



การพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์และการควบคุม  
กระบวนการสกัดน้ำผลไม้

The Development of the Mathematical Model and the Control  
Method for Juice Extraction Process

๑

เลขหมู่	TP562 7664 2539 ๑. 2
Order Key	28957
Bib Key	118719
	19 ต.ค. 2543

นีรนาก สุภรานนท์  
Neeranat Suparanon

วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี  
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

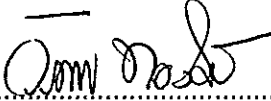
Master of Engineering Thesis in Chemical Engineering  
Prince of Songkla University

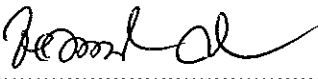
2539

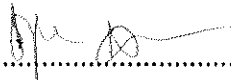
ชื่อวิทยานิพนธ์      การพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์และการควบคุมกระบวนการสกัด  
น้ำผลไม้

ผู้เขียน              นางสาวนীরนาถ สุภรานนท์  
สาขาวิชา            วิศวกรรมเคมี


คณะกรรมการที่ปรึกษา

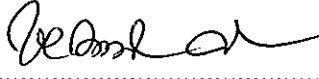
  
.....ประธานกรรมการ  
(ดร. วีระศักดิ์ ทองลิ้มบี)

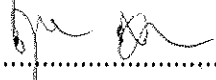
  
.....กรรมการ  
(ดร. ชัยรัตน์ ศิริพิธานะ)

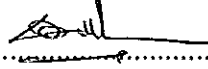
  
.....กรรมการ  
(ดร. ชุศักดิ์ ลิ้มสกุล)


คณะกรรมการสอบ

  
.....ประธานกรรมการ  
(ดร. วีระศักดิ์ ทองลิ้มบี)

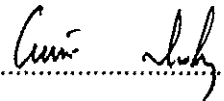
  
.....กรรมการ  
(ดร. ชัยรัตน์ ศิริพิธานะ)

  
.....กรรมการ  
(ดร. ชุศักดิ์ ลิ้มสกุล)

  
.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชاکริต ทองอุไร)

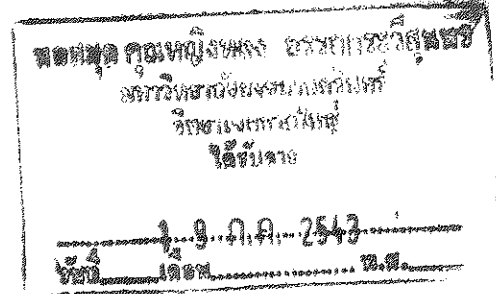
  
.....กรรมการ  
(ดร. ไพศาล วุฒิจำนงค์)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ อนุมัติให้บัณฑิตวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี

  
.....  
(ดร. ไพรัตน์ สงวนไทร)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ชื่อวิทยานิพนธ์ การพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์และการควบคุมกระบวนการสกัด  
น้ำผลไม้

ผู้เขียน นางสาวนันทนา สุภรานนท์  
สาขาวิชา วิศวกรรมเคมี  
ปีการศึกษา 2539



บทคัดย่อ

จากการศึกษากระบวนการสกัดน้ำผลไม้โดยอาศัยทฤษฎีการผสมย้อนกลับ เพื่อหาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่จะใช้ในการพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้ แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้พัฒนาขึ้นสามารถแสดงได้โดยสมการ

$$-\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{P} \frac{\partial x}{\partial z} \right) - T_s(x - y/m) = \frac{\partial x}{\partial \theta}$$

และ

$$\frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{V_R} \frac{\partial y}{\partial z} \right) + T_L(x - y/m) = \frac{vS}{L} \frac{\partial y}{\partial \theta}$$

โดยแบบจำลองนี้สามารถใช้ในการศึกษาผลของปัจจัยต่าง ๆ ทั้งในสถานะคงตัว หรือในสถานะไม่คงตัวเช่น การผันแปรของสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมทั้งจุดต่าง ๆ ภายในเครื่องสกัด การผันแปรระดับการผสมย้อนกลับในเฟสของแข็งและของเหลว การผันแปรของอัตราส่วนความต้านทานการถ่ายโอนภายในและภายนอกเฟสของแข็ง และการผันแปรของอัตราการป้อนตัวทำละลาย เป็นต้น เป็นแบบจำลองที่มีความยืดหยุ่นเพียงพอสำหรับการศึกษากลไกการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสถานะ (state variables) อันเนื่องจากการผันแปรของตัวแปรรบกวน (disturbance) และตัวแปรที่ใช้ในการควบคุม (manipulated variable) ในสภาวะการสกัดที่ใช้ในอุตสาหกรรม

แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมีความซับซ้อนมากเกินกว่าที่จะหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ จึงใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ร่วมกับวิธี Richardson's extrapolation ในการแก้สมการ เมื่อเปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้จากการใช้วิธีดังกล่าวกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของแบบจำลองในกรณีเฉพาะที่ระบุอยู่ในสถานะคงตัวและพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของแบบจำลองเป็นค่าคงที่ซึ่งเสนอโดย Mecklenburgh และ Hartland (1975) พบว่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวที่ออกจากเครื่องสกัดที่คำนวณจากทั้งสองวิธีมีค่าอยู่ในช่วง  $10^{-5}$  -  $10^{-3}$  เมื่อผันแปร  $P$   $R$   $T_s$  และ  $T_L$  ให้ครอบคลุมช่วงที่ใช้ในทางปฏิบัติ

จากการใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นในการศึกษาผลของปัจจัยต่าง ๆ ต่อกระบวนการสกัด น้ำผลไม้พบว่า แบบจำลองให้ผลซึ่งสอดคล้องกับผลที่เกิดขึ้นจริงในทางปฏิบัติ และแบบจำลองนี้ ยังสามารถใช้อธิบายผลการทดลองการสกัดน้ำผลไม้ในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับได้ เป็นอย่างดีโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อระบบเข้าสู่สถานะคงตัวแล้ว

สำหรับการศึกษาระบบควบคุมกระบวนการสกัดอย่างง่ายในทางทฤษฎีนั้น จะเป็นการ พัฒนาระบบควบคุมโดยมีเป้าหมายคือการควบคุมความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่ออกจาก เครื่องสกัดให้มีค่าตามที่กำหนด ในสภาวะที่ความเข้มข้นของตัวละลายในวัตถุดิบที่ใช้ในการสกัดมี ค่าเปลี่ยนแปลงไป วิธีที่เลือกใช้ในการควบคุมได้แก่การปรับอัตราการไหลของของเหลวที่ใช้สกัด โดยใช้การควบคุมแบบพี พีไอ และพีไอดี จากการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์พบว่า การ ควบคุมแบบพีไอดีจะให้ผลในการควบคุมดีที่สุด อย่างไรก็ตามการจะเลือกใช้ระบบควบคุมแบบใด นั้นยังจำเป็นจะต้องมีการทดสอบและพัฒนาระบบควบคุมในทางปฏิบัติต่อไป

Thesis Title	The Development of the Mathematical Model and the Control Method for Juice Extraction Process
Author	Miss Neerarat Suparanon
Major Program	Chemical Engineering
Academic Year	1996

### Abstract

Mathematical model of juice extraction processes was developed for studying transfer mechanisms in continuous countercurrent extractor and designing process control. By backmixing theory, the mathematical model of these processes was described by the following equations

$$-\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{P} \frac{\partial x}{\partial z} \right) - T_s (x - y/m) = \frac{\partial x}{\partial \theta}$$

and

$$\frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{v_R} \frac{\partial y}{\partial z} \right) + T_L (x - y/m) = \frac{v_S}{L} \frac{\partial y}{\partial \theta}$$

This model was used for studying extraction processes in both steady and unsteady states. Parameters of the model such as overall mass transfer coefficient, Peclet number, Biot number and draft can be varied with positions within the extractor and the operation time. Hence, this model is efficient for studying the mechanisms of state changes that result from varying disturbances and manipulated variables of extraction processes.

Finite difference method and Richardson's extrapolation were used to find solution of the developed model. To verify the numerical techniques employed, the solution was compared with the analytical solution of steady state model with constant parameters. Analytical solution, in this case, was proposed by Mecklenburgh and Hartland (1975). The results show that relative errors of final solute concentration in solid and liquid phase, calculated by numerical and analytical method, were  $10^{-5}$  -  $10^{-3}$  when  $P$ ,  $R$ ,  $T_s$  and  $T_L$  were varied in the range used in industrial practice.

From the process simulation, it was found that the developed model can describe effect of many variables on the extraction processes and can compare well with the experimental data from the reversing countercurrent extraction processes, especially in steady state cases.

Furthermore, the control systems for juice extraction processes were developed conceptually. Feedback control (P, PI, PID control) was designed for controlling final solute concentration in solid phase. Disturbance and manipulated variables are solute concentration in raw material and draft respectively. By simulation, the best algorithm for controlling processes was PID control. However this research is only a beginning step of the development of control system. Further practical study and development must be carried out.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือจากบุคคลหลายฝ่าย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ทั้งสามท่านซึ่งประกอบไปด้วย ดร. วีระศักดิ์ ทองลิมพ์ ดร. ชัยรัตน์ ศิริพัธนะ และ ดร. ชูศักดิ์ ลิ้มสกุล ที่กรุณาให้คำแนะนำในการทำวิจัยและตรวจแก้ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนเสร็จสมบูรณ์ ซึ่งข้าพเจ้าขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้ พร้อมกับนี้ข้าพเจ้าขอ ขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชาศริต ทองอุไร กรรมการผู้แทนจากภาควิชาวิศวกรรม เคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ และ ดร. ไพศาล วุฒิจำนงค์ กรรมการผู้แทนจากบัณฑิตวิทยาลัยที่ กรุณาให้คำแนะนำและตรวจทานแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้ถูกต้องและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ที่ให้ทุนอุดหนุนการศึกษา และทุนอุดหนุนการทำวิจัย ภาควิชาเทคโนโลยีวัสดุภัณฑ์ คณะอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัย สงขลานครินทร์ที่เอื้อเฟื้อสถานที่และเครื่องคอมพิวเตอร์ในการดำเนินการวิจัยด้วยดีเสมอมา และ สุดท้ายขอขอบพระคุณดร. ชัยรัตน์ ศิริพัธนะที่ช่วยแนะนำและพัฒนาความรู้ในการเขียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์รวมทั้งคำแนะนำในการเขียนวิทยานิพนธ์

นිරนาถ สุภรานนท์

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ .....	(3)
Abstract .....	(5)
กิตติกรรมประกาศ .....	(7)
สารบัญ .....	(8)
รายการตาราง .....	(11)
รายการภาพประกอบ .....	(12)
ตัวย่อและสัญลักษณ์ .....	(17)
บทที่	
1. บทนำ .....	1
บทนำต้นเรื่อง .....	1
ตรวจเอกสาร .....	2
1. กระบวนการผลิตน้ำผลไม้ .....	2
2. การควบคุมกระบวนการผลิต .....	8
3. แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัด แบบไหลสวนทางต่อเนื่อง .....	12
วัตถุประสงค์ .....	21
2. วิธีการวิจัย .....	22
การพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการ สกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง .....	22
การพัฒนาวิธีการควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้ อย่างง่าย .....	24
3. แนวคิดและการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง .....	25
แนวคิด .....	25
ทฤษฎีที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ กระบวนการสกัด .....	26
ข้อสมมติในการพัฒนาแบบจำลอง .....	30
การพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของ กระบวนการสกัด .....	30
การหาผลเฉลยของแบบจำลอง .....	36



สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
1. กรณีแบบจำลองในสถานะไม่คงตัว .....	36
2. กรณีแบบจำลองในสถานะคงตัว .....	43
โครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการจำลองสถานการณ์ .....	48
4. การวิเคราะห์แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัด	
แบบไหลสวนทางต่อเนื่อง .....	51
ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของแบบจำลองที่สถานะคงตัวซึ่งมีพารามิเตอร์คงที่ .....	51
การทดสอบความถูกต้องและเสถียรภาพของวิธีเชิงเลข .....	53
1. แบบจำลองกรณีสถานะคงตัว .....	53
2. แบบจำลองกรณีสถานะไม่คงตัว .....	57
การทดสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ที่ใช้หาค่าสัมประสิทธิ์	
การถ่ายโอนมวลรวม .....	59
การศึกษาผลของปัจจัยต่าง ๆ ต่อกระบวนการสกัดน้ำผลไม้ .....	61
1. ผลของอัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสกัด .....	62
2. ผลของเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด (retention time) .....	64
3. ผลของอุณหภูมิในการสกัด .....	65
4. ผลของความต้านทานภายนอก (external resistance) .....	66
5. ผลของขนาดและรูปร่างของของแข็งที่ใช้ในการสกัด .....	67
6. ผลของการเกิดการผสมย้อนกลับในเฟสของแข็งและของเหลว .....	68
การให้แบบจำลองอธิบายกลไกการสกัดน้ำผลไม้ใน	
เครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ .....	71
1. เครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ	
(reversing countercurrent extractor) .....	71
2. การทดลองสกัดน้ำผลไม้ด้วยเครื่องสกัด	
แบบไหลสวนทางย้อนกลับ .....	73
3. ปัจจัยที่มีผลต่อกระบวนการสกัดในช่วงต้น .....	74
4. กระบวนการสกัดน้ำผลไม้ด้วยเครื่องสกัด	
แบบไหลสวนทางย้อนกลับ .....	81

