

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 แบบคณิตศาสตร์ของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก

แบบคณิตศาสตร์ที่อธิบายการเปลี่ยนรูปร่างแบ่งเป็นสองแบบใหญ่ๆ คือแบบอุณหภูมิมพลศาสตร์เชิงสถิติ (Statistical Thermodynamics Model) และแบบปรากฏ (Phenomenological Model) แบบแรกนำเอากลศาสตร์เชิงสถิติของโมเลกุลและหลักเทอร์โมไดนามิกส์มาทำนายพฤติกรรมของโมเลกุลอย่าง ส่วนแบบที่สองใช้ผลการทดสอบแรงและการยึดตัวมากำหนดความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

พลังงานความเครียด (Strain Energy Function, U) เป็นพลังงานที่สะสมในเนื้อเยื่อต่อหน่วยปริมาตรขณะมีแรงภายนอกกระทำทำให้วัสดุเปลี่ยนรูป โดยกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของความเครียดเพื่อใช้กับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ การกำหนดพลังงานความเครียดที่ใช้กันมีหลายแบบที่นิยมคือในรูปแบบของโพลิโนเมียล (Polynomial Form) การกำหนดพลังงานความเครียดในรูปแบบนี้คือ (ABAQUS V5.8, 1998)

$$U = \sum_{i+j+k=0}^N C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 1)^k + \sum_{i+j+k=1}^N \frac{1}{D_j} (J_{el} - 1)^{2i} \quad (2.1)$$

เมื่อ U คือ Strain Energy Function

โดยที่ I คือ Three Invariants of the Green Deformation Tensor

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

เมื่อ λ_1 , λ_2 และ λ_3 คือ อัตราการยืดตัว (Principle Extension Ratios)

$$\begin{aligned} \text{Extension Ratio } (\lambda) &= \frac{\text{Final Length}}{\text{Original Length}} \\ &= 1 + \text{Strain } (\varepsilon) \end{aligned} \quad (2.3)$$

โดยที่

$$\text{Strain}(\varepsilon) = \frac{\text{Current Length} - \text{Original Length}}{\text{Original Length}} \quad (2.4)$$

J_{el} คือ อัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงของปริมาตร (Elastic Volume Ratio)

D_j คือคุณสมบัติการอัดตัวไม่ได้

C_{ijk} คือสัมประสิทธิ์พลังงานความเครียด

N คือดีกรีของสมการ โพลีโนเมียล

สำหรับข้างในการศึกษานี้ให้มีสมบัติการอัดตัวไม่ได้สูง (Fully Incompressible Material) ดังนั้นปริมาตรของวัสดุไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อได้รับแรง $J_{el} = 1$ และ $I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 0$ สามารถเขียนสมการพลังงานความเครียดในรูปของโพลีโนเมียลได้ดังนี้

$$U = \sum_{i+j=0}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2.5)$$

สมการพลังงานความเครียดในรูปแบบของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่งและดีกรีสองเขียนได้ดังนี้

Polynomial Form, N=1 (Mooney Material Model)

$$U = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (2.6)$$

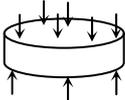
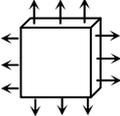
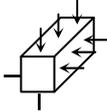
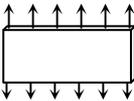
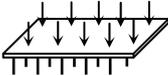
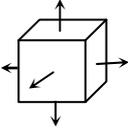
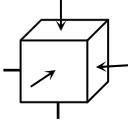
Polynomial Form, N=2

$$U = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + C_{20} (I_1 - 3)^2 + C_{11} (I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02} (I_2 - 3)^2 \quad (2.7)$$

2.2 การทดสอบสมบัติทางกลของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก

การทดสอบสมบัติทางกลของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์พลังงานความเครียด (C_{10} , C_{01} , C_{20} , C_{11} , C_{02}) ซึ่งเป็นสมบัติเฉพาะของวัสดุแต่ละชนิด สามารถทำได้โดยนำชิ้นยางทดสอบมาทดสอบด้วยเครื่องทดสอบหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (Stress) และอัตราการยืดตัว (Stretch Ratio) ของยางตามลักษณะการทดสอบแบบต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.1

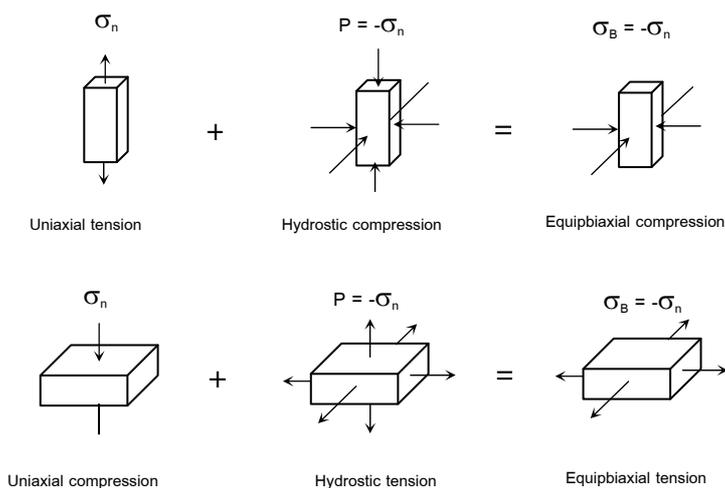
โดยความสัมพันธ์เหล่านี้นำไปกำหนดพฤติกรรมของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกในต้นแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ (ABAQUS V5.8, 1998)

	Tension	Compression
Uniaxial Test $\lambda_1 = \lambda_U = 1 + \varepsilon_U, \lambda_2 = \lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda_U}$		
Biaxial Test $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_B = 1 + \varepsilon_B, \lambda_3 = 1/\lambda_B^2$		
Planar Test $\lambda_1 = \lambda_S = 1 + \varepsilon_S, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1/\lambda_S$		
Volumetric Test $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_V, \frac{V}{V_0} = \lambda_V^3$		

รูปที่ 2.1 ภาพแสดงการทดสอบยางในลักษณะต่างๆ (ABAQUS V5.8, 1998)

เนื่องจากวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกส่วนใหญ่มีสมบัติการอัดตัวไม่ได้สูง (Fully Incompressible Material) ทำให้ไม่จำเป็นต้องทดสอบการอัดตัว (Volumetric Testing) และเมื่อชิ้นงานได้รับแรงในลักษณะแรงดันหรือความดัน (Hydrostatic Load) พบว่าไม่เกิดการเปลี่ยนรูป

เมื่อแรงหรือความเค้นเปลี่ยนไป ทำให้สามารถเทียบเท่าพฤติกรรมจากการทดสอบลักษณะต่างๆ ดังรูปที่ 2.2 ดังนั้นการทดสอบที่จำเป็นในการกำหนดพฤติกรรมของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกจึงประกอบด้วย การทดสอบแรงดึงในแนวแกน (Uniaxial Tension Test) การทดสอบแรงกดในแนวแกน (Uniaxial Compression Test) และ การทดสอบแรงดึงในแนวระนาบ (Planar Test)



