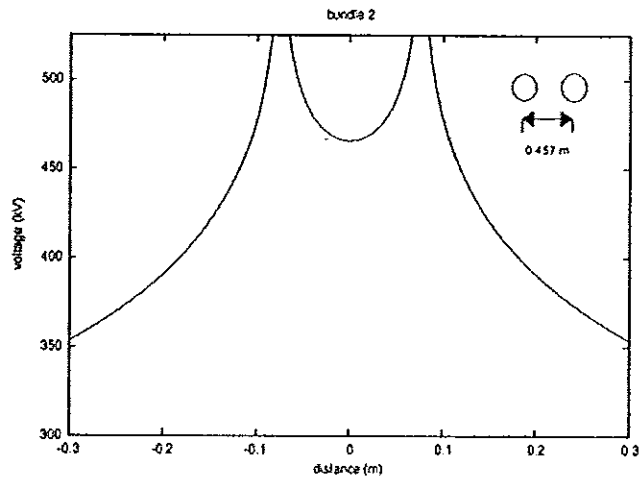
การคำนวณความแรงของสนามไฟฟ้าสูงสุดของสายส่ง โดยให้สายส่งมีตัวนำเป็นแบบผิวเกลี้ยงรูปทรงกระบอกเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.02772 เมตร ลักษณะสนามไฟฟ้าแผ่ออกจากผิวตัวนำรอบตัวสม่ำเสมอ เช่นเดียวกับภาพประกอบ 4-10 โดยปราศจากผลกระทบจากสายส่งอื่นๆ ในไลน์ข้างเคียง

- กรณีสายควบ 1 เส้น



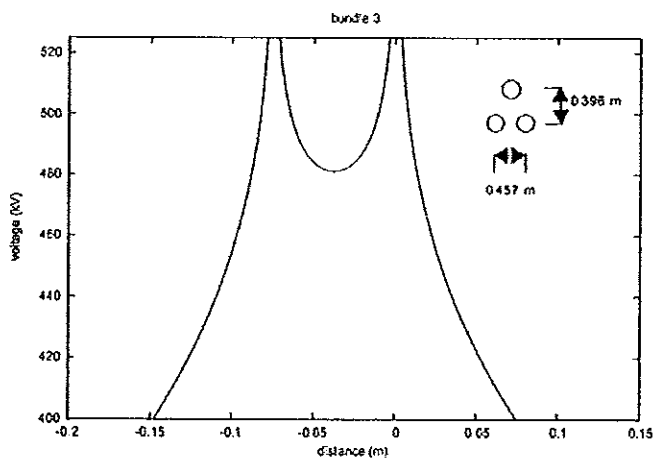
ภาพประกอบ 4-10 ขนาดของศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุนตัวนำทรงกลมแบบ 1 สายควบ

- กรณีสายควบ 2 เส้น



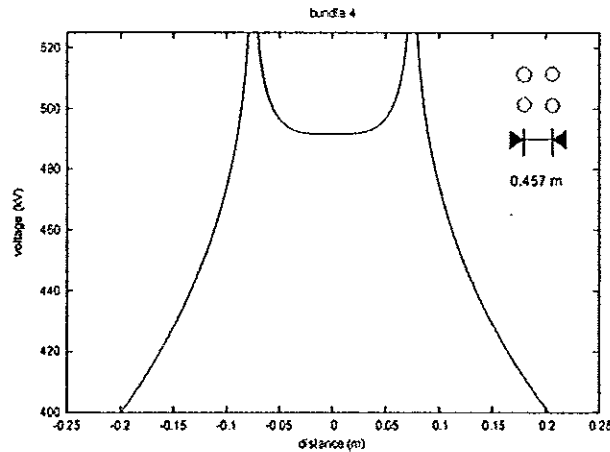
ภาพประกอบ 4-11 ขนาดของศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุบนตัวนำทรงกลมที่แบบ 2 สายควบ

- กรณีสายควบ 3 เส้น



ภาพประกอบ 4-12 ขนาดของศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุบนตัวนำทรงกลมแบบ 3 สายควบ

- กรณีสายควบ 4 เส้น



ภาพประกอบ 4-13 ขนาดของศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุบนตัวนำทรงกลมแบบ 4 สายควบ

ศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่งใดๆ ภายในตัวนำทรงกลมพิจารณาได้ ดังนี้ เนื่องจากสนามไฟฟ้าภายในทรงกลมมีขนาดเป็นศูนย์ จึงไม่มีแรงเนื่องจากสนามกระทำต่อประจุ ดังนั้นจึงไม่ต้องทำงานในการเคลื่อนประจุจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งภายในตัวนำทรงกลม แสดงว่าความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดใดๆ ภายในตัวนำทรงกลมเป็นศูนย์ นั่นคือศักย์ไฟฟ้าแต่ละจุดในตัวนำทรงกลม นับจากผิวเข้าไปมีค่าเท่ากันและมีค่าเท่ากับศักย์ไฟฟ้าที่ผิวทรงกลมซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{KQ}{a}$ เมื่อ a คือรัศมีของตัวนำ เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งต่างๆ ภายนอกตัวนำทรงกลมและห่างจากศูนย์กลางทรงกลมเป็นระยะ r ก็จะพบว่าศักย์ไฟฟ้า มีค่าเป็น $\frac{KQ}{r}$

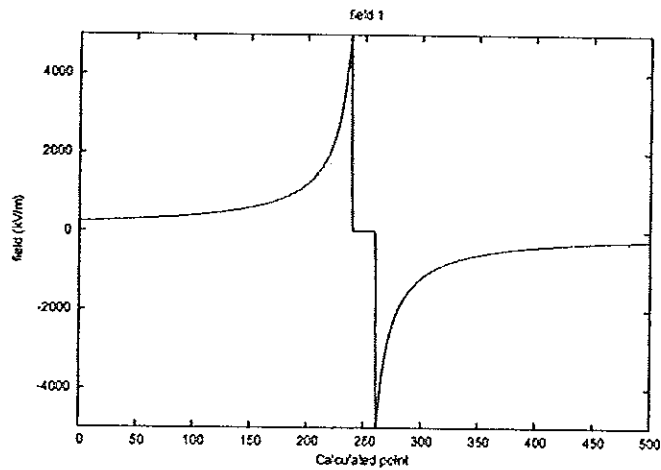
4.3.2 ค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างจุด 2 จุดภายนอกตัวนำ

ในการคำนวณสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายนอกตัวนำระหว่างจุด 2 จุดค่าขนาดของแรงดันไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ 500 kV ดังนั้นทางเดินของเส้นสนามไฟฟ้าจะมีค่าสูงสุดรอบๆ ผิวตัวนำ และจากผิวของตัวนำจะค่อยๆ มีค่าแรงดันต่ำลงและมีขนาดตรงกันข้ามกัน เมื่อพิจารณาตัวนำแบบสายควบจำนวนต่างๆ ก็จะเห็นเส้นศักย์ไฟฟ้าสอดคล้องเกิดขึ้นในตัวนำแต่ละตัว ดูได้จากผลการทดสอบข้างล่างนี้

เมื่อให้แรงดันแก่ตัวนำที่เป็นวัตถุดิบ ประจุจะไปหยุดนิ่งอยู่ที่ผิวทำให้สนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในตัวนำเป็นศูนย์ เมื่อภายในตัวนำไม่มีสนามไฟฟ้า เพราะฉะนั้นตำแหน่งที่จะหาขนาดของสนามนั้นจะต้องอยู่นอกผิวของทรงกลมออกมา ขนาดของสนามไฟฟ้าที่ได้จากผล

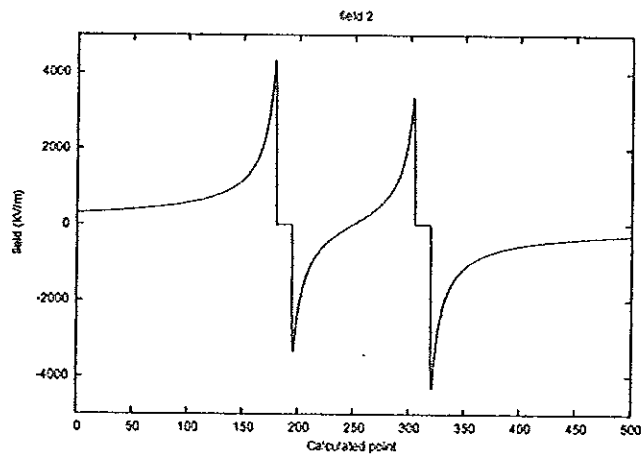
การทดสอบมีลักษณะกระจายออกมาโดยรอบสายส่งและแปรผันกับระยะทางยิ่งเพิ่มจำนวนของสายควบก็จะเป็นผลดีในการลดโคโรนาและค่ารีแอกซ์แทนในวงจรสายส่งได้

- กรณีสายควบ 1 เส้น



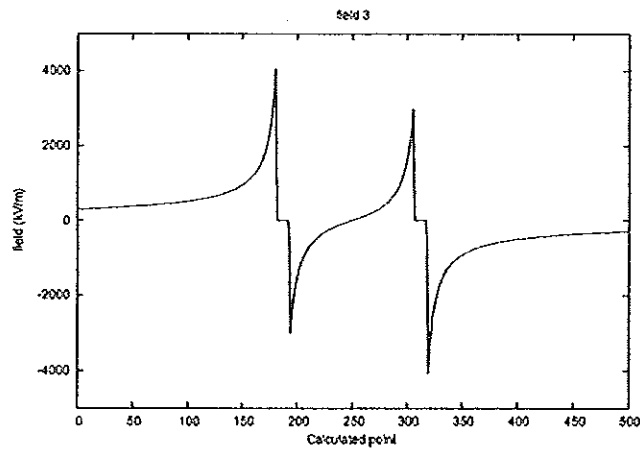
ภาพประกอบ 4-14 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (E) ของตัวนำของสายส่ง

- กรณีสายควบ 2 เส้น



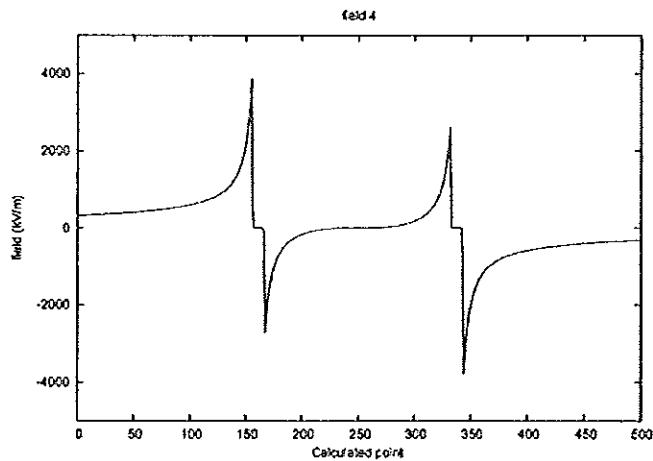
ภาพประกอบ 4-15 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (E) ของตัวนำของสายควบ 2 เส้น

- กรณีสายควบ 3 เส้น



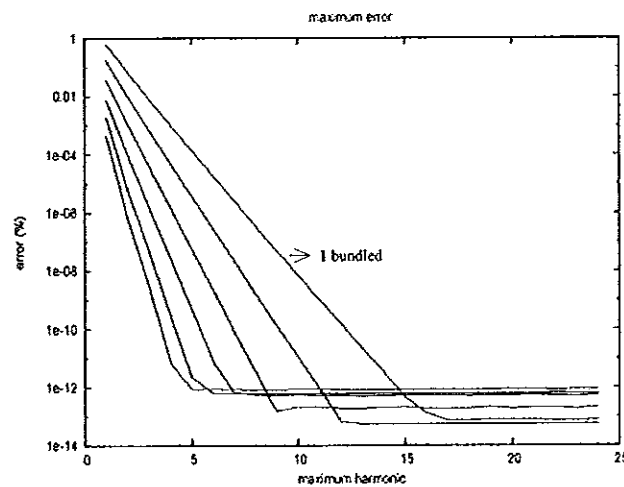
ภาพประกอบ 4-16 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (E) ของตัวนำของสายควบ 3 เส้น

- กรณีสายควบ 4 เส้น



ภาพประกอบ 4-17 ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (E) ของตัวนำของสายควบ 4 เส้น

ค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (Electric field intensity) ตรงขอบตัวนำของสายส่ง หรือตรงที่ $x = r$ นั้นจะมีค่า E ที่มากที่สุด โดยบนพื้นผิวนี้มีความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดใดๆ เป็นศูนย์จึงไม่มีศักดาไฟฟ้าที่จุดต่างๆ บนพื้นผิวนี้ โดยปกติทุกหัวข้อการทดสอบจะกล่าวถึงแผนภาพสนามสามมิติ แต่หัวข้อนี้จะไม่กล่าวถึงแผนภาพสนามแบบ 3 มิติเลย เนื่องจากยากแก่การอธิบาย



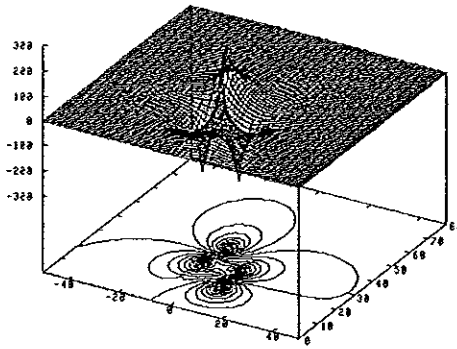
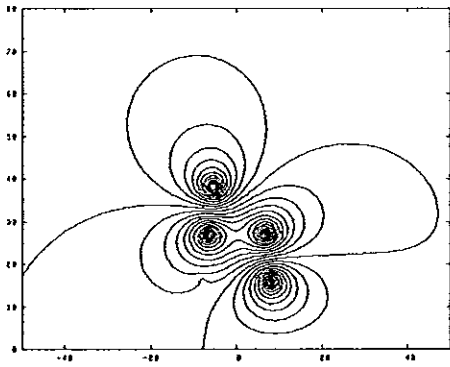
ภาพประกอบ 4-18 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความผิดพลาดและค่าฮาร์โมนิก

จากผลการทดสอบค่าศักย์ไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้าในสายส่งแบบบันเดิลสามารถพิสูจน์ความสำคัญของสายตัวนำแบบกลุ่ม จากภาพประกอบ 4-18 ค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดมีค่าขนาดลดลงตามจำนวนสายตัวนำที่เพิ่มขึ้น เริ่มต้นจากกรณีสายตัวนำเดี่ยว (เส้นขวาสุด) ค่าความผิดพลาดมีการลดลงอย่างช้าๆ เมื่อเทียบกับเส้นถัดมาทางด้านซ้าย (2 bundled) แทน x อธิบายค่าฮาร์โมนิกที่สัมพันธ์กับจำนวนสายตัวนำแบบกลุ่ม