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5. การพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้อย่างง่าย .....	91
ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (transfer function) .....	91
1. ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $x_{in}$ และ $x_{out}$ .....	92
2. ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $x_{out}$ และ $\alpha$ .....	96
3. ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการสกัด .....	100
การควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้ .....	102
1. การควบคุมแบบพี .....	102
2. การควบคุมแบบพีไอ .....	104
3. การควบคุมแบบพีไอดี .....	107
6. บทสรุป .....	109
ข้อเสนอแนะ .....	111
บรรณานุกรม .....	113
ภาคผนวก .....	116
ก. ข้อมูลการทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลอง	
เชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดในสถานะคงตัว .....	116
ข. ข้อมูลการทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลอง	
เชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดในสถานะไม่คงตัว .....	123
ค. ข้อมูลการทดสอบการหาค่าคงที่ของความสัมพันธ์ระหว่าง	
สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมกับเวลา (สมการ 4.13) .....	128
ง. การหาความยาวเชิงลักษณะของของแข็งรูปร่างแผ่นราบ .....	129
จ. การหาสมการการตอบสนองของระบบควบคุมกระบวนการสกัดต่อการ	
เปลี่ยนแปลงตัวแปรบวกรวมที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย .....	130
ฉ. การทดสอบความเสถียรของระบบควบคุมโดยใช้ Routh test .....	134
ประวัติผู้เขียน .....	136

รายการตาราง

ตาราง	หน้า
1.1 ระบบควบคุมกระบวนการด้วยคอมพิวเตอร์สำหรับกระบวนการผลิตขนาดต่าง ๆ	11
1.2 $q_i$ , $C_i$ , $q_0$ และ $C_0$ สำหรับกรณี $\alpha \neq 1.0$	15
1.3 $q_i$ , $C_i$ , $G$ และ $P_0$ สำหรับกรณี $\alpha = 1.0$	15
1.4 แสดงค่าพารามิเตอร์ $\hat{p}$ และ $k$ สำหรับของแข็งรูปร่างต่าง ๆ	18
1.5 สมการแสดงการคำนวณค่า $\hat{F}$	18
4.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบความถูกต้องของวิธีการเชิงเลขที่ใช้ในการหาผลเฉลยของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัด	56
4.2 ค่าคงที่และพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหาโปรไฟล์ความเข้มข้นกรณีต่าง ๆ จากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการในสถานะคงตัว	85
4.3 ค่าคงที่และพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหาโปรไฟล์ความเข้มข้นกรณีต่าง ๆ จากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการในสถานะไม่คงตัว	89
5.1 แสดงค่า $A_2$ เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ดราฟท์ ( $\alpha$ ) จำนวนเพคเลตในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่าง ๆ ( $A_1 = 10$ กก./ม. <sup>3</sup> )	95
5.2 แสดงค่า $\tau_0$ (นาที) เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ดราฟท์ ( $\alpha$ ) จำนวนเพคเลตในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่าง ๆ ( $A_1 = 10$ กก./ม. <sup>3</sup> )	95
5.3 แสดงค่า $\tau_x$ (นาที) เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ดราฟท์ ( $\alpha$ ) จำนวนเพคเลตในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่าง ๆ ( $A_1 = 10$ กก./ม. <sup>3</sup> )	96
5.4 แสดงค่า $A_4$ (กก./ม. <sup>3</sup> ) เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัด ( $x_n$ ) จำนวนเพคเลตในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่าง ๆ ( $A_3 = 0.15$ )	99
5.5 แสดงค่า $\zeta$ เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัด ( $x_n$ ) จำนวนเพคเลตในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่าง ๆ ( $A_3 = 0.15$ )	99
5.6 แสดงค่า $\tau_\alpha$ (นาที) เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัด ( $x_n$ ) จำนวนเพคเลตในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่าง ๆ ( $A_3 = 0.15$ )	100
5.7 แสดงค่าพารามิเตอร์ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการสกัดตามสมการ 5.11	103

## รายการภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1.1 ขั้นตอนการผลิตน้ำสับปรดเข้มข้น	4
1.2 ระบบการสกัดน้ำผลไม้	5
1.3 ระบบการระเหยน้ำ	7
1.4 ระบบการควบคุมระดับของเหลว	10
2.1 ขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัด แบบไหลสวนทางต่อเนื่อง	23
2.2 ขั้นตอนการพัฒนาวิธีการควบคุมกระบวนการสกัด	24
3.1 การไหลแบบขนานและ การไหลย้อนกลับ	26
3.2 การไหลแบบขนานและ การไหลย้อนกลับที่มีการผสมในแนวขวาง	27
3.3 การไหลในอุปกรณ์ที่มีการผสมย้อนกลับ	29
3.4 โพรไฟล์ความเข้มข้นของระบบที่มีการไหลแบบปลั๊ก การผสมอย่างสมบูรณ์ และการผสมย้อนกลับ	29
3.5 แผนภาพแสดงตัวแปรเวลาในกระบวนการสกัด	31
3.6 แผนภาพแสดงดุลมวลสารรอบปริมาตร $dv_x$ ในเครื่องสกัด	32
3.7 แสดงการแบ่งเครื่องสกัดเป็น $n+1$ ช่วง	37
3.8 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัว	49
3.9 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของแบบจำลองในสถานะคงตัว	50
4.1 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด กรณี $\alpha = 1.5$ เมื่อ $P = R = 20$ และ $P = R = 100$	54
4.2 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด กรณี $\alpha = 0.5$ เมื่อ $P = R = 20$ และ $P = R = 100$	54
4.3 โพรไฟล์ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด เมื่อ $R = 0.1$ และ $R = 0.001$	55
4.4 การทดสอบความถูกต้องของสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $k_u$ และ พารามิเตอร์ต่าง ๆ ของชั้นแอปเปิลที่มีรูปร่างเป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัด เมื่อ $Bi = 10000$ $P = 100$ และ $R = 100$	60
4.5 ปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อกระบวนการสกัด	61

รายการภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
4.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง (1-η) และสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ( $k_d$ ) กับดราฟท์ ( $\alpha$ ) ที่อุณหภูมิต่าง ๆ เมื่อของแข็งคือแอปเปิลหนา 4 มม. $\tau = 60$ นาที $P = R = 20$ และ $Bi = 10000$ ( $--- = 1-\eta$ $---- = k_d$ )	63
4.7 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็ง (แอปเปิลรูปร่างแผ่นราบยาวไม่จำกัดหนา 4 มม.) และของเหลวในเครื่องสกัดเมื่อ $\tau = 60$ นาที $P = R = 20$ อุณหภูมิ = $70^\circ\text{C}$ และ $Bi = 10000$ ( $--- = x/x_n$ $---- = y/mx_n$ )	64
4.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง (1-η) กับเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด ( $\tau$ ) ที่ดราฟท์ต่าง ๆ เมื่อของแข็งคือแอปเปิลหนา 4 มม. $P = R = 20$ อุณหภูมิ = $70^\circ\text{C}$ และ $Bi = 10000$	65
4.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง (1-η) และสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ( $k_d$ ) กับดราฟท์ ( $\alpha$ ) เมื่อ $Bi$ เท่ากับ 1 2 5 และ 10000 เมื่อของแข็งคือแอปเปิลหนา 4 มม. $\tau = 60$ นาที $P = R = 20$ และ อุณหภูมิ = $70^\circ\text{C}$ ( $--- = 1-\eta$ $---- = k_d$ )	66
4.10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง (1-η) และสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ( $k_d$ ) กับความยาวเชิงลักษณะของชิ้นแอปเปิลรูปร่างเป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัด ทรงกระบอกยาวไม่จำกัดและทรงกลมเมื่อ $\alpha = 1.5$ $\tau = 60$ นาที $P = R = 20$ $Bi = 10000$ และ อุณหภูมิ = $70^\circ\text{C}$ ( $--- = 1-\eta$ $---- = k_d$ )	68
4.11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง (1-η) กับเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด ( $\tau$ ) ที่ค่า $R$ ต่าง ๆ เมื่อของแข็งคือแอปเปิลหนา 4 มม. $\alpha = 1.5$ $P = 20$ อุณหภูมิ = $70^\circ\text{C}$ และ $Bi = 10000$	69
4.12 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็ง (แอปเปิลรูปร่างแผ่นราบยาวไม่จำกัดหนา 4 มม.) และของเหลวในเครื่องสกัดเมื่อ $\alpha = 1.5$ $\tau = 60$ นาที $P = 20$ อุณหภูมิ = $70^\circ\text{C}$ และ $Bi = 10000$ ( $--- = x/x_n$ $---- = y/mx_n$ )	70

รายการภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
4.13 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็ง (แอปเปิลรูปร่างแผ่นราบ ยาวไม่จำกัดหนา 4 มม.) และของเหลวในเครื่องสกัดที่เวลา $\theta$ ต่าง ๆ เมื่อ $\alpha = 1.5$ $\tau = 60$ นาที $P = 20$ $R = 0.14\exp(5z)$ อุณหภูมิ = $70^{\circ}\text{C}$ และ $Bi = 10000$	71
4.14 เครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ	72
4.15 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(W)$ กับเวลา a = เมื่อคิดผลของเวลาที่ต้องใช้ในการแตกตัวของเซลล์ b = เมื่อไม่คิดผลของเวลาที่ต้องใช้ในการแตกตัวของเซลล์และการกระจายตัวละลายในของแข็งที่เวลาเริ่มต้น (คำนวณโดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้น) c = เมื่อคิดผลของการกระจายตัวละลายในของแข็งที่เวลาเริ่มต้น (คำนวณโดยใช้แบบจำลองการแพร่)	76
4.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln(W)$ กับเวลา a = ค่าจากการทดลอง b = ค่าจากแบบจำลอง	77
4.17 แสดงทิศทางการไหลของเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด	78
4.18 การทดสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมกับเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด	80
4.19 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำส้มประด (การทดลองของธรรมรัตน์)	82
4.20 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำแพร้ด้วยเครื่องสกัดขนาดทดลอง (การทดลองของ Siripatana)	83
4.21 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำแอปเปิลด้วยเครื่องสกัดขนาดทดลอง (การทดลองของ Siripatana)	83
4.22 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำแพร้ด้วยเครื่องสกัดที่ใช้ในเชิงการค้า (การทดลองของ Siripatana)	84
4.23 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำแอปเปิลด้วยเครื่องสกัดที่ใช้ในเชิงการค้า (การทดลองของ Siripatana)	84

รายการภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
4.24 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำสับประรดในช่วงเริ่มต้นการสกัด (start up time) เมื่อ $\tau = 70$ นาที $r^2$ ของ $x$ และ $y$ เมื่อระบบเข้าสู่สถานะสมดุลเท่ากับ 92.2 % และ 98.9 % ตามลำดับ (— = $x$ จากแบบจำลอง --- = $y$ จากแบบจำลอง $\blacklozenge$ = $x$ จากการทดลอง $\blacktriangle$ = $y$ จากการทดลอง)	88
4.25 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำสับประรดในช่วงเริ่มต้นการสกัด (start up time) เมื่อ $\tau = 90$ นาที $r^2$ ของ $x$ และ $y$ เมื่อระบบเข้าสู่สถานะสมดุลเท่ากับ 80.4% และ 98.7% ตามลำดับ (— = $x$ จากแบบจำลอง --- = $y$ จากแบบจำลอง $\blacklozenge$ = $x$ จากการทดลอง $\blacktriangle$ = $y$ จากการทดลอง)	90
5.1 แสดงการตอบสนองในภาวะทรานเซียนท์ของ $x_{out}$ เมื่อ $x_{in}$ มีการเปลี่ยนค่าเป็นฟังก์ชันแบบขั้น ( $\alpha_{s1} = 1.5$ $\tau = 60$ นาที $P = 20$ $R = 0.08 e^{6z}$ )	93
5.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบข้อมูล $x_{out}$ ที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กับค่าที่คำนวณจากสมการ 5.4 กรณี $x_{in}$ มีการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันแบบขั้นโดย $A_1 = 10$ กก./ม. <sup>3</sup> $A_2 = 0.361$ $\tau_d = 31.267$ นาที และ $\tau_x = 41.416$ นาที ( $\alpha_{s1} = 1.5$ $\tau = 60$ นาที $P = 20$ $R = 0.08 e^{6z}$ )	94
5.3 แสดงการเปลี่ยนแปลงในภาวะทรานเซียนท์ของ $x_{out}$ เมื่อมีการเปลี่ยนค่าของ $\alpha$ เป็นฟังก์ชันแบบขั้น ( $\tau = 60$ นาที $(x_{in})_{s1} = 100$ กก./ม. <sup>3</sup> $P = 20$ $R = 0.08 e^{6z}$ )	97
5.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบข้อมูล $x_{out}$ ที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กับค่าที่คำนวณจากสมการ 5.9 กรณี $\alpha$ มีการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันแบบขั้นโดย $A_3 = 0.15$ $A_4 = -12.088$ กก./ม. <sup>3</sup> $\tau_\alpha = 27.587$ นาที และ $\zeta = 1.184$ ( $\tau = 60$ นาที $(x_{in})_{s1} = 100$ กก./ม. <sup>3</sup> $P = 20$ $R = 0.08 e^{6z}$ )	98
5.5 บล็อกไดอะแกรมกระบวนการสกัด	100

รายการภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
5.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบข้อมูล $x_{out}$ ที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กับค่าที่คำนวณจากสมการ 5.11 กรณี $\alpha$ และ $x_{in}$ มีการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันแบบขั้นโดย $A_3 = 0.15$ $A_1 = 10$ กก./ม. <sup>3</sup> เมื่อ $A_2 = 0.361$ $\tau_d = 31.267$ นาที $\tau_x = 41.416$ นาที $A_4 = -12.088$ กก./ม. <sup>3</sup> $\tau_\alpha = 27.587$ นาที และ $\zeta = 1.184$ ( $\alpha_{s1} = 1.5$ $\tau = 60$ นาที $P = 20$ $R = 0.08 e^{6z}$ )	101
5.7 บล็อกไดอะแกรมแสดงระบบควบคุมกระบวนการสกัด	102
5.8 แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมแบบพีดีต่อการเปลี่ยนแปลง $x_{in}$ ที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยเมื่อใช้ค่า $K_c$ ต่างๆ	105
5.9 แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมแบบพีไอต่อการเปลี่ยนแปลง $x_{in}$ ที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย a) $K_c = 0.1$ b) $\tau_I = 20$	106
5.10 แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมแบบพีดีต่อการเปลี่ยนแปลง $x_{in}$ ที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่ง	108



### ตัวย่อและสัญลักษณ์

a	= ความยาวเชิงลักษณะ (charecteristic length) มีค่าเท่ากับรัศมีของอนุภาคทรงกลมและทรงกระบอกหรือครึ่งหนึ่งของความหนาของแผ่นราบยาวไม่จำกัด (เมตร)
a <sub>1</sub>	= ค่าคงที่
a <sub>2</sub>	= ค่าคงที่
A	= พื้นที่ผิวของช่องแข็ง (เมตร <sup>2</sup> )
A <sub>1</sub>	= ขนาดของฟังก์ชันแบบขั้นตามสมการ 5.1
A <sub>2</sub>	= ค่าคงที่ในสมการ 5.2
A <sub>3</sub>	= ขนาดของฟังก์ชันแบบขั้นตามสมการ 5.6
A <sub>4</sub>	= ค่าคงที่ในสมการ 5.7
b <sub>1</sub>	= ค่าคงที่
b <sub>2</sub>	= ค่าคงที่
Bi	= จำนวนไบออต
$\hat{c}_{cr}$	= $\frac{1 - K_2(\hat{l}_{cr})}{K_1(\hat{l}_{cr}) - K_2(\hat{l}_{cr})}$
C <sub>1</sub>	= สัมประสิทธิ์ที่ปรากฏในสมการ 1.4
C <sub>0</sub>	= สัมประสิทธิ์ที่ปรากฏในสมการ 1.4b
C <sub>1</sub>	= ค่าคงที่
C <sub>2</sub>	= ค่าคงที่
C <sub>3</sub>	= ค่าคงที่
C <sub>4</sub>	= ค่าคงที่
$\hat{D}$	= $D_e^{(0)}/wL_e$
D <sub>e</sub> <sup>(s)</sup>	= สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายในเฟสของแข็ง (เมตร <sup>2</sup> /วินาที)
D <sub>e</sub> <sup>(l)</sup>	= สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายในเฟสของเหลว (เมตร <sup>2</sup> /วินาที)
D <sub>x</sub>	= สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเชิงปริมาตรในเฟสของแข็ง (เมตร <sup>2</sup> /วินาที)
D <sub>s</sub>	= สัมประสิทธิ์การแพร่ของตัวละลายในช่องแข็ง (เมตร <sup>2</sup> /วินาที)
D <sub>y</sub>	= สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเชิงปริมาตรในเฟสของเหลว (เมตร <sup>2</sup> /วินาที)
D <sub>α</sub>	= ตัวแปรเบี่ยงเบน = $\alpha - \alpha_{s1}$
f	= จำนวนฟิคส์ = $D_s t_0 / a^2$

ตัวย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

F	= S/mL
$\hat{F}$	= พารามิเตอร์ที่กำหนดตามตาราง 1.5
G	= สัมประสิทธิ์ที่ปรากฏในสมการ 1.4c
$G_1$	= $-\frac{A_4}{\tau\alpha s^2 + 2\zeta\tau\alpha s + 1}$
$G_2$	= $\frac{A_2}{\tau s + 1}$
$G_c$	= ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเครื่องควบคุม
H	= $1 + \mu/R$
$k_a$	= สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม (วินาที <sup>-1</sup> )
$k_{af}$	= สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมที่เวลาอนันต์ (วินาที <sup>-1</sup> )
$K_1(l)$	= ตัวแปรที่กำหนดตามสมการ 1.10
$K_2(l)$	= ตัวแปรที่กำหนดตามสมการ 1.11
$K_b$	= พารามิเตอร์ซึ่งกำหนดตามสมการ 1.8
$K_c$	= controller gain หรือ sensitivity
$K_s$	= สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมในเฟสของแข็ง (overall solid phase mass transfer coefficient) (เมตร/วินาที)
$l$	= ระยะทางในเครื่องสกัด (เมตร)
$\hat{l}$	= $l/L_e$
$\hat{l}_{cr}$	= $1 - vt_p/L_e$
L	= อัตราการไหลเชิงปริมาตรของเฟสของเหลว (เมตร <sup>3</sup> /วินาที)
$L_e$	= ความยาวของเครื่องสกัด (เมตร)
m	= ค่าคงที่การกระจายสมดุลของตัวละลาย
Offset	= $(X_{out})_R(\infty) - X_{out}(\infty)$
p	= $1 + \frac{v\gamma}{1-\gamma} \frac{D_e(s)}{D_e(l)}$
$P_0$	= ค่าคงที่ในสมการ 1.4c
P	= จำนวนเพศเลขในเฟสของแข็ง = $V_x S/D_x$
$q_i$	= รากที่ i ของสมการที่แสดงในตาราง 1.2 และ 1.3

ตัวย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

$q_0$	=	ราคของสมการที่แสดงในตาราง 1.2
$Q$	=	$S/L$
$r$	=	ระยะทางจากจุดศูนย์กลางหรือแกนของของแข็ง (เมตร)
$R$	=	จำนวนเพศเลขในเฟสของเหลว = $V_x L/D_y$
$s$	=	ดัชนีรูปร่างเท่ากับ 1 สำหรับแผ่นราบยาวไม่จำกัด 2 สำหรับทรงกระบอกและ 3 สำหรับทรงกลม
$S$	=	อัตราการไหลเชิงปริมาตรของเฟสของแข็ง (เมตร <sup>3</sup> /วินาที)
$t$	=	เวลาในการดำเนินการสกัด (operation time) (วินาที)
$t_0$	=	เวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด (วินาที)
$t_{es}$	=	เวลาทั้งหมดที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด (วินาที)
$t_p$	=	เวลาที่ใช้ในการแตกตัวของเซลล์ของของแข็ง
$t$	=	เวลาที่นับจากเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด
$T$	=	$t - t_0$
$T_s$	=	$V_x k_a / S$
$T_L$	=	$V_x k_a / L$
$u$	=	$\exp(\mu z)$
$u(t)$	=	ฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยซึ่งมีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อ $t < 0$ และ เท่ากับหนึ่งเมื่อ $t \geq 0$
$U$	=	$\exp(\mu)$
$v$	=	ความเร็วเฉลี่ยของเฟสของแข็ง (เมตร/วินาที)
$v_x$	=	ปริมาตรของของแข็งในเครื่องสกัดที่ตำแหน่งใด ๆ นับจากปลายที่ของแข็งเข้าเครื่องสกัด (เมตร <sup>3</sup> )
$v_y$	=	ปริมาตรของเฟสของเหลวที่ไหลผ่านเฟสของแข็งปริมาตร $v_x$ (เมตร <sup>3</sup> )
$w$	=	ความเร็วเฉลี่ยของเฟสของเหลว (เมตร/วินาที)
$W$	=	$\frac{\frac{\alpha-1}{\alpha} x + \frac{x_{out}}{\alpha} - \frac{y_{in}}{m}}{\frac{\alpha-1}{\alpha} x_{in} + \frac{x_{out}}{\alpha} - \frac{y_{in}}{m}}$
$x$	=	ความเข้มข้นเฉลี่ยของตัวละลายในเฟสของแข็ง (กิโลกรัม/เมตร <sup>3</sup> )
$x^*$	=	ความเข้มข้นเฉลี่ยของตัวละลายในเฟสของแข็งที่สถานะสมดุล

ตัวย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

- $x_{in}$  = ความเข้มข้นตัวละลายเฉลี่ยในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัด  
 $(x_{in})_{s1}$  =  $x_{in}$  ที่สถานะคงตัวก่อนที่จะมีการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด  
 $x_{out}$  = ความเข้มข้นตัวละลายเฉลี่ยในเฟสของแข็งที่ออกจากเครื่องสกัด  
 $(x_{out})_R$  = ค่า  $x_{out}$  ที่ต้องการ  
 $(x_{out})_{Rs}$  = ค่า  $x_{out}$  ที่ต้องการที่สถานะคงตัว  
 $(x_{out})_{s1}$  =  $x_{out}$  ที่สถานะคงตัวก่อนการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด  
 $(x_{out})_{s2}$  =  $x_{out}$  ที่สถานะคงตัวหลังจากการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด  
 $x_s$  = ความเข้มข้นของตัวละลายที่จุดใด ๆ ในชั้นของแข็ง (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)  
 $x_s^*$  = ความเข้มข้นของตัวละลายในชั้นของแข็งที่สถานะสมดุล (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)  
 $x_{s0}$  =  $x_s$  ที่เวลา  $t_0$  เท่ากับศูนย์  
 $x_t$  = ความเข้มข้นเฉลี่ยของตัวละลายในเฟสของแข็งที่เวลา  $t_0$  ใดๆ ภายในเครื่องสกัด (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)  
 $X_{out} = \frac{x_{in} - x_{out}}{x_{in} - y_{in}/m}$   
 $X_{in} =$  ตัวแปรเบี่ยงเบน =  $(x_{in}) - (x_{in})_{s1}$   
 $X_{out} =$  ตัวแปรเบี่ยงเบน =  $(x_{out}) - (x_{out})_{s1}$   
 $X_{out}(\infty) = X_{out}$  ที่เวลานั้น  
 $(X_{out})_R = (x_{out})_R - (x_{out})_{Rs}$   
 $(X_{out})_R(\infty) = (X_{out})_R$  ที่เวลานั้น  
 $y =$  ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของเหลว (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)  
 $y^* =$  ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของเหลวที่สถานะสมดุล (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)  
 $y_{in} =$  ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของเหลวที่เข้าเครื่องสกัด  
 $y_{out} =$  ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของเหลวที่ออกจากเครื่องสกัด  
 $y_t =$  ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของเหลวที่เวลา  $t_0$  ใดๆ (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)  
 $Y_{out} = \frac{y_{out}/m - y_{in}/m}{(x_{in} - y_{in}/m)F}$   
 $Z = v_x \sqrt{V_x}$   
 $\alpha =$  ดราฟท์หรือสตรีปปิงแฟกเตอร์ =  $mL/S$  ในกรณีแบบจำลองของ Osterberg และ Sorensen  $\alpha = w \cdot (1 - \gamma) / (v \cdot \gamma \cdot v)$