รูปที่ 2.2 การเทียบการทดสอบเมื่อวัสดุมีสมบัติอัดตัวไม่ได้ (ABAQUS V5.8, 1998)

2.3 การหาสัมประสิทธิ์พลังงานความเครียดของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก

จากสมการข้างต้นสามารถจัดให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด ดังนี้

Uniaxial Test

$$U = U(I_1, I_2) \tag{2.8}$$

$$\sigma_U = \frac{\partial U}{\partial \lambda_U} \tag{2.9}$$

$$\sigma_U = \frac{\partial U}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_U} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_U} \tag{2.10}$$

เมื่อ

$$\sigma_U = \text{normal_stress}$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2$$

และ $\lambda_1 = \lambda_U = 1 + \varepsilon_U$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda_U}$ สำหรับ Uniaxial Tension Test
ดังนั้น

$$I_1 = \lambda_U^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_U}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_U}}\right)^2 \quad (2.11)$$

$$I_1 = \lambda_U^2 + \frac{2}{\lambda_U} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \lambda_U} = 2\lambda_U - \frac{2}{\lambda_U^2} \quad (2.13)$$

และ

$$I_2 = \lambda_U^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_U}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_U}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_U}}\right)^2 + \lambda_U^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_U}}\right)^2 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial \lambda_U} = 2 - \frac{2}{\lambda_U^3} \quad (2.15)$$

ฉะนั้น

$$\sigma_U = \frac{\partial U}{\partial \lambda_U} = \frac{\partial U}{\partial I_1} \left(2\lambda_U - \frac{2}{\lambda_U^2}\right) + \frac{\partial U}{\partial I_2} \left(2 - \frac{2}{\lambda_U^3}\right) \quad (2.16)$$

$$\sigma_U = \lambda_U \frac{\partial U}{\partial I_1} \left(2 - \frac{2}{\lambda_U^3}\right) + \frac{\partial U}{\partial I_2} \left(2 - \frac{2}{\lambda_U^3}\right) \quad (2.17)$$

$$\sigma_U = 2 \left(1 - \frac{1}{\lambda_U^3}\right) \left(\lambda_U \frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{\partial U}{\partial I_2}\right) \quad (2.18)$$

Equipbiaxial Test

$$2\sigma_B = \frac{\partial U}{\partial \lambda_B} \quad (2.19)$$

$$\sigma_B = \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial \lambda_B} = \frac{\partial U}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_B} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_B} \quad (2.20)$$

เมื่อ

$$\sigma_B = \text{normal_stress}$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2$$

และ $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_B, \lambda_3 = \lambda_B^{-2}, \lambda_B = 1 + \varepsilon_B$ สำหรับ Biaxial Tension Test
ดังนั้น

$$I_1 = 2\lambda_B^2 + \lambda_B^{-4} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \lambda_B} = 4\lambda_B - 4\lambda_B^{-5} \quad (2.22)$$

และ

$$I_2 = 2\lambda_B^{-2} + \lambda_B^4 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial \lambda_B} = -4\lambda_B^{-3} + 4\lambda_B^3 \quad (2.24)$$

ฉะนั้น

$$\sigma_B = \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial \lambda_B} = \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial I_1} (4\lambda_B - \lambda_B^{-5}) + \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial I_2} (-4\lambda_B^{-3} + 4\lambda_B^3) \quad (2.25)$$

$$\sigma_B = 2(\lambda_B - \lambda_B^{-5}) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \lambda_B^2 \frac{\partial U}{\partial I_2} \right) \quad (2.26)$$

Planar Test

$$\sigma_s = \frac{\partial U}{\partial \lambda_s} \quad (2.27)$$

$$\sigma_s = \frac{\partial U}{\partial \lambda_s} = \frac{\partial U}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_s} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_s} \quad (2.28)$$

เมื่อ

$$\sigma_s = \text{normal_stress}$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2$$

และ $\lambda_1 = \lambda_s, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = \lambda_s^{-1}, \lambda_s = 1 + \varepsilon_s$ สำหรับ Planar Tension Test
ดังนั้น

$$I_1 = I_2 = \lambda_s^2 + \lambda_s^{-2} + 1 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \lambda_s} = \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_s} = 2(\lambda_s - \lambda_s^{-3}) \quad (2.30)$$

ฉะนั้น

$$\sigma_s = \frac{\partial U}{\partial \lambda_s} = \frac{\partial U}{\partial I_1} (2\lambda_s - 2\lambda_s^{-3}) + \frac{\partial U}{\partial I_2} (2\lambda_s - 2\lambda_s^{-3}) \quad (2.31)$$

$$\sigma_s = 2(\lambda_s - \lambda_s^{-3}) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \right) \quad (2.32)$$

จาก Polynomial form , N=1 (Mooney Material Model)

$$U = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (2.33)$$

พิจารณา

$$\frac{\partial U}{\partial I_1} \text{ และ } \frac{\partial U}{\partial I_2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial I_1} = \frac{\partial}{\partial I_1} [C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)] \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial U}{\partial I_1} = C_{10} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial U}{\partial I_2} = \frac{\partial}{\partial I_2} [C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)] \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial U}{\partial I_2} = C_{01} \quad (2.37)$$

Uniaxial load

แทน $\frac{\partial U}{\partial I_1}$ และ $\frac{\partial U}{\partial I_2}$ ในสมการ $\sigma_U = 2(1 - \lambda_U^{-3}) \left(\lambda_U \frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$

จะได้

$$\sigma_U = 2 \left(1 - \frac{1}{\lambda_U^3} \right) (\lambda_U C_{10} + C_{01}) \quad (2.38)$$

$$\sigma_U = 2 \left(C_{10} + \frac{C_{01}}{\lambda_U} \right) \left(\lambda_U - \frac{1}{\lambda_U^2} \right) \quad (2.39)$$

Equibiaxial load

แทน $\frac{\partial U}{\partial I_1}$ และ $\frac{\partial U}{\partial I_2}$ ในสมการ $\sigma_B = (2) \left(\lambda_B - \frac{1}{\lambda_B^3} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \lambda_B^2 \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$

จะได้

$$\sigma_B = (2) \left(\lambda_B - \frac{1}{\lambda_B^5} \right) (C_{10} + \lambda_B^2 C_{01}) \quad (2.40)$$

$$\sigma_B = 2(C_{10} + \lambda_B^2 C_{01}) \left(\lambda_B - \frac{1}{\lambda_B^5} \right) \quad (2.41)$$

Planar (pure shear) load

แทน $\frac{\partial U}{\partial I_1}$ และ $\frac{\partial U}{\partial I_2}$ ในสมการ $\sigma_s = 2(\lambda_s - \lambda_s^{-3}) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$