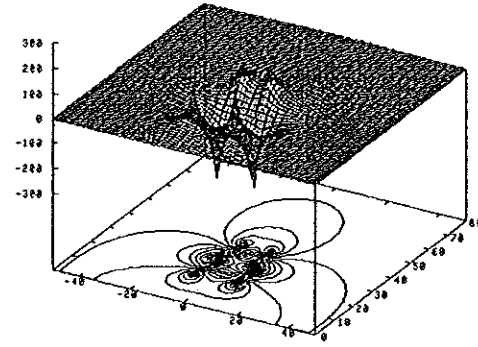
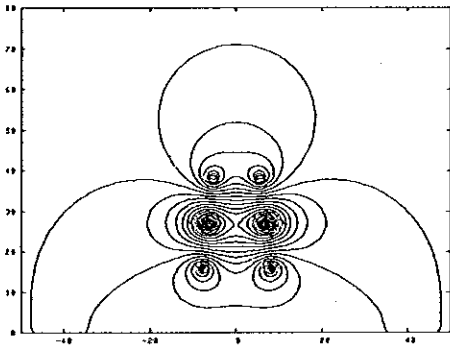
4.4 สนามไฟฟ้าปรากฏ

หัวข้อนี้เป็นหัวข้อสุดท้ายในการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าที่ปรากฏอยู่โดยรอบสายส่งโดยการคำนวณหาค่าความต่างศักย์ (Potential) ที่จุด x โดยการรวมศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากทั้งประจุไฟฟ้าจริง (Actual charge) และประจุไฟฟ้าปลอม (Image charge) จำนวนเฉพาะจุดใดๆ ที่อยู่เหนือพื้นดิน โดยใช้ค่าข้อมูลขนาดและตำแหน่งจากที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทก่อนหน้า ค่าที่ใช้เป็นค่า rms จากศักย์ไฟฟ้าทั้ง 3 เฟสที่ประมาณค่าเป็นค่าคงที่ทางเวลา

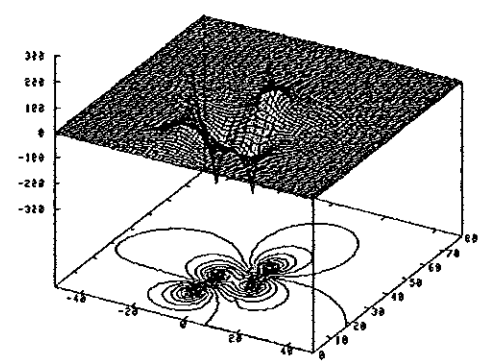
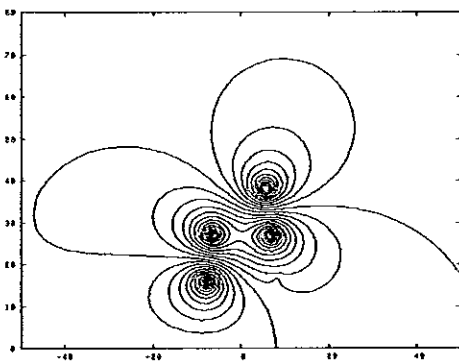
ความถี่ที่เปลี่ยนแปลงตามสัญญาณไซน์เป็นตัวกำหนดภาพผลลัพธ์เพื่อใช้อธิบายสนามไฟฟ้า ดังภาพประกอบด้านล่างนี้นำเสนอค่าศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามรายละเอียดสัญญาณไซน์ทุกๆ 30 องศาทางไฟฟ้าและกำหนดให้พื้นผิวสมศักย์ (Equipotential surface) ว่าเป็นพื้นผิวซึ่งทุกๆ จุดบนพื้นผิวมีศักย์ไฟฟ้าเดียวกัน



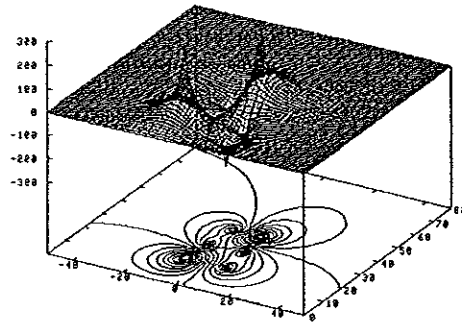
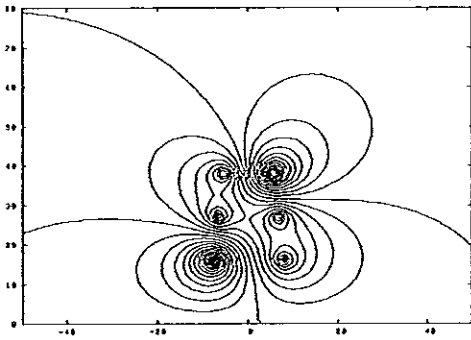
ภาพประกอบ 4-19 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 0 องศาไฟฟ้า



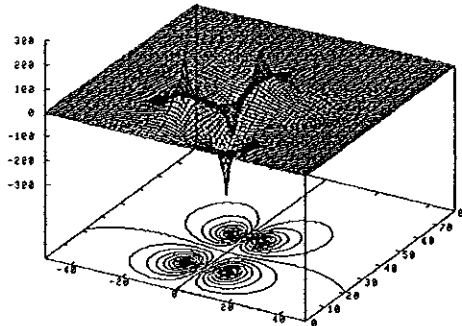
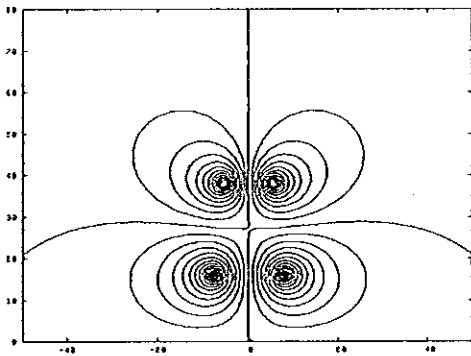
ภาพประกอบ 4-20 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 30 องศาไฟฟ้า



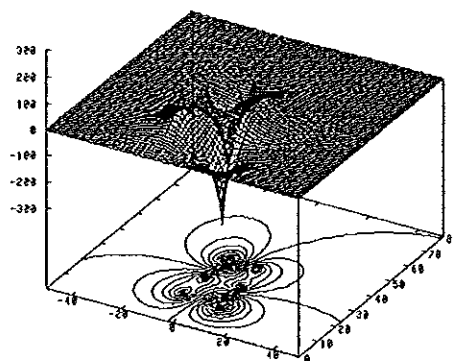
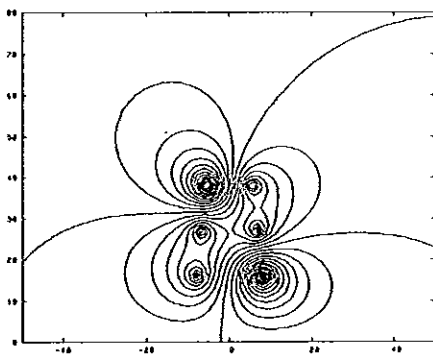
ภาพประกอบ 4-21 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่มุม 60 องศาไฟฟ้า



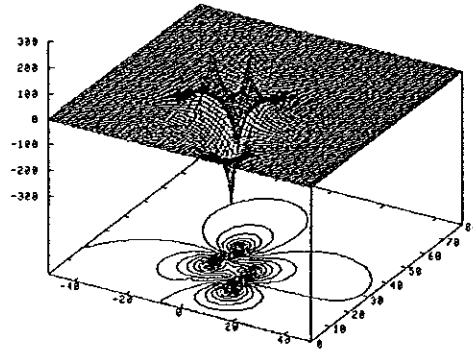
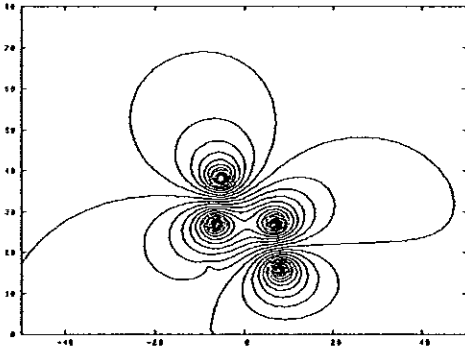
ภาพประกอบ 4-22 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 90 องศาไฟฟ้า



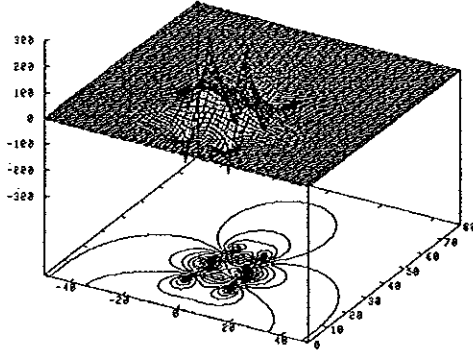
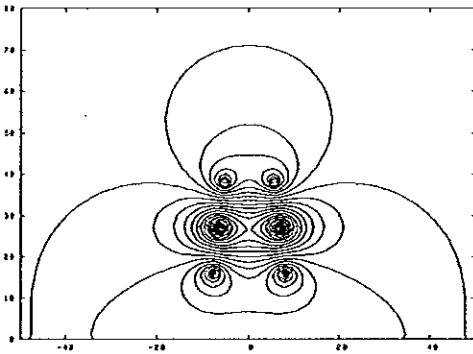
ภาพประกอบ 4-23 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 120 องศาไฟฟ้า



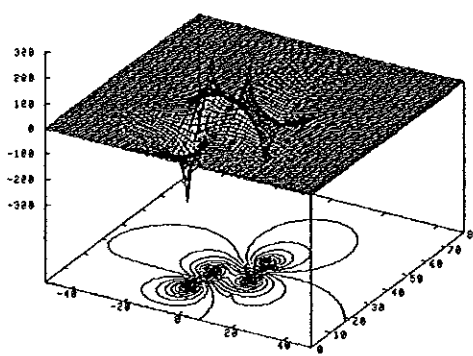
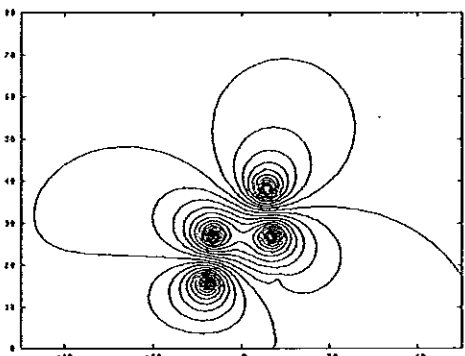
ภาพประกอบ 4-24 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 150 องศาไฟฟ้า



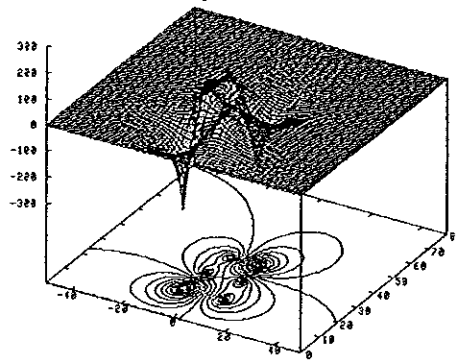
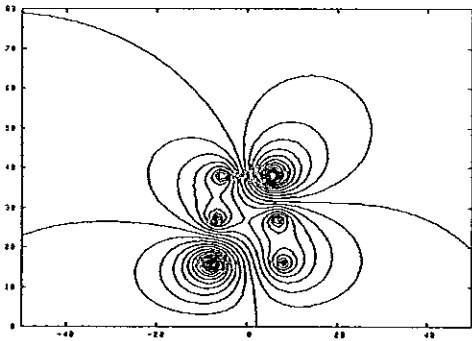
ภาพประกอบ 4-25 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 180 องศาไฟฟ้า



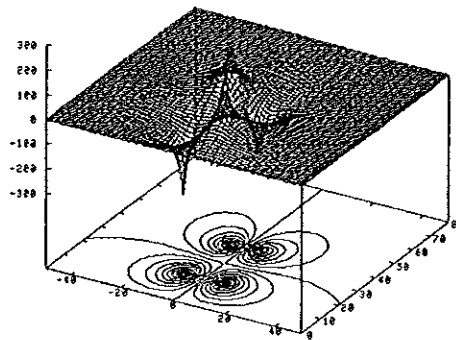
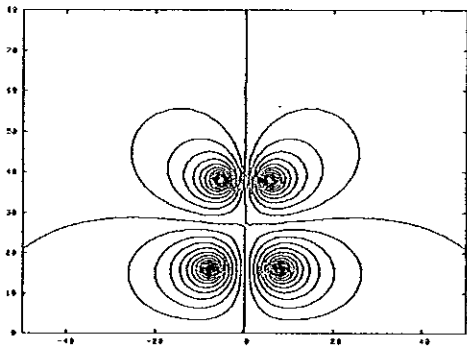
ภาพประกอบ 4-26 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 210 องศาไฟฟ้า



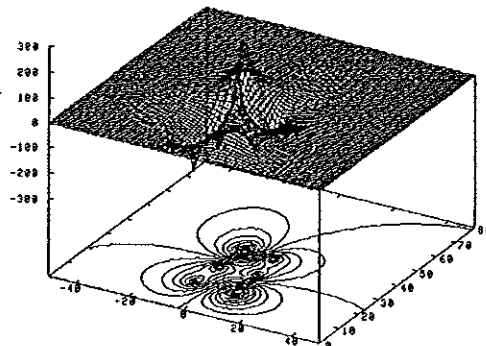
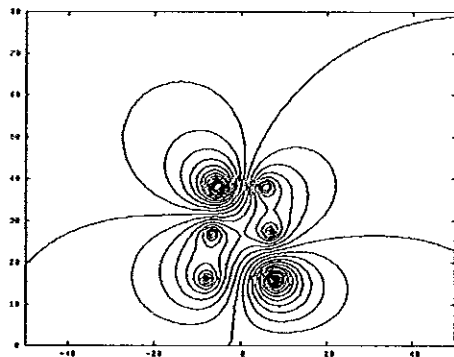
ภาพประกอบ 4-27 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 240 องศาไฟฟ้า



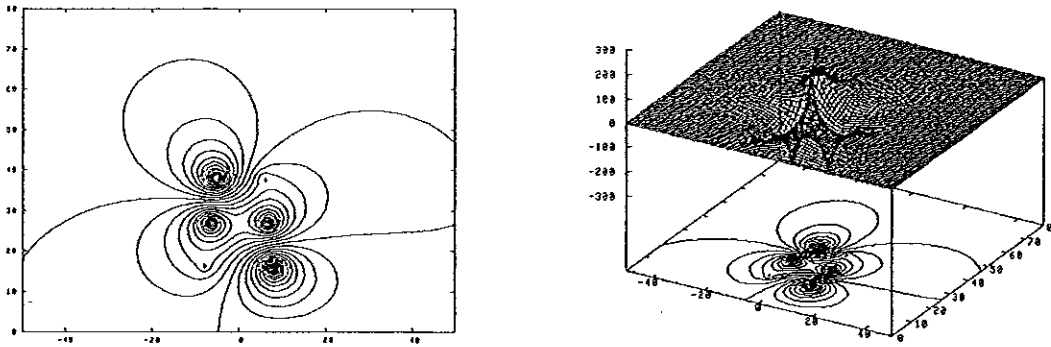
ภาพประกอบ 4-28 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 270 องศาไฟฟ้า



ภาพประกอบ 4-29 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 300 องศาไฟฟ้า