ตัวย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

$\alpha_s$	= $\alpha$ ที่สถานะคงตัว
$\alpha_{st}$	= $\alpha$ ที่สถานะคงตัวก่อนการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด
$\epsilon$	= ความคลาดเคลื่อน = $(x_{out})_R - x_{out}$
$\epsilon_b$	= ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์กำหนดตามสมการ 4.7
$\epsilon_t$	= ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์กำหนดตามสมการ 4.5
$\epsilon_{ss}$	= เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างสัมพัทธ์กำหนดตามสมการ 4.8
$\gamma$	= ปริมาตรของเฟสของแข็งในเครื่องสกัดต่อปริมาตรของเครื่องสกัด
$\eta$	= ผลผลิตที่ได้จากการสกัด
$\mu$	= ผลเฉลยของสมการ 1.6
$v$	= $L/S$
$\theta$	= $t/\tau$
$\tau$	= เวลาทั้งหมดที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด (นาที) = $V_x/S$
$\tau_d$	= ช่วงเวลาที่ไม่มีการตอบสนอง (dead time, นาที)
$\tau_D$	= เวลาอนุพันธ์ (derivative time, นาที)
$\tau_I$	= เวลาอินทิกรัล (integral time, นาที)
$\tau_x$	= ค่าคงที่เวลาตามสมการ 5.2
$\tau_y$	= เวลาทั้งหมดที่ของเหลวอยู่ในเครื่องสกัด (นาที) = $V_y/L$
$\tau_\alpha$	= ค่าคงที่เวลาตามสมการ 5.7
$\hat{t}$	= $\tau_k/(1 + pD\tau_k)$
$\tau_k$	= $k_s L_0/v$
$u$	= ปริมาตรของน้ำและตัวละลายในชั้นของแข็งต่อปริมาตรของชั้นของแข็ง
$\zeta$	= damping parameter
$V_x$	= ปริมาตรทั้งหมดของเฟสของแข็งในเครื่องสกัด (เมตร <sup>3</sup> )
$V_y$	= ปริมาตรทั้งหมดของเฟสของเหลวในเครื่องสกัด (เมตร <sup>3</sup> )

## บทที่ 1

### บทนำ

#### บทนำต้นเรื่อง

อุตสาหกรรมน้ำผลไม้เป็นอุตสาหกรรมที่สำคัญชนิดหนึ่งของประเทศไทยเนื่องจากประเทศไทยมีผลไม้อยู่หลายชนิด ในอดีตที่ผ่านมาผลไม้ถือเป็นเพียงผลพลอยได้จากการผลิตผลไม้กระป๋องแต่ปัจจุบันเริ่มมีการผลิตน้ำผลไม้โดยตรงอย่างจริงจังมากขึ้น โดยมีโรงงานผลิตน้ำผลไม้ในรูปแบบต่างๆกันอยู่กว่า 37 โรงงานตามตัวเลขสถิติในปี 2536 ทั้งนี้โรงงานส่วนใหญ่มักจะทำการผลิตน้ำผลไม้ควบคู่ไปกับการผลิตผลไม้กระป๋องโดยมีน้ำสับปะรดเป็นน้ำผลไม้หลักส่วนน้ำผลไม้ประเภทอื่นๆ นั้นก็เริ่มมีการผลิตกันอย่างต่อเนื่องมากขึ้น เป็นที่น่าสังเกตว่าน้ำผลไม้เป็นที่นิยมของตลาดต่างประเทศมากกว่าภายในประเทศ ดังจะเห็นได้จากการที่มูลค่าการส่งออกโดยเฉลี่ยในช่วงปี 2532 - 2536 สูงถึงประมาณปีละ 2,193.16 ล้านบาท โดยเป็นการส่งออกน้ำสับปะรดมากที่สุด ส่วนตลาดภายในประเทศนั้นก็นับได้ว่าเริ่มมีอัตราการเติบโตที่สูงขึ้นเนื่องจากพฤติกรรมผู้บริโภคที่หันมานิยมเครื่องดื่มเพื่อสุขภาพมากขึ้น ทั้งนี้จะสังเกตได้จากการที่อัตราการเติบโตของการบริโภคน้ำผลไม้ภายในประเทศโดยรวมในปี 2536 อยู่ในระดับที่สูงถึงประมาณร้อยละ 25 เทียบกับอัตราการขยายตัวของระบบเศรษฐกิจของประเทศที่อยู่ในระดับประมาณเพียงร้อยละ 7.5 เท่านั้น และเมื่อพิจารณาวงจรชีวิตของอุตสาหกรรมน้ำผลไม้พร้อมดื่มที่กำลังได้รับความนิยมนอย่างมากจากผู้บริโภคในปัจจุบัน พบว่าน้ำผลไม้พร้อมดื่มที่เริ่มเข้ามาทำตลาดเมื่อปี 2534 นั้นในปี 2536 และ 2537 ถือได้ว่าจะพ้นจากช่วงเริ่มต้น (introductory period) เข้าสู่ช่วงเจริญเติบโต (growth period) แล้วและคาดว่าจะยังอยู่ในช่วงนี้ต่อไปอีกอย่างน้อยเป็นเวลา 5 ปี นับจากนี้ไป (สมคิด บุญถนอม, 2537)

ในการผลิตน้ำผลไม้ที่เทคโนโลยีที่ใช้ในการผลิตจะเป็นเทคโนโลยีที่ไม่ซับซ้อน คือเป็นเทคโนโลยีที่อยู่ในระดับกลางถึงต่ำ โดยผู้ผลิตมักจะซื้อเทคโนโลยีในการผลิตจากต่างประเทศซึ่งบางครั้งอาจจะไม่เหมาะสมกับชนิดของวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิต นอกจากนั้นยังทำให้ต้นทุนการผลิตสูงขึ้นเนื่องจากเทคโนโลยีดังกล่าวมีราคาค่อนข้างแพงแม้ว่าจะเป็นเทคโนโลยีที่ไม่ซับซ้อนก็ตาม นอกจากนั้นการใช้เทคโนโลยีจากต่างประเทศ ทำให้เราต้องสั่งซื้อเครื่องจักรจากต่างประเทศ อีกทั้งยังไม่สามารถพัฒนากระบวนการผลิตให้ดียิ่งขึ้นได้เอง จะต้องซื้อเทคโนโลยีใหม่ไปเรื่อยๆ ในทาง

กลับกันถ้าหากเราสามารถพัฒนาเทคโนโลยีในการผลิตขึ้นมาใช้ให้เหมาะสมกับวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิต ก็จะเป็นพื้นฐานในการพัฒนาเทคโนโลยีดังกล่าวให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และยังสามารถใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาเครื่องจักรที่จะนำมาใช้ในกระบวนการผลิตได้เอง รวมถึงการพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการอัตโนมัติซึ่งจะเป็นระบบที่มาทดแทนการใช้แรงงานได้อีกด้วย

ขั้นตอนที่นับได้ว่าสำคัญที่สุดในกระบวนการผลิตน้ำผลไม้คือขั้นตอนการสกัดน้ำผลไม้จากวัตถุดิบ การสกัดน้ำผลไม้มีอยู่ด้วยกันสองวิธีหลักคือ การบีบหรือคั้น และการสกัดโดยใช้น้ำ ซึ่งปัจจุบันผู้ผลิตน้ำผลไม้ในประเทศมักจะใช้วิธีการบีบหรือคั้นในการสกัดน้ำผลไม้ เนื่องจากการสกัดด้วยวิธีนี้สามารถทำได้ง่ายกว่าการสกัดโดยใช้น้ำ อย่างไรก็ตามในปัจจุบันการสกัดน้ำผลไม้โดยใช้ตัวทำละลายนั้นเป็นที่นิยมมากขึ้นโดยเฉพาะในต่างประเทศ จากการศึกษาพบว่า การสกัดด้วยวิธีดังกล่าวจะมีข้อดีว่าการสกัดโดยวิธีการบีบหลายประการเช่น การใช้ De danske Sukkerfabrikker (DdS) diffuser จะสามารถสกัดน้ำตาลจากแอปเปิ้ลได้สูงกว่าการใช้การสกัดด้วยการบีบ 25% โดยเฉพาะเมื่อทำการสกัดน้ำผลไม้จากผลไม้ที่สุกมาก ๆ (Schwartzberg, 1980) อีกทั้งระบบที่ใช้การสกัดด้วยวิธีนี้จะสามารถนำระบบควบคุมอัตโนมัติมาใช้ในการควบคุมการผลิตได้ด้วย ซึ่งจะทำให้การผลิตมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ดังนั้นงานวิจัยชิ้นนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการทำความเข้าใจกลไกที่เกิดขึ้นในกระบวนการสกัด เพื่อปรับปรุงพัฒนาระบบการสกัดให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น และใช้ในการออกแบบระบบควบคุมกระบวนการผลิตน้ำผลไม้ในขั้นต่อไป

## ตรวจเอกสาร

### 1. กระบวนการผลิตน้ำผลไม้

น้ำผลไม้เป็นผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการนำเอาผลไม้ชนิดต่างๆ มาผ่านกระบวนการสกัด จากนั้นจึงนำมาแปรรูปเป็นผลิตภัณฑ์ประเภทต่างๆ ซึ่งอาจจำแนกออกเป็นประเภทได้ตามความนิยมของตลาดดังนี้คือ (สมคิด บุญถิ่นเหลือ, 2537)

- น้ำผลไม้เข้มข้นร้อยเปอร์เซ็นต์ (fruit juice concentrate) คือน้ำผลไม้ที่ได้ผ่านกรรมวิธีการระเหยน้ำออกจนเข้มข้นโดยยังไม่ได้ปรุงแต่ง เมื่อจะบริโภคจึงต้องทำให้เจือจางก่อน ผลิตภัณฑ์น้ำผลไม้ชนิดนี้นิยมผลิตเพื่อการส่งออกเป็นหลักเนื่องจากมีความสะดวกต่อการนำไปใช้ และยังประหยัดค่าขนส่ง น้ำผลไม้เข้มข้นที่ผลิตได้มากที่สุด คือ น้ำสับปะรด ซึ่งเป็นผลพลอยได้จากการผลิตสับปะรดกระป๋องโดยมีกำลังการผลิตรวมทั้งสิ้น 88,400 ตัน/ปี หรือคิดเป็นร้อยละ

83.8 ของกำลังการผลิตรวม น้ำผลไม้เข้มข้นส่วนใหญ่จะใช้เป็นวัตถุดิบในอุตสาหกรรมอาหารและเครื่องดื่มต่างๆ เช่น ไอศกรีม โยเกิร์ต น้ำผลไม้พร้อมดื่ม และเบเกอรี่ เป็นต้น

- น้ำผลไม้พร้อมดื่ม (ready to drink fruit juice) คือน้ำผลไม้ที่ดื่มได้ทันทีซึ่งจะมีเปอร์เซ็นต์ของน้ำผลไม้แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับชนิดของผลไม้ที่นำมาเป็นวัตถุดิบและวิธีการผลิตของโรงงาน

- น้ำผลไม้ปรุงแต่งกลิ่นหรือน้ำผลไม้สควอช เป็นผลิตภัณฑ์ที่ผลิตโดยการนำเอาผลไม้หรือเนื้อผลไม้ประมาณร้อยละ 25 ขึ้นไป มาเจือสีสังเคราะห์แล้วทำให้เข้มข้นด้วยน้ำตาล ก่อนบริโภคจะต้องนำน้ำผลไม้สควอชมาผสมน้ำตามอัตราส่วนที่ระบุไว้เพื่อลดความเข้มข้นลง

- น้ำผลไม้สำเร็จรูป เป็นการผลิตโดยการนำเอาผลไม้มาคั้น ระบายน้ำออกแล้วปั่นแห้งให้เป็นผง บรรจุในถุงชาเพื่อความสะดวกในการบริโภค น้ำผลไม้สำเร็จรูปที่พบเห็นกันบ่อยๆ ได้แก่ เก๊กฮวย กระจับปี่ มะตูม และชিং เป็นต้น

ในประเทศไทยน้ำสับประรดเข้มข้นเป็นผลิตภัณฑ์หลักที่มีการผลิตขึ้นเพื่อจำหน่ายโดยมูลค่าการส่งออกน้ำสับประรดเข้มข้นในปี 2536 มีมูลค่าถึง 1,448.4 ล้านบาทหรือคิดเป็นร้อยละ 54.3 ของมูลค่าการส่งออกน้ำผลไม้โดยรวม กระบวนการผลิตน้ำผลไม้ที่จะกล่าวถึงต่อไปจะเป็นกระบวนการผลิตน้ำสับประรดเข้มข้นซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังแสดงในภาพประกอบ 1.1

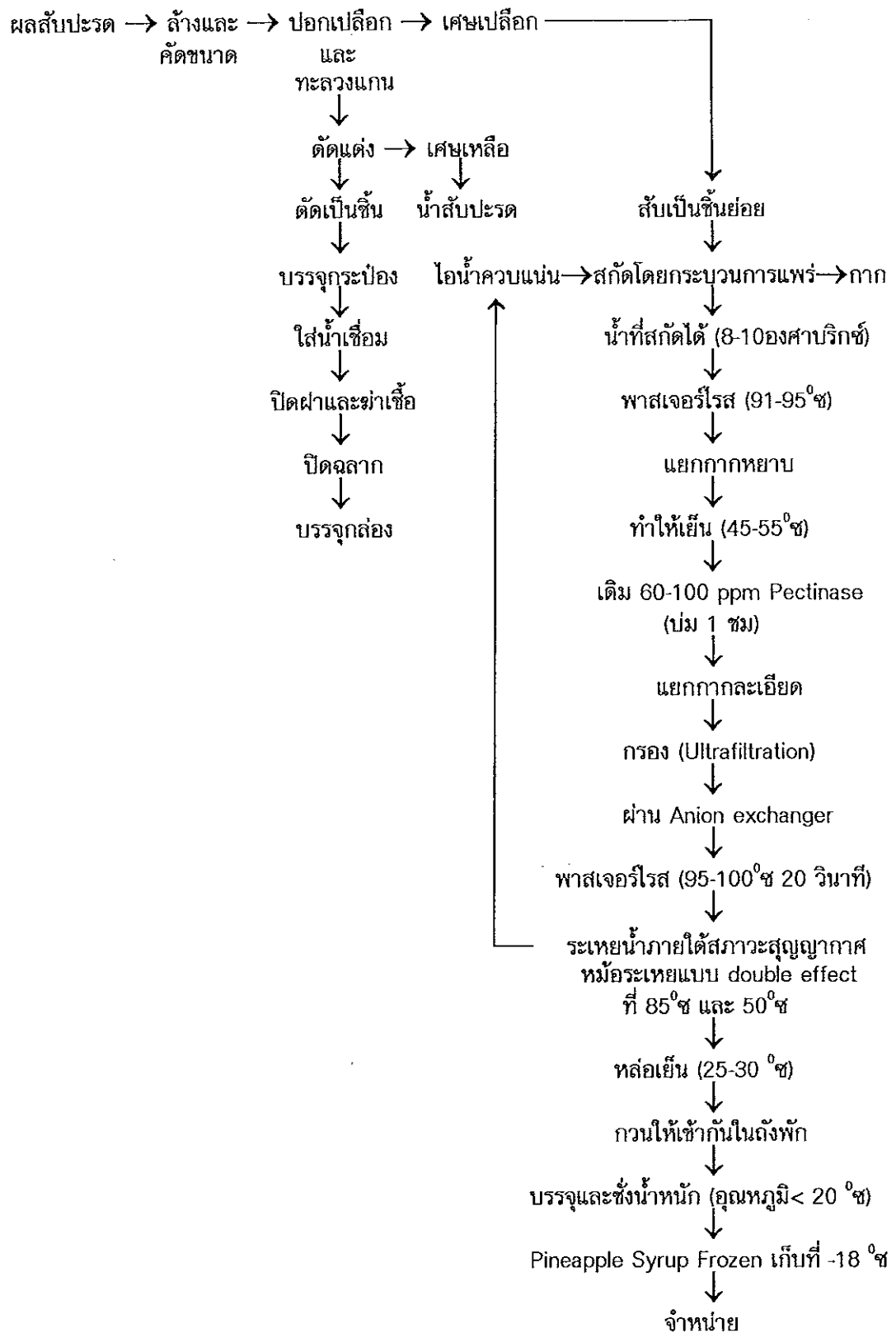
### 1.1 การเตรียมวัตถุดิบ

วัตถุดิบที่จะนำมาทำน้ำสับประรดมักจะเป็นส่วนที่เหลือจากการผลิตสับประรดกระป๋องซึ่งได้แก่ ส่วนเปลือกและแกนสับประรดที่ออกจากเครื่องจินากา (Ginaca) เศษที่ได้จากการตัดแต่งชิ้นสับประรด ชิ้นสับประรดที่ไม่ได้มาตรฐาน เป็นต้น ก่อนการสกัดมักจะลดขนาดของชิ้นสับประรดลงเพื่อเพิ่มพื้นที่ผิวในการสกัด

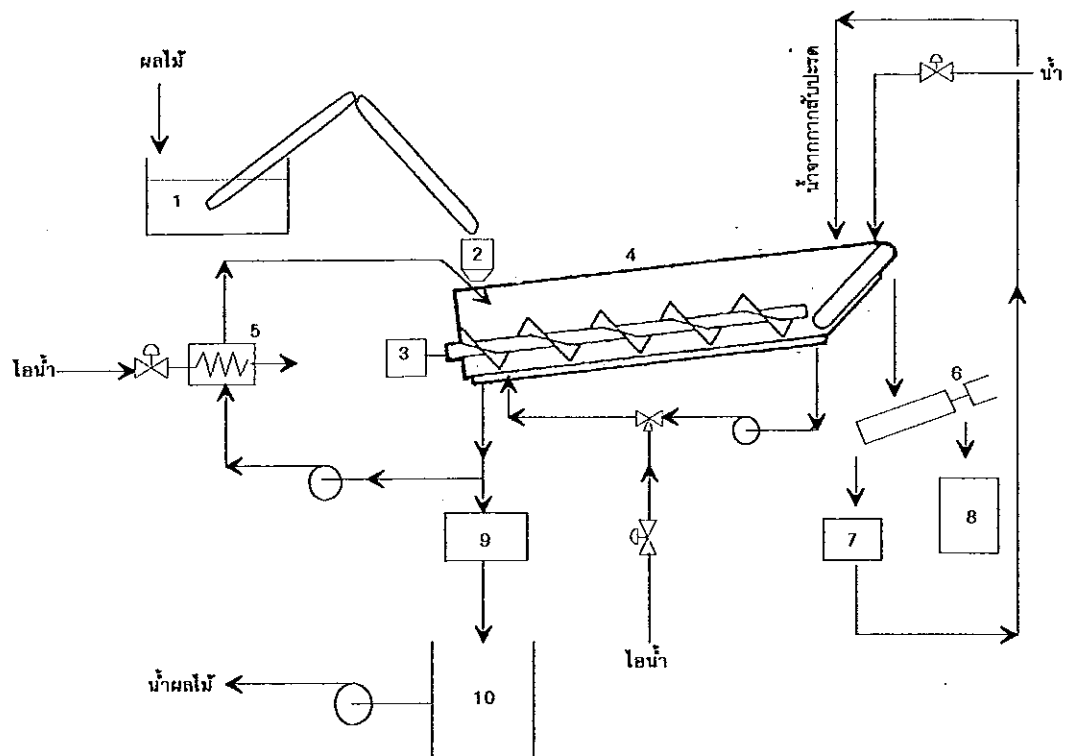
### 1.2 การสกัด

วิธีการสกัดน้ำสับประรดที่ใช้กันโดยทั่วไปได้แก่การบีบอัด ซึ่งอาจจะต้องบีบอัดสองถึงสามครั้ง ในกรณีที่วัตถุดิบที่ใช้เป็นเปลือกสับประรดการบีบอัดจะทำให้น้ำสับประรดที่ได้มีสีคล้ำซึ่งอาจไม่เป็นที่ยอมรับของผู้บริโภค ปัญหานี้สามารถแก้ไขได้โดยใช้ วิธีการสกัดน้ำสับประรดด้วยตัวละลายดังแสดงในภาพประกอบ 1.2 ตัวละลายที่ใช้ในการสกัดได้แก่น้ำที่มีอุณหภูมิประมาณ 50-70 °C สัดส่วนของน้ำต่อสับประรดที่ใช้ในการสกัดขึ้นอยู่กับปริมาณผลผลิตและความเข้มข้นของน้ำสับประรดที่ต้องการ





ภาพประกอบ 1.1 ขั้นตอนการผลิตน้ำสับประรดเข้มข้น  
ที่มา : ภัทรพร ยูธชาติ (2539)



- |   |  |
|---|--|
| 1 = ถังแยกโดยการลอยน้ำ (water float tank) | 6 = เครื่องบีบน้ำออก (discharge drainer) |
| 2 = เครื่องตัด (slicer)                   | 7 = ตะแกรงร่อนแบบสั่น (vibrating screen) |
| 3 = มอเตอร์                               | 8 = ถังเก็บกาก                           |
| 4 = เครื่องสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง      | 9 = ตะแกรง                               |
| 5 = เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน             | 10 = ถังตุล (balance tank)               |

ภาพประกอบ 1.2 ระบบการสกัดน้ำผลไม้

ที่มา : Siripatana ( 1986 )

### 1.3 การให้ความร้อน

ทำการพลาสเจอร์ไรส์น้ำสับปะรดที่อุณหภูมิ 91-95°C เพื่อเป็นการลดจำนวนจุลินทรีย์ที่ยังมีชีวิตของเอนไซม์ซึ่งจะทำให้ น้ำสับปะรดเสื่อมคุณภาพและทำให้สารแขวนลอยตกตะกอนและแยกออกได้ง่ายขึ้น

### 1.4 การกำจัดสิ่งเจือปนและการทำให้น้ำสับปะรดใส

ในขั้นตอนนี้จะประกอบไปด้วยการกรองแยกกากหยาบซึ่งเป็นสารแขวนลอยที่มีขนาดใหญ่ เช่น กากสับปะรด กรวด ทราย เป็นต้น แล้วจึงทำให้น้ำสับปะรดใสโดยใช้เอนไซม์เพคตินเนส (Pectinase) เติมลงไปจนถึงพักน้ำสับปะรดประมาณ 60-100 ส่วนในล้านส่วนที่อุณหภูมิ 45-55°C กวนตลอดเวลาหนึ่งชั่วโมง เอนไซม์เพคตินเนสจะย่อยเพคตินซึ่งจะทำให้ความหนืดของน้ำสับปะรดเปลี่ยนแปลงไปจึงทำให้สารที่แขวนลอยอยู่ตกตะกอนลงมา ทำการแยกส่วนใสของน้ำสับปะรดเพื่อนำไปกรองด้วยระบบอัลตราฟิลเตรชัน (ultrafiltration) เพื่อกำจัดสารแขวนลอยที่มีขนาดเล็ก แล้วจึงทำการฟอกสีด้วยการแลกเปลี่ยนไอออนลบ (anion exchange)

### 1.5 การฆ่าเชื้อ

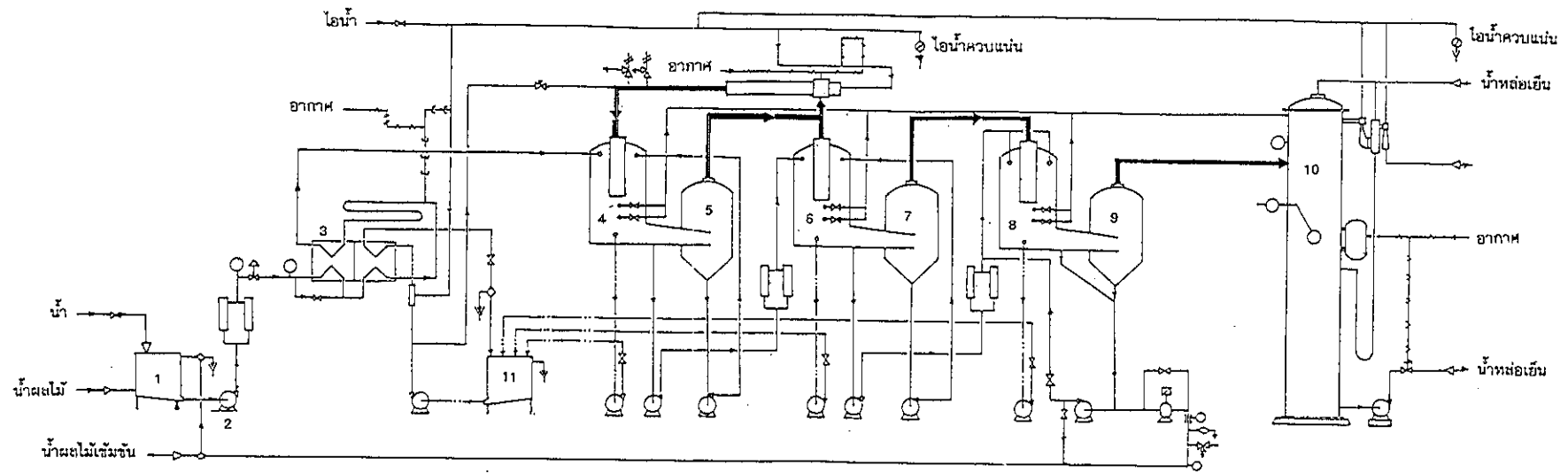
หลังจากกำจัดสิ่งเจือปนต่างๆ แล้วทำการฆ่าเชื้อจุลินทรีย์ในน้ำสับปะรด โดยการพลาสเจอร์ไรส์ ซึ่งขั้นตอนนี้จะเป็นการให้ความร้อนเบื้องต้นแก่น้ำสับปะรดก่อนการระเหยน้ำด้วย