จะได้

$$\sigma_s = 2(\lambda_s - \lambda_s^{-3})(C_{10} + C_{01}) \quad (2.42)$$

$$\sigma_s = 2(C_{10} + C_{01})(\lambda_s - \lambda_s^{-3}) \quad (2.43)$$

จาก Polynomial form , N=2

$$U = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 \quad (2.44)$$

พิจารณา $\frac{\partial U}{\partial I_1}$ และ $\frac{\partial U}{\partial I_2}$

$$\frac{\partial U}{\partial I_1} = \frac{\partial}{\partial I_1} [C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2] \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial U}{\partial I_1} = C_{10} + 2C_{20}(I_1 - 3) + C_{11}(I_2 - 3) \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial U}{\partial I_2} = \frac{\partial}{\partial I_2} [C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2] \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial U}{\partial I_2} = C_{01} + C_{11}(I_1 - 3) + 2C_{02}(I_2 - 3) \quad (2.48)$$

Uniaxial load

แทน $\frac{\partial U}{\partial I_1}$ และ $\frac{\partial U}{\partial I_2}$ ในสมการ $\sigma_U = 2(1 - \lambda_U^{-3}) \left(\lambda_U \frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$

จะได้

$$\sigma_U = 2(1 - \lambda_U^{-3}) [C_{10}\lambda_U + C_{01} + 2C_{20}\lambda_U(I_1 - 3) + C_{11}(I_1 - 3) + \lambda_U(I_2 - 3) + 2C_{02}(I_2 - 3)] \quad (2.49)$$

Equibiaxial load

แทน $\frac{\partial U}{\partial I_1}$ และ $\frac{\partial U}{\partial I_2}$ ในสมการ $\sigma_B = (2) \left(\lambda_B - \frac{1}{\lambda_B^5} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \lambda_B^2 \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$

จะได้

$$\sigma_B = 2(\lambda_B - \lambda_B^{-5}) [C_{10} + C_{01}\lambda_B^2 + 2C_{20}(I_1 - 3) + C_{11}(\lambda_B^2(I_1 - 3) + (I_2 - 3)) + 2C_{02}\lambda_B^2(I_2 - 3)] \quad (2.50)$$

Planar (pure shear) load

แทน $\frac{\partial U}{\partial I_1}$ และ $\frac{\partial U}{\partial I_2}$ ในสมการ $\sigma_S = 2(\lambda_S - \lambda_S^{-3}) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$

จะได้

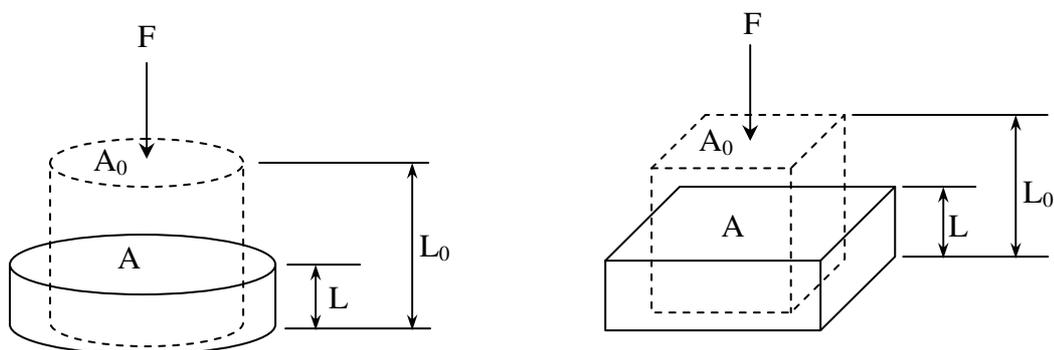
$$\sigma_S = 2(\lambda_S - \lambda_S^{-3}) [C_{10} + C_{01} + 2(C_{20} + C_{11} + C_{02})(I_1 - 3)] \quad (2.51)$$

2.4 ความแข็งตึงของยาง

ความแข็งตึง (Stiffness) ของยางภายใต้แรงกระทำใดๆจะขึ้นกับรูปร่างของชิ้นงาน มอดูลัสยืดหยุ่นของยาง ความเครียดภายใต้แรงกระทำและลักษณะการยึดติดของชิ้นงานโดยชิ้นงานในงานวิจัย นี้มีสองรูปทรงคือเป็นแผ่นกลมและแผ่นสี่เหลี่ยม

ความแข็งตึงของยางที่ไม่มีการยึดติด (Free Bonding)

ชิ้นงานยางที่รับแรงโดยชิ้นงานไม่มีการยึดติดกับวัสดุอื่น หรือที่ผิวสัมผัสกับวัสดุอื่นมีค่าความเสียดทานน้อยมากหรือเป็นศูนย์ (Free Bonding) ดังรูป 2.3



รูปที่ 2.3 การเปลี่ยนรูปชิ้นงานเมื่อได้รับแรง

ในการพิจารณาสมการเพื่อหาค่าแข็งดึงของยางที่ไม่มีการยืดคืนเมื่อรับแรงจะใช้ตัวแปรใน สมการต่างๆ ดังนี้

- K คือความแข็งดึง ของยางที่สภาวะใดๆ
- ε คือค่าความเครียด (Strain)
- L_0 คือความหนาของยางเมื่อไม่มีแรงกระทำ
- L คือความหนาของยางเมื่อมีแรงกระทำ
- A_0 คือพื้นที่หน้าตัดของยางเมื่อไม่มีแรงกระทำ
- x คือระยะการเปลี่ยนรูปในแนวแรง
- E คือค่ามอดูลัสยืดหยุ่นของยางที่ความเครียดใดๆ

จากรูป 2.3 เมื่อชิ้นงานรับแรงกดสามารถหาความเครียด (Strain) ได้ดังสมการความเครียด (Strain)

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.52)$$

$$L - L_0 = \varepsilon L_0 \quad (2.53)$$

และระยะการเปลี่ยนรูปในแนวแรงจากสมการ

$$x = L - L_0 \quad (2.54)$$

แทนค่าในสมการ 2.53

$$x = \varepsilon L_0 \quad (2.55)$$

พิจารณาค่าแรงที่กระทำกับชิ้นยางดังสมการ

$$F = \sigma A_0 \quad (2.56)$$

พิจารณาค่าความแข็งตั้งจากสมการ

$$F = K x \quad (2.57)$$

$$K = \frac{F}{x} \quad (2.58)$$

แทนค่า F จากสมการ 2.56 และ x จากสมการ 2.55 ในสมการ 2.58

$$K = \frac{\sigma A_0}{\varepsilon L_0} \quad (2.59)$$

จะได้ค่าความแข็งตั้ง ของยางที่ความเครียดใดๆ ของชิ้นงานที่เชื่อมต่อแบบ Free Bonding

$$K = \frac{E A_0}{L_0} \quad (2.60)$$

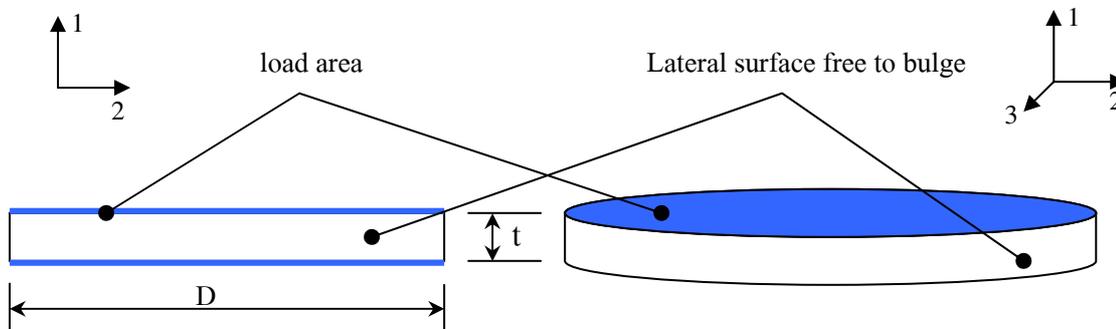
เมื่อ E คือ Secant Modulus

จากสมการที่ 2.60 พบว่าค่าความแข็งตั้งของยางที่ความเครียดใดๆ จะขึ้นอยู่กับค่า A_0 / L_0 ซึ่งเป็นรูปทรงเริ่มต้นของชิ้นยาง

2.5 ตัวประกอบรูปทรง (Shape Factor)

ตัวประกอบรูปทรงหรือ Shape Factor ของชิ้นงานยางคือ อัตราส่วนระหว่างพื้นที่ของชิ้นงานส่วนที่รับแรง (Load Area) และพื้นที่ด้านข้างชิ้นงานส่วนที่ไม่รับแรงและเกิดการเปลี่ยนรูป (Lateral Surface Free to Bulge) (M. Imbimbo, 1998) ตัวประกอบรูปทรงของชิ้นงานยางแบบ

แผ่นกลม ดังรูปที่ 2.4 สามารถหาได้ตามสมการที่ 2-61 และ 2-62 และ ตัวประกอบรูปทรงของ ชิ้นงานยางแบบแผ่นสี่เหลี่ยม ดังรูปที่ 2.5 สามารถหาได้ตามสมการที่ 2-63 และ 2-64



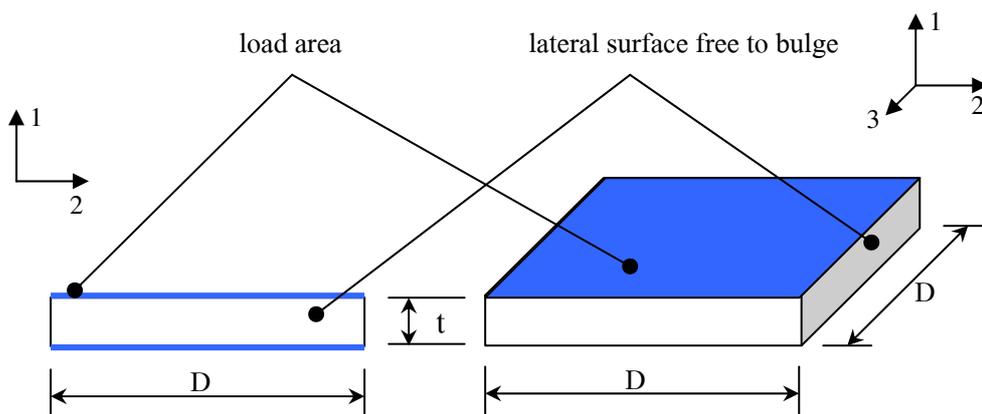
รูปที่ 2.4 ตัวประกอบรูปทรง ของชิ้นงานยางแบบแผ่นกลม

$$\text{Shape factor } (S) = \frac{\text{load area}}{\text{lateral surface free to bulge}}$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} \frac{1}{\pi D t} \tag{2-61}$$

$$S = \frac{D}{4t} \tag{2-62}$$

เมื่อ S คือ Shape Factor, D คือ เส้นผ่าศูนย์กลาง และ t คือความหนา



รูปที่ 2.5 ตัวประกอบรูปทรงของชิ้นงานยางแบบแผ่นสี่เหลี่ยม

$$\text{Shape factor } (S) = \frac{\text{load area}}{\text{lateral surface free to bulge}}$$

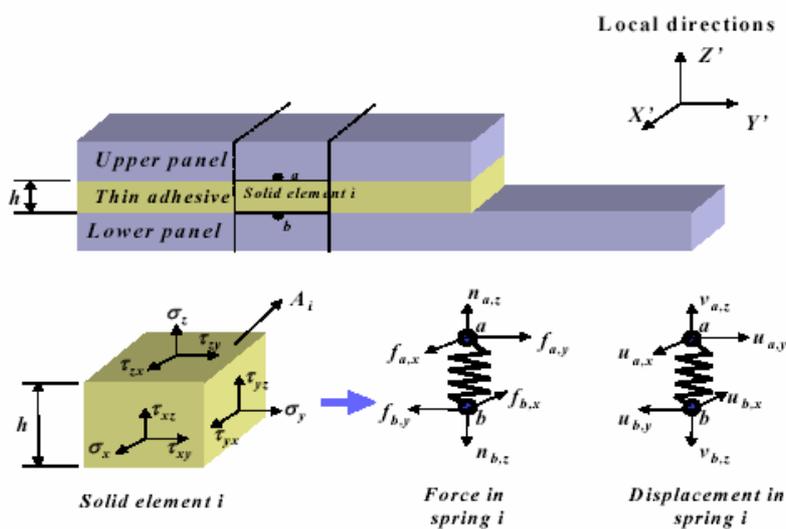
$$S = \frac{D^2}{4Dt} \tag{2-63}$$

$$S = \frac{D}{4t} \tag{2-64}$$

เมื่อ S คือ Shape Factor, D คือ ความกว้าง ขาวของชิ้นงาน และ t คือความหนา

2.6 การกำหนดสมบัติของชั้นกาวบาง

การกำหนดสมบัติของชั้นกาวบางเมื่อนำมาใช้ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ถูกนำมาใช้โดยหลักการที่เรียกว่า TALA (Charoenyut Dechwayukul, 2003) คือชั้นกาวดังแสดงในรูปที่ 2.6 จะถูกเปลี่ยนเป็นสปริงเอลิเมนต์หลายๆตัว ที่สามารถจำลองพฤติกรรมจริงของชั้นกาวได้ ความเค้น ความเครียดที่เกิดขึ้นในชั้นกาวบางถูกเปลี่ยนเป็นแรงและการเคลื่อนตัวระหว่างผิวที่ต่อกันด้วยกาว การเปลี่ยนทำได้เมื่อรู้พื้นที่ผิวสัมผัสและความหนาของชั้นกาว เมื่อสมมุติว่าชั้นกาวมีความบางมาก ค่าของ $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{yx}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}$ และ γ_{yx} มีค่าน้อยมากสามารถละทิ้งได้



รูปที่ 2.6 แสดงการเปลี่ยนชั้นกาวเป็นสปริงเอลิเมนต์

จะมีเฉพาะ σ_z, τ_{zx} และ τ_{zy} เท่านั้นที่กระทำบนพื้นที่ A_i ของสปริงที่ต่อระหว่างจุด a และ b ความเค้นในแนวตั้งฉากกับผิว σ_z จะถูกเปลี่ยนเป็นแรงในแนวตั้งฉากกับพื้นที่ผิว ขณะที่ τ_{zx} และ τ_{zy} ถูกเปลี่ยนเป็นแรงเฉือนในแนวขนานกับผิว $\epsilon_z, \gamma_{zy}, \gamma_{zx}$ จะถูกเปลี่ยนเป็น

การเคลื่อนตัวของสปริงในแนวตั้งฉากกับผิวและในแนวเฉือนตามลำดับ ซึ่งรูปแบบของสมการที่ใช้ในการเปลี่ยนความเค้นและความเครียดในเอลิเมนต์สามมิติของชั้นกาวบางไปเป็นแรงและการเคลื่อนที่ในสปริงเอลิเมนต์ สามารถอธิบายได้ด้วยกฎของ ฮุก คังสมการ 2.65 ถึง 2.74

$$\sigma_z = E \times (\varepsilon_z) \quad (2.65)$$

$$n_{a,z} + n_{b,z} = E \times (A_i / h) \times (v_{a,z} + v_{b,z}) \quad (2.66)$$

$$n_{a,z} + n_{b,z} = K_{n,i} \times (v_{a,z} + v_{b,z}) \quad (2.67)$$

$$F_{n,i} = K_{n,i} \times v_{n,i} \quad (2.68)$$

$$K_{n,i} = E \times (A_i / h) \quad (2.69)$$

เมื่อ

$F_{n,i}$ คือ แรงลัพธ์ในสปริงในแนวตั้งฉาก

n คือ แรงในสปริงในแนวตั้งฉาก

$v_{n,i}$ คือ การเคลื่อนตัวของสปริงในแนวตั้งฉาก

$K_{n,i}$ คือ ความแข็งตึง (Stiffness) ของสปริงในแนวตั้งฉาก

E คือ สมบัติของกาว (Elastic Modulus of Adhesives)

τ_{zx} และ τ_{zy} จะเท่ากันทั้งนี้วัสดุเป็นแบบไอโซโทรปิก (Isotropic);

$$\tau_{zx} = G \times (\gamma_{zx}) \quad (2.70)$$

$$f_{a,x} + f_{b,x} = G \times (A_i / h) \times (u_{a,x} + u_{b,x}) \quad (2.71)$$

$$f_{a,x} + f_{b,x} = K_{f,i} \times (u_{a,x} + u_{b,x}) \quad (2.72)$$

$$F_{f,i} = K_{f,i} \times u_{f,i} \quad (2.73)$$

$$K_{f,i} = G \times (A_i / h) \quad (2.74)$$

เมื่อ

$F_{f,i}$ คือ แรงลัพธ์ในสปริงในแนวเฉือน

f คือ แรงในสปริงในแนวเฉือน

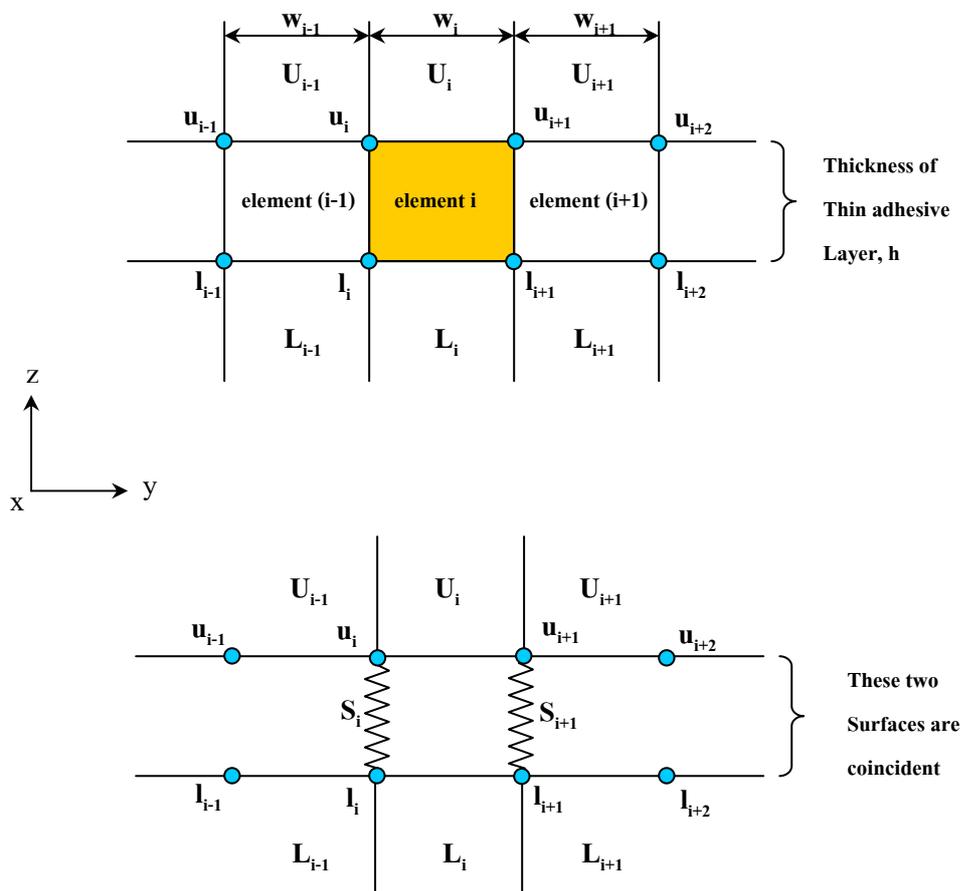
$u_{f,i}$ คือ การเคลื่อนตัวของสปริงในแนวเฉือน

$K_{f,i}$ คือ ความแข็งตึงเฉือน (Shear Stiffness) ของสปริงในแนวเฉือน

G คือ สมบัติยืดหยุ่นเฉือนของกาว (Shear Modulus of Adhesives)

2.7 การเปลี่ยนทวายเป็นสปริงเอลิเมนต์ในแบบจำลอง 2 มิติ

การเปลี่ยนเอลิเมนต์ของชั้นทวบางเป็นสปริงเอลิเมนต์ในแบบจำลองสองมิติ ทำโดยเปลี่ยนเอลิเมนต์ของทวบางหนึ่งตัวให้เป็นสปริงเอลิเมนต์สองตัว ดังแสดงในรูปที่ 2.7 ซึ่งจะเปลี่ยน Element i ของทวบางซึ่งเชื่อมต่อระหว่างเอลิเมนต์ U_i และ L_i เป็นสปริง S_i และ S_{i+1} โดยสปริง S_i จะประกอบด้วยสปริงเอลิเมนต์สองตัวแสดงพฤติกรรมจริงของชั้นทวในสองทิศทาง (z and y direction) เชื่อมต่อระหว่างโนด u_i และ l_i สำหรับสปริง S_{i+1} ประกอบด้วยสปริงเอลิเมนต์สองตัวเชื่อมต่อระหว่างโนด u_{i+1} และ l_{i+1} สปริง S_i มีพื้นที่รับแรง A_i และสปริง S_{i+1} มีพื้นที่รับแรง A_{i+1} คำนวณได้ดังสมการ 2.75 และ 2.76



รูปที่ 2.7 การเปลี่ยนเอลิเมนต์ของชั้นทวบางเป็นสปริงเอลิเมนต์ในแบบจำลองสองมิติ

เมื่อ

$$A_i = \left(\frac{w_{i-1}}{2} + \frac{w_i}{2} \right) \times d \quad (2.75)$$

$$A_{i+1} = \left(\frac{w_i}{2} + \frac{w_{i+1}}{2} \right) \times d \quad (2.76)$$

เมื่อ w คือความกว้างของเอลิเมนต์ในทิศทางแกน y

d คือความลึกของเอลิเมนต์ในทิศทางแกน x ซึ่งมีค่าเท่ากับหนึ่งหน่วย

2.8 การเปลี่ยนทิวเป็นสปริงเอลิเมนต์ในแบบจำลอง 3 มิติ

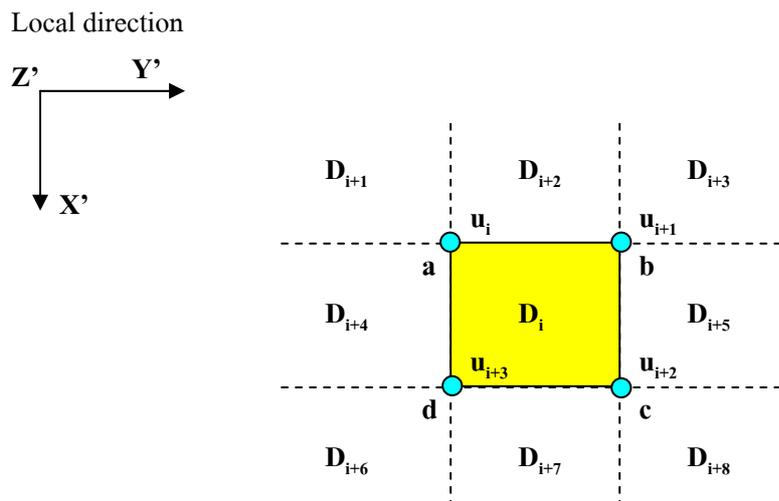
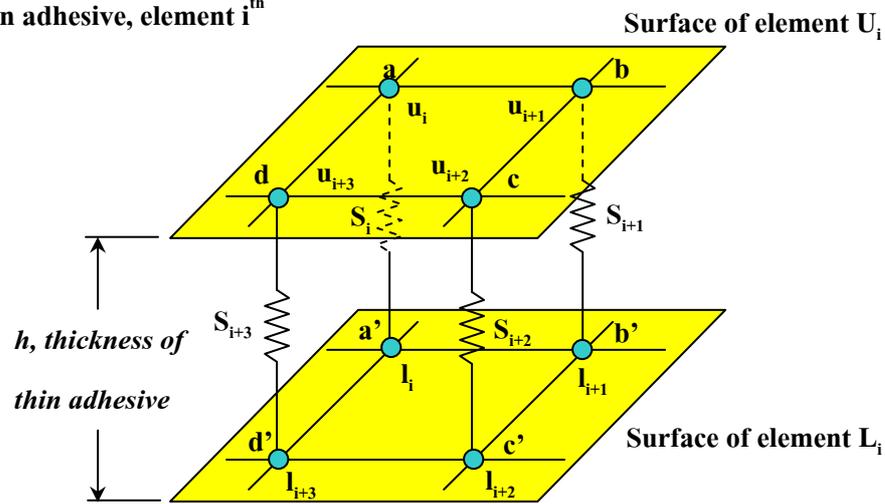
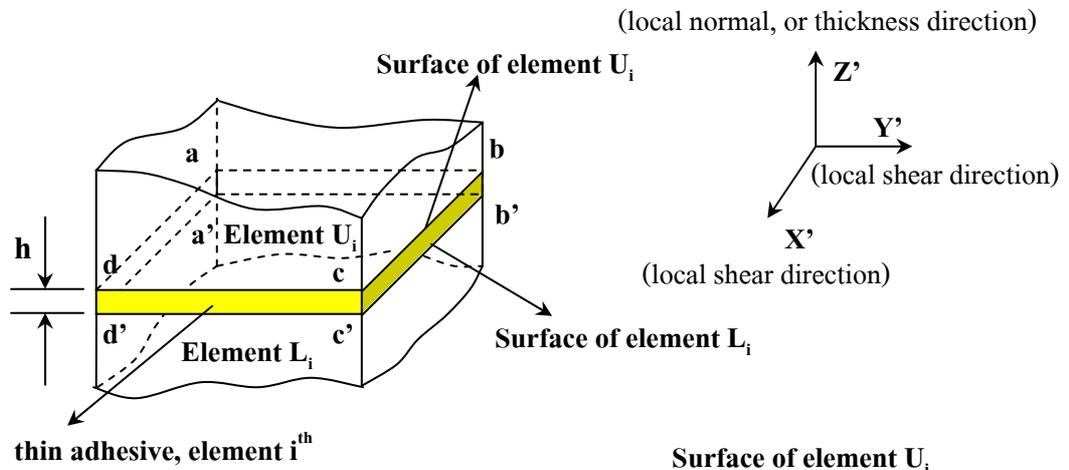
การเปลี่ยนเอลิเมนต์ของชั้นทิวบางเป็นสปริงเอลิเมนต์ในแบบจำลองสามมิติ ทำโดยเปลี่ยนเอลิเมนต์ของทิวบางหนึ่งตัวให้เป็นสปริงเอลิเมนต์สี่ตัว ดังแสดงในรูปที่ 2.8 โดยที่จุดบนผิวสัมผัส a - b - c - d ของ Element U_i จะเชื่อมต่อกับจุดบนผิวสัมผัส a' - b' - c' - d' ของ Element L_i ด้วยชั้นทิวบาง Element i ของทิวบางซึ่งจะถูกเปลี่ยน เป็นสปริง S_i , S_{i+1} , S_{i+2} , S_{i+3} และ S_{i+4} โดยสปริง S_i จะประกอบด้วยสปริงเอลิเมนต์สามตัวแสดงพฤติกรรมจริงของชั้นทิวในสามทิศทาง ประกอบด้วยทิศตั้งฉากกับพื้นที่ผิว (z direction) และขนาดกับผิวสัมผัส (x and y direction) สปริง S_i เชื่อมต่อระหว่างโนด u_i และ l_i มีพื้นที่รับแรง A_i สำหรับสปริง S_{i+1} เชื่อมต่อระหว่างโนด u_{i+1} และ l_{i+1} สปริง S_{i+2} มีพื้นที่รับแรง A_{i+1} เชื่อมต่อระหว่างโนด u_{i+2} และ l_{i+2} มีพื้นที่รับแรง A_{i+2} สปริง S_{i+3} เชื่อมต่อระหว่างโนด u_{i+3} และ l_{i+3} มีพื้นที่รับแรง A_{i+3} ตามลำดับ โดยพื้นที่ของสปริงแต่ละตัวคำนวณได้ดังสมการ 2.77 ถึง 2.80

$$A_i = \frac{D_i}{4} + \frac{D_{i+1}}{4} + \frac{D_{i+2}}{4} + \frac{D_{i+4}}{4} \quad (2.77)$$

$$A_{i+1} = \frac{D_i}{4} + \frac{D_{i+2}}{4} + \frac{D_{i+3}}{4} + \frac{D_{i+5}}{4} \quad (2.78)$$

$$A_{i+2} = \frac{D_i}{4} + \frac{D_{i+5}}{4} + \frac{D_{i+7}}{4} + \frac{D_{i+8}}{4} \quad (2.79)$$

$$A_{i+3} = \frac{D_i}{4} + \frac{D_{i+4}}{4} + \frac{D_{i+6}}{4} + \frac{D_{i+7}}{4} \quad (2.80)$$



รูปที่ 2.8 การเปลี่ยนเอลิเมนต์ของชั้นกาวบางเป็นสปริงเอลิเมนต์ในแบบจำลองสามมิติ

2.9 การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

หลักการทั่วไปของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็คือการแบ่งโครงสร้างออกเป็นส่วนย่อยๆ ซึ่งเรียกว่าไฟไนต์เอลิเมนต์ ฟังก์ชันการกระจัด (Displacement Function) ที่จะนำมาแทนเอลิเมนต์ จะต้องเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่อง แต่ละเอลิเมนต์จะโยงกันด้วยจุดต่อ (Node) หรือเส้นขอบหรือผิวรอบ เอลิเมนต์สัมผัสกัน โดยอาศัยสมบัติทางกลของวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างหรือชิ้นงาน สามารถหาการกระจัด ความเค้น และความเครียด ที่เกิดขึ้นที่จุดต่อต่างๆ ของแต่ละเอลิเมนต์ที่ประกอบเป็นโครงสร้างหรือชิ้นงาน

เดช พุทธเจริญทอง (1998) ได้กล่าวถึงขั้นตอนต่างๆของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ โครงสร้างหรือชิ้นงานโดยทั่วไปดังนี้

2.9.1 การแบ่งโครงสร้างเป็นเอลิเมนต์ย่อยและการเลือกชนิดของเอลิเมนต์

การแบ่งโครงสร้างหรือชิ้นงานออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยจะต้องคำนึงถึงรูปร่างลักษณะของโครงสร้างหรือชิ้นงานเดิมคือ แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Model) จะต้องเหมือนหรือสอดคล้องกับโครงสร้างหรือชิ้นงานเดิมให้มากที่สุด คือบริเวณที่เป็นส่วนเว้า ส่วนโค้ง หรือมีรู หรือตรงบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างฉับพลันก็จำเป็นต้องแทนด้วยเอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กเพียงพอที่จะให้ผลการวิเคราะห์ได้ถูกต้องแม่นยำ ส่วนบริเวณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างมากนักก็อาจจะแทนด้วยเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น แต่ถ้านำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยเอลิเมนต์จำนวนมากเกินความจำเป็นก็จะทำให้ค่าใช้จ่ายในการคำนวณสูง และอาจจะทำให้ไม่สามารถหาผลเฉลยได้ถ้าเครื่องคอมพิวเตอร์มีความละเอียดในการคำนวณไม่เพียงพอ ส่วนการเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์นั้น จะต้องคำนึงถึงรูปร่างลักษณะของโครงสร้างหรือชิ้นงาน และการกระทำของโหลด รวมทั้งความละเอียดของผลเฉลยที่ต้องการวิเคราะห์ ก็อาจจะเลือกใช้เอลิเมนต์ชนิดมิติเดียว สองมิติ หรือสามมิติ

2.9.2 การเลือกฟังก์ชันการกระจัด

จะต้องเลือกฟังก์ชันการกระจัดภายในเอลิเมนต์ ให้สอดคล้องกับจำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์ หรือสอดคล้องกับระดับความเสรีของเอลิเมนต์ ฟังก์ชันการกระจัดที่นิยมใช้กันคือ โพลีโนเมียลฟังก์ชัน ซึ่งอาจจะเป็นพอลิโนเมียลกำลังหนึ่ง กำลังสอง หรือกำลังสาม ส่วนฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมทางเรขาคณิตก็สามารถเลือกใช้ได้แต่ไม่เป็นที่นิยม ทั้งนี้เพราะโพลีโนเมียลฟังก์ชันให้ความสะดวกในการวิเคราะห์มากกว่า

2.9.3 กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด/การกระจัด และความเค้น/ความเครียด

การหาสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของแต่ละเอลิเมนต์ จำเป็นต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัดและความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ในกรณีปัญหามิติเดียว การยืดตัว u ของเอลิเมนต์ในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง เช่นทิศทาง x จะมีความสัมพันธ์กับความเครียด ε_x ในกรณีที่ ε_x มีค่าน้อย, $\varepsilon_x = du/dx$ และถ้าวัสดุอยู่ในช่วงยืดหยุ่น จากกฎของฮุก ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดคือ $\sigma_x = E\varepsilon_x$ ซึ่ง σ_x คือความเค้นในทิศทาง x และ E คือมอดุลัสของความยืดหยุ่น ผลเฉลยของการกระจัด, ความเค้น, ความเครียดโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะถูกต้องแม่นยำเพียงใด ย่อมขึ้นกับสมบัติทางกลของวัสดุที่นำมาใช้ในการคำนวณ และความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัด และความเค้นกับความเครียดจะมีลักษณะเป็นสมการเชิงเส้นและไม่เป็นสมการเชิงเส้น

2.9.4 หาสมการพีเนสมตริกซ์และสมการของเอลิเมนต์

การหาสมการพีเนสมตริกซ์ของเอลิเมนต์และสมการของแรงของแต่ละเอลิเมนต์สามารถหาได้หลายวิธีเช่น

ก. วิธีสมดุลโดยตรง (Direct Equilibrium Method)

วิธีสมดุลโดยตรงนี้เป็นวิธีที่ง่ายที่สุด สามารถหาสมการพีเนสมตริกซ์และสมการของแรงในเทอมการกระจัดที่จุดต่อของเอลิเมนต์ได้โดยเงื่อนไขการสมดุลของแรงในเอลิเมนต์ส่วนมากจะใช้หาสมการพีเนสมตริกซ์ของเอลิเมนต์มิติเดียว เช่น เอลิเมนต์สปริง, ท่อนโลหะ, เพล่าและคานเป็นต้น

ข. วิธีงานหรือพลังงาน (Work or Energy Method)

โดยอาศัยหลักของงานสมมุติ (Principle of Virtual Work), และหลักของพลังงานศักย์ต่ำสุด (Principle of Minimum Potential Energy) และทฤษฎีของแคสติกลีโย (Castigliano's Theorem) ก็จะสามารถหาสมการของเอลิเมนต์และหาสมการพีเนสมตริกซ์ของเอลิเมนต์สองและสามมิติได้โดยสะดวก สำหรับวิธีของงานสมมุตินั้นสามารถใช้หาสมการพีเนสมตริกซ์ของเอลิเมนต์ของวัสดุทุกชนิดและวิธีพลังงานต่ำสุดและทฤษฎีของแคสติกลีโย ใช้หาสมการพีเนสมตริกซ์ของเอลิเมนต์ของวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นเท่านั้น อย่างไรก็ตามทั้งสามหลักการสามารถใช้หาสมการพีเนสมตริกซ์ของเอลิเมนต์ของวัสดุยืดหยุ่นได้เหมือนกัน

วิธีเวทเรซิดิว (Method of Weighted Residuals)

วิธีเวทเรซิดิวที่นิยมกันมากคือวิธีของกาลเออร์กิน (Galerkin's Method) ซึ่งมีประโยชน์มากสำหรับการหาสมการของเอลิเมนต์และให้ผลเช่นเดียวกับวิธีพลังงาน ส่วนมากจะนิยมใช้ในกรณีที่วิธี

พลังงานศักย์ต่ำสุดใช้ไม่สะดวก เช่นปัญหาการไหลของของเหลว การถ่ายเทความร้อน การเคลื่อนมวล เป็นต้น

โดยอาศัยวิธีใดวิธีหนึ่งจากสามวิธีสามารถสร้างสมการสมดุลของแรงในเทอมของสทیفเนสเมตริกซ์ และการกระจัดที่จุดต่อของเอลิเมนต์ สมการดังกล่าวสามารถจะเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & \dots & k_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} \quad (2.81)$$

หรือ

$$\{f\} = [k]\{d\} \quad (2.82)$$

ซึ่ง $\{f\}$ คือเมตริกซ์ของแรงที่กระทำที่จุดต่อ, $[k]$ คือสทیفเนสของเอลิเมนต์ และ $\{d\}$ คือการกระจัดที่จุดต่อซึ่งยังไม่ทราบค่า, n คือจำนวนของระดับความเสรีของเอลิเมนต์

2.9.5 หาสมการรวมของระบบและการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต

สมการรวมของระบบโครงสร้างสามารถหาได้จาก การรวมสมการของแต่ละเอลิเมนต์ เข้าด้วยกัน ด้วยวิธีซ้อนทับ (Superposition Method) หรือเรียกว่าวิธีสทیفเนสโดยตรง (Direct Stiffness Method) โดยอาศัยหลักของการสมดุลแรงที่จุดต่อของเอลิเมนต์ และการต่อเนื่องของโครงสร้าง สมการรวมของระบบโครงสร้างที่ได้รับ เขียนในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad (2.83)$$

ซึ่ง $\{F\}$ คือเมตริกซ์รวมของแรงที่จุดต่อ, $[K]$ คือสทیفเนสเมตริกซ์รวมของระบบ และ $\{d\}$ คือเมตริกซ์รวมของการกระจัดของระบบซึ่งอาจจะทราบค่าบางค่า และบางตัวอาจจะไม่ทราบค่า เนื่องจากเมตริกซ์ $[K]$ ในสมการ 2.83 เป็นเมตริกซ์เอกฐาน (Singular Matrix) ทั้งนี้เพราะตัวกำหนด (Determinant) เท่ากับศูนย์ จึงไม่สามารถจะหาค่า $\{d\}$ โดยตรงจากสมการ 2.83 ได้ จึงจำเป็นต้องอาศัยเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions) หรือเงื่อนไขบังคับ (Constraints) เพื่อช่วย

ให้เมทริกซ์ $[K]$ ในสมการ 2.83 ไม่เป็นเมทริกซ์เอกฐาน และสามารถหาค่าการกระจัดที่แต่ละจุดต่อที่ต้องการได้

2.9.6 การหาการกระจัดของระบบ

หลังจากกำหนดเงื่อนไขขอบ หรือเงื่อนไขบังคับ ลงในสมการ 2.83 แล้ว สามารถจะหาการกระจัด d_1, d_2, \dots, d_n ได้โดยการแก้สมการพีชคณิตพร้อม ๆ กันคือ

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & \dots & K_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} \quad (2.84)$$

การหาการกระจัด $\{d\}$ อาจจะใช้วิธีของเกาส์ (Gauss's Elimination Method) หรือวิธีสมมุติการกระจัด $\{d\}$ (Iteration Method) หรือการกระจัด $\{d\}$ อาจหาได้โดยการคูณสมการ 2.84 ด้วย $[K]^{-1}$ ตลอด

2.9.7 การหาค่าความเครียดและความเค้น

ในการวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรกล นอกจากทราบค่าการกระจัดแล้วยังต้องทราบค่าของความเครียด, ความเค้น หรือโมเมนต์ และแรงเฉือน ค่าต่าง ๆ เหล่านี้สามารถคำนวณหาโดยอาศัยพื้นฐานความรู้ทางกลศาสตร์ของแข็ง อาทิในปัญหามิติเดียว ถ้าทราบค่าการกระจัด u ก็สามารถหาความเครียดจาก $\epsilon_n = du/dx$ และ หาความเค้นจาก $\sigma_x = E\epsilon_x$ เป็นต้น

2.9.8 การตีความผลลัพธ์

จากผลที่คำนวณได้ข้างต้น สามารถทราบได้ว่าที่จุดต่อใดของเอลิเมนต์ หรือบริเวณใดของโครงสร้างหรือชิ้นส่วนที่จะต้องให้ความสนใจเป็นพิเศษ เช่น บริเวณที่มีการกระจัดสูง หรือบริเวณที่มีความเค้นสูง ลักษณะของการกระจัด และความเค้นนั้นได้อย่างไร ทั้งนี้จะต้องเปลี่ยนรูปร่างลักษณะหรือมิติของโครงสร้างหรือชิ้นส่วนให้เหมาะสมยิ่งขึ้น หรือจะต้องเลือกวัสดุชนิดอื่นที่เหมาะสมกว่า