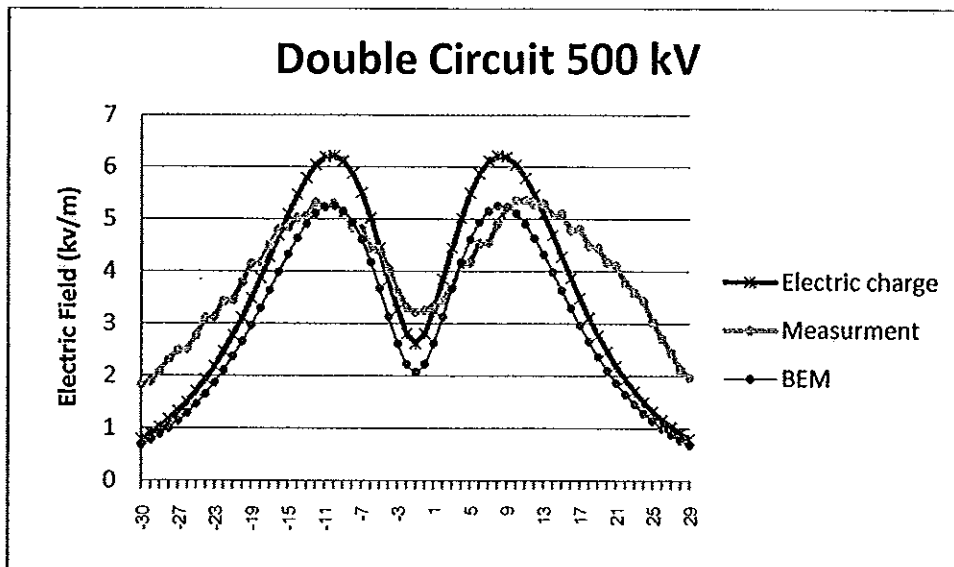
ภาพประกอบ 4-30 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 330 องศาไฟฟ้า



ภาพประกอบ 4-31 การกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่มุม 350 องศาไฟฟ้า

ผลการทดลองนำเสนอโดยการพล็อตค่าศักย์ไฟฟ้าโดยรอบสายส่งแบบ 2 และ 3 มิติผลการทดลองจะสมมาตรในแนวตั้งฉากโดยมีจุดกึ่งกลางอยู่ที่ตรงกลางเสาส่ง ศักย์ไฟฟ้าทั้งสองด้านจะมีค่าเท่ากัน จากภาพประกอบ 4-32 แสดงให้เห็นว่าค่าศักย์ไฟฟ้าสูงสุดจะอยู่ตรงตำแหน่ง Mid Span หรือตำแหน่งที่มีระยะคดโค้งข้าง (Sag) มากที่สุด และมีลักษณะสมมาตรเหมือนกันทั้งสองด้านของเสาส่ง ระดับของศักย์ไฟฟ้าที่ได้ในภาพนี้ได้ถูกเปรียบเทียบกับมาตรฐานด้านสุขภาพของหน่วยงาน International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection (ICNIRP) จะเห็นว่าจากผลที่ได้ระดับของแรงดันไฟฟ้าที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดินและที่ระยะปลอดภัย (ROW.) มีค่า 0.69 kV มีค่าน้อยกว่าที่มาตรฐานกำหนดไว้ เพื่อเปรียบเทียบให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น

ภาพดังต่อไปนี้เป็นการเปรียบเทียบผลการทดสอบด้วยวิธีที่แตกต่างกัน แบ่งออกเป็น ผลจากเครื่องมือวัด, ผลจากการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าในสายส่งประจุนิคมจุด, การคำนวณโดยใช้ทฤษฎี BEM



ภาพประกอบ 4.32 ค่าศักย์ไฟฟ้าเฉลี่ยที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดิน
เปรียบเทียบค่าจากสามวิธีการทดสอบ

ตารางที่ 4.2 ค่าสนามไฟฟ้าที่ภายในระยะ R.O.W

Parameter	Maximum in R.O.W	Edge of R.O.W
Electric Charge	6.21826	0.79118
Measurement	5.3	1.83
BEM	5.25294	0.68658

เมื่อนำโมเดลมาคำนวณแล้วผลการทดสอบก็ยังคงให้ผลต่างไปจากสิ่งที่เกิดขึ้นจริงอยู่ดีอันเนื่องมาจากการตัดตัวแปรบางอย่างออกไป แต่ถึงอย่างนั้นผลการทดลองจริงยังคงจำเป็นที่จะทำคู่ขนานกันไปเพื่อยืนยันผลของกันและกัน

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

วิศวกรมีหน้าที่ออกแบบเพื่อควบคุมระบบความปลอดภัยและควบคุมต้นทุนการผลิต สำหรับระบบสายส่งกำลังก็จำเป็นที่จะต้องทำตามมาตรฐานความปลอดภัยที่กำหนดขนาดของ สนามไฟฟ้าภายในระยะการติดตั้ง (ROW.) โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเมืองใหญ่พื้นที่การก่อสร้างนั้น ย่อมมีราคาแพง ดังนั้นการพัฒนาแนวคิดและเครื่องมือเพื่อออกแบบและลดระยะการติดตั้งก็จะ สามารถควบคุมต้นทุนการผลิตได้ งานวิจัยนี้จึงเป็นเสมือนเครื่องมือที่ใช้วิธี semi-analytic boundary element เพื่อคำนวณค่าสนามไฟฟ้าในสายส่งที่ให้ค่าความถูกต้องมากกว่าวิธี Maxwell's potential เพราะใช้การประมาณค่าตัวแปรที่น้อยกว่า

แบบจำลองการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้าแรงสูง (HV Power Line) โดยใช้ ทฤษฎีบาวคาร์เรียลลิเมนต์โดยรอบสายส่งขนาด 500 kV มุ่งเน้นการประยุกต์ใช้ทฤษฎีนี้เพื่อชี้ให้เห็น ถึงความเหมาะสมของทฤษฎีนี้ในการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าในพื้นที่ที่พิจารณา โดยมีขั้นตอนการ ทำงานแบ่งออกเป็นสองส่วนหลักๆ คือ ส่วนของทฤษฎีและส่วนของโปรแกรม

การศึกษาทฤษฎีได้แบ่งออกเป็นสองส่วนหลักๆ คือ ส่วนของทฤษฎีพื้นฐานเป็นที่มาใน การกล่าวถึงทฤษฎีหลักในบทที่ 3 ซึ่งในส่วนนี้สำคัญที่สุดต่อผู้ที่สนใจในระเบียบวิธีบาวคาร์เรียลลิเมนต์ได้เข้าใจถึงขั้นตอนการคิด การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันขอบเขตด้วยสมการอนุกรมฟูเรียร์แทนที่ การใช้ขอบเขตแบบสมการเชิงเส้นเพื่อให้ขั้นตอนการคำนวณมีความรวดเร็วมากยิ่งขึ้น และได้ เข้าใจคุณสมบัติของไฟฟ้าสถิตในวัตถุตัวนำอีกด้วย

ส่วนของโปรแกรมนั้นผู้วิจัยได้ใช้ระบบปฏิบัติการ LINUX ในเวอร์ชัน FEDORA Core 3 ซึ่งสามารถรองรับภาษาซี และมีส่วนของภาษาฟอร์แทรนบางส่วนในการช่วยแก้สมการอินเวอร์สเมตริกซ์ ผลการทดสอบที่ได้ผู้วิจัยนำเสนอทั้งหมด 4 ขั้นตอนด้วยกัน เพื่อตรวจสอบแต่ละขั้นตอนย่อย ดังกล่าวว่าจะสอดคล้องกับพฤติกรรมเงื่อนไขขอบเขตของสมการเชิงตัวเลขหรือไม่ เพื่อนำไปสู่ผล เบลยที่น่าเชื่อถือและถูกต้อง

5.1 สรุปขั้นตอนทฤษฎี

5.1.1 ความเป็นมา

ระบบสายส่งไฟฟ้ากำลังเป็นระบบที่วิศวกรได้ออกแบบมาเป็นเวลานานแล้วตั้งแต่ คอมพิวเตอร์ยังไม่ได้เข้ามามีส่วนช่วยในการพัฒนาเพียงแต่ใช้อุปกรณ์อย่าง Log tables, slide rules

และการหาคำตอบอย่างง่ายเพื่อให้อธิบายปัญหาได้ซึ่งวิธีดังกล่าวจะต้องไม่ยุ่งยากซับซ้อนและใช้การประมาณค่า อย่างเช่น การใช้วิธีซูเปอร์โพสิชันซึ่งเป็นวิธีเริ่มแรกของการพัฒนาเป็นแนวคิดที่เหมาะสมต่อการคำนวณอย่างง่าย เมื่อคอมพิวเตอร์เข้ามามีบทบาทสำคัญในการคำนวณ การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขที่ยุ่งยากก็ง่ายมากยิ่งขึ้น ยกตัวอย่างการคำนวณที่นำเสนอในหัวข้อ 3.1 การประมาณขอบเขตตัวนำเสมือนจุดประจุ (งานจาก กฟผ.) งานดังกล่าวพัฒนาขึ้นสองด้านพร้อมกันคือ ด้านทฤษฎีและการใช้เทคโนโลยีเข้าช่วย ทำให้งานที่ยากอย่างเช่นการการดิฟเฟอเรนเชียลสมการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์, ระเบียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และระเบียบวิธีบาวคาร์เอลิเมนต์ ในงานวิจัยนี้นำเสนอระเบียบวิธีที่เรียกว่า “A semi-analytic boundary element technique” ที่เป็นวิธีล่าสุดเพื่อพัฒนาคำนทฤษฎีให้ดีขึ้นกว่าวิธีที่กล่าวมาข้างต้น

5.1.2 ความแตกต่างระหว่าง BEM และ Maxwell's potential

จุดที่เกิดความแตกต่างระหว่างวิธีบาวคาร์เอลิเมนต์และสมการค่าสมศักย์ของแมกเวลล์คือการสมมติตำแหน่งของจุดประจุในสมการเชิงคณิตศาสตร์ ในสมการค่าสมศักย์ของแมกเวลล์จุดประจุดังนี้จะเปรียบเสมือนอยู่ตรงกึ่งกลางของตัวนำซึ่งแน่นอนว่าเป็นการสมมติขึ้น เนื่องจากในความเป็นจริงแล้ว ในระบบสายส่งกำลังประจุ (กระแส) นี้จะไหลผ่านทั่วทั้งผิวหน้าตัดของสายตัวนำและอาจก่อให้เกิดการเหนี่ยวนำกับประจุ (กระแส) บนสายตัวนำใกล้เคียง

สำหรับวิธี BEM จะไม่มีการสมมติตำแหน่งของประจุจากทฤษฎีสามารถเลือกจุดใดๆ ก็ได้ขึ้นอยู่กับจุดที่เราสนใจ (โดยปกติจุดประจุดังนี้จะไม่ปรากฏทุกแห่งในสมการ เพราะภายในตัวนำจะอยู่นอกขอบเขตที่เราสนใจ อย่างไรก็ตามถ้าสนใจการคำนวณจุดประจุที่อยู่ภายในตัวนำก็สามารถทำได้) ตั้งแต่พื้นฐานของวิธีก็จะเห็นถึงความแตกต่างซึ่งเป็นไปไม่ได้ที่ทั้งสองวิธีจะให้ผลที่เหมือนกัน จากสาเหตุนี้เองที่บ่งชี้ว่าการคำนวณด้วยวิธี BEM มีความน่าเชื่อถือและให้ผลที่ถูกต้องมากกว่า

5.1.2 ความแตกต่างระหว่าง BEM โดยใช้การประมาณค่าขอบเขตด้วยเส้นตรงและวงกลม

งานวิจัยนี้ใช้วิธี BEM ในการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าในสายส่ง โดยสร้างสมการอินทิกรัลรอบผิวตัวนำในพิกัดโพลาไรซ์ ขอบเขตจะถูกแบ่งออกเป็นชิ้นส่วนย่อยและนำเสนอในรูปของค่าแรงดันบนชิ้นส่วนตัวนำตรงจุดนี้ก่อให้เกิดตัวแปรต่างๆ มากมายที่เป็นสัมประสิทธิ์เมทริกซ์

การประมาณค่าขอบเขตด้วยวงกลมสามารถแทนที่ตัวแปรบางตัวแก่ไปได้ การแทนค่าขอบเขตวงกลมด้วยฟังก์ชันของแรงดันก่อให้เกิดตัวแปรที่มากกว่าขอบเขตแบบเชิงเส้น แต่จากหัวข้อ 3.2.5 การแทนค่าฟังก์ชันด้วยสมการฟูเรียร์ที่มีค่าฮาร์โมนิกลำดับที่ 8 หรือน้อยกว่าก็ถือว่าไม่

มากจนเกินไป จากที่กล่าวมาทั้งหมดคือ การสร้างขอบเขตที่เป็นวงกลมรวมเข้ากับเทคนิคการประมาณค่าแรงดันด้วยอนุกรมฟูเรียร์ก่อให้เกิดพหุนามดีกรีเพียงเล็กน้อยที่ทำให้มิติของเมตริกซ์มีค่าเล็กลงด้วย จำนวนที่เล็กลงนี้นำไปสู่การคำนวณอินเวิร์สเมตริกซ์ที่รวดเร็วยิ่งขึ้น ความรวดเร็วในการคำนวณนี้ขึ้นอยู่กับกริดอินทิกรัลที่ให้ค่าตัวประกอบในเมตริกซ์ ซึ่งส่วนนี้เรียกว่า ส่วนการวิเคราะห์ ซึ่งเป็นส่วนเริ่มต้นของงานครั้งนี้ที่มีการวิเคราะห์แบบ semi-analytic

ความถูกต้องในการคำนวณอยู่ที่การคำนวณตัวนำตามจำนวนสายจริง อย่างที่กล่าวมาแล้วข้างต้นจะทำให้เกิดพหุนามดีกรีเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยสำหรับในส่วนการคำนวณค่าแรงดัน สมการเชิงเส้นนี้ก่อให้เกิดฟังก์ชันขึ้นส่วนวงกลมที่นำไปสู่ขึ้นส่วนประกอบของตัวนำแต่ละชิ้นส่วนเชื่อมโยงเข้าด้วยกันกลายเป็นชิ้นส่วนโค้งที่ปะติดปะต่อกันอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งจุดนี้สำคัญต่อการแทนที่รูปร่างของตัวนำ ถ้าความเร็วของการคำนวณเป็นปัจจัยสำคัญตรงจุดนี้อาจจะใช้รูปหกเหลี่ยมหรือแปดเหลี่ยมแทนที่รูปร่างของตัวนำก็ได้ แต่ผลที่ได้ก็ไม่ค่อยดีนักเมื่อเทียบกับการประมาณรูปร่างของตัวนำด้วยวงกลม

5.1.3 เปรียบเทียบผลการทดสอบกับผลการวัด

1. การสมมติโมเดล เมื่อเปรียบเทียบการทดสอบจากวิธี BEM และจากวิธี Maxwell's potential กับผลการวัดค่าสนามไฟฟ้าจากระบบสายส่ง ผลจากทั้งสองวิธีไม่มีค่าใกล้เคียงกับค่าข้อมูลการวัด เนื่องจากการสมมติทฤษฎีและการละเลยตัวแปรบางตัวไปรวมถึงการคำนวณเชิงเรขาคณิตใน 2 มิติและการกำหนดให้พื้นดินเป็นตัวนำที่มีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์เป็นการสมมติที่กำหนดขึ้นเพื่อสะดวกในการคำนวณ โดยปกติแล้วการสมมติอย่างนี้ก็ได้คิดเพียงแต่ส่งผลกระทบต่อระยะหย่อนของสายที่คิดไปเช่นกันและโดยปกติแล้วพื้นโลกมีศักย์ไฟฟ้าสูงกรณีที่พื้นดินมีค่าความขึ้นสูง และมีค่าศักย์ไฟฟ้าค่ากรณิที่พื้นดินมีค่าความขึ้นต่ำ สำหรับการสร้างโมเดล 3 มิติหรือการกำหนดค่าศักย์ไฟฟ้าด้วยค่าคงที่ใดๆ นั้นก็สามารถที่จะทำได้ แต่ก็ส่งผลกระทบต่อการคำนวณค่าตัวแปรที่ยากขึ้นจึงเป็นเหตุผลว่า ทำไมจึงเป็นวิธีที่แพร่หลายโดยการคำนวณใน 2 มิติและกำหนดให้พื้นดินเป็นตัวนำที่มีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์