### 1.6 การระเหยน้ำ

น้ำผลไม้ที่ได้จากการสกัดมักจะมี ความเข้มข้นต่ำ โดยเฉพาะในกรณีที่ทำ การสกัดโดยใช้ น้ำ ดังนั้นจึงต้องมีการทำให้น้ำผลไม้เข้มข้นขึ้นตามที่ต้องการโดยการระเหยน้ำออก ระบบการระเหยน้ำมีหลายแบบ ตัวอย่างระบบการระเหยที่ใช้กันแพร่หลายแสดงดังในภาพประกอบ 1.3

### 1.7 การบรรจุและเก็บรักษา

เนื่องจากผลิตภัณฑ์น้ำสับปะรดเข้มข้นมักจะเป็นผลิตภัณฑ์ที่ผลิตเพื่อส่งไปจำหน่ายยังต่างประเทศ หรือใช้เป็นวัตถุดิบในการผลิตเป็นผลิตภัณฑ์อื่นต่อไป ดังนั้นการบรรจุจึงมักจะบรรจุในถังขนาดใหญ่ โดยอาจจะเก็บในรูปของซองเหลวหรือในลักษณะของการแช่เยือกแข็งก็ได้



- |   |  |
|---|--|
| 1 = ถังดุลของสารป้อน (feed balance tank)    | 7 = เครื่องแยกหน่วยที่ 2 (2nd separator)       |
| 2 = ปั๊มสารป้อน                             | 8 = เครื่องระเหยหน่วยที่ 3                     |
| 3 = เครื่องให้ความร้อนเบื้องต้น (preheater) | 9 = เครื่องแยกหน่วยที่ 3 (3rd separator)       |
| 4 = เครื่องระเหยหน่วยที่ 1                  | 10 = เครื่องควบแน่นแบบพ่นฝอย (spray condenser) |
| 5 = เครื่องแยกหน่วยที่ 1 (1st separator)    | 11 = ถังเก็บไอควบแน่น (condensate tank)        |
| 6 = เครื่องระเหยหน่วยที่ 2                  |  |

ภาพประกอบ 1.3 ระบบการระเหยน้ำ

ที่มา : บริษัทสับปะรดไทย (จำกัด) มหาชน

## 2. การควบคุมกระบวนการผลิต

การควบคุมกระบวนการผลิตเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอันหนึ่งในการจัดการกระบวนการผลิตเพื่อให้สินค้าที่ผลิตได้มีคุณภาพสูงที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้โดยใช้ต้นทุนการผลิตที่ต่ำที่สุดในอดีตการควบคุมกระบวนการผลิตจะใช้คนเป็นผู้ตัดสินใจและควบคุมกระบวนการ ซึ่งบางครั้งอาจทำให้กระบวนการผลิตมีประสิทธิภาพไม่ดีพอหรือไม่สามารถทำได้เนื่องจากการควบคุมจะขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของผู้ควบคุมเป็นสำคัญ จึงนำไปสู่การพัฒนากระบวนการควบคุมแบบอัตโนมัติขึ้น

เมื่อพิจารณาการควบคุมกระบวนการผลิตเราอาจแบ่งระดับของการควบคุมได้เป็น 4 ระดับ (Anderson, *et al.*, 1994) คือ

1. การวัดค่าตัวแปรของระบบ (field instruments) โดยใช้เซนเซอร์ (sensor) ต่างๆ ต่อกับหน่วยควบคุมแบบดิจิทัล (digital control units) ซึ่งมักจะเป็นตัวควบคุมแบบลูปเดี่ยว (single loop controller) การควบคุมในระดับที่สูงกว่า จะส่งค่าอ้างอิง (set point) มายังการควบคุมในระดับนี้และจะรับข้อมูลต่างๆ กลับไป การควบคุมในระดับนี้จะทำหน้าที่ปรับตัวแปรเบื้องต้นของกระบวนการเช่น อัตราการไหล ความดัน อุณหภูมิโดยพิจารณาจากสัญญาณเซนเซอร์ (sensor signal) ที่ได้รับ

2. การควบคุมเรกูลาทอรี (regulatory control) การควบคุมในระดับนี้จะทำหน้าที่ควบคุมให้กระบวนการคงอยู่ที่สภาวะปัจจุบันตามค่าอ้างอิงที่เวลานั้นๆ เช่นการใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบพีไอดี (Proportional Integral Derivative device, PID device) ในการควบคุมรีฟลักซ์เรโซ (reflux ratio) ในกระบวนการกลั่นเป็นต้น

3. การควบคุมโดยมีเงื่อนไข (constraint control) หรือการควบคุมแบบซูเปอร์ไวซอรี (supervisory control) เป็นการควบคุมโดยพิจารณาข้อจำกัดต่าง ๆ ของระบบ เนื่องจากการควบคุมเรกูลาทอรี อาจไม่สามารถทำให้กระบวนการทุกกระบวนการของระบบดำเนินไปพร้อมกันอย่างมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะเมื่อระบบมีข้อจำกัดบางประการ

4. การหาผลเลิศของกระบวนการ (process optimization) เป็นการควบคุมในระดับที่มีการนำเอาความรู้ทางด้านเศรษฐศาสตร์มาใช้ในการตัดสินใจเพื่อให้สามารถผลิตสินค้าที่มีคุณภาพโดยใช้ต้นทุนการผลิตต่ำที่สุด ดังนั้นการควบคุมในระดับนี้จึงเป็นส่วนหนึ่งของการจัดการกระบวนการผลิต (plant wide optimization)

เนื่องจากการควบคุมในระดับการหาผลเลิศของกระบวนการเป็นการควบคุมที่ต้องอาศัยความรู้ทางด้านเศรษฐศาสตร์และการจัดการ ดังนั้นการควบคุมกระบวนการผลิตที่จะกล่าวถึงในที่นี้จะหมายถึงการควบคุมในระดับที่ต่ำกว่าการหาผลเลิศของกระบวนการเท่านั้น

การควบคุมกระบวนการในระดับที่ต่ำกว่าการหาผลเลิศของกระบวนการ เป็นการควบคุมตัวแปรต่างๆ ในกระบวนการผลิตเช่น อุณหภูมิ ความดัน อัตราการไหล ซึ่งวัตถุประสงค์ในการควบคุมนั้นได้แก่ (Coughanowr, 1991)

1. ควบคุมตัวแปรควบคุม (controlled variable) ให้มีค่าเท่ากับค่าอ้างอิง (set point) โดยให้ค่าอ้างอิงมีการเปลี่ยนแปลงจากค่าหนึ่งไปเป็นอีกค่าหนึ่ง ซึ่งการควบคุมในลักษณะนี้เรียกว่า การควบคุมแบบเซอร์โว (servo control)

2. ควบคุมตัวแปรควบคุมให้มีค่าเท่ากับค่าที่ต้องการ แม้ว่าจะมีปัจจัยอื่นๆ มารบกวนระบบ เรียกการควบคุมในลักษณะนี้ว่า การควบคุมแบบเรกูเลเตอร์ (regulator control)

ในการควบคุมตัวแปรต่างๆ ในกระบวนการผลิตนั้น นอกจากจะต้องเลือกใช้วิธีการในการควบคุม (control methodology) ให้เหมาะสมกับระบบแล้ว ยังมีสิ่งที่สำคัญต่อระบบควบคุมอีกสองประการคือ (Fisher, 1991)

1. วิธีที่ใช้ในการวัดหรือประมาณค่าของตัวแปรที่ต้องใช้ในการควบคุมเช่น อุณหภูมิ ความดัน ความเข้มข้น

2. หน่วยควบคุมขั้นสุดท้าย (final control element) ซึ่งเป็นส่วนที่ใช้ในการปรับค่าของตัวแปรบางตัวที่มีผลต่อตัวแปรควบคุม

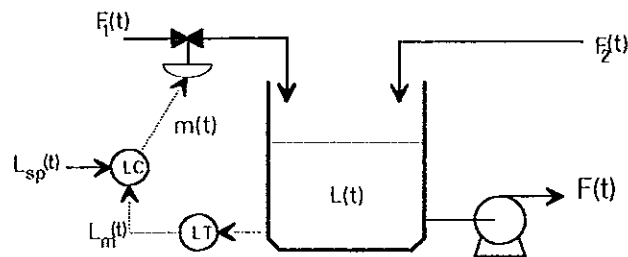
### 2.1 วิธีการควบคุม (Control methodology)

วิธีการควบคุมที่นิยมใช้ในปัจจุบันได้แก่การควบคุมแบบป้อนกลับ (feedback control) ซึ่งเป็นวิธีการควบคุมที่ใช้กันแพร่หลายในอุตสาหกรรมต่างๆ และยังเป็นพื้นฐานในการพัฒนาวิธีการควบคุมแบบอื่นๆ อีกด้วย อย่างไรก็ตามในปัจจุบันได้มีการพัฒนาการควบคุมขึ้นอีกหลายแบบ เช่นการควบคุมโดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (model-based control) การควบคุมตัวแปรหลายตัวพร้อมกัน (multivariable predictive control) และการควบคุมแบบอะแดปทีฟ (adaptive control) อีกทั้งยังมีการนำความรู้ทางด้านปัญญาประดิษฐ์ (artificial intelligence) เข้ามาช่วยให้ระบบควบคุมสามารถทำงานได้ดียิ่งขึ้นอีกด้วย สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้จะกล่าวถึงเฉพาะการควบคุมแบบป้อนกลับเท่านั้น

### 2.2 การควบคุมแบบป้อนกลับ (feedback control)

พิจารณากระบวนการดังแสดงในภาพประกอบ 1.4 โดย  $F_1(t)$  และ  $F_2(t)$  เป็นกระแสที่ไหลเข้าถังปรับระดับ (balance tank) และ  $F(t)$  เป็นกระแสดังออกจากถัง การควบคุมกระบวนการดังกล่าวโดยใช้การควบคุมแบบป้อนกลับก็คือ การควบคุมระดับของเหลวภายในถัง  $L(t)$  ให้มีค่าเท่ากับค่าอ้างอิง  $L_{sp}(t)$  โดยอาศัยข้อมูล  $L_m(t)$  ที่ได้จากการวัดค่า  $L(t)$  ในการปรับอัตราการไหล  $F_1(t)$  ซึ่งจะเห็นได้ว่าการควบคุมจะอาศัยการวัดค่าตัวแปรควบคุม  $L(t)$  และส่งค่าที่วัด

ได้นี้กลับไปยังตัวควบคุม (controller) เพื่อให้ในการปรับค่า  $F_1(t)$  หน้าที่ของตัวควบคุมในการควบคุมคือรับค่าข้อมูลจากการวัด  $L_m(t)$  และค่าอ้างอิง  $L_{sp}(t)$  แล้วทำการคำนวณค่าสัญญาณที่ออกจากตัวควบคุม (controller output signal) หรือ  $m(t)$  ที่เหมาะสมในการปรับค่าตัวแปรใช้ควบคุม (manipulated variable) ซึ่งเป็นตัวแปรที่ใช้ในการรักษาค่าของตัวแปรควบคุมให้มีค่าเท่ากับค่าอ้างอิง สำหรับตัวควบคุมแบบป้อนกลับนั้นมีอยู่หลายชนิดด้วยกัน แต่ที่นิยมใช้ได้แก่ตัวควบคุมแบบพีไอดีซึ่งจะคำนวณค่า  $m(t)$  ตามสมการ 1.1



ภาพประกอบ 1.4 ระบบการควบคุมระดับของเหลว

ที่มา : Fisher ( 1991 )

$$m(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_D \left[ \frac{d}{dt} e(t) \right] \quad (1.1)$$

เมื่อ  $e(t) = L_{sp}(t) - L_m(t)$

จากสมการจะเห็นได้ว่าการคำนวณค่า  $m(t)$  ของเครื่องควบคุมแบบพีไอดีประกอบด้วยเทอมสามเทอม คือ  $K_p e(t)$  เป็นเทอมที่ใช้ปรับค่า  $m(t)$  ให้เป็นสัดส่วนกับค่าความคลาดเคลื่อน  $e(t)$  ส่วนเทอมที่ 2 (integral term) จะปรับค่า  $m(t)$  จนกระทั่งค่า  $e(t)$  เท่ากับศูนย์ และ เทอมสุดท้าย (deviative term) จะใช้ในการป้องกันค่าความคลาดเคลื่อนที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

ในการออกแบบและวิเคราะห์ระบบ เราจะอธิบายองค์ประกอบแต่ละส่วนของระบบควบคุมด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ดังเช่นแบบจำลองของตัวควบคุมดังแสดงในสมการ 1.1 ตัวแปรต่างๆ ที่ใช้ในแบบจำลองเช่น  $m(t)$  มักจะอยู่ในรูปผลต่างของค่า  $m(t)$  ณ เวลาใด ๆ กับค่า  $m(t)$  ที่ภาวะคงตัวที่เรียกว่าตัวแปรเบี่ยงเบน (deviation variable) ซึ่งจะทำให้การคำนวณง่ายขึ้น ในการออกแบบระบบควบคุมนั้น นอกจากจะต้องเลือกตัวควบคุมที่เหมาะสมแล้วยังต้องเลือกค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเช่น  $K_p$ ,  $K_i$  และ  $K_D$  ในสมการ 1.1 ให้เหมาะสมด้วย การเลือกค่าพารามิเตอร์ที่ไม่เหมาะสมจะทำให้ระบบควบคุมไม่เสถียรแม้ว่ากระบวนการที่ต้องการควบคุมจะมีความเสถียรก็ตาม

### 2.3 ระบบควบคุมกระบวนการด้วยคอมพิวเตอร์

ปัจจุบันคอมพิวเตอร์ได้เข้ามามีบทบาทในการควบคุมกระบวนการผลิตมากขึ้น ไม่ว่าจะเป็นการใช้คอมพิวเตอร์ในการควบคุมระดับต่ำหรือระดับสูง ระบบควบคุมกระบวนการด้วยคอมพิวเตอร์มีอยู่หลายระบบด้วยกันแต่ที่นิยมได้แก่

- Distributed Control System (DCS)
- Programmable Logic Controller (PLC)
- Personal base system หรือ Personal computer/front end (PC/FE)

ซึ่งระบบควบคุมแต่ละแบบนี้จะเหมาะสมกับกระบวนการผลิตต่างๆ กันขึ้นอยู่กับกำลังการผลิตของกระบวนการนั้นๆ โดยทั่วไปการควบคุมแบบดีซีเอสจะเหมาะกับการควบคุมกระบวนการขนาดใหญ่ ขณะที่การควบคุมแบบพีแอลซีจะเหมาะกับการควบคุมกระบวนการขนาดกลาง ส่วนระบบที่ใช้คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลนั้นจะเหมาะกับการควบคุมขนาดเล็กดังแสดงในตาราง 1.1 อย่างไรก็ตามระบบที่ใช้คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลนั้นก็อาจใช้กับกระบวนการขนาดกลางได้ ส่วนระบบพีแอลซี ก็ใช้กับกระบวนการขนาดเล็กได้เช่นกัน (Uitenham and Munjal, 1991)

ตาราง 1.1 ระบบควบคุมกระบวนการด้วยคอมพิวเตอร์สำหรับกระบวนการผลิตขนาดต่างๆ

ระบบควบคุม	กำลังการผลิต	จำนวนจุด อินพุต/เอาต์พุต	จำนวนหน่วยการผลิต	
			ต่อเนื่อง	ไม่ต่อเนื่อง
ดีซีเอส	ใหญ่	มากกว่า 500	มากกว่า 3	มากกว่า 10
พีแอลซี	กลาง	100 - 500	3	2 - 10
พีซี / เอฟอี	เล็ก	น้อยกว่า 100	1	1 - 2

ที่มา Uitenham และ Munjal (1991)

ในปัจจุบันระบบควบคุมที่ใช้คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลเป็นระบบที่ได้รับความนิยมมากขึ้น เนื่องจากการที่อุปกรณ์ต่างๆ ที่ใช้อันได้แก่ เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล อุปกรณ์รับและส่งข้อมูล (I/O device) และ อุปกรณ์รับและส่งสัญญาณ (signal device) ได้รับการพัฒนามากขึ้นและมีราคาถูกลง อีกทั้งซอฟต์แวร์ระบบควบคุมที่ใช้กับระบบนี้มักจะมีลักษณะเป็นเมนู ซึ่งทำให้ผู้ใช้สามารถใช้งานได้ง่ายและไม่ต้องใช้เวลาความรู้ทางการเขียนโปรแกรมมากนัก นอกจากนี้ยังสามารถใช้ระบบควบคุมแบบนี้ร่วมกับระบบที่ใช้พีแอลซีในการควบคุมกระบวนการโดยใช้ ซีเรียลการ์ด (serial card) ที่มีอยู่ในเครื่องคอมพิวเตอร์ได้อีกด้วย



### 3. แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง

มีผู้พัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องขึ้นหลายแบบจำลอง โดยอาศัยพื้นฐานทางทฤษฎีและสมมติฐานที่ต่างกัน (Mecklenburgh and Hartland, 1975; Osterberg and Sorensen, 1981; Siripatana, 1986; Schwartzberg, 1987; Gunasekaran, Fisher and Casimir, 1989) แบบจำลองเหล่านี้ทั้งหมดเป็นแบบจำลองในสถานะคงตัว ในที่นี้จะกล่าวถึงแบบจำลองที่สำคัญ 3 แบบจำลองคือแบบจำลองการแพร่ (Diffusion model) แบบจำลองการแพร่ร่วมกับการผสมย้อนกลับ (backmixing diffusion model) และ แบบจำลองของ Osterberg และ Sorensen

#### 3.1 แบบจำลองการแพร่ (Diffusion model)

แบบจำลองนี้พัฒนามาจากกฎข้อที่สองของฟิคส์ (Fick's second law) ตามสมการ

$$\frac{\partial x_s}{\partial t_e} = \frac{1}{r^{s-1}} \frac{\partial}{\partial r} (r^{s-1} D_s \frac{\partial x_s}{\partial r}) \quad (1.2)$$

โดยที่

$x_s$  = ความเข้มข้นของตัวละลายในชั้นของแข็งที่จุดใดๆ (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)

$y$  = ความเข้มข้นของตัวละลายในของเหลว (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)

$t_e$  = เวลาที่ของแข็งอยู่ภายในเครื่องสกัด (วินาที)

$r$  = ระยะทางจากจุดศูนย์กลางหรือแกนของของแข็ง (เมตร)

$s$  = ดัชนีรูปร่าง (geometric index) เท่ากับ 1 สำหรับแผ่นราบยาวไม่จำกัด (infinite slab) 2 สำหรับทรงกระบอกยาวไม่จำกัด (infinite cylinder) และ 3 สำหรับทรงกลม (sphere)

$a$  = รัศมีของอนุภาคทรงกลมและทรงกระบอก หรือครึ่งหนึ่งของความหนาของแผ่นราบ

$D_s$  = สัมประสิทธิ์การแพร่ของตัวละลายในของแข็ง (solute diffusivity in solid, เมตร<sup>2</sup>/วินาที)

ในการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์จากสมการอันดับสองของฟิคส์นี้ มักจะสมมติให้

1. ความเข้มข้นภายในของแข็งที่ทุกตำแหน่ง  $r$  มีค่าเท่ากับที่เวลา  $t_e = 0$  หรือ  $x_s = x_{s0}$  เมื่อ  $x_{s0}$  คือค่าเริ่มต้นของ  $x_s$

2. อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $x_s$  เทียบกับ  $r$  เท่ากับ 0 ( $\frac{\partial x_s}{\partial r} = 0$ ) ที่ตำแหน่ง  $r = 0$

3. ค่าคงที่การกระจายสมดุลของตัวละลาย (solute equilibrium distribution coefficient,  $m$ ) หรืออัตราส่วนระหว่างความเข้มข้นของตัวละลายในของเหลวและของแข็งที่สถานะสมดุลมีค่าคงที่ นั่นคือ  $m = y^*/x_s^*$  มีค่าคงที่ เมื่อ  $x_s^*$  และ  $y^*$  คือค่าความเข้มข้นของตัวละลายในของแข็งและของเหลวที่สถานะสมดุลตามลำดับ

4. ของแข็งมีลักษณะเป็นเนื้อเดียวกัน (isotropic) นั่นคือของแข็งมีลักษณะโครงสร้างสม่ำเสมอ ในทั้งสามมิติซึ่งทำให้  $D_s$  ไม่ขึ้นกับทิศทางภายในของแข็ง และ  $D_s$  ไม่ขึ้นกับขนาดของของแข็ง

5. ขนาดของของแข็งคงที่ไม่มีการลดหรือเพิ่มขนาดเมื่อเวลาในการแพร่ผ่านไป

6. ไม่พิจารณาผลของเวลาที่ใช้ในการแตกตัวของเซลล์ (time of plasmolysis) และการชะล้างที่ผิว (surface washing)

7. จำนวนไบออด (Biot number,  $Bi$ ) มีค่าเป็นอนันต์ ซึ่งจะทำให้  $x_s = y/m$  ที่  $r = a$  ตลอดเวลาที่  $t_0$  มากกว่า 0

8.  $D_s$  คงที่ไม่ขึ้นกับความเข้มข้นและเวลาในการสกัด

9. อัตราส่วนระหว่างอัตราการไหลเชิงปริมาตรของของเหลวที่ใช้สกัดต่อปริมาตรของสารละลายในเฟสของแข็ง (draft) มีค่าคงที่

10. ไม่มีการแพร่กระจายในแนวแกน (axial dispersion) ทั้งในเฟสของแข็งและเฟสของเหลว

จากข้อสมมติดังกล่าว Schwartzberg (1987) ได้เสนอผลเฉลยของกระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องไว้ดังนี้

กรณี  $\alpha \neq 1.0$

$$\frac{x_t}{x_{s0}} = \frac{\alpha W(t_e) - W(t_{es})}{\alpha - W(t_{es})}$$

$$\frac{y_t}{m x_{s0}} = \frac{W(t_e) - W(t_{es})}{\alpha - W(t_{es})} \quad (1.3a)$$

กรณี  $\alpha = 1.0$

$$\frac{x_t}{x_{s0}} = \frac{1 + W(t_{es}) - W(t_e)}{1 + W(t_{es})}$$

$$\frac{y_t}{m x_{s0}} = \frac{W(t_{es}) - W(t_e)}{1 + W(t_{es})} \quad (1.3b)$$

เมื่อ

$\alpha$  = สตรีปปิงแฟกเตอร์ (stripping factor) หรือ ดราฟท์ (draft)

$$= Lm/S$$

$L$  = อัตราการไหลเชิงปริมาตรของของเหลว (เมตร<sup>3</sup>/วินาที)

$S$  = อัตราการไหลเชิงปริมาตรของของแข็ง (เมตร<sup>3</sup>/วินาที)

$x_i$  = ความเข้มข้นเฉลี่ยของตัวละลายในของแข็งที่เวลา  $t_0$  ใด ๆ ภายในเครื่องสกัด (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)

$y_i$  = ความเข้มข้นของตัวละลายในของเหลวที่เวลา  $t_0$  ใด ๆ ภายในเครื่องสกัด (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)

$t_{es}$  = เวลาทั้งหมดที่ของแข็งอยู่ภายในเครื่องสกัด (วินาที)

และ ค่า  $W(t_0)$  หาได้จากสมการต่อไปนี้

กรณี  $\alpha > 1.0$

$$W(t_0) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp[-q_i^2 f] \quad (1.4a)$$

กรณี  $\alpha < 1.0$

$$W(t_0) = C_0 \exp(q_0^2 f) + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp[-q_i^2 f] \quad (1.4b)$$

กรณี  $\alpha = 1.0$

$$W(t_0) = Gf + P_0 - \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp[-q_i^2 f] \quad (1.4c)$$

เมื่อ  $f$  = จำนวนฟิคส์ (Fick number) =  $D_s t_0 / a^2$

และค่า  $q_i$  เป็นรากของสมการดังแสดงในตาราง 1.2 และ 1.3 สำหรับค่า  $q_0$ ,  $C_0$  และ  $C_i$  กรณี  $\alpha \neq 1$  แสดงในตาราง 1.2 ส่วน  $C_i$  กรณี  $\alpha = 1$ ,  $G$  และ  $P_0$  แสดงใน ตาราง 1.3

โดยการใช้แบบจำลองนี้จะได้ว่าผลผลิตที่ได้จากการสกัด (Extraction yields,  $\eta$ ) เป็นไปตามสมการ

กรณี  $\alpha \neq 1.0$

$$\eta = \frac{\alpha[1-W(t_{es})]}{\alpha-W(t_{es})} \quad (1.5a)$$

กรณี  $\alpha = 1.0$

$$\eta = \frac{W(t_{es})}{1+W(t_{es})} \quad (1.5b)$$

$$\text{โดย } \eta = \frac{L_{y_{out}}}{Sx_{s0}}$$

เมื่อ  $y_{out}$  คือ ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของเหลวที่ออกจากเครื่องสกัด

ตาราง 1.2  $q_i$ ,  $C_i$ ,  $q_0$  และ  $C_0$  สำหรับกรณี  $\alpha \neq 1.0$

รูปร่าง	$q_i$	$C_i$	$q_0$	$C_0$
แผ่นราบยาว ไม่จำกัด	$\frac{\tan(q_i)}{\alpha}$	$\frac{2\alpha(\alpha-1)}{(\alpha q_i)^2 - (\alpha-1)}$	$\frac{\tanh(q_0)}{\alpha}$	$\frac{2\alpha(1-\alpha)}{(\alpha q_0)^2 - (1-\alpha)}$
ทรงกระบอก ยาวไม่จำกัด	$\frac{2J_1(q_i)}{\alpha J_0(q_i)}$	$\frac{4\alpha(\alpha-1)}{(\alpha q_i)^2 - 4(\alpha-1)}$	$\frac{2I_1(q_0)}{\alpha I_0(q_0)}$	$\frac{4\alpha(1-\alpha)}{(\alpha q_0)^2 - 4(1-\alpha)}$
ทรงกลม	$\frac{(3-\alpha q_i^2) \tan(q_i)}{3}$	$\frac{6\alpha(1-\alpha)}{(\alpha q_i)^2 - 9(1-\alpha)}$	$\frac{(3+\alpha q_0^2) \tanh(q_0)}{3}$	$\frac{6\alpha(1-\alpha)}{(\alpha q_0)^2 - 9(1-\alpha)}$

ที่มา : Schwartzberg (1987)

ตาราง 1.3  $q_i$ ,  $C_i$ ,  $G$  และ  $P_0$  สำหรับกรณี  $\alpha = 1.0$

Shape	$q_i$	$C_i$	$G$	$P_0$
แผ่นราบยาวไม่จำกัด	$\frac{\tan(q_i)}{\alpha}$	$\frac{2}{q_i^2}$	3	$\frac{6}{5}$
ทรงกระบอกยาวไม่จำกัด	$\frac{2J_1(q_i)}{\alpha J_0(q_i)}$	$\frac{4}{q_i^2}$	8	$\frac{4}{3}$
ทรงกลม	$\frac{(3-\alpha q_i^2) \tan(q_i)}{3}$	$\frac{6}{q_i^2}$	15	$\frac{10}{7}$

ที่มา : Schwartzberg (1987)

### 3.2 แบบจำลองการแพร่ร่วมกับการผสมย้อนกลับ (Backmixing diffusion model)

ในกระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องนั้น การไหลในเฟสของเหลวมักจะเกิดการผสมย้อนกลับขึ้น ดังนั้นจึงได้มีการนำทฤษฎีการผสมย้อนกลับมาใช้ในการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัด โดยทั่วไปการพัฒนาแบบจำลองโดยอาศัยทฤษฎีนี้มักจะใช้อัตราการไหลเชิงเส้นเป็นฐานในการคำนวณ อย่างไรก็ตามเนื่องจากอัตราการไหลเชิงเส้นของของเหลวภายในเครื่องสกัดมักจะไม่คงที่ ดังนั้น Siripatana (1986) จึงได้พัฒนาแบบจำลองโดยใช้อัตราการไหลเชิงปริมาตรซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงน้อยกว่าอัตราการไหลเชิงเส้นเป็นฐานในการคำนวณโดยสมมติให้

1. ค่าคงที่การกระจายสมดุลของตัวละลายมีค่าคงที่
2. ของแข็งมีลักษณะเป็นเนื้อเดียวกัน
3. ขนาดของของแข็งคงที่ไม่มี การลดหรือเพิ่มขนาดเมื่อเวลาในการแพร่ผ่านไป
4. ไม่พิจารณาผลของเวลาที่ใช้ในการแตกตัวของเซลล์และการชะล้างที่ผิว
5.  $D_s$  คงที่ไม่ขึ้นกับความเข้มข้นและเวลา
6. อัตราการไหลเชิงปริมาตรของเฟสของแข็งและของเหลวคงที่ตลอดเครื่องสกัด
7. สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม (overall mass transfer coefficient) มีค่าคงที่
8. สัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย (dispersion coefficient) คงที่
9. การไหลของของแข็งภายในเครื่องสกัดเป็นแบบปลั๊ก (plug flow) นั่นคือ สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายของเฟสของแข็งมีค่าเข้าใกล้ศูนย์

จากข้อสมมติดังกล่าวจะได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มข้นของตัวละลายในทั้งสองเฟส กับตำแหน่งต่างๆ ภายในเครื่องสกัดแสดงได้ดังสมการ

$$-\frac{dx}{dz} + \frac{1}{P} \frac{d^2x}{dz^2} = -\frac{1}{Q} \left( \frac{dy}{dz} + \frac{1}{R} \frac{d^2y}{dz^2} \right) = T_s(x-y/m)$$

เมื่อ  $P$  = จำนวนเพคเลต (Peclet number) ในเฟสของแข็ง =  $V_x S/D_x$

$R$  = จำนวนเพคเลตในเฟสของเหลว =  $V_x L/D_y$

$Q$  =  $S/L$

$T_s$  =  $V_x k_a/S$

$z$  =  $v_x/V_x$

$x$  = ความเข้มข้นตัวละลายเฉลี่ยในเฟสของแข็ง (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)

$y$  = ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของเหลว (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>)

$V_x$  = ปริมาตรทั้งหมดของของแข็งในเครื่องสกัด (เมตร<sup>3</sup>)

$D_x =$  สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเชิงปริมาตรในเฟสของแข็ง (เมตร<sup>2</sup>/วินาที)

$D_y =$  สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเชิงปริมาตรในเฟสของเหลว (เมตร<sup>2</sup>/วินาที)

$k_a =$  สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม (วินาที<sup>-1</sup>)

$v_x =$  ปริมาตรของของแข็งในเครื่องสกัดที่ตำแหน่งใดๆ (เมตร<sup>3</sup>)  $v_x = 0$  ณ จุดที่

ของแข็งเข้าเครื่องสกัด  $v_x = V_x$  ณ จุดที่ของแข็งออกจากเครื่องสกัด

โดยมีสภาวะขอบเขตคือ

$$x_{in} = x - \frac{1}{P} \frac{dx}{dz} \quad \text{at } z = 0$$

$$y_{out} = y, \quad \frac{1}{R} \frac{dy}{dz} = 0 \quad \text{at } z = 0$$

$$y_{in} = y + \frac{1}{R} \frac{dy}{dz} \quad \text{at } z = 1$$

$$x_{out} = x, \quad \frac{1}{P} \frac{dx}{dz} = 0 \quad \text{at } z = 1$$

เมื่อ  $x_{in}$  และ  $y_{in}$  คือความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวที่เข้าเครื่องสกัดตามลำดับ  $x_{out}$  และ  $y_{out}$  คือความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวที่ออกจากเครื่องสกัดตามลำดับ

ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของแบบจำลองนี้ในกรณีที่  $P$  มีค่าเข้าใกล้ค่าอนันต์สอดคล้องกับผลเฉลยที่เสนอโดย Mecklenburgh และ Hartland (1975) ซึ่งเป็นไปตามสมการ

กรณีที่  $F = S/mL$  ไม่เท่ากับ 1

$$\frac{x_{in} - x}{x_{in} - y_{in}/m} = \frac{(1-u_1)H_1/\mu_1 - (1-u_2)H_2/\mu_2}{(1-FU_1)H_1/\mu_1 - (1-FU_2)H_2/\mu_2}$$

$$\frac{y/m - y_{in}/m}{(x_{in} - y_{in}/m)F} = \frac{(u_1 - H_1U_1)/\mu_1 - (u_2 - H_2U_2)/\mu_2}{(1-FU_1)H_1/\mu_1 - (1-FU_2)H_2/\mu_2}$$

เมื่อ  $\mu_1$  และ  $\mu_2$  เป็นผลเฉลยของสมการ

$$\mu^2 + \mu(T_s + R) = T_s R (F - 1) \quad (1.6a)$$

กรณีที่  $F$  เท่ากับ 1

$$\frac{x_{in} - x}{x_{in} - y_{in}/m} = \frac{z + (1-u_1)H_1/\mu_1}{1 + 2/R + 1/T_s + (1-U_1)H_1/\mu_1}$$

$$\frac{y/m - y_{in}/m}{(x_{in} - y_{in}/m)F} = \frac{1 - z + 1/R + (u_1 - H_1U_1)/\mu_1}{1 + 2/R + 1/T_s + (1-U_1)H_1/\mu_1}$$

$$\text{เมื่อ } \mu_1 = -(R + T_s) \quad (1.6b)$$

โดยที่  $H = 1 + \mu/R$   $u = \exp(\mu z)$   $U = \exp(\mu)$

สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์  $k_u$  นั้น Siripatana (1986) ได้ประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวนี้โดยใช้ทฤษฎีการแพร่และสมมติให้การกระจายความเข้มข้นตัวละลายในชั้นของแข็งที่เวลาเริ่มต้นไม่มีผลต่อการสกัดซึ่งจะได้ว่า

$$k_a = sFK_b D_s / a^2 \quad (1.7)$$

เมื่อ  $s =$  ดัชนีรูปร่าง

$K_b =$  พารามิเตอร์ที่ขึ้นกับจำนวนไบออต (Bi) ซึ่งประมาณได้ด้วยสมการ

$$K_b = 1 / (1 + \hat{p} / Bi^k) \quad (1.8)$$

โดยที่ค่า  $\hat{p}$  และ  $k$  เป็นพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับรูปร่างของอนุภาคดังแสดงในตาราง 1.4

$a =$  รัศมีของทรงกลมและทรงกระบอกหรือครึ่งหนึ่งของความหนาของแผ่นราบ

$\hat{F} =$  พารามิเตอร์ที่ขึ้นกับรูปร่างของของแข็งและกราฟที่ใช้ดังแสดงในตาราง 1.5

ตาราง 1.4 แสดงค่าพารามิเตอร์  $\hat{p}$  และ  $k$  สำหรับของแข็งรูปร่างต่างๆ

รูปร่าง	$\hat{p}$	$k$
แผ่นราบยาวไม่จำกัด	2.24	1.02
ทรงกระบอกยาวไม่จำกัด	2.45	1.04
ทรงกลม	2.7	1.07

ที่มา : Siripatana (1986)

ตาราง 1.5 สมการแสดงการคำนวณค่า  $\hat{F}$

รูปร่าง	$\hat{F}$
แผ่นราบยาวไม่จำกัด	
$\alpha \geq 1$	$2.45555 + 0.53422/\alpha$
$0.5 \leq \alpha \leq 1$	$2.32389 + 0.66785/\alpha$
ทรงกระบอกยาวไม่จำกัด	
$\alpha \geq 1$	$2.86846 + 1.08823/\alpha$
$1 \leq \alpha \leq 2$	$2.77514 + 1.21530/\alpha$
ทรงกลม	
$\alpha \geq 1$	$3.25544 + 1.65638/\alpha$
$1 \leq \alpha \leq 2$	$3.06290 + 1.91876/\alpha$

ที่มา : Siripatana (1986)

### 3.3 แบบจำลองของ Osterberg และ Sorensen

Osterberg และ Sorensen (1981) ได้พัฒนาแบบจำลองการสกัดสำหรับเครื่องสกัด Rynkeby ซึ่งเป็นเครื่องสกัดแบบดีดีเอสชนิดหนึ่งโดยใช้น้ำบริสุทธิ์เป็นตัวทำละลายในการสกัด แบบจำลองนี้มีพื้นฐานมาจากสมการของ Brüniche-Olsen ตามสมการ

$$D_e^{(s)} \frac{d^2x}{dt^2} + v \frac{dx}{dt} - k_a(x-y) = 0 \quad (1.9a)$$

$$D_e^{(l)} \frac{d^2y}{dt^2} - w \frac{dy}{dt} + \frac{v\gamma}{1-\gamma} k_a(x-y) = 0 \quad (1.9b)$$

- เมื่อ
- $D_e^{(s)}$  = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายในเฟสของแข็ง (เมตร<sup>2</sup>/วินาที)
  - $D_e^{(l)}$  = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายในเฟสของเหลว (เมตร<sup>2</sup>/วินาที)
  - $l$  = ระยะทางในเครื่องสกัดโดยเริ่มจากปลายที่ของเหลวเข้า (เมตร)
  - $L_e$  = ความยาวของเครื่องสกัด (เมตร)
  - $v$  = ความเร็วเฉลี่ยของเฟสของแข็ง (เมตร/วินาที)
  - $w$  = ความเร็วเฉลี่ยของเฟสของเหลว (เมตร/วินาที)
  - $k_a$  = สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม (วินาที<sup>-1</sup>)
  - $v$  = ปริมาตรของน้ำและตัวละลายในชั้นของแข็งต่อปริมาตรของชั้นของแข็ง
  - $\gamma$  = ปริมาตรของเฟสของแข็งในเครื่องสกัดต่อปริมาตรของเครื่องสกัด

โดยการกