

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง การวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดสงขลา ผู้วิจัยได้นำเสนอเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ออกเป็น 13 ส่วน ดังนี้

- ความหมายและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์
- จุดประสงค์และโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
- การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
- ปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
- หลักการหรือความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
- จุดประสงค์การเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
- เนื้อหาเรื่องเศษส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
- การจัดการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนระดับประถมศึกษา
- ปัญหาการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนระดับประถมศึกษา
- ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย
- ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย
- เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย
- งานวิจัยที่เกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

ความหมายและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของคณิตศาสตร์

ก่อนที่จะมีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น จะต้องทำความเข้าใจกับความหมายของคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบแนวทางและขอบเขตของวิชา ซึ่งพอจะกล่าวถึงความหมายโดยสังเขปดังนี้

คณิตศาสตร์ (Mathematics) ตามพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พุทธศักราช 2525 ให้ความหมายว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ (ราชบัณฑิตยสถาน, 2530 : 162)

เวบสเตอร์ (1980 : 1110) อธิบายว่า คณิตศาสตร์ หมายถึง กลุ่มวิชาที่ว่าด้วยเลขคณิต เรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส ฯลฯ ซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณ ขนาด รูปร่าง และความสัมพันธ์ โดยการใช้จำนวนและสัญลักษณ์เป็นเครื่องช่วย

ดังนั้น ความหมายของคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ว่าเป็นกลุ่มของวิชาต่าง ๆ ที่ว่าด้วยการคิดคำนวณ โดยอาศัยตัวเลขและสัญลักษณ์เป็นเครื่องมือ

2. ความสำคัญของคณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์มีความจำเป็นและมีบทบาทยิ่งในการดำเนินชีวิตของมนุษย์ ได้มีผู้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์หลายท่าน ดังนี้

พนัส หันนาคินท์ (2526 : 1-2) ได้สรุปความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ คือ

1) ความสำคัญในแง่การนำไปใช้ทั้งในชีวิตประจำวันและงานในอาชีพ ซึ่งในชีวิตประจำวันของคนเรายังจำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์และเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อยู่เสมอ เช่น ในการดูเวลา การกำหนดรายรับ-รายจ่ายในครอบครัว เป็นต้น

2) เป็นเครื่องปลูกฝังและอบรมให้นักเรียนมีคุณลักษณะนิสัย ทักษะที่ดี และมีความสามารถทางสมองบางประการ เช่น ความเป็นคนช่างสังเกต การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และการแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างเป็นระบบ ชัดเจน และเข้าใจง่าย ตลอดจนความสามารถในการวิเคราะห์และแก้ไขปัญหิต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี

3) คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรมส่วนหนึ่งที่คนรุ่นก่อนได้คิดสร้างสรรค์ไว้ และถ่ายทอดออกมาสู่คนรุ่นหลัง ดังนั้นการศึกษาทางคณิตศาสตร์จึงเป็นการศึกษาเพื่อชื่นชมในผลงานของคณิตศาสตร์ที่มีต่อวัฒนธรรม อารยธรรม และความเจริญก้าวหน้าของมนุษย์

วรรณิ โสมประยูร (2526 : 228-230) ได้สรุปความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) คณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อการทำกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน เช่น การซื้อขาย การดูเวลา การนับจำนวน ส่วนต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น
- 2) คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจโลก ช่วยให้เข้าใจและรู้จักปรากฏการณ์ต่าง ๆ เช่น ทิศทางลม ฤดูกาล แรงดึงดูดของโลก โดยการอธิบายและการคำนวณทางคณิตศาสตร์
- 3) คณิตศาสตร์ช่วยสร้างทัศนคติที่ถูกต้องทางการศึกษา คณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลด้วยตนเอง รู้จักแก้ไขให้ถูกต้องเมื่อพบสิ่งที่ผิด และรู้จักนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์
- 4) คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการเรียนวิทยาศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง เพราะต้องอาศัยความรู้ในการสังเกตอย่างถี่ถ้วน การวัดที่ระมัดระวังและการคิดเลขที่ถูกต้อง
- 5) คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรมที่คนรุ่นก่อนคิดสร้างสรรค์และถ่ายทอดมาสู่คนรุ่นหลัง การศึกษาคณิตศาสตร์จึงเป็นการศึกษาวัฒนธรรมและความก้าวหน้าของมนุษย์ จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปความสำคัญของคณิตศาสตร์ได้ 3 ประการ ดังนี้

- 1) ความสำคัญในแง่ของการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
- 2) ความสำคัญในแง่ของเป็นเครื่องมือปลูกฝังและอบรมให้ผู้เรียนมีคุณสมบัติ เจตคติ และความสามารถทางสมองบางประการ เช่น ความเป็นคนช่างสังเกต การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และการแสดงความคิดออกมาเป็นระบบระเบียบ สั้น และชัดเจน ตลอดจนความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา และแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ
- 3) ความสำคัญในแง่วัฒนธรรม ทั้งนี้เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรม ดังนั้นการศึกษาวิชคณิตศาสตร์ควรจะเป็นการศึกษาเพื่อชื่นชม ในผลงานของคณิตศาสตร์ที่มีต่อวัฒนธรรม อารยธรรม และความก้าวหน้าของมนุษย์ อีกทั้งยังเป็นการศึกษาคณิตศาสตร์เพื่อคณิตศาสตร์เองอีกด้วย

จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อมนุษย์เรามาก ทั้งนี้เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นปัจจัยสำคัญในการพัฒนาคุณภาพชีวิตของมนุษย์ นอกจากนี้ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นสิ่งจำเป็นในชีวิตประจำวัน และการที่รัฐได้จัดให้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาขึ้นไป จึงถือเป็นการวางรากฐานที่สำคัญให้แก่เยาวชนของชาติ เพื่อที่จะพัฒนาคุณภาพของมนุษย์ให้เป็นพลเมืองดี มีคุณธรรม มีความรู้

ความสามารถ สามารถดำรงชีวิตได้อย่างมีประสิทธิภาพในสังคมปัจจุบัน และเป็นกำลังสำคัญในการพัฒนาประเทศชาติต่อไป

จุดประสงค์และโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

1. จุดประสงค์ทั่วไปในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดจุดประสงค์ทั่วไปในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ และเพื่อปลูกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2535 : 18)

- 1) มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ
- 2) รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและสามารถแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม
- 3) รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
- 4) สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

เนื้อหาของหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาประกอบด้วย พื้นฐานในด้านต่าง ๆ 5 พื้นฐาน คือ

- 1) พื้นฐานทางจำนวน เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายของเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่อง จำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม เป็นต้น
- 2) พื้นฐานทางพีชคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับพื้นฐานทางจำนวน เช่น สมการ
- 3) พื้นฐานทางการวัด เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่อง การวัดความยาว การชั่ง การตวง การหาพื้นที่ การหาปริมาตร ทิศ แขนง รัศมี เวลา วัน เดือน ปี และ เงิน เป็นต้น
- 4) พื้นฐานทางเรขาคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องรูปเรขาคณิต และรูปทรงเรขาคณิต เป็นต้น

5) พื้นฐานทางสถิติ เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องการนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิและกราฟ เป็นต้น

การจัดโครงสร้างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในแต่ละพื้นฐานจะจัดให้สัมพันธ์กับเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแต่ละพื้นฐาน เป็นเรื่องที่จะต้องใช้หรือเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น เงิน เวลา การชั่ง การตวง การวัดความยาว พื้นที่ แผนภูมิ การบวก การลบ การคูณ การหาร การจัดเนื้อหาในแต่ละระดับชั้นได้จัดให้สอดคล้องเหมาะสมกับวัย และวุฒิภาวะของนักเรียน เนื้อหาแต่ละเรื่องจัดไว้ในชั้นต่าง ๆ จะมีลักษณะของการทบทวนเนื้อหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้วในชั้นก่อน ซึ่งการเรียนการสอนแต่ละเรื่องมิได้เรียนเพียงครั้งเดียวแล้วยุติ แต่จะซ้ำและทบทวนแล้วจึงเพิ่มรายละเอียดของเนื้อหานั้น ๆ ให้เหมาะสมกับวัยและชั้นเรียนที่สูงขึ้น ดังนั้นในการเรียนการสอนจึงต้องใช้แบบเรียนและคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีประกอบด้วย ทั้งนี้เพื่อให้เป็นไปตามแนวทางของหลักสูตรและบรรลุดูวัตถุประสงค์ตามที่หลักสูตรกำหนดไว้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2535 : 18)

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

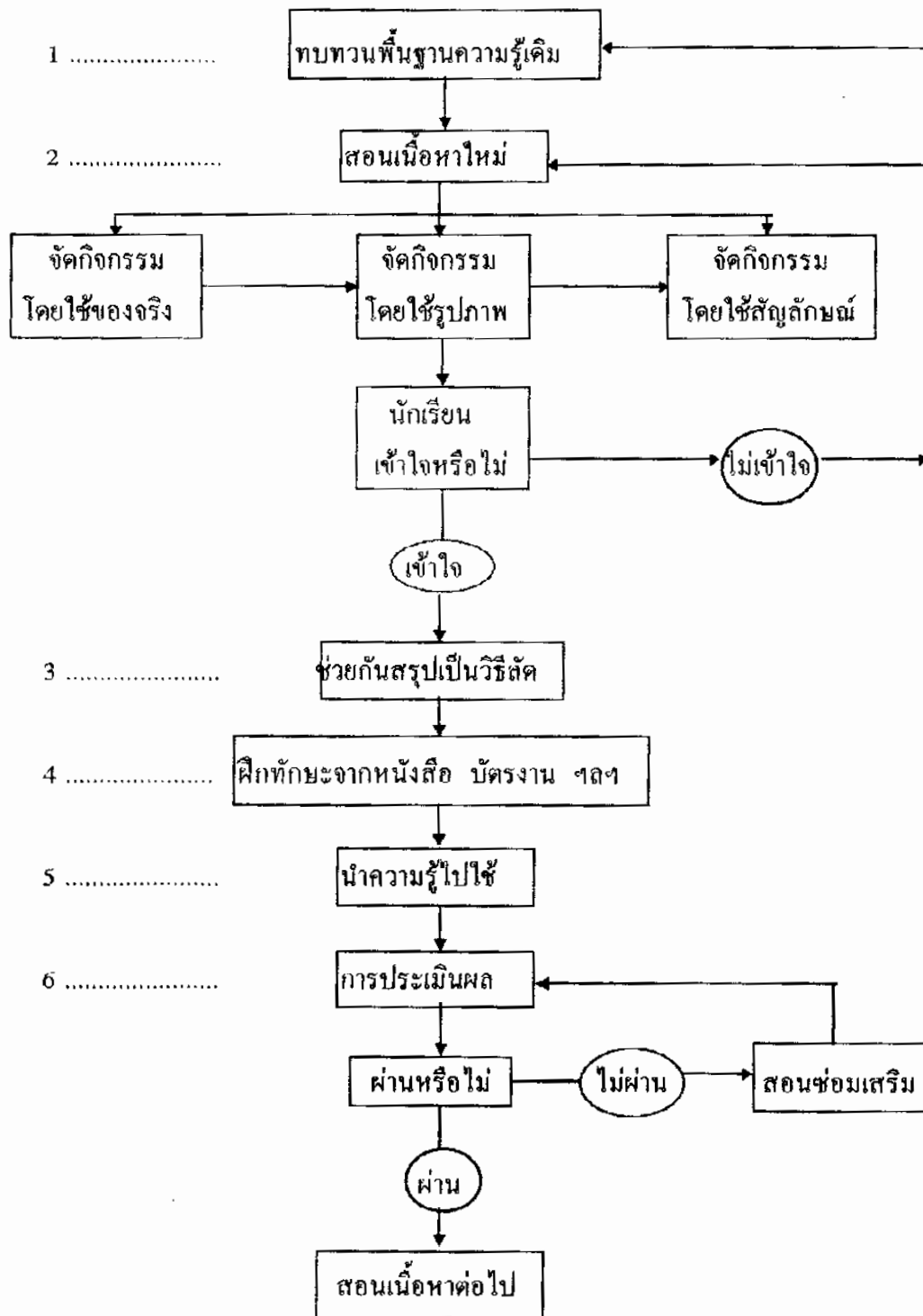
วิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษานั้นมีความสำคัญมาก เพราะเป็นวิชาที่ใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และนำไปใช้ในการเรียนระดับที่สูงขึ้นด้วย ถ้านักเรียนมีพื้นฐานความรู้ที่ดีและมีความเข้าใจในเรื่องที่เรียน ก็จะทำให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนเนื้อหาต่อ ๆ ไป อีกทั้งยังสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อีกด้วย การจัดกระบวนการเรียนการสอนของครูจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะดึงดูดใจและส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529 : 24-25) และ สมจิตร ชิวปรีชา (2529 : 11-16) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

- 1) ต้องสอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก
- 2) การจัดกิจกรรมต้องเหมาะสมกับวัย
- 3) ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
- 4) ควรเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก่อน
- 5) ต้องสอนไปตามลำดับขั้น โดยเริ่มจากง่ายไปหายาก

- 6) การสอนแต่ละครั้งต้องมีจุดมุ่งหมายที่แน่นอน
 - 7) ควรใช้ระยะเวลาพอสมควรในการสอนแต่ละครั้ง ไม่เร็วหรือนานจนเกินไป
 - 8) ครูควรใช้กิจกรรมในการเรียนการสอนให้สามารถยืดหยุ่นได้
 - 9) ต้องพยายามปลูกฝังเจตคติที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์
 - 10) ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนและครูได้วางแผนร่วมกัน
 - 11) ครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานร่วมกันกับเพื่อน ๆ และการค้นคว้าด้วยตนเอง
 - 12) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรจะสนุกสนานเพลิดเพลิน เพื่อเป็นการสร้างบรรยากาศที่ดีให้แก่การเรียน
 - 13) ต้องมีสื่อการเรียนการสอน โดยพยายามใช้ของจริงหรือสื่อที่เป็นรูปธรรม และใช้สื่อที่เป็นนามธรรมตามลำดับต่อไป
 - 14) การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการที่ต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ซึ่งครูอาจใช้การสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด และการตอบคำถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผลก็ได้ เพื่อจะได้ทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตนเองด้วย
 - 15) ไม่ควรจำกัดวิธีการคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบของนักเรียน แต่ควรจะแนะวิธีคิดที่รวดเร็วและแม่นยำให้ในภายหลัง
 - 16) ฝึกให้นักเรียนรู้จักการตรวจคำตอบที่ถูกต้องด้วยตัวเอง
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2536 :
- 6) ได้เสนอแนะแนวการสอนเพื่อให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร โดยได้ลำดับเป็นขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน ดังภาพประกอบ 1

ภาพประกอบ 1 ลำดับขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา



ที่มา : กระทรวงศึกษาธิการ (2536 : 6)

จากภาพประกอบ 1 สามารถอธิบายรายละเอียดได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นการทบทวนความรู้เดิมที่เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ โดยกล่าวหรืออ้างถึงสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว เพื่อเชื่อมโยงเนื้อหาให้เกิดความสัมพันธ์กัน อันเป็นประโยชน์ให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาใหม่ดีขึ้น

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นการสอนเนื้อหาใหม่ โดยครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากที่สุด มีการนำสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรมหรือของจริง รูปภาพและสัญลักษณ์ มาใช้ตามลำดับ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนสามารถเข้าใจเนื้อหาที่เป็นนามธรรม ได้มากขึ้น

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปเป็นวิธีลัด โดยครูสร้างแบบ (Patterns) และหลักการ เพื่อให้นักเรียน ช่วยกันสรุปเป็นวิธีลัด

ขั้นที่ 4 ขั้นฝึกทักษะจากหนังสือ บัตรงาน และแบบฝึกหัดต่าง ๆ หลังจากที่นักเรียน เข้าใจวิธีลัดแล้ว ครูก็จะต้องให้นักเรียนได้ฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ เพื่อฝึกให้เกิดความชำนาญ และความคล่องแคล่วมากขึ้น

ขั้นที่ 5 ขั้นนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันและวิชาที่เกี่ยวข้อง ซึ่ง นักเรียนจะต้องมีทักษะในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

ขั้นที่ 6 ขั้นประเมินผลจากการทำแบบฝึกหัด หรือแบบทดสอบ หรือจากเครื่องมือ วัดผลแบบอื่น ๆ เพื่อเป็นการตรวจสอบความรู้ที่นักเรียนได้รับว่ามีอย่างน้อยเพียงใด ถ้าพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียน ครูควรสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องดังกล่าวเสียก่อน เพื่อมิให้เป็นอุปสรรคต่อการเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป

ลำดับขั้นในการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวนี้ เป็นการจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้รับ ประสบการณ์จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม จากง่ายไปหายาก มีการฝึกฝนทักษะทางคณิตศาสตร์ จนเกิดความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ในการดำรงชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

ในปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังมีปัญหาอยู่มาก ซึ่งโรงเรียนส่วนใหญ่ มักประสบปัญหาต่าง ๆ เช่น ขาดสื่อการเรียนการสอน นักเรียนมีความแตกต่างระหว่างบุคคล และมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ครูขาดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องในการสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์แต่ละเรื่อง เป็นต้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านให้ทัศนะเกี่ยวกับปัญหาการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สมจิตร ชิวปรีชา (2529 : 28-32) กล่าวว่า ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย มีหลายประการ ซึ่งองค์ประกอบที่สำคัญของปัญหาคือ ครูและนักเรียน มีดังนี้

1) นักเรียน มักแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไม่เป็น ทำแบบฝึกหัดหรือทำการบ้านไม่ถูก จึงเป็นเหตุให้มีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

2) ครู ยังใช้วิธีการสอนแบบเก่า คือการสอนแบบบรรยาย ไม่ค่อยใช้สื่อการสอน นักเรียนไม่เข้าใจก็ดูและไม่สนใจที่จะแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน อีกทั้งยังไม่มีเตรียมการสอนอีกด้วย

ขณะเดียวกัน สมจิตร ชิวปรีชา ได้เสนอแนะวิธีการแก้ปัญหการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1) ควรจัดให้มีการอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์อย่างสม่ำเสมอและทุกคน เพื่อให้ครูมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เข้าใจเนื้อหาในหลักสูตร เข้าใจวิธีการสอนที่ถูกต้อง และเข้าใจนักเรียนด้วย

2) ควรจัดหาเอกสารหลักสูตรให้พร้อม เช่น แบบเรียน หลักสูตร คู่มือครู และเอกสารต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อครู

3) การจัดการเรียนการสอนต้องเน้นที่กระบวนการ ครูต้องเตรียมการสอนล่วงหน้า และจัดลำดับการสอนให้เป็นขั้นตอนจากง่ายไปหายาก

4) สอนโดยใช้สื่อการเรียนการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้รวดเร็วยิ่งขึ้น

5) ควรมีการวินิจฉัยข้อบกพร่อง เพื่อให้การช่วยเหลือนักเรียนเป็นกรณีพิเศษ

วิจิตรา การกลาง(2532 : 33-42) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 41 คน โดยใช้

ข้อสอบวินิจฉัยคุณาน จำนวน 2 ฉบับ ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องปรากฏว่า นักเรียนมีลักษณะของข้อบกพร่องดังนี้

- 1) ความไม่เข้าใจในเรื่องหลักเลข
- 2) การสับสนในวิธีการ
- 3) การขาดความคิดรวบยอดในเรื่องเลขศูนย์
- 4) ขาดความเข้าใจในเรื่องการแปลงภาษาโจทยเป็นภาษาคณิตศาสตร์
- 5) ขาดทักษะเกี่ยวกับการนับ
- 6) ขาดทักษะในเรื่องการลบเลขสองหลักที่ไม่มีการกระจาย
- 7) ความสะเพร่าในการคิดคำนวณ

นงลักษณ์ เสมอภาค (2534 : 138-143) ได้วินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการหาร ตัวอย่างประชากรคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 398 คน ผลการวิจัยพบว่า

- 1) นักเรียนมีข้อบกพร่องเรื่องการหาร ร้อยละ 96.71
- 2) นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการหารด้านมนทศน์ ร้อยละ 95.39
- 3) นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการหาร ส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในลักษณะการหาว่ามีส่วนที่เท่ากันอยู่กี่ส่วน ซึ่งโจทย์กำหนดตัวตั้งให้ แต่ต้องหาตัวหารเองจากโจทย์ (หารมีเศษ) รองลงมาคือ ในลักษณะการหาว่าแต่ละส่วนที่เท่ากันมีส่วนละเท่าไร ซึ่งโจทย์กำหนดตัวตั้งและตัวหาร (หารมีเศษ) มาให้ พบสาเหตุของข้อบกพร่องที่สำคัญคือ นักเรียนหาคำตอบผิดเนื่องจากการคำนวณผิดมากที่สุด รองลงมาคือ การเขียนประโยคสัญลักษณ์ผิด เนื่องจากตัวหารผิดและหาคำตอบผิด

4) นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการหารด้านการคิดคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 75.15 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการหาร และสิ่งที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุดคือ ผิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ความคิดรวบยอด และพบสาเหตุของข้อบกพร่องที่สำคัญคือ นักเรียนวางผลหารผิดตำแหน่ง รองลงมาคือ ผิดเกี่ยวกับการลำดับขั้นตอนในการแสดงวิธีทำ พบสาเหตุของข้อบกพร่องที่สำคัญคือ นักเรียนหารจากหลักหน่วย

วันเพ็ญ กริมั่นทอง (2534 : 81) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ตัวอย่างประชากรคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 588 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบวินิจฉัยจำนวน 7 ฉบับ จากการวิเคราะห์หาสาเหตุที่นักเรียนตอบผิด มีสาเหตุที่สำคัญคือ การอ่านและตีความโจทย์ปัญหา วิธีการแก้โจทย์ปัญหา และการคิดคำนวณ ส่วนคำตอบผิดในข้อสอบแต่ละข้อนั้นสามารถหาสาเหตุของความบกพร่องได้

ACC. No.
DATE RECEIVED ๑๑/๑๑/๖๖
CALL No. ๑๑๑๑๑๑

จิน (Jean, 1978 : 4636-A) ได้ศึกษาจุดบกพร่องของนักเรียนเพื่อทำการสอนซ่อมเสริม ในจุดที่บกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การบวก สำหรับนักเรียนเกรด 3 และเกรด 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยค้นหาข้อบกพร่อง ผลการศึกษาพบว่า

1) นักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นเพราะขาดทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวน

2) นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบหลังการสอนซ่อมเสริมแล้วมากกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลการวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา จะเห็นได้ว่าปัญหาที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่มีสาเหตุมาจากการจัดกระบวนการเรียนการสอนที่ครูไม่สามารถทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นที่ต้องเรียนเนื้อหาแต่ละเรื่องได้ อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่ยังขาดทักษะในการคิดคำนวณอีกมาก ดังนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องเน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะในการคิดคำนวณให้มากขึ้น มีการนำสื่อมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน อีกทั้งครูจะต้องสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องนั้น ๆ ก่อนที่จะสอนเนื้อหาต่อไป เพื่อให้การเรียนการสอนประสบผลสำเร็จและมีประสิทธิภาพตามที่หลักสูตรมุ่งหวังไว้

หลักการหรือความคิดรวบยอด เรื่องเศษส่วน ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ในการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องพยายามหาเทคนิควิธีการเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือหลักการเรื่องเศษส่วน ซึ่งหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดความคิดรวบยอดหรือหลักการเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2536 : 196)

1) เศษส่วนใช้แสดงการเปรียบเทียบส่วนแบ่งที่เรากล่าวถึงกับส่วนแบ่งที่เท่า ๆ กัน ทั้งหมด

2) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ของจำนวนใด ๆ หมายถึง ส่วนแบ่งหนึ่งส่วนเมื่อแบ่งจำนวนนั้นด้วย

2, 3, 4

- 3) เศษส่วนที่มีตัวเศษและตัวส่วนเท่ากัน หรือตัวส่วนหารตัวเศษ ได้ลงตัวพอดี สามารถเขียนเป็นจำนวนนับได้
- 4) เศษส่วนสองจำนวนเมื่อนำมาเปรียบเทียบกัน อาจมีค่าเท่ากัน ไม่เท่ากัน มากกว่า หรือน้อยกว่ากัน ก็ได้
- 5) การบวกหรือการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ทำได้โดยนำตัวเศษมาบวก หรือลบกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม
- 6) การทำเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป ให้มีตัวส่วนเท่ากัน สามารถทำได้หลายวิธี แต่วิธีที่นิยมใช้คือ การหา ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมด แล้วจึงนำตัวส่วนของแต่ละจำนวนไปหาร ค.ร.น. ผลหารที่ได้จะเป็นจำนวนที่นำไปคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนของเศษส่วนนั้น ๆ
- 7) การเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีตัวเศษและตัวส่วนไม่เท่ากัน ทำได้โดยการทำตัวเศษหรือตัวส่วนให้เท่ากัน แต่นิยมทำตัวส่วนให้เท่ากัน
- 8) เศษส่วนที่ไม่สามารถหาจำนวนนับใด ๆ ที่มากกว่า 1 ไปหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน ได้ลงตัว เรียกว่า เศษส่วนอย่างต่ำ
- 9) การบวกหรือการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน จะต้องทำตัวส่วนของเศษส่วนทุกจำนวนให้เท่ากันเสียก่อน แล้วจึงนำมาบวกลบกัน โดยใช้หลักการบวกหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
- 10) เศษส่วนใด ๆ เมื่อนำจำนวนหนึ่งซึ่งไม่ใช่ศูนย์มาคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนหรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน จะไม่ทำให้ค่าของเศษส่วนนั้นเปลี่ยนแปลง
- 11) การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนนับ มีความหมายเช่นเดียวกับการบวกเศษส่วนนั้นซ้ำ ๆ กัน เป็นจำนวนครั้งเท่ากับจำนวนนับนั้น
- 12) เศษส่วนของจำนวนเต็มใด ๆ อาจแสดงโดยการคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็มนั้น
- 13) การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ทำได้โดยนำจำนวนเต็มนั้นคูณกับตัวเศษ โดยมีตัวส่วนคงเดิม
- 14) การคูณเศษส่วนกับเศษส่วน อาจใช้วิธีการคูณตัวเศษกับตัวเศษ และตัวส่วนคูณกับตัวส่วน
- 15) การหารเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ใช้วิธีการคูณเศษส่วนนั้นกับส่วนกลับของจำนวนเต็ม

- 16) การหารจำนวนใด ๆ ด้วยเศษส่วน อาจใช้วิธีนำจำนวนนั้นคูณกับส่วนกลับของเศษส่วนที่เป็นตัวหาร
- 17) การหารเศษส่วนด้วยเศษส่วน ใช้วิธีคูณเศษส่วนจำนวนแรกด้วยส่วนกลับของเศษส่วนจำนวนหลัง
- 18) การหารเศษส่วนด้วยเศษส่วน อาจเขียนในรูปเศษซ้อนได้
- 19) เศษส่วนสองจำนวนที่นำมาบวกหรือคูณกัน สามารถสลับที่กันได้โดยมีผลลัพธ์ยังคงเดิม
- 20) การบวก ลบ คูณ หารจำนวนคละ อาจใช้วิธีทำจำนวนคละให้เป็นเศษเกินก่อน แล้วจึงใช้วิธีเดียวกับการบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน
- 21) เศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน เรียกว่า เศษเกิน
- 22) การแปลงเศษเกินให้เป็นจำนวนคละทำได้หลายวิธี วิธีที่นิยมคือ การนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ
- 23) การบวก ลบ คูณ หารเศษเกิน ใช้วิธีเช่นเดียวกับการบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้การสอนเรื่องเศษส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

หลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาบทเรียนเรื่องเศษส่วนจบแล้ว นักเรียนควรจะสามารถแสดงพฤติกรรมต่อไปนี้ได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2536 : 196)

- 1) เมื่อกำหนดเศษส่วนให้ สามารถเขียนเป็นเศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิมโดยที่ตัวเศษหรือตัวส่วนมีค่าตามที่กำหนดให้ได้
- 2) เมื่อกำหนดเศษส่วนสองจำนวนให้ สามารถเปรียบเทียบและใช้สัญลักษณ์ $>$ $<$ หรือ $=$ ได้
- 3) เมื่อกำหนดเศษส่วนใด ๆ ให้ สามารถบวก ลบ คูณ หารระคนได้
- 4) เมื่อกำหนดเศษซ้อนอย่างง่ายที่เฉพาะตัวเศษหรือตัวส่วน มีการบวก ลบ คูณ หรือหาร อย่างใดอย่างหนึ่งให้ สามารถหาผลลัพธ์ได้
- 5) เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนให้ สามารถแสดงวิธีทำได้

เนื้อหาเรื่องเศษส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

สำหรับขอบข่ายเนื้อหาเรื่องเศษส่วน ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งครูคณิตศาสตร์ จะต้องสอนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่จะกล่าวต่อไปนี้ได้จากการวิเคราะห์แบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2536 : 203-220) ดังนี้

- 1) ทบทวนความหมายของเศษส่วน และการหาเศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน
- 2) การเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและไม่เท่ากัน โดยใช้สัญลักษณ์ $>$ $<$ หรือ $=$
- 3) ทบทวนการทำเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ
- 4) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและไม่เท่ากัน
- 5) การบวกลบจำนวนคละและโจทย์ปัญหาการบวกลบเศษส่วน
- 6) การคูณและการหารเศษส่วนหรือจำนวนคละ
- 7) การบวก ลบ คูณ หาร ระคนของเศษส่วน
- 8) ความหมายของเศษซ้อน และการหาค่าของเศษซ้อน
- 9) โจทย์ปัญหาเศษส่วน

การเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

การเรียนการสอนเศษส่วนระดับประถมศึกษานั้น / นักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์ หลายท่านมีความเห็นตรงกันว่า เด็กในวัย 6-10 ปี มีความพร้อมที่จะเรียนรู้เรื่องเศษส่วนได้ เพราะเด็กมีประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องเศษส่วนในชีวิตประจำวันอยู่เสมอ ควรทำให้นักเรียนเข้าใจว่า เศษส่วนเป็นสิ่งที่เรียนรู้มาบ้างแล้ว แต่ในขณะนี้ เป็นเพียงหัดเขียนและนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์เท่านั้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช, 2528) ซึ่งหลายท่านได้เสนอแนวคิดและเทคนิคเกี่ยวกับการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

เกลนน์ (Glenn, 1957 : 250-255) ได้ให้ข้อคิดว่า การเข้าใจความหมายของตัวเศษ และตัวส่วนนั้น เป็นกุญแจที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียนเรื่องเศษส่วน ซึ่งเป็นเรื่องที่ยากสำหรับเด็กมาก และการเริ่มต้นสอนเรื่องเศษส่วนนั้นจะต้องเลือกเฉพาะเศษส่วนที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเด็กก่อน แล้วจึงสอนเศษส่วนที่ยากและสลับซับซ้อนยิ่งขึ้นตามลำดับ

กันเดอร์สัน (Gunderson, 1958 : 233-238) ได้วิจัยเกี่ยวกับ ความเข้าใจเรื่อง เศษส่วน ของเด็ก ซึ่งผลการวิจัยพอสรุปได้ว่า สามารถสอนความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วนสำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ได้เป็นอย่างดี นักเรียนสามารถที่จะรับรู้ความหมายของเศษส่วนได้ แต่มี ข้อแม้ว่า ครูจะต้องสอนให้นักเรียนเรียนรู้โดยการจับต้องหรือ ได้เห็นวัตถุจริง โดยอาศัยสิ่งที่เป็น รูปธรรมก่อน ทั้งนี้เพราะการใช้สัญลักษณ์แทนเศษส่วนเป็นเรื่องที่ยากสำหรับเด็กประถมศึกษา ปีที่ 2 และเศษส่วนเป็นเรื่องของนามธรรม การนำเอาสิ่งที่เป็นนามธรรมมาใช้กับเด็กเล็ก ๆ นั้น เด็กไม่สามารถที่จะมองเห็นได้ นอกเสียจากว่าพยายามที่จะทำสิ่งที่เป็นนามธรรมเหล่านั้นให้เ็น รูปธรรมเสียก่อน และเขาได้เสนอแนะว่าแบบเรียนที่ดีเป็นสิ่งจำเป็น โดยที่แบบเรียนนั้นต้องเน้น ในด้านการให้นักเรียนลงมือกระทำและต้องใช้อุปกรณ์มากที่สุด อุปกรณ์ควรจะเป็นรูปธรรม หรือกึ่งรูปธรรม อีกทั้งการเรียนของนักเรียนนั้นจะต้องเกิดจากการค้นพบด้วยตัวเองมากกว่า การจำกฎเกณฑ์หรือข้อสรุป

ลาร์สัน (Larson, 1966 : 296) ได้ให้ข้อคิดว่า การสอนเรื่องเศษส่วนนั้นครูจะต้องนำ ประสบการณ์ของเด็กมาใช้ให้สัมพันธ์กับการเรียนการสอน และการสอนเรื่องเศษส่วนที่ดีนั้น จะต้องยกตัวอย่างจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อน แล้วจึงเปลี่ยนเป็นกึ่งรูปธรรม และนามธรรม ตามลำดับ นอกจากนี้ แอนเดอร์สัน (Anderson, 1969 : 131) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการสอน เศษส่วนว่า เด็กส่วนใหญ่จะเคยใช้เคยเห็นคำว่าครึ่งและการแบ่งออกเป็นสี่ส่วนเท่า ๆ กัน โดยที่ เด็กไม่เข้าใจความหมายที่แท้จริงของเศษส่วน และการสอนเศษส่วนครูควรนำประสบการณ์ตรง และวัสดุของจริงไปใช้ให้มากที่สุด

ดักเนตต์ (Dugnette, 1972 : 274) ได้กล่าวไว้ว่า ครูไม่ควรสอนเด็กเรื่องเศษส่วน โดยปราศจากการใช้วัสดุอุปกรณ์ ดักเนตต์ได้นำแนวความคิดของเพียเจต์ (Piaget) มาสนับสนุน ว่าเด็กสามารถใช้สัญลักษณ์ได้เมื่อเด็กอายุประมาณ 12 ปี การให้เด็กทั่ว ๆ ไปเรียนในสิ่งที่เป็น นามธรรมจึงเป็นเรื่องยาก นอกจากนี้ ดักเนตต์ ได้กล่าวถึงความคิดและข้อเสนอแนะของเพียเจต์ ที่เกี่ยวกับการสอนเศษส่วนว่า ในการเริ่มต้นสอนเศษส่วนนั้นครูจะต้องเริ่มสอนจากสิ่งที่เป็น รูปธรรมหรือประสบการณ์จริงก่อน และให้คงไว้จนกระทั่งเด็กสามารถนำมาใช้กับสัญลักษณ์ ได้ และควรจะให้เด็กเรียนรู้ในสิ่งที่เด็กพบเห็นจากของจริง(รูปธรรม) แล้วนำไปสู่สิ่งที่เป็น นามธรรมด้วยความรู้ความสามารถของเด็กเองมากกว่าการบังคับให้เด็กเรียน อีกทั้งการใช้ ห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กค้นพบความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเศษส่วนด้วยตนเอง มากขึ้น

เฟิร์และฟิลลิปส์ (Fehr and Phillips, 1972 : 236) ได้กล่าวว่า เศษส่วนก็เหมือนจำนวนทั่ว ๆ ไปแต่มีลักษณะเป็นนามธรรม ฉะนั้นครูต้องเริ่มอธิบายให้เด็กเข้าใจจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม โดยให้เด็กได้กระทำกิจกรรม หลังจากนั้นจึงค่อย ๆ นำไปสู่ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเศษส่วน

คาร์เพนเตอร์ (Carpenter, 1976 อ้างถึงใน สำเร็จ พิมพ์สาร, 2537 : 36) ได้แสดงความคิดเห็นว่า การบวก การลบ การคูณและการหารเศษส่วนนั้น ควรจะสอนเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจเรื่องความหมายของเศษส่วนและมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเศษส่วนแล้ว

อัลเลอบริทและเพย์น (Ellerbruch and Payne, 1978 อ้างถึงใน เนรมิตร จันทรเจียวใช้, 2533 : 21) ให้ความเห็นเกี่ยวกับการเรียนการสอนเศษส่วนว่า นักเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ก็สามารถเรียนรู้เรื่องเศษส่วนได้ ซึ่งสอดคล้องกับ บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529 : 116) ที่กล่าวว่า เด็กวัย 6-10 ปี มีความพร้อมที่จะสามารถเรียนรู้เรื่องเศษส่วน เพราะเด็กมีประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องเศษส่วนในชีวิตประจำวันอยู่เสมอ ดังนั้นเมื่อเริ่มสอนเรื่องเศษส่วน ครูไม่ควรให้นักเรียนเกิดความรู้สึกว่าเป็นของใหม่ โดยจะต้องให้นักเรียนเข้าใจว่าเป็นเรื่องที่เคยเรียนรู้มาแล้ว และในขณะนี้เป็นเพียงแบบฝึกหัดเขียนและนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์เท่านั้น

โสภณ บารุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520, อ้างถึงในเนรมิตร จันทรเจียวใช้, 2533 : 21) ได้นำเสนอเทคนิคการสอนเศษส่วน พอสรุปได้ว่า ในการสอนนอกจากจะใช้คำพูดธรรมดาแล้วควรใช้ของจริงเทียบกับคำพูดด้วย ควรใช้เส้นจำนวนแสดงในการสอนเศษส่วนและควรยกตัวอย่างเศษส่วนหลาย ๆ ชนิดเพื่อให้นักเรียนเข้าใจด้วย

ชูชาติ เชนงสาด (2521, อ้างถึงใน เนรมิตร จันทรเจียวใช้, 2533 : 21) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสอนเศษส่วนว่า การเรียนการสอนเศษส่วนจะต้องให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และเกิดการค้นพบด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งครูผู้สอนจะต้องใช้อุปกรณ์ที่เป็นของจริงและรูปภาพเป็นสิ่ง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง

สุลัดดา ลอยฟ้า (2529 : 62-72) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการสอนเรื่อง การคูณ และการหารเศษส่วนว่า ครูจะต้องมีความรู้ความสามารถในการแปลงประโยคสัญลักษณ์นั้น ๆ ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงหลาย ๆ รูปแบบ อาจเกี่ยวกับความยาว น้ำหนัก ปริมาตร และพื้นที่ เสร็จแล้วจึงเขียนแผนภาพประกอบตามสถานการณ์ของปัญหาที่เกิดขึ้น แล้วจึงโยงมาเป็นขั้นตอนนามธรรมเพื่อนำไปสู่วิธีลัดต่อไป/นอกจากนี้ สุลัดดา ลอยฟ้า ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับวิธีการสอนการบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ไว้ดังนี้

1. การบวกและการลบเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

การบวกจำนวนเศษส่วนสองจำนวนก็คือ การรวมสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มที่ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลข จำนวนที่แทนที่จำนวนสมาชิกของกลุ่มที่เกิดจากการรวมกันนี้คือ ผลบวกของจำนวนเศษส่วนสองจำนวน ซึ่งการบวกลักษณะนี้คือ นิยามการบวกของจำนวนเต็ม (whole number) นั่นเอง

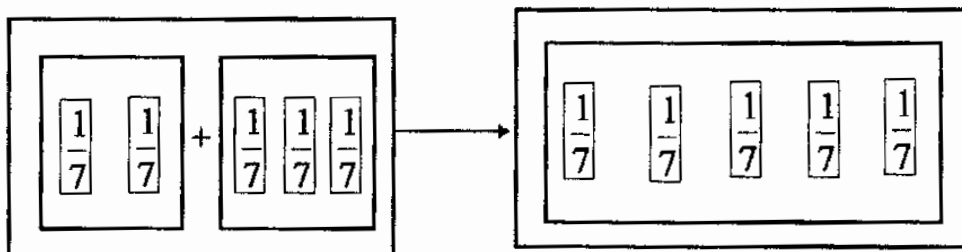
สำหรับการบวกและลบจำนวนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาแล้ว การทำตัวส่วนของเศษส่วนที่แทนจำนวนเศษส่วนให้เท่ากันก่อนแล้ว จะสามารถหาผลบวกได้ง่ายขึ้นและสามารถใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม หรือถึงรูปธรรมแสดงผลบวก หรือลบดังกล่าว ให้นักเรียนเห็นได้ชัดเจนด้วย เพราะการบวกและลบลักษณะนี้จะสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับการบวกและลบจำนวนเต็ม (whole number) ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \square$

$\frac{2}{7}$ หมายถึง มีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 2 ชิ้น

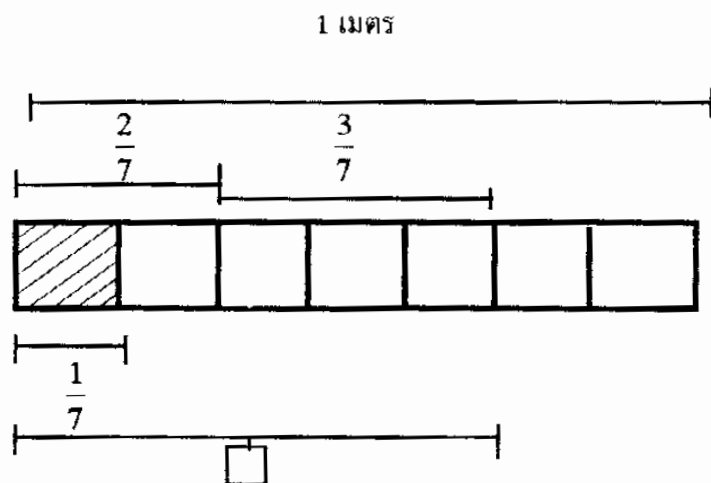
$\frac{3}{7}$ หมายถึง มีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 3 ชิ้น

ผังแผนภาพ



$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7} \quad \text{นั่นคือ} \quad \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

หรือแสดงโดยใช้สื่อการสอนเกี่ยวกับระยะทางได้ดังนี้



จากแผนภาพ

$\frac{2}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 2 ส่วน

$\frac{3}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 3 ส่วน

รวมระยะทางทั้งสองจะเท่ากับมีระยะทางขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ $2 + 3$ ส่วน

นั่นคือ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

การหาวิธีการที่จะทำให้การบวกและการลบเศษส่วน กรณีที่ส่วนไม่เท่ากัน ให้ได้

ผลลัพธ์ที่เร็วและถูกต้อง จะพัฒนามาจากคุณสมบัติของจำนวนตรรกยะที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m}$

กล่าวคือ จำนวนตรรกยะที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากัน จะหาผลบวกได้ง่ายและสามารถใช้

อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริงได้ ซึ่งจำเป็นมากในระดับประถมศึกษา และในกรณีการบวกและลบ

จำนวนตรรกยะสองจำนวนใดที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน จึงจะต้องทำตัวส่วนของ

เศษส่วน ทั้งสองดังกล่าวให้เท่ากัน การทำส่วนของเศษส่วนให้เท่ากันได้ โดยใช้คุณสมบัติที่ว่า

$\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m}$ และตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองนั้นมีวิธีหาได้ง่ายและมีจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดได้ โดยการประยุกต์เอา ค.ร.น. มาใช้ กล่าวคือ ส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองคือ ค.ร.น. ของส่วนของเศษส่วนทั้งสองนั่นเอง

ตัวอย่าง จงหาผลบวกของ $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \square$

วิธีทำ

1) หาคำส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสอง ซึ่งเท่ากับ ค.ร.น. ของ $(5, 2) = 10$

2) ทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองให้เท่ากับ 10 โดยใช้คุณสมบัติ $\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

เนื่องจาก $5 \times 2 = 10$ และ $2 \times 5 = 10$

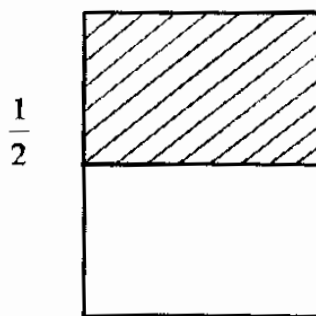
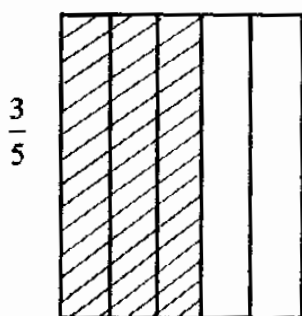
จะได้ว่า

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

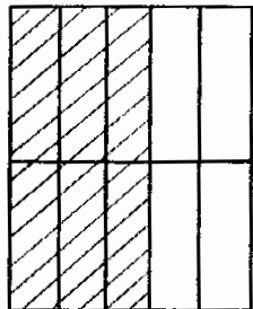
$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{6+5}{10} = \frac{11}{10}$$

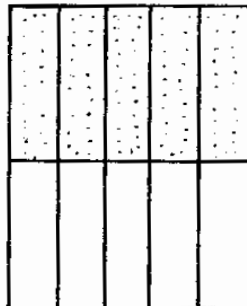
สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



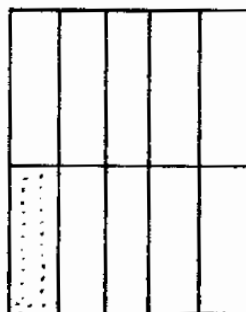
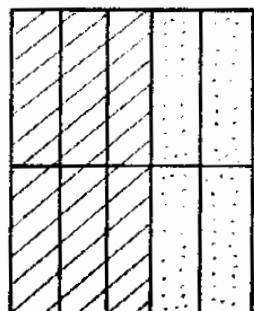
$$\frac{3}{5} \text{ หรือ } \frac{6}{10}$$



$$\frac{1}{2} \text{ หรือ } \frac{5}{10}$$



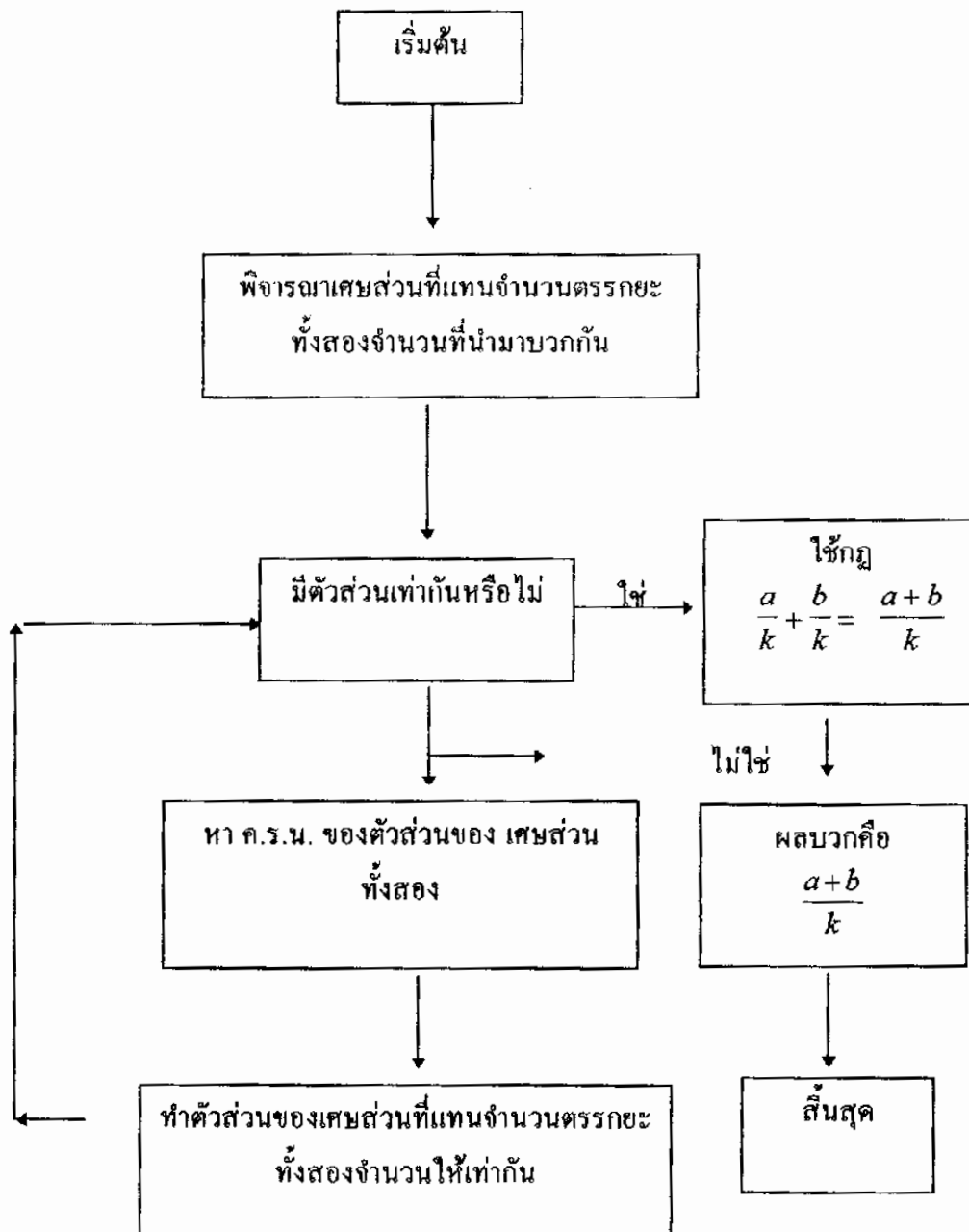
∴ จะได้ดังนี้



$$\frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$$

ซึ่งกรรมวิธีในการบวกจำนวนตรรกยะดังกล่าวสามารถเขียนเป็นภาพประกอบได้ดังนี้

ภาพประกอบ 2 ลำดับขั้นตอนการสอนการบวกเศษส่วน



ถ้ามองกรรมวิธีการบวกจำนวนย้อนกลับ เราจะได้ข้อสรุปที่น่าสนใจดังนี้

สมบัติให้ผลบวกของจำนวนตรรกยะสองจำนวนใด ๆ แทนด้วยเศษส่วน $\frac{73}{15}$

เราจะพบว่า

$$\begin{aligned} \frac{73}{15} &= \frac{60+13}{15} \quad (\text{การบวกจำนวนเต็ม } 73 = 60 + 13) \\ &= \frac{60}{15} + \frac{13}{15} \quad (\text{จากกฎ } \frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}) \\ &= 4 + \frac{13}{15} = (60 \div 15 = 4 \text{ และ } \frac{60}{15} \text{ หมายถึง } 60 \div 15) \\ &= 4\frac{13}{15} \quad (\text{นิยามของจำนวนคละ}) \end{aligned}$$

เราจะพบว่า จำนวนคละสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนได้ ซึ่งเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนนี้ เราเรียกว่า "เศษส่วนเกิน" (Improper Fraction) และเศษส่วนที่มีเศษน้อยกว่าส่วน เราเรียกว่า "เศษส่วนแท้" (Proper Fraction)

2. การคูณและการหารเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

นิยามการคูณและการหารเศษส่วนนั้น เน้นกระบวนการให้ได้มาซึ่งผลคูณและผลหารระหว่างเศษส่วนจำนวนใด ๆ แต่สำหรับหลักสูตรประถมศึกษาซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอนเพื่อเป็นเครื่องมือนำเอาไปใช้ในการแก้ปัญหาชีวิตประจำวัน และการตีความหมายให้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องย้ำให้เด็กระดับประถมศึกษาเข้าใจความคิดรวบยอดเพิ่มเข้าไปอีกด้วย ดังนี้

2.1 การคูณเศษส่วน

2.1.1 การคูณจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $3 \times \frac{1}{2} = \square$

ขั้นที่ 1 $3 \times \frac{1}{2} = \square$

ครูประถมศึกษาจะต้องสามารถตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ $3 \times \frac{1}{2} = \square$

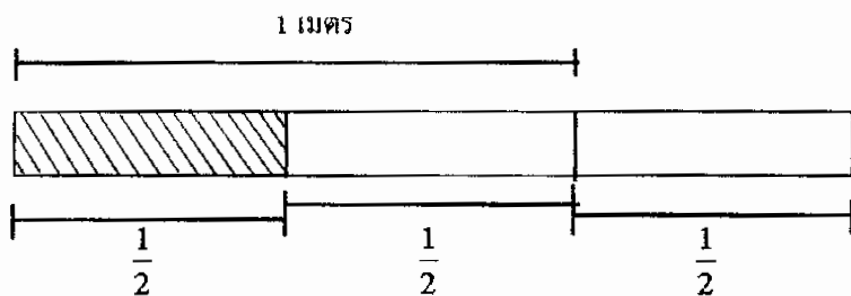
ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงในหลาย ๆ รูปแบบได้ ดังเช่น

$3 \times \frac{1}{2} = \square$ หมายถึง สามเท่าของ $\frac{1}{2}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง ถ้าเอาเชือกขนาด $\frac{1}{2}$ เมตร มาต่อกัน 3 ท่อน จะได้เชือกยาวทั้งหมดกี่เมตร

หรือ หมายถึง รถของแดงมีน้ำมันอยู่ $\frac{1}{2}$ ลิตร แต่รถของดำมีน้ำมันอยู่เป็น 3 เท่า ของรถของแดง ถามว่ารถของดำมีน้ำมันกี่ลิตร

ขั้นที่ 2 ครูจะต้องมีความสามารถในการเขียนแผนภาพประกอบความหมายดังกล่าว เพื่อย้ำให้นักเรียน เข้าใจยิ่งขึ้นอีกด้วยดังนี้



ขั้นที่ 3 เป็นขั้นนามธรรม เพื่อนำไปสู่วิธีคิดของการหาผลคูณ จากแผนภาพจะได้ว่า

$$\begin{aligned} 3 \times \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1+1+1}{2} \\ &= 3 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

จากนั้นครูประถมศึกษาจึงชี้แจงให้เด็กนักเรียนสังเกตผลคูณและวิธีการหาผลคูณว่าจะนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลัดได้อย่างไร

2.1.2 เศษส่วนคูณด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $\frac{1}{3} \times 5 = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ดังเช่น

$\frac{1}{3} \times 5$ หมายถึง มีของอยู่ 5 แบ่งออกเป็น 3 ส่วน แล้วเอามาหนึ่งส่วนเป็นเท่าไร

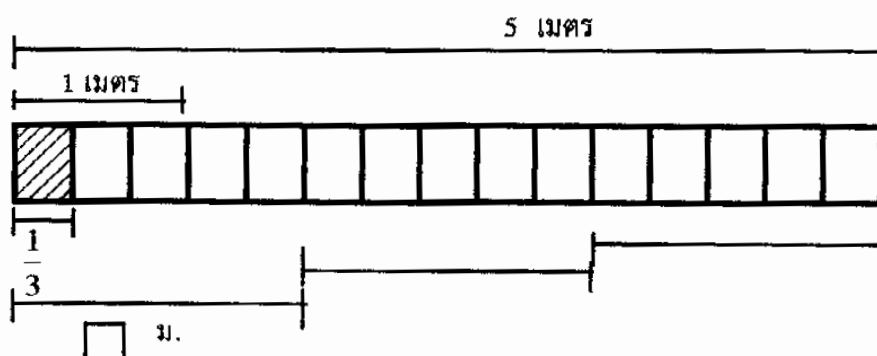
หรือ หมายถึง ค่าซื้อส้ม 5 กิโลกรัม แต่แดงซื้อส้ม $\frac{1}{3}$ ของค่า ถามว่าแดงซื้อส้มกี่กิโลกรัม

หรือ หมายถึง มานีมีที่ดินอยู่ 5 ไร่ ต้องการแบ่งขายไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่ ถามว่า จะแบ่งขายไปกี่ไร่

หรือ หมายถึง มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการให้น้องไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่ จะต้องตัดผ้าเทปให้น้องไปกี่เมตร

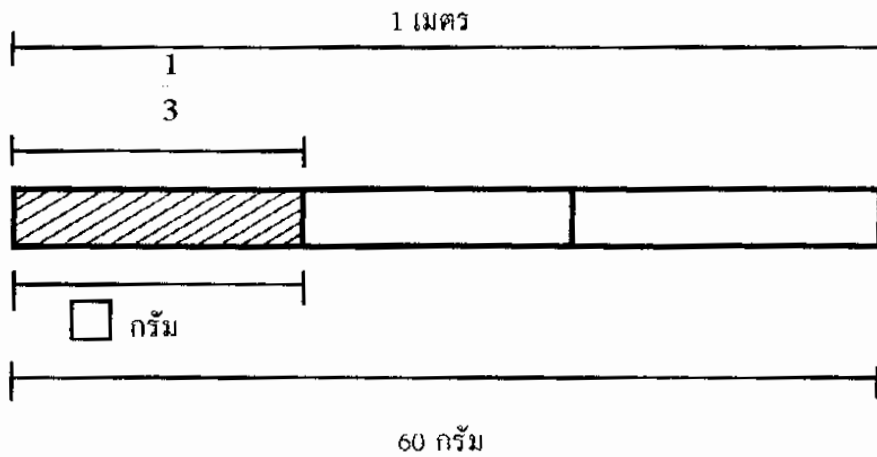
หรือ หมายถึง ผ้า 1 เมตร หนัก 60 กรัม ผ้า $\frac{1}{3}$ เมตร จะหนักกี่กรัม

ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น (รูป ก.)



$\therefore \square = \frac{1}{3} \times 5$ (เพราะมีขนาด $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 5 ส่วน)

หรือ (รูป ข.)



$$\square = \frac{1}{3} \times 60$$

แผนภาพในรูป ก. แทนปัญหา "มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการตัดให้น้องไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่ จะต้องตัดผ้าเทปให้น้องไปกี่เมตร" หมายถึง มีผ้าเทปอยู่ทั้งหมด 5 เมตร แล้วนำมาแบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน ให้น้องไป 1 ส่วน คิดเป็นเท่าไร เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ คือ $\frac{1}{3} \times 5 = \square$

ส่วน $\frac{1}{3}$ ในรูป ก. นั้น หมายถึง ผ้าเทปยาว 1 เมตร แบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน ส่วนใด 1 ส่วน ก็คือ 1 ใน 3 ของ 1 เมตร หรือ ปริมาณขนาดของผ้าเทป 1 ส่วน จากการแบ่งผ้าเทป 1 เมตร ออกเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน

หรือ แผนภาพรูป ข. แทนปัญหา "ผ้า 1 เมตรหนัก 60 กรัม แล้วผ้า $\frac{1}{3}$ เมตรจะหนักกี่กรัม

ขั้นที่ 8 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีคิด

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times 5 &= \frac{1}{3} \times 5 \\ &= \frac{1 \times 5}{3} \\ &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

2.1.8 เศษส่วนคูณด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายของประโยค $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$ ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ดังเช่น

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$ หมายถึง ครึ่งหนึ่งของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

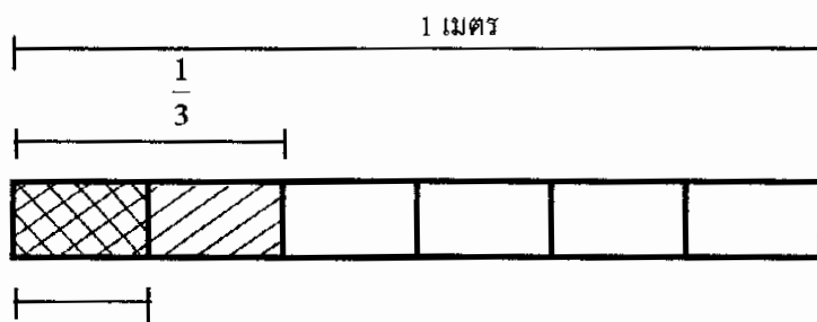
หรือ หมายถึง 1 ใน 2 ของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{3}$ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน แล้วนำมา 1 ส่วน

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $\frac{1}{3}$ เมตร แบ่งให้น้องไปครึ่งหนึ่ง น้องจะได้เชือกยาวกี่เมตร

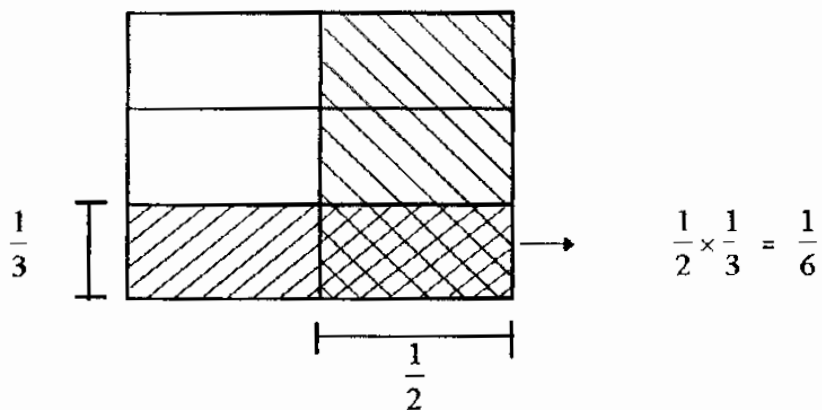
หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ $\frac{1}{3}$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน จะได้ส่วนละกี่ไร่

ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งสามารถเขียนได้แตกต่างกันออกไป ตามสถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

หรือ



พื้นที่แรเงา  แทนด้วยเศษส่วน $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นตอนการนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลัด

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} &= \frac{1 \times 1}{2 \times 3} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

∴ การคูณเศษส่วนก็คือ เอาเศษคูณกับเศษ และเอาส่วนคูณกับส่วน นั่นเอง