2. คุณสมบัติของเครื่องมือวัด การทดสอบที่ถูกต้องสามารถทราบได้จากการเปรียบเทียบกับมาตรฐานผลจากการวัด การวัดและผลการทดสอบที่ได้จากการคำนวณแสดงให้เห็นผลความแตกต่างที่ไม่ได้มาจากความสูงกราฟเท่านั้นแต่ยังมาจากความกว้างของกราฟด้วย ซึ่งแน่นอนว่าเกิดจากการประมาณค่าตัวแปรและการสมมติตัวแปรบางตัวในโมเดล หรือไม่ก็เนื่องจากความไม่ถูกต้องในส่วนของคุณสมบัติของเครื่องมือวัด อย่างเช่น เมื่อทำการเปลี่ยนค่าความสูงของสายส่งจะส่งผลกระทบต่อความกว้างของกราฟซึ่งเป็นไปได้ว่า เราสามารถปรับเปลี่ยนค่าความสูงข้อมูลสายส่งใน

การคำนวณเพื่อให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับผลจากการวัดได้ การสังเกตถึงเหตุผลดังกล่าวก่อให้เกิดคำถามขึ้นว่า เราจะรู้ได้อย่างไรว่าได้ทำการวัดค่าสนามไฟฟ้าที่ความสูงของสายเท่าใด ปกติเราจะวัดที่ตำแหน่งกึ่งกลางระยะหย่อน (mid span) ซึ่งก็ไม่ค่อยถูกต้องนักเนื่องจากเราไม่สามารถจะประมาณตำแหน่งส่วนนี้ได้ เพราะระยะหย่อน (sag) ของสายนั้นเปลี่ยนแปลงโดยขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของสายที่ขึ้นอยู่กับกระแสไหลและอุณหภูมิแวดล้อม ถ้าเราสามารถกำหนดค่าความสูงนี้ได้ เราก็สามารถทราบได้ถึงจำนวนที่แตกต่างระหว่างกราฟของค่าผลลัพธ์และกราฟผลจากเครื่องมือวัด

5.2 สรุปขั้นตอนการคำนวณ

5.2.1 สรุปขั้นตอนการคำนวณและผลลัพธ์ของแบบจำลองที่ 1

ค่าศักย์ไฟฟ้าในวัตถุตัวนำขึ้นอยู่กับรูปร่างของวัตถุ (Object's shape), ตำแหน่ง (Orientation), สภาพการนำไฟฟ้า (Conductivity), การกระจายตัว (Distribution) และความใกล้เคียงกับวัตถุอื่นๆ (Proximity to other objects) เพราะฉะนั้นแบบจำลองที่ 1 เพื่อทดสอบรูปร่างของวัตถุตัวนำและการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ จึงสมมติค่าขยายขอบของตัวนำให้มีรัศมี $r=25$ เพื่อสังเกตการประมาณค่าขอบเขตด้วยสมการเชิงตัวเลข ผลลัพธ์ที่ได้คือ ความสัมพันธ์ของสมการเชิงคณิตศาสตร์ (บทที่ 3) สามารถสร้างขอบเขตที่เราต้องการได้และทดลองสมมติค่าแรงดันเพื่อดูทิศทางของเส้นสมศักย์ก็เห็นได้ว่ามีความถูกต้องตามทฤษฎีที่ค่าศักย์ไฟฟ้ามีค่าแปรผันกับระยะทาง

5.1.2 สรุปขั้นตอนการคำนวณและผลลัพธ์ของแบบจำลองที่ 2

ผลลัพธ์ของแบบจำลองนี้เพื่อวิเคราะห์ผลการเปลี่ยนแปลงค่ากระแสตามเวลาจากสมการอนุกรมฟูเรียร์ ดังนั้นค่าศักย์ไฟฟ้าที่ฮาร์โมนิก K ใดๆ จึงสามารถแสดงการกระจายตัว (Distribution) ที่ความถี่ต่างๆ ได้และเปรียบเทียบค่า k ที่เหมาะสมเพื่อลดเวลาการประมวลผลให้เร็วขึ้น โดยจะมีค่าสูงสุดอยู่ตรงขอบตัวนำและกระจายตัวอยู่โดยรอบตัวนำ ค่าความผิดพลาดมีค่าความสัมพันธ์ผกผันกับค่า k ฮาร์โมนิกยิ่งลำดับมีค่ามากขึ้นค่าความผิดพลาดก็จะน้อยตามลงไป

5.1.3 สรุปขั้นตอนการคำนวณและผลลัพธ์ของแบบจำลองที่ 3

ขั้นตอนนี้พิสูจน์ตำแหน่ง (Orientation), สภาพการนำไฟฟ้า (Conductivity) และความใกล้เคียงกับวัตถุอื่นๆ (Proximity to other objects) ของตัวนำ โดยอธิบายออกมาเป็น 2 หัวข้อย่อยคือ โคโรนา (Corona) ในสายส่งและความเข้มสนามไฟฟ้า (Electric field intensity) ค่าทั้งสอง

หัวข้อนี้แปรผันตามระยะทางและจำนวนของสายตัวนำถึงจำนวนสายตัวนำในหนึ่งเฟสมีจำนวนหลายเส้นก็เป็นผลดีในการลดโคโรนาในสายและยังส่งผลดีในเรื่องอัตราส่วนน้ำหนักที่เบาว่าการใช้สายส่งเพียงเส้นเดียว

5.1.4 สรุปขั้นตอนการคำนวณและผลลัพธ์ของแบบจำลองที่ 4

สนามไฟฟ้าแบบกึ่งสถิตไม่ใช่สนามไฟฟ้าสถิต : ค่าตัวแปรทางเวลาเปลี่ยนแปลงแต่ซ้ำแต่อย่างไรก็ตามสมการก็ยังเปลี่ยนแปลงตามเวลา ในหัวข้อนี้จึงเลือกแสดงภาพทุกๆ 10 องศาทางไฟฟ้าเพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลงที่ต่อเนื่อง และนำเสนอโดยวิธีทางกราฟ โดยศักดาไฟฟ้าสูงจะไหลไปยังบริเวณที่มีศักดาไฟฟ้าต่ำกว่าเปลี่ยนแปลงตามลำดับเฟส เส้นทางหนึ่งๆ ที่เคลื่อนที่ไปนั้น เราเรียกว่า เส้นของการไหล (flow line) (ดังผลการทดสอบ 4.19)

5.3 ปัญหาและข้อเสนอแนะ

ปัญหา : ทฤษฎีบาวคร์อิเล็กเมนต์เป็นทฤษฎีที่กระจายอยู่ในคนกลุ่มน้อย อาจจะต้องใช้เวลาทำความเข้าใจพื้นฐานของทฤษฎีและวิธีการเพื่อใช้วิธีเชิงตัวเลข (Numerical solutions) ในการสร้างต้นแบบที่จะทำการทดสอบ เมื่อเราได้ Model ที่นำมาคำนวณแล้วผลการทดสอบก็ยังคงให้ผลต่างไปจากสิ่งที่เกิดขึ้นจริงอยู่คืออันเนื่องมาจากการตัดตัวแปรบางอย่างออกไป แต่ถึงอย่างนั้นผลการทดลองจริงยังคงจำเป็นที่จะทำคู่ขนานกันไปเพื่อยืนยันผลของกันและกัน วิธีการคำนวณนี้เป็นวิธีที่เราสามารถกำหนดเกณฑ์ความแม่นยำที่ต้องการสูงมากเท่าใดก็ได้ แต่ถ้าเราต้องการความแม่นยำสูงขึ้น จำนวนครั้งของการคำนวณจะเพิ่มมากขึ้นหลายเท่าทวีคูณ

ข้อเสนอแนะ : งานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาการคำนวณจากที่เคยใช้การแบ่งชิ้นประกอบเชิงเส้นด้วยการประมาณค่าตัวแปรบนขอบเขตของพื้นที่ที่พิจารณาด้วยฟังก์ชัน เพราะฉะนั้นการที่พัฒนาโมเดลด้วยวิธีนี้ขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาในเรื่องของความรวดเร็วในการประมวลผลด้วยคอมพิวเตอร์และแก้ปัญหาในเรื่องความถูกต้องของผลการทดสอบ (ดูได้จากผลการทดสอบ) แต่อย่างที่ทราบกันว่า นี่เป็นเพียงโมเดลการทดสอบอาจจะมีวิธีการอื่นๆ ที่ให้ความถูกต้องได้เช่นกัน

ความเร็วและความถูกต้องของวิธี semi-analytic boundary element ที่นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นการประยุกต์ใช้กับงานด้านวิศวกรรมไฟฟ้าแรงสูงซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าในสายส่งแบบสายควบ รอบๆ สายส่งแต่ละเส้นจะประมาณค่าประจุโดยใช้สมการค่าสมศักดิ์ของแม็กซ์เวลล์ซึ่งเสริมให้เกิดค่า error ดังที่กล่าวไว้ข้างต้น ความแตกต่างระหว่างผลการ

คำนวณและผลจากการวัดไม่สามารถเปรียบเทียบและอธิบายได้ว่าวิธีใดที่เกิดข้อบกพร่อง แต่สามารถอธิบายความแตกต่างของงานได้ ดังนี้

วิธีแรกที่จะอธิบายความแตกต่างระหว่างผลจากทั้ง 2 วิธีคือ การพิจารณาวัตต์ค่าสนามไฟฟ้าที่พิกัดต่างๆ ที่หลายๆ ตำแหน่ง (เช่น ที่ระดับแรงดันต่างกัน, จำนวนสายควบในวงจร, ขนาดของสายตัวนำ, จำนวนวงจร)

ความแตกต่างที่ 1 คือ โมเดลที่ใช้เป็น 2 มิติที่สร้างขึ้นด้วยการแทนค่าศักย์ไฟฟ้าพื้นดินให้มีค่าจำกัดค่าหนึ่ง โดยปกติการกำหนดให้ศักย์ไฟฟ้าพื้นดินเป็นศูนย์เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณแต่ไม่ใช่ค่าที่ดีที่สุด ส่วนค่าความนำไฟฟ้าถ้าไม่ใช่ศูนย์หรือ ∞ ได้จะเป็นจุดที่น่าสนใจและเพิ่มความยากในการคำนวณขึ้นอีก

ความแตกต่างที่ 3 คือ ถ้าสร้างโมเดล 3 มิติข้อมติกว่าโมเดลใน 2 มิติ ค่าระยะหย่อนของสายส่งก็จะก่อให้เกิดผลกระทบ อย่างไรก็ตามการคำนวณใน 3 มิติข้อมติว่าการคำนวณใน 2 มิติอย่างแน่นอน เพราะฉะนั้นจุดนี้จึงก่อให้เกิดผลกระทบเช่นกัน

แนวโน้มในการพัฒนาต่อไปในอนาคต : การคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าเป็นเพียงส่วนเริ่มต้นของการนำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้ในการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าต่อไป (ดูได้จากภาพประกอบ 3-5) เพียงแค่ทำการเกรเดียนต์ค่าศักย์ไฟฟ้า $E = -\nabla\phi_E$ (สมการปัวร์ของ) ค่าศักย์ไฟฟ้ามีค่าเป็นลบมีหน่วยโวลต์ซึ่งหามาได้จากงานวิจัยนี้ และยังเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจทั่วไปสามารถนำวิธีการนี้ไปประยุกต์เพื่อใช้ในการวัดปริมาณทางฟิสิกส์ใดๆ ที่มีคุณสมบัติในลักษณะคล้ายคลึงกับคุณสมบัติของสนามศักย์ไฟฟ้า ปริมาณที่มักจะนำมาใช้เปรียบเทียบแทนกันได้ ได้แก่ สนามไฟฟ้า สนามแม่เหล็ก สนามความร้อน ฯลฯ อาจจะต้องยุ่งยากซับซ้อนสำหรับวิธีการทดลองที่มีรูปทรงเรขาคณิตที่ไม่เหมือนกัน ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเป็นเหมือนทางเลือกให้ผู้สนใจได้เข้าใจวิธีทั่วไปคือ Maxwell's potential และวิธีที่พัฒนาขึ้นโดยใช้พื้นฐานของระเบียบวิธีบาวคาร์เรติเมนต์ ดังที่นำเสนอไว้ในงานวิจัยครั้งนี้

บรรณานุกรม

- เอกสารประกอบการบรรยายเรื่อง “ผลกระทบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า”. กองเทคโนโลยีสายส่งและการบิน ฝ่ายบำรุงรักษาระบบส่ง, 2548.
- นิรันดร์ คำประเสริฐ. 2545. วิศวกรรมแม่เหล็กไฟฟ้าและวิศวกรรมไมโครเวฟ. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพฯ
- สุรัตน์ นันตะสุนทร. 2540. ระบบไฟฟ้ากำลัง เล่ม 1. ส่วนตำราสนับสนุนเทคนิคอุตสาหกรรมสมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น), กรุงเทพฯ.
- ยอดชาย ฉันทวิโรจน์. 2547. แบบจำลองสัมพัทธ์ของความเสี่ยงในการเกิดอุทกภัย. วิทยานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.
- สมชาติ ฉันทศิริวรรณ. 2546. วิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์เบื้องต้น. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย : กรุงเทพฯ
- สันติ อัสวศรีพงษ์ธร. 2536. สนามแม่เหล็กไฟฟ้า. ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- Andrew Seagar. 2007. An Introduction to Electromagnetic Fields.
- Brebbia, C.A., J.C.F. Telles, and L.C. Wrobel. 1984. Boundary Element Techniques. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg.
- Delores M. Etter. 2005. Engineering Problem Solving with C, third edition. Department of Electrical Engineering United States Naval Academy Annapolis, MD. Pearson Education, Inc.
- Hayt, W.H., Jr. 1967. Engineering Electromagnetics. Mcgraw-Hill, N.Y., 2nd edition.

Hayt, W.H., Jr., John A. Buck. 2001. Engineering Electromagnetics. Sixth Edition. McGRAW-HILL Series in Electrical and Computer Engineering.

John J. Grainger, and William D. Stevenson, Jr. 1994. Power System Analysis. Electrical Engineering Series, McGRAW-HILL International Editions.

J. Patrick Reilly. 1998. Applied Bioelectricity : from electrical stimulation to electropathology. Springer-Verlag, New York, Inc.

Ramo, S., Whinnery, J.R., and Theodore Van Duzer. 1965. Fields and Waves in Communication Electronics. J.Wiley and Sons, Inc.

Seagar, A.D. and Gronard, R.J-M. 1991. Simulation of Current Flow in Piecewise Constant Media. Australian Physical & Engineering Sciences in Medicine. Vol.14 No.4

ภาคผนวก ก

สมการ Expansion Formulae (ประกอบกรอินทิกรัล)

การคำนวณภายในสมการกรอินทิกรัลในหัวข้อถัดไป เราจำเป็นต้องทำการกระจายสมการให้อยู่ในรูปอย่างง่าย ดังนี้

$$\ln(1 + r^2 - 2r \cos \phi) \quad (1)$$

เมื่อ

$$\begin{cases} r = r_x/r_y \\ \phi = \theta_y - \theta_x \end{cases} \quad (2)$$

ในที่นี้ เราจะใช้ระบบพิกัดกับจุดเริ่มต้นที่จุดศูนย์กลางของตัวนำ y โดยรัศมีของสายตัวนำคือ $r_y = |y|$, ดังแสดงในรูปที่ 2 สังเกตว่า $r_x = |x|$ ไม่ได้เป็นรัศมีของตัวนำ x แต่เป็นระยะจากจุดศูนย์กลาง O ถึงจุด x ซึ่งเป็นจุดใดๆที่อยู่บนตัวนำ y , อยู่บนพื้นผิวของตัวนำอื่น, หรืออยู่ตรงตำแหน่งใดๆระหว่างสายตัวนำ

สำหรับปัญหาในสายส่งแรงสูง เราจะสนใจเฉพาะกรณีที่ $r = r_x/r_y \geq 1$ ซึ่งจากสมการพื้นฐานจะมีสมการกรณีที่ $r = r_x/r_y \leq 1$ แต่ในกรณีนี้เราจะไม่สนใจ

ดังนั้น :

$$1 + r^2 - 2r \cos \phi = (1 - re^{i\phi})(1 - re^{-i\phi}) = r^2 \left(1 - \frac{1}{r}e^{i\phi}\right) \left(1 - \frac{1}{r}e^{-i\phi}\right) \quad (3)$$

จากสมการด้านซ้ายมือจะได้ว่า :

$$\ln 1 + r^2 - 2r \cos \phi = \ln r^2 + \ln \left(1 - \frac{1}{r}e^{i\phi}\right) \ln \left(1 - \frac{1}{r}e^{-i\phi}\right) \quad (4)$$

เมื่อใช้สมการ Expansion :

$$\ln 1 - x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n x^n \quad (5)$$

กรณีที่ $|x| \leq 1$:

$$\ln 1 + r^2 - 2r \cos \phi = \ln r^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{e^{in\phi}}{r^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{e^{-in\phi}}{r^n} \quad (6)$$

$$= \ln r^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} (e^{in\phi} + e^{-in\phi}) \quad (7)$$

$$= \ln r^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} (2 \cos n\phi) \quad (8)$$

$$= 2 \left\{ \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \cos n\phi \right\} \quad (9)$$

ในกรณีที่ $r = 1$, จะได้

$$\ln 2(1 - \cos \phi) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \cos n\phi \quad (10)$$

1. การอินทิกรัลลอกการิซึม

1.1 กรณี $r_x/r_y = 1, k = 0$

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 r_y d\theta_y \quad \text{โดย } y = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_y \\ r_y \sin \theta_y \end{bmatrix} \text{ และ } x = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_x \\ r_y \sin \theta_x \end{bmatrix} \quad (11)$$

แทนค่าลงในสมการ

$$\begin{aligned} |y-x|^2 &= r_y^2 \left[\begin{pmatrix} \cos \theta_y - \cos \theta_x \\ \sin \theta_y - \sin \theta_x \end{pmatrix} \right]^2 \\ &= r_y^2 \left[(\cos \theta_y - \cos \theta_x)^2 + (\sin \theta_y - \sin \theta_x)^2 \right] \\ &= r_y^2 [\cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_x - 2 \cos \theta_y \cos \theta_x + \sin^2 \theta_y + \sin^2 \theta_x - 2 \sin \theta_y \sin \theta_x] \\ &= r_y^2 [2 - 2(\cos \theta_y \cos \theta_x + \sin \theta_y \sin \theta_x)] \\ &= 2r_y^2 [1 - \cos(\theta_y - \theta_x)] \end{aligned} \quad (12)$$

จะได้

$$\begin{aligned} &\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln[2r_y^2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x))] r_y d\theta_y \\ &= \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln r_y^2 r_y d\theta_y + \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) r_y d\theta_y \\ &= r_y \ln r_y^2 \int_{\theta_y=0}^{2\pi} 1 d\theta_y + r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) d\theta_y \\ &= 2\pi r_y \ln r_y^2 + r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) d\theta_y \end{aligned} \quad (13)$$

เมื่อแทนค่า $\theta_y - \theta_x = \phi$ และ $d\theta_y = d\phi$

$$\begin{aligned} &\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 r_y d\theta_y \\ &= 2\pi r_y \ln r_y^2 + r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos \phi) d\phi \\ &= 2\pi r_y \ln r_y^2 + r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \cos n\phi d\phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 4\pi r_y \ln r_y + 2r_y \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \, d\phi \\
&= 4\pi r_y \ln r_y
\end{aligned} \tag{14}$$

1.2 กรณีตัวนำเดียวกันและมีค่า $r = 1$, $k > 0$, Sine

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 \sin k\theta_y r_y d\theta_y \text{ โดย } y = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_y \\ r_y \sin \theta_y \end{bmatrix} \text{ และ } x = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_x \\ r_y \sin \theta_x \end{bmatrix} \tag{15}$$

แทนค่าลงในสมการ

$$|y-x|^2 = 2r_y^2 [1 - \cos(\theta_y - \theta_x)] \tag{16}$$

จะได้

$$\begin{aligned}
&\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln[2r_y^2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x))] \sin k\theta_y r_y d\theta_y \\
&= \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln r_y^2 \sin k\theta_y r_y d\theta_y + \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) \sin k\theta_y r_y d\theta_y \\
&= r_y \ln r_y^2 \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \sin k\theta_y \, d\theta_y + r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) \sin k\theta_y \, d\theta_y \\
&= r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) \sin k\theta_y \, d\theta_y
\end{aligned} \tag{17}$$

เมื่อแทนค่า $\theta_y - \theta_x = \phi$ และ $d\theta_y = d\phi$

$$\begin{aligned}
&\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 \sin k\theta_y r_y d\theta_y \\
&= r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos \phi) \sin k(\phi + \theta_x) \, d\phi \\
&= r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \cos n\phi \{ \sin k\phi \cos k\theta_x + \cos k\phi \sin k\theta_x \} \, d\phi \\
&= 2r_y \cos k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \sin k\phi \, d\phi \\
&\quad + 2r_y \sin k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \cos k\phi \, d\phi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2r_y \cos k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} [\sin(n+k)\phi - \sin(n-k)\phi] d\phi \\
&\quad + 2r_y \sin k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} [\cos(n+k)\phi - \cos(n-k)\phi] d\phi \\
&= 2r_y \sin k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \pi \delta_{n,k} \\
&= 2\pi r_y \sin k\theta_x \frac{1}{k} (-1)^k \\
&= 2\pi r_y \frac{1}{k} (-1)^k \sin k\theta_x \tag{18}
\end{aligned}$$

1.3 กรณีตัวนำเดียวกันและมีค่า $r = 1$, $k > 0$, *Cosine*

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 \cos k\theta_y r_y d\theta_y \text{ โดย } y = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_y \\ r_y \sin \theta_y \end{bmatrix} \text{ และ } x = \begin{bmatrix} r_x \cos \theta_x \\ r_x \sin \theta_x \end{bmatrix} \tag{19}$$

แทนค่าลงในสมการ

$$|y-x|^2 = 2r_y^2 [1 - \cos(\theta_y - \theta_x)]$$

จะได้

$$\begin{aligned}
&\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln[2r_y^2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x))] \cos k\theta_y r_y d\theta_y \\
&= \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln r_y^2 \cos k\theta_y r_y d\theta_y + \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) \cos k\theta_y r_y d\theta_y \\
&= r_y \ln r_y^2 \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \cos k\theta_y d\theta_y + r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) \cos k\theta_y d\theta_y \\
&= r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos(\theta_y - \theta_x)) \cos k\theta_y d\theta_y \tag{20}
\end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า $\theta_y - \theta_x = \phi$ และ $d\theta_y = d\phi$

$$\begin{aligned}
&\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 \cos k\theta_y r_y d\theta_y \\
&= r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} \ln 2(1 - \cos \phi) \cos k(\phi + \theta_x) d\phi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \cos n\phi \{ \cos k\phi \cos k\theta_x + \sin k\phi \sin k\theta_x \} d\phi \\
&= 2r_y \cos k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \cos k\phi d\phi \\
&\quad + 2r_y \sin k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \sin k\phi d\phi \\
&= 2r_y \cos k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} [\cos(n+k)\phi - \cos(n-k)\phi] d\phi \\
&\quad + 2r_y \sin k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} [\sin(n+k)\phi - \sin(n-k)\phi] d\phi \\
&= 2r_y \cos k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \pi \delta_{n,k} \\
&= 2\pi r_y \cos k\theta_x \frac{1}{k} (-1)^k \\
&= 2\pi r_y \frac{1}{k} (-1)^k \cos k\theta_x \tag{21}
\end{aligned}$$

1.4 กรณีตัวนำต่างกันและมีค่า $r > 1$, $k = 0$

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 r_y d\theta_y \quad \text{โดย } y = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_y \\ r_y \sin \theta_y \end{bmatrix} \text{ และ } x = \begin{bmatrix} r_x \cos \theta_x \\ r_x \sin \theta_x \end{bmatrix} \tag{22}$$

แทนค่าลงในสมการ

$$\begin{aligned}
|y-x|^2 &= \left| \begin{pmatrix} r_y \cos \theta_y - r_x \cos \theta_x \\ r_y \sin \theta_y - r_x \sin \theta_x \end{pmatrix} \right|^2 \\
&= \left[(r_y \cos \theta_y - r_x \cos \theta_x)^2 + (r_y \sin \theta_y - r_x \sin \theta_x)^2 \right] \\
&= r_y^2 \left[(\cos \theta_y - r \cos \theta_x)^2 + (\sin \theta_y - r \sin \theta_x)^2 \right] \\
&= r_y^2 \left[\cos^2 \theta_y + r^2 \cos^2 \theta_x - 2r \cos \theta_y \cos \theta_x + \sin^2 \theta_y + r^2 \sin^2 \theta_x - 2r \sin \theta_y \sin \theta_x \right] \\
&= r_y^2 \left[1 + r^2 - 2r(\cos \theta_y \cos \theta_x + \sin \theta_y \sin \theta_x) \right] \\
&= r_y^2 \left[1 + r^2 - 2r \cos(\theta_y - \theta_x) \right] \tag{23}
\end{aligned}$$

เมื่อ $r = r_x/r_y > 1$, จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
& \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln[r_y^2(1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x))]r_y d\theta_y \\
&= r_y \ln r_y^2 \int_{\theta_y=0}^{2\pi} 1 d\theta_y + r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln(1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x))d\theta_y \\
&= 2\pi r_y \ln r_y^2 + r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln(1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x))d\theta_y \quad (24)
\end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า $\theta_y - \theta_x = \phi$ และ $d\theta_y = d\phi$

$$\begin{aligned}
& \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 r_y d\theta_y \\
&= 2\pi r_y \ln r_y^2 + r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} \ln(1+r^2-2r\cos\phi)d\phi \\
&= 4\pi r_y \ln r_y + r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} 2 \left[\ln r + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \cos n\phi \right] d\phi \\
&= 4\pi r_y \ln r_y + 2r_y \ln r \int_{\phi=0}^{2\pi} 1 d\phi + 2r_y \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi d\phi \\
&= 4\pi r_y \ln r_y + 4\pi r_y \ln r \\
&= 4\pi r_y \ln(r_y \times r) \\
&= 4\pi r_y \ln r_x \quad (25)
\end{aligned}$$

1.5 กรณีตัวนำต่างกันและมีค่า $r > 1$, $k > 0$, *Sine*

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 \sin k\theta_y r_y d\theta_y \text{ โดย } y = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_y \\ r_y \sin \theta_y \end{bmatrix} \text{ และ } x = \begin{bmatrix} r_x \cos \theta_x \\ r_x \sin \theta_x \end{bmatrix} \quad (26)$$

แทนค่าลงในสมการ

$$|y-x|^2 = r_y^2 [1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x)] \quad (27)$$

เมื่อ $r = r_x/r_y > 1$, จะได้

$$\begin{aligned}
& \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln[r_y^2(1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x))] \sin k\theta_y r_y d\theta_y \\
&= r_y \ln r_y^2 \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \sin k\theta_y d\theta_y + r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln(1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x)) \sin k\theta_y d\theta_y \\
&= r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln(1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x)) \sin k\theta_y d\theta_y \quad (28)
\end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า $\theta_y - \theta_x = \phi$ และ $d\theta_y = d\phi$

$$\begin{aligned}
 & \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 \sin k\theta_y r_y d\theta_y \\
 &= r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} \ln(1+r^2-2r\cos\phi) \sin k(\phi+\theta_x) d\phi \\
 &= r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} 2 \left[\ln r + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \cos n\phi \right] \{ \sin k\phi \cos k\theta_x + \cos k\phi \sin k\theta_x \} d\phi \\
 &= 2r_y \cos k\theta_x \left\{ \ln r \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin k\phi d\phi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \sin k\phi d\phi \right\} \\
 &\quad + 2r_y \sin k\theta_x \left\{ \ln r \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos k\phi d\phi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \cos k\phi d\phi \right\} \\
 &= 2r_y \cos k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} [\sin(n+k)\phi - \sin(n-k)\phi] d\phi \\
 &\quad + 2r_y \sin k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} [\cos(n+k)\phi - \cos(n-k)\phi] d\phi \\
 &= 2r_y \sin k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \pi \delta_{n,k} \\
 &= 2\pi r_y \sin k\theta_x \frac{1}{k} (-1)^k \frac{1}{r^k} \\
 &= 2\pi r_y \frac{1}{k} (-1)^k \frac{1}{r^k} \sin k\theta_x \tag{29}
 \end{aligned}$$

1.6 กรณีตัวนำต่างกันและมีค่า $r > 1$, $k > 0$, *Cosine*

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 \cos k\theta_y r_y d\theta_y \text{ โดย } y = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_y \\ r_y \sin \theta_y \end{bmatrix} \text{ และ } x = \begin{bmatrix} r_x \cos \theta_x \\ r_x \sin \theta_x \end{bmatrix} \tag{30}$$

แทนค่าลงในสมการ

$$|y-x|^2 = r_y^2 [1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x)] \tag{31}$$

เมื่อ $r = r_x/r_y > 1$, จะได้ว่า

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln[r_y^2(1+r^2-2r\cos(\theta_y-\theta_x))] \cos k\theta_y r_y d\theta_y$$

$$\begin{aligned}
&= r_y \ln r_y^2 \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \cos k \theta_y d\theta_y + r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln(1 + r^2 - 2r \cos(\theta_y - \theta_x)) \cos k \theta_y d\theta_y \\
&= r_y \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln(1 + r^2 - 2r \cos(\theta_y - \theta_x)) \cos k \theta_y d\theta_y \quad (32)
\end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า $\theta_y - \theta_x = \phi$ และ $d\theta_y = d\phi$

$$\begin{aligned}
&\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \ln|y-x|^2 \cos k \theta_y r_y d\theta_y \\
&= r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} \ln(1 + r^2 - 2r \cos \phi) \cos k(\phi + \theta_x) d\phi \\
&= r_y \int_{\phi=0}^{2\pi} 2 \left[\ln r + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \cos n\phi \right] \{ \cos k\phi \cos k\theta_x - \sin k\phi \sin k\theta_x \} d\phi \\
&= 2r_y \cos k\theta_x \left\{ \ln r \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos k\phi d\phi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \cos k\phi d\phi \right\} \\
&\quad - 2r_y \sin k\theta_x \left\{ \ln r \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin k\phi d\phi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos n\phi \sin k\phi d\phi \right\} \\
&= 2r_y \cos k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} [\cos(n+k)\phi + \cos(n-k)\phi] d\phi \\
&\quad - 2r_y \sin k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} [\sin(n+k)\phi - \sin(n-k)\phi] d\phi \\
&= 2r_y \cos k\theta_x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^n \frac{1}{r^n} \pi \delta_{n,k} \\
&= 2\pi r_y \cos k\theta_x \frac{1}{k} (-1)^k \frac{1}{r^k} \\
&= 2\pi r_y \frac{1}{k} (-1)^k \frac{1}{r^k} \cos k\theta_x \quad (33)
\end{aligned}$$

2 การอินทิกรัลสมการของรัศมี

2.1 กรณีตัวนำเดียวกัน, $r = 1, k = 0$

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{n(y-x)}{|y-x|^2} r_y d\theta_y \quad \text{เมื่อ } y = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_y \\ r_y \sin \theta_y \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad x = \begin{bmatrix} r_x \cos \theta_x \\ r_x \sin \theta_x \end{bmatrix} \quad (34)$$

แทนค่าลงในสมการ

$$|y - x|^2 = 2r_y^2[1 - \cos(\theta_y - \theta_x)]$$

และ

$$\begin{aligned} n \cdot (y - x) &= \begin{pmatrix} -\cos \theta_y \\ -\sin \theta_y \end{pmatrix} r_y \begin{pmatrix} \cos \theta_y - \cos \theta_x \\ \sin \theta_y - \sin \theta_x \end{pmatrix} \\ &= -r_y [\cos^2 \theta_y - \cos \theta_y \cos \theta_x + \sin^2 \theta_y - \sin \theta_y \sin \theta_x] \\ &= -r_y [1 - (\cos \theta_y \cos \theta_x + \sin \theta_y \sin \theta_x)] \\ &= -r_y [1 - \cos(\theta_y - \theta_x)] \end{aligned}$$

จะได้

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{-r_y [1 - \cos(\theta_y - \theta_x)]}{2r_y^2 [1 - \cos(\theta_y - \theta_x)]} r_y d\theta_y = -\frac{1}{2} \int_{\theta_y=0}^{2\pi} 1 d\theta_y = -\pi \quad (35)$$

2.2 กรณีตัวนำต่างกันเดียวกัน, $r > 1$, $k = 0$

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{n \cdot (y-x)}{|y-x|^2} r_y d\theta_y \quad \text{เมื่อ } y = \begin{bmatrix} r_y \cos \theta_y \\ r_y \sin \theta_y \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad x = \begin{bmatrix} r_x \cos \theta_x \\ r_x \sin \theta_x \end{bmatrix} \quad (36)$$

แทนค่าลงในสมการ

$$|y - x|^2 = r_y^2 [1 + r^2 - 2r \cos(\theta_y - \theta_x)]$$

เมื่อ $r = r_x/r_y > 1$, และ :

$$\begin{aligned} n \cdot (y - x) &= \begin{pmatrix} -\cos \theta_y \\ -\sin \theta_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_y \cos \theta_y - r_x \cos \theta_x \\ r_y \sin \theta_y - r_x \sin \theta_x \end{pmatrix} \\ &= -r_y [\cos \theta_y (\cos \theta_y - r \cos \theta_x) + \sin \theta_y (\sin \theta_y - r \sin \theta_x)] \\ &= -r_y [\cos^2 \theta_y - r \cos \theta_y \cos \theta_x + \sin^2 \theta_y - r \sin \theta_y \sin \theta_x] \\ &= -r_y [1 - r(\cos \theta_y \cos \theta_x + \sin \theta_y \sin \theta_x)] \\ &= -r_y [1 - r \cos(\theta_y - \theta_x)] \end{aligned} \quad (37)$$

จะได้

$$\begin{aligned} \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{-r_y[1 - r\cos(\theta_y - \theta_x)]}{r_y^2[1 + r^2 - 2r\cos(\theta_y - \theta_x)]} r_y d\theta_y &= - \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1 - r\cos(\theta_y - \theta_x)}{1 + r^2 - 2r\cos(\theta_y - \theta_x)} d\theta_y \\ &= - \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1 - r\cos\phi}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} d\phi \end{aligned} \quad (38)$$

เมื่อแทนค่า $\theta_y - \theta_x = \phi$ และ $d\theta_y = d\phi$ จะได้:

$$\begin{aligned} \frac{1 - r\cos\phi}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{2 - 2r\cos\phi}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + r^2 - 2r\cos\phi + 1 - r^2}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1 - r^2}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} \right) \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1 - r\cos\phi}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} d\phi &= \frac{1}{2} \int_{\theta_y=0}^{2\pi} 1 d\theta_y + \frac{1}{2} (1 - r^2) \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} d\phi \\ &= \pi + \frac{1}{2} (1 - r^2) \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} d\phi \end{aligned} \quad (39)$$

จะได้:

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} d\phi = \frac{1}{r^2} \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1}{\frac{1}{r^2} + 1 - \frac{2}{r}\cos\phi} d\phi + \frac{1}{r^2} \int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1}{a^2 + 1 - 2a\cos\phi} d\phi \quad (40)$$

เมื่อ $a = 1/r < 1$

ใช้สูตรกรณที่ $0 < a < 1$:

$$\int_{x=0}^{2\pi} \frac{1}{1 - 2a\cos x + a^2} dx = \frac{2\pi}{1 - a^2} \quad (41)$$

จะได้

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} d\phi = \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{2\pi}{1 - \left(\frac{1}{r}\right)^2} \right\} = \frac{2\pi}{r^2 - 1}$$

สุดท้ายเราก็จะได้:

$$\int_{\theta_y=0}^{2\pi} \frac{1 - r\cos\phi}{1 + r^2 - 2r\cos\phi} d\phi = \pi + \frac{1}{2} (1 - r^2) \left\{ \frac{2\pi}{r^2 - 1} \right\} = \pi - \pi = 0 \quad (42)$$

ภาคผนวก ข

**TRANSMISSION SYSTEM ENGINEERING
PROJECT**

DESIGN FOR 500 KV. TRANSMISSION LINE

(BANGSAPHAN - CHOM BUNG)

**TRANSMISSION LINE
CRITERIA**

1.) LINE VOLTAGE SYSTEM (Nominal)	500	KV.
Power		
Frequency	50	Hz.
Switching Surge Factor	2.32	p.u.
Standard	1,55	
BIL	0	KV.
(Standard Basic Impulse Insulation Level)		
2.) NUMBER OF CIRCUITS	2	
3.) CONDUCTOR	1272 kcmil	
Type	ACSR / GA	
Stranding , No./ Dia.	42 AL / 4.42 mm	
	7 ST / 2.46 mm	
Overall Diameter	33.91	MM
Approx. Weight of Conductor	2.04	KG./M
Ultimate Tensile Strength	14,050.00	KGS
Conductor per Phase	4	
Sub-Conductor Spacing	457	MM
Designed Current Carrying Capacity at 75 ' c		
Based on Wind speed of 0.6 m/sec. with Solar, 32 ' c Ambient Temp.		
1 x 1272 kcmil	1,125	Amp * EGAT *

ACSR/GA	.00	eres	
4 x 1272 kcmil	4,500	Amp	
ACSR/GA	.00	eres	* EGAT *
4 x 1272 kcmil	4,061	Amp	
ACSR/GA	.25	eres	* Max. *
4 x 1272 kcmil	3,150	Amp	
ACSR/GA	.00	eres	* BVI *
4.) SHIELD	24 CORES OPGW		
WIRE TYPE	TYPE A		
Weight of Shield			KG./
Wire	0.486		M.
Overall			MM
Diameter	15		.
	3/8 INCH (EHS)		
	GSW		
Weight of Shield			KG./
Wire	0.406		M.
Overall			MM
Diameter	9.144		.
	7/16 INCH (HS /		
	EHS) GSW		
Weight of Shield			KG./
Wire	0.594		M.
Overall			MM
Diameter	11.05		.
Max. Shield Wire Protection			Degree (At
Angle	0		Tower)
Max. Shield Wire Protection			Degree (At
Angle	15		Midspan)
Shield Wire to Top			Met
Conductor	12.00		ers
Min. Mid Span			Met
Separation	15.00		ers
Min. Tower Footing			OH
Resistance	10.00		MS.
Isokeraunic Level (Thunderstorm	100.0		
Day / year)	0		
Lightning Faults Performance	<		/100 kms./
			year.
5.) RULING			Met
SPAN	420		ers
Maximun SINGLE			Met
Span	430		ers
Maximun WIND			Met
Span	430		ers
Maximun WEIGHT			Met
Span	540		ers
6.) RIGHT OF WAY (Met
Maximum)	60		ers

BASED ON : TECHNICAL / ECONOMIC / ENVIRONMENTAL IMPACT ASPECT ELECTRICAL SAFETY CLEARANCE

Based on Fixed Wind

Pressure 44.00 KG./SQ.M.

Wind Pressure

Based on

- A WATER RESOURCES TECHNICAL PUBLICATION, WPRS, DENVER, COLORADO

" TRANSMISSION LINE DESIGN MANUAL " By :

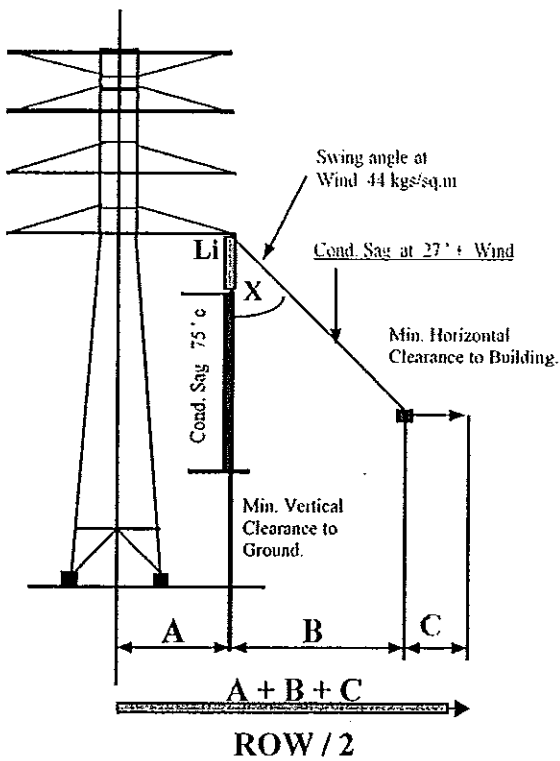
HOLLAND H. FARR / 1980

- VDE 0210 / 5.69 " Regulation for the Construction of Overhead Power Lines above 1 kV."

Based on Conductor Sag at 27' c + Wind 44.00 KG/SQ.M.

Minimum Horizontal Safety Clearance from Live parts to Building

	<u>VDE</u>	<u>NES</u> <u>C</u>	<u>TSE</u> <u>S</u>	
1.) Fixed position	-	-	-	Met ers
2.) Free Swinging at Maximum Angle	1.85	2.15	-	Met ers



ELECTROMAGNETIC FIELD INTERFERENCES

Gradient Voltage

The maximum Gradient voltage (nominal), for a bundle of two or more sub-conductor, shall not exceed 17 kV/cm.

Reference : Transmission Line Reference Book " 345 kV and above / Second Edition / 1982. "

The maximum Gradient voltages are calculated based on the Corona and Field Effects Program

Source : Bonneville Power Administration.

Electric Field

The maximum Electric Field at the edge of right-of-way (R.O.W.) shall not exceed 2 kV/m., at 1 meter above ground level.

Reference :

The maximum Electric Field Strengths are calculated based on the Corona and Field Effects Program

Source : Bonneville Power Administration.

Magnetic Field

The maximum Magnetic Field at the edge of R.O.W. shall not exceed 200 mGauss, at 1 meter above ground level.

Reference :

The maximum Magnetic Field Strengths are calculated based on the Corona and Field Effects Program

Source : Bonneville Power Administration.

Audible Noise

The maximum Audible Noise at the edge of R.O.W., during wet weather, shall not exceed 55 dB(A), at 1 meter above ground level.

Reference :

The maximum Audible Noise are calculated based on the Corona and Field Effects Program

Source : Bonneville Power Administration.

Radio Interference

The maximum Radio Interference at the edge of R.O.W., during fair weather, shall not exceed 55 dB / above 1 micro-volt/m., at 1 meter above ground level.

Reference :

The maximum Radio Interferences are calculated based on the Corona and Field Effects Program

Source : Bonneville Power Administration.

Television Interference

At the maximum Radio Interference designed level, Television Interference shall not be the problem.

Reference :

The maximum Television Interferences are calculated based on the Corona and Field Effects Program

Source : Bonneville Power

Administration.

7.) TEMPERATURE RANGE

Minimum	6	Degree C
Every-day	27	Degree C
Conductor Ambient Temp.	32	Degree C
Maximum	75	Degree C

8.) DESIGN SPECIFIED WIND SPEED AT 10.00 M. above ground level.

Most - frequency wind	16.00	Meters / Sec.
Medium wind	28.30	Meters / Sec.
Extreme wind	35.70	Meters / Sec.

Aerodynamic factors

Aerodynamic factors for conductor and overhead ground wire are as follows :

<u>Conductor or Overhead ground wire Dia.</u>	<u>Aerodynamic factors</u>
upto 12.50 mm.	1.20
over 12.50 mm. upto 15.80 mm.	1.10
over 15.80 mm.	1.00

9.) DESIGN WIND PRESSURE ADJUST TO CONDUCTOR/TOWER HEIGHT ABOVE GROUND LEVEL.

	<u>Avg. Height</u>		<u>Max. Avg. Height (plus 9 m.)</u>		
	<u>23.50</u>	<u>USE D</u>	<u>32.5</u>	<u>USE D</u>	
AVERAGE CONDUCTOR HEIGHT	50	D	0	D	M.
Most - frequency wind	20.	20.5	22.4	22.5	KG./SQ.M
Medium wind	45	0	3	0	.
Extreme wind	63.	64.0	70.1	70.5	KG./SQ.M
	97	0	8	0	.
	101	102.	111.	112.	KG./SQ.M
	.81	00	69	00	.

<u>Avg. Height</u>	<u>Max. Avg. Height (plus 9 m.)</u>
--------------------	---------------------------------------

	<u>25.</u>	<u>29.5</u>	<u>USE</u>	
AVERAGE TOWER HEIGHT	<u>00</u>	<u>0</u>	<u>D</u>	M.
Most - frequency wind	31.	32.8	33.0	KG./SQ.M
Medium wind	37	9	0	.
Extreme wind	98.	102.	103.	KG./SQ.M
	14	89	00	.
	156	163.	164.	KG./SQ.M
	.17	73	00	.

10.) DESIGN & LIMITATION OF CONDUCTOR TENSION & OHGW SAG

Control Tension for Conductor

22 % of Ultimate Tensile Strength (UTS) at
27' C + no wind

Control Sag for Overhead ground wire

75 % Sag match to conductor sag at 27'
C + no wind

11.) DESIGN & LIMITATION OF MECHANICAL STRENGTH OF INSULATOR STRING

Suspension String

1.) Broken Wire Condition at Medium Wind Load = 64 kg/sq.m. / Line
Angle 0 - 3'

Reference : NESC ; RULE 277 ; OCL - Factor =

2 p.u.

2.) Broken Wire Condition at Medium Wind Load = 102 kg/sq.m. / Line
Angle 0 - 3'

Reference : NESC ; RULE 260C ; OCL - Factor

= 1.25 p.u.

Tension String

1.) Broken Wire Condition at Medium Wind Load = 64 kg/sq.m. / Line
Angle 0 - 3'

Reference : NESC ; RULE 261.H.3.C. ; OCL - Factor =

1.65 p.u.

2.) Broken Wire Condition at Medium Wind Load = 102 kg/sq.m. / Line
Angle 0 - 3'

Reference : NESC ; RULE 260C ; OCL - Factor

= 1.25 p.u.

12.) INSULATOR (Glass or Porcelain)

Suspension String

(2x26 Discs / V-String)

Ball and Socket Type
ANSI Class 52-8, 36,000
lbs.

Fog - Type shall be required where pollution
concerned.

Tension String

(2X27 Discs / String)

Ball and Socket Type
ANSI Class 52-11, 50,000
lbs.

Fog - Type shall be required where pollution concerned.

INSULATION COORDINATION DESIGNS & SELECTION

50 HZ. Power Frequency Insulation Design (Wet Withstand Flashover)

Line Voltage (nominal), KV ;	500	KV
Line to Neutral Voltage (nominal), KV ;	288.68	KV
	<u>Min.</u> <u>Max.</u>	
Over Voltage Factor	1.1 1.1	p.u.
	1.17 1.17	
Ratio of Withstand to Critical Flashover	6470 6470	p.u.
Contamination Factor	6 6	p.u.
Fault Voltage Rise (Pass Experience)	1 1.25	p.u.
Safety Factor (Uncertainty Condition)	1.2 1.2	p.u.
	1.25 1.25	
Total Design Withstand Multiplying Factor	1.94 2.42	p.u.
	118 647	
	<u>560.</u> <u>700.</u>	KV
Withstand Crest Voltage (WCV), KV ;	<u>37</u> <u>46</u>	.
Air Gap Length (Minimum)		mm
		.

Finding Minimum Number of Insulator from :

	<i>BASED ON NGK - TECHNICAL REPORT</i>	
<u>CASE 1</u>	No. 17 - 1969 ;	
	" PRINCIPLE OF INSULATION DESIGN FOR OVERHEAD TRANSMISSION LINE "	
	Formula : WCV = 26.40 * N	
	+ 19.20 / N	
	By WCV = Withstand Crest Voltage, KV ;	
	Minimum Number of Insulator (N)	<u>10.6</u> Dis
		<u>9.65</u> <u>5</u> cs
	<i>BASED ON ELECTRICAL VALUE OF STANDARD SUSPENSION INSULATOR</i>	
<u>CASE 2</u>	<i>Insulator 5-3/4 by 11-3/4 Inch.Diameter, ANSI Class 52-8; 36,000 lbs., Ball and Socket Type</i>	
	Min. Low - Frequency Wet Flashover Voltage	32 KV
	Minimum Number of Insulator (N)	<u>17.5</u> <u>21.8</u> Dis
		<u>1</u> <u>2</u> cs
	<i>BASED ON A WATER RESOURCES TECHNICAL PUBLICATION, WPRS, DENVER, COLORADO</i>	
<u>CASE 3</u>	<i>" TRANSMISSION LINE DESIGN MANUAL " By : HOLLAND H. FARR / 1980</i>	

Appendix B ; Table B-7 : Flashover Characteristics of Suspension
Insulator strings and Air Gaps.

Minimum Number of Insulator (N)	<u>13.6</u> <u>3</u>	<u>17.1</u> <u>4</u>	Dis cs
--------------------------------------	-------------------------	-------------------------	-----------

**Switching Surge Insulation Design (Positive / Wet Withstand
Flashover)**

Line Voltage (nominal), KV ;	500			KV
Line to Neutral Voltage (nominal), KV ;	288.68			KV
	<u>Min.</u>	<u>Mean.</u>	<u>Max.</u>	
Over Voltage Factor	1.1	1.1	1.1	p.u.
	1.41	1.41	1.41	
	4213	4213	4213	
Crest Voltage Factor	6	6	6	p.u.
Switching Surge Factor	2.32	2.32	2.32	p.u.
	1.17	1.17	1.17	
	6470	6470	6470	
Ratio of Critical Impulse to switching Surge	6	6	6	p.u.
	1.17	1.17	1.17	
	6470	6470	6470	
Ratio of Withstand to Critical Flashover	6	6	6	p.u.
Contamination Factor	1	1.15	1.25	p.u.
Fault Voltage Rise (Pass Experience)	1	1	1	p.u.
Safety Factor (Uncertainty Condition)	1.2	1.25	1.25	p.u.
	5.99	7.18	7.80	
Total Design Withstand Multiplying Factor	431	068	509	p.u.
	<u>1730</u>	<u>2072</u>	<u>2253</u>	KV
Withstand Switching Flashover Voltage, KV ;	<u>.41</u>	<u>.88</u>	<u>.14</u>	.
Air Gap Length (Minimum	<u>2891</u>	<u>3506</u>	<u>3806</u>	mm
)	<u>.51</u>	<u>.47</u>	<u>.89</u>	.

Finding Minimum Number of Insulator from :

BASED ON A WATER RESOURCES TECHNICAL PUBLICATION, WPRS, DENVER,
COLORADO

" TRANSMISSION LINE DESIGN MANUAL " By : HOLLAND H.

FARR / 1980

Appendix B ; Table B-7 : Flashover Characteristics of Suspension Insulator strings
and Air Gaps.

Minimum Number of Insulator (N)	<u>19.8</u> <u>8</u>	<u>24.1</u> <u>6</u>	<u>26.4</u> <u>1</u>	Dis cs
-----------------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-----------

**Tower Window GAP Under Switching Surge
Flashover**

BASED ON TRANSMISSION LINE REFERENCE
BOOK

" TRANSMISSION LINE REFERENCE BOOK : 345 KV. AND ABOVE / SECOND
EDITION, 1982 "

ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE (EPRI
)

Chapter 11 : Insulation for Switching Surges.

Chapter 11.6 : Switching Surge Flashover Strength of Line
Insulation.

Determined Tower Window GAP from Equation

;

$$CFO = K * \left| \frac{3400}{1 + 8/D} \right|$$

CFO = Critical Flashover Voltages (KV.)

D = GAP Spacing (

Meters)

Recommended Spacings " D ", Larger than
5 Meters.

K = Constant Value based on
Importance Condition

Based on Rod-Plane K =

1

Based on Tower Window GAP in RED-
Book K = 1.2

Based on Positive Switching Surge Impulse

K = 1.4

Based on Negative Switching Surge

Impulse K = 1.7

Lightning Impulse Insulation Design

Line Voltage (nominal), KV			KV
;	500	.	.
	<u>Min.</u>	<u>Max</u>	
Basic Impulse Withstand Voltage (BIL), KV ;	<u>1550</u>	<u>1800</u>	KV
Air Gap Length (Minimum	<u>2575</u>	<u>3013</u>	mm
)	<u>.40</u>	<u>.71</u>	.

Finding Minimum Number of Insulator from :

BASED ON A WATER RESOURCES TECHNICAL PUBLICATION, WPRS, DENVER,
COLORADO

" TRANSMISSION LINE DESIGN MANUAL " By : HOLLAND H.

FARR / 1980

Appendix B ; Table B-7 : Flashover Characteristics of Suspension Insulator strings
and Air Gaps.

Minimum Number of Insulator (N)	<u>17.1</u>	<u>20.6</u>	Dis
	<u>2</u>	<u>9</u>	cs

ภาคผนวก ค บทความเสนาองานประชุมวิชาการ

การลดสนามไฟฟ้าบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงโดยใช้สายกราวด์

Reduction of fields nearby high tension power lines using grounded shields

ศักดิ์จิตร นิลบวร¹ กิตติพัฒน์ ดันตระกูลรุ่งโรจน์² แอนดรูว์ ซีการ์³

^{1,2} ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ อ.หาดใหญ่ จ.สงขลา 90112

E-mail: s4910120088@psu.ac.th

³ ภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย

อ.เมือง จ.สงขลา 90000 E-mail: dr_andrew_seagar@ieee.org

PW51

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นการศึกษาจำนวนสนามไฟฟ้าที่รั่วไหลออกจากสายส่งไฟฟ้าแรงสูงซึ่งสามารถใช้กำหนดระยะ ROW. (Right of way) ที่ใช้ในการติดตั้งสายส่งได้ สำหรับสายส่งในบทความนี้เป็นสายส่งไฟฟ้าตามมาตรฐานการไฟฟ้าแรงดัน 500 กิโลโวลต์แบบสองวงจร โดยใช้สมการแมกซ์เวลล์แบบฟังก์ชันคงที่ (Quasi-static field) และระเบียบวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ วิธีการทางเมทริกซ์ถูกนำมาใช้ประกอบในการแก้ปัญหา โดยเมื่อเราป้อนค่าพารามิเตอร์จะสามารถแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและความสูงของสายส่งเหนือพื้นดินเปรียบเทียบกับกรณีที่มีสายชิลด์ (Shield) และไม่มีสายชิลด์ได้

คำสำคัญ: สมการ quasi-static, สมการแมกซ์เวลล์, ระเบียบวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์

Abstract

This article presents a method to reduce the width of the profile of the electric field beneath high voltage transmission lines so that a narrower right of way can be used. A case study is presented for a standard EGAT 500 kV double circuit. Calculations use a quasi-static formulation of Maxwell's equations implemented with the boundary element method. Fields before and after the installation of a grounded shield are presented

Keywords: quasi-static formulation, Maxwell's equation, boundary element method

1. บทนำ

ระบบไฟฟ้าแรงสูงเป็นระบบสายส่งหลักในการจ่ายไฟฟ้าสู่เขตชุมชนทั่วประเทศ เราสามารถมองเห็นสายส่งไฟฟ้าแรงสูงได้ทั่วไปทุกหนทุกแห่ง ดังนั้นการศึกษาถึงผลกระทบของสัญญาณที่รั่วไหล

ออกมาจากสายส่งจึงเป็นสิ่งสำคัญ โดยปกติสนามไฟฟ้าเพียงเล็กน้อยก็เกิดผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์ แม้กระทั่งเพียงปริมาณเล็กน้อยก็ก่อให้เกิดความเจ็บปวดได้ ซึ่งผลกระทบคือสุขภาพในระยะยาวนั้นยังไม่ปรากฏแน่ชัด แต่ผลกระทบของการสัมผัสสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากภายนอกต่อร่างกายโดยหลักๆแล้วจะขึ้นอยู่กับค่าความถี่และขนาดของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะพัฒนาองค์ความรู้เพื่อใช้ในการประมวลผลของสนามไฟฟ้าให้มีความถูกต้องและเชื่อถือได้มากยิ่งขึ้นและเห็นถึงประจุไฟฟ้าที่กระจายออกจากสายส่งโดยนำทฤษฎีบาวนด์รีเอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้ในการคำนวณสายส่งไฟฟ้า 500 kV แบบสองวงจรที่มีลักษณะโครงสร้างตามมาตรฐานการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย หลังจากนั้นจะแปลงสูตรคณิตศาสตร์ที่ได้ไปเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาซี บนระบบปฏิบัติการลินุกซ์เพื่อแสดงถึงระดับของ EMFs ที่เกิดขึ้นจริง ตัวแปรสำคัญในการคำนวณ อย่างเช่น ขนาดสายส่ง, ลักษณะการวางสาย, ความสูงของสาย ล้วนเป็นข้อมูลประกอบเพื่อใช้ในการคำนวณทั้งสิ้น

สำหรับบทความนี้ได้เสนอแนวทางการคำนวณด้วยระเบียบวิธีบาวนด์รีเอลิเมนต์ (BOUNDARY ELEMENT METHOD) เพื่อแก้ปัญหาค่าขอบเขตในการคำนวณร่วมด้วยสมการแมกซ์เวลล์แบบฟังก์ชันคงที่ซึ่งเป็นสมการทางฟิสิกส์ที่มีส่วนช่วยเหลือในการหาค่าผลเฉลยเชิงตัวเลข

2. การวิเคราะห์และหลักการ

การคำนวณค่าของสนามไฟฟ้านั้นมีปัจจัยที่สำคัญซึ่งจะได้นำมาเป็นส่วนประกอบในการวิเคราะห์และสามารถอธิบายได้ถึงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นดังนี้

2.1 ปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้า

2.1.1 Line Configuration ลักษณะการวางตัวของสายส่ง

2.1.2 Line Height ระยะห่างระหว่างสายตัวนำกับพื้นดิน

2.1.3 Sag การที่ลวดนำไฟฟ้ามีการหน่วงจากความร้อนไป

ตลอดช่วงระยะห่างระหว่างเสา (span length)

2.1.4 Phase Spacing ระยะห่างระหว่างเฟสของสายส่ง

2.1.5 Phase Arrangement การเรียงลำดับเฟสของสายส่ง

ไฟฟ้าแรงสูง

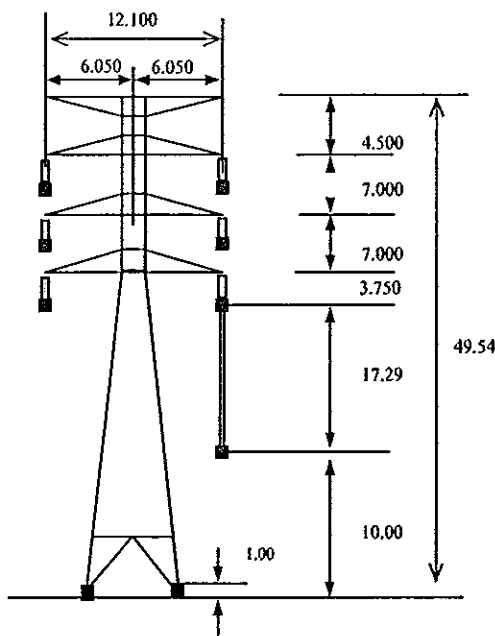
2.2 ผลกระทบที่เกิดจากสนามไฟฟ้า

2.2.1 Induced Currents กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดจากสนามไฟฟ้าและมีผลกระทบต่อคนสามารถแบ่งผลกระทบออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ผลกระทบที่เกิดขึ้นโดยตรงกับคนที่ยืนอยู่ใต้สายส่งไฟฟ้าแรงสูง (การคำนวณระหว่างคนกับพื้นดินไม่คิด) สำหรับผลกระทบที่เกิดขึ้นอีกอย่างหนึ่งจะเกิดขึ้นในลักษณะของการที่คนเข้าไปสัมผัสกับวัตถุที่มีสภาพเป็นตัวนำไฟฟ้าภายใต้สนามไฟฟ้า

2.2.2 Induced Voltage แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจากสนามไฟฟ้าที่เกิดกับวัตถุที่มีสภาพเป็นตัวนำไฟฟ้าตัวนั้นไม่มีส่วนใดสัมผัสกับพื้นดิน

2.3 รายละเอียดสายส่ง

1) ระบบแรงดันภายในสาย (Nominal)	500	กิโลโวลต์
2) จำนวนของวงจร	2	
3) ขนาดตัวนำ	1,272	cmil
ชนิด	ACSR/GA	
สายตัวนำต่อหนึ่งเฟส	4	สาย
ระยะต่ำสุดของการเกิดสายช่อ	15	เมตร
4) ระยะปลอดภัย RIGHT OF WAY (Maximum)	60	เมตร



รูปที่ 1 ลักษณะโครงสร้างเสาความมาตรฐาน กฟผ.

3. ทฤษฎีและการคำนวณ

3.1 Maxwell's Equation

สมการ Maxwell's Equation เป็นสมการที่อธิบายหลักการทั่วไปเกี่ยวกับค่าของสนามไฟฟ้า E และสนามแม่เหล็ก H ความสัมพันธ์ของสมการ Maxwell's Equation เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\epsilon \nabla \cdot E &= \rho \\ \nabla \times H - \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} &= J \\ \nabla \times E + \mu \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \\ \mu \nabla \cdot H &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

เมื่อ H คือ สนามแม่เหล็กในสสาร มีหน่วยเป็น A/m , ϵ คือค่าเพอร์มิตทิวิตี มีหน่วยเป็น F/m , E คือ สนามไฟฟ้า มีหน่วยเป็น V/m , J คือ เวกเตอร์ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ามีหน่วยเป็น A/m^2 , μ คือค่าเพอร์มิบิลิตีหรือความซึมซาบแม่เหล็ก มีหน่วยเป็น H/m , ρ คือ ความหนาแน่นของประจุอิสระมีหน่วยเป็น C/m^3

ในการหาผลเฉลยของปัญหาสมการ Maxwell's Equation ที่สอดคล้องกับบทความนี้จะพิจารณาในกรณีที่เป็นสมการสนามไฟฟ้าแบบ Quasi-static potential โดยจะเน้นเฉพาะการคำนวณเวกเตอร์ไฟฟ้า

$$\begin{aligned}\epsilon \nabla \cdot E &= \rho \\ \nabla \times E &= 0\end{aligned}\quad (2)$$

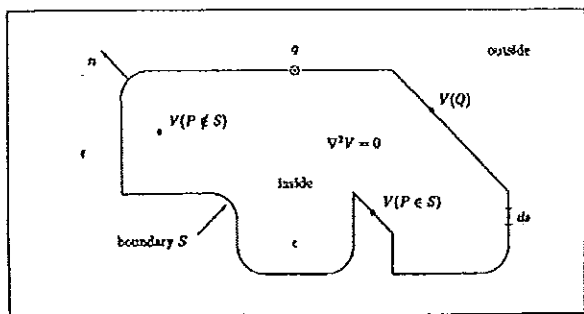
เมื่อกำหนดให้การลิมิตเฟอเรนทิเอล $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$ ดังนั้น $E = -\nabla \phi$ หลังจากนั้นทำการแทนค่าเวกเตอร์ E ลงในสมการที่ (2)

$$\begin{aligned}\epsilon \nabla \cdot (-\nabla \phi) &= \rho \\ -\epsilon \nabla^2 \phi &= \rho \\ \nabla^2 \phi &= -\rho/\epsilon\end{aligned}\quad (3)$$

ซึ่งค่า $\nabla^2 \phi$ ก็คือค่า Scalar electric potential ซึ่งนำไปประกอบในระเบียบวิธีบาวร์ลาเรียลเมนต์ต่อไป

3.2 Numerical Solution

การสร้างระบบสมการขึ้นประกอบขอบเขตซึ่งเป็นระบบสมการที่ชัดเจนที่เหมาะสมแก่การแก้ด้วยคอมพิวเตอร์ การหาค่าสัมประสิทธิ์ของสมการคือ การหาค่าปริพันธ์ความสั้นของปัญหาสองมิติ โดยได้สมมติค่ากระแสบนเส้นขอบเขตด้วยสมการ โทลลิ โนเมียมกำลังสามเพื่อหาค่าปริพันธ์สำหรับขอบเขตย่อย



รูปที่ 2 ขอบเขต S ที่ถูกตัดเป็นชิ้นส่วนเล็ก ๆ N ชิ้น

จากผลของการตัดขอบเขตเป็นชิ้นส่วนเล็กๆ จะเห็นได้ว่าสมการจะแบ่งออกเป็นสองส่วนที่อยู่ภายในและภายนอกขอบเขตซึ่งในบทความนี้จะขอมาสนอเฉพาะพื้นที่ที่เราสนใจ นั่นก็คือ $V(P \in S)$ หรือบนพื้นผิวตัวนำและบริเวณ โคจรรอบสายตัวนำ ดังในรูปที่ 2 ขอบเขต S จะมีเวกเตอร์ตั้งฉากกับเส้นขอบเขตสัมผัสคือ เวกเตอร์ n ซึ่งเป็นเวกเตอร์ขนาดหนึ่งหน่วย โดยมีแรงเคลื่อนไฟฟ้า $V(P)$ ที่จุด P เป็นจุดใดๆ บนเส้นขอบเขตหรือภายในขอบเขตก็ได้ โดยที่จุด Q จะเป็นจุดที่อยู่เฉพาะบนขอบเขตเท่านั้น โดยที่จุดนี้จะมีแรงเคลื่อนไฟฟ้าคือ $V(Q)$ บนขอบเขตจะมีการเคลื่อนที่ของประจุ q และค่าของ Permittivity ทุกๆ ตำแหน่งทั้งภายในและภายนอกขอบเขต โดยการใช้กฎการอินทิเกรตกระแสและแรงดันรอบๆ พื้นที่ทั้งหมดได้ สมการดังนี้

$$2\pi\epsilon V(P \in S) = -\sum_{j=1}^N \int_{S_j} \ln|P-Q_j| \rho(Q) ds_Q \quad (4)$$

กำหนดให้ S เป็นระยะห่างจากจุดถึงกลางของแต่ละชิ้นประกอบเชิงเส้นมีค่าอยู่ระหว่าง $-\frac{l_j}{2} \leq s \leq \frac{l_j}{2}$ และสมมติค่ากระแสบนเส้นขอบเขตด้วยสมการ โทลีนอมิออลกำลังสาม

$$S_j: \rho(Q) \approx J_j(s/l_j)^3 + K_j(s/l_j)^2 + L_j s/l_j + M_j \quad (5)$$

เมื่อ l_j คือความยาวของ S_j แทนค่าการสมมติกระแสลงในสมการ (4)

$$2\pi\epsilon V(P \in S) = -\sum_{j=1}^N \int_{-l_j/2}^{l_j/2} \ln|P-Q| \left(J_j \left(\frac{s}{l_j}\right)^3 + K_j \left(\frac{s}{l_j}\right)^2 + L_j \frac{s}{l_j} + M_j \right) ds_Q \quad (6)$$

สามารถแสดงให้เห็นในรูปของเมทริกซ์ ดังนี้

$$2\pi\epsilon V(P \in S) = - \begin{bmatrix} * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ J_j & K_j & L_j & M_j & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix} \quad (7)$$

เมื่อค่าของ J_j, K_j, L_j, M_j เป็นสัมประสิทธิ์ซึ่งแสดงค่าของกระแสบนขอบเขต

3.3 Boundary charge

การคำนวณค่าของกระแสบนเส้นขอบเขตทำได้โดยการแทนค่า $V(P \in S)$ ที่ s/l_j มีค่าเท่ากับ $-\frac{3}{8}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}$ ดังนั้นในแต่ละเส้นขอบเขตย่อย S_j จึงสามารถสร้างสมการเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันกระแสบนเส้นขอบเขตได้

$$\begin{bmatrix} V(-\frac{3}{8}) \\ V(-\frac{1}{8}) \\ V(\frac{1}{8}) \\ V(\frac{3}{8}) \\ * \\ * \\ * \\ * \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_j \\ K_j \\ L_j \\ M_j \\ * \\ * \\ * \\ * \end{bmatrix} \quad (8)$$

เขียนสมการที่ 8 ในรูปของสมการอย่างง่าย ดังนี้

$$2\pi\epsilon V = -BQ \quad (9)$$

เมื่อ $B = 4N \times 4N$ "charge" geometry matrix
 $V = 4N \times 1$ boundary "voltage" vector
 $Q = 4N \times 1$ boundary "charge" vector

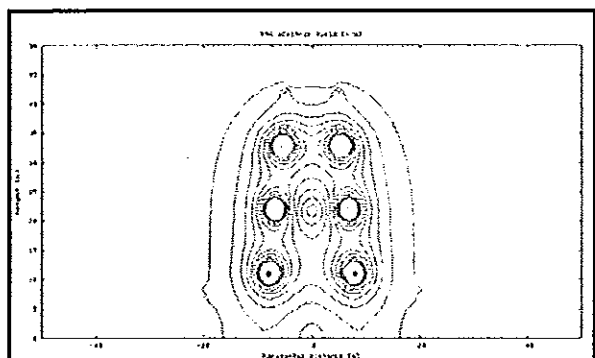
โดยทั่วไปค่าของ V จะสามารถหาได้ง่ายจากข้อมูลของขอบเขต โดยที่ Q สามารถหาได้จากการแก้สมการซึ่งแสดงการแก้ปัญหาหาค่า Q ดังนี้

$$Q = -2\pi\epsilon B^{-1}V \quad (10)$$

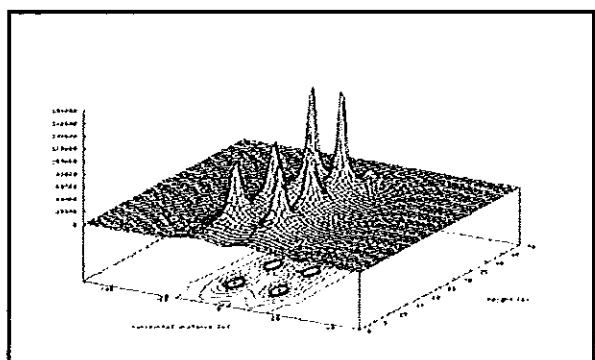
เมื่อทำการอินเวอร์สเมทริกซ์เพื่อหาค่าประจุที่ตำแหน่งต่างๆ ออกมาได้แล้ว หลังจากนั้นก็นำค่าที่ได้ไปแทนในสมการที่ (4) เพื่อหาค่า Electric potential ที่ตำแหน่งต่างๆ

4. ผลการทดสอบ

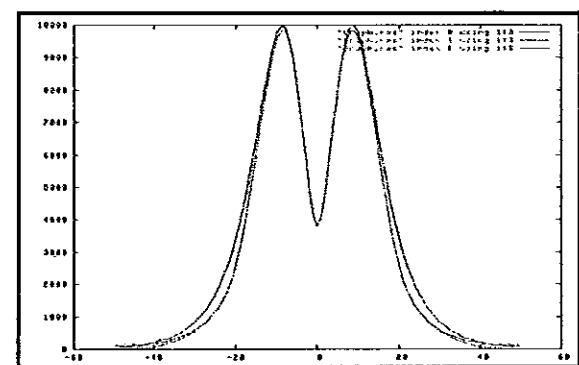
เมื่อได้สมการออกมาที่ทำการแปลงสูตรคณิตศาสตร์และเทคนิควิธีต่างๆ เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาซีบนระบบปฏิบัติการลินุกซ์ ผลการทดสอบที่ได้จะแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ในแต่ละกรณี ดังนี้



รูปที่ 4.1 ลักษณะของ TOWER และสนามไฟฟ้าที่กระจายอยู่โดยรอบของสายส่ง และลักษณะของการวางสายส่งและตำแหน่งของสายชิลด์ (Shield) และสายล่อฟ้า



รูปที่ 4.2 ลักษณะของ Landscape สนามไฟฟ้าบนพื้นผิวแสดงถึงการโอบนูนของสนามไฟฟ้าบนสายส่งซึ่งจะเห็นได้ชัดเมื่อเป็นการเปลี่ยนแปลง Phase arrangement



รูปที่ 4.3 สนามไฟฟ้า RMS ที่ความสูง 1 เมตรเหนือพื้นดินในระนาบของ Right Of Way. จากกึ่งกลางเสาเป็นระยะ 30 เมตรเปรียบเทียบกับกรณีที่มีสายล่อฟ้า (เส้นสีเขียว) กรณีมีสายชิลด์ (Shield) เส้นสีน้ำเงิน และกรณีที่มีทั้งสายชิลด์และสายล่อฟ้า (เส้นสีฟ้า)

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบสนามไฟฟ้าที่แรงต่างๆ

Type of Transmission Lines	Within ROW. max(kV)	At 1 meter above ground(kV/m)	Reduce ROW.(m.)
ตามข้อกำหนด กฟผ. (clearance 15m)	15	2	30
500 kV with lighting shield(red line)	9.99	0.827	25
500 kV with safety shield(green line)	9.85	0.548	23
500 kV safety,lighting shield(blue line)	9.83	0.597	23

5. สรุป

การคำนวณในบทความนี้เป็นเพียงวิธีหนึ่งที่สามารถใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้า ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการศึกษาระบบสายส่งไฟฟ้าแรงสูงเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบข้อมูลในการวิเคราะห์ถึงความเป็นไปได้ของสนามไฟฟ้าที่จะเกิดขึ้นและวิธีการลดสนามไฟฟ้าเพื่อลดผลกระทบต่อการก่อสร้างและความปลอดภัยของสิ่งแวดล้อมโดยรอบสายส่ง จากผลที่ได้ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบเกี่ยวกับค่ามาตรฐานความปลอดภัยของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย จะเห็นได้ว่าจากตารางที่ 1 ค่าจากการคำนวณมีค่าน้อยกว่ามาตรฐานความปลอดภัยและสามารถลดระยะ ROW. ให้น้อยกว่า 30 เมตรได้เมื่อเพิ่มสายชิลด์ (Shield) และสายล่อฟ้าเข้าไปในระบบ

เอกสารอ้างอิง

- [1] ชนิดา รอคอินทร์ และ เนตรพราย สุสัมฤทธิ์. 2536. "ระบบไฟฟ้ากำลัง", สำนักพิมพ์ ฟิสิกส์เซ็นเตอร์
- [2] ยอดชาย ถันทวีโรจน์.2547. Relative Flood Risk Model. วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.
- [3] สมชาติ ถันทวีโรจน์, วิธิตาน์คาร์เอลิเมนต์เบื้องต้น, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2546.
- [4] Brebbia C.A., Telles J.C.F., Wrobel L.C. 1984. Boundary Element Method, Springer-Verlag Berlin Heidenberg New York Tokyo.
- [5] Simon Ramo, John R. Whinnery, Theodore van Duzer, John Wilry and Sons, Fields and Waves in Communication electronics" Singapore, chapter 2,4.
- [6] Seagar A.D., R.J-M Groggnard 1991. "Simulation of Current Flow in Pieocewise Constant Media", Australisian Physical & Engineering Science in Medicine. Vol. 14 No.4

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ นางสาวสลักจิตร นิลบวร
 รหัสประจำตัวนักศึกษา 4910120088
 วุฒิการศึกษา

วุฒิ	ชื่อสถาบัน	ปีที่สำเร็จการศึกษา
วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า)	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์	2548

ทุนการศึกษาที่ได้รับระหว่างศึกษา

ทุนศึกษย์ก้นฤดู คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

การตีพิมพ์เผยแพร่ผลงาน

สลักจิตร นิลบวร, กิตติพัฒน์ ต้นตระกูลโรจน์ และ แอนครูว์ ชีการ์. 2550. “การลด
 สนามไฟฟ้าบริเวณสายส่งไฟฟ้าแรงสูงโดยใช้สายกราวด์”, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า
 ครั้งที่ 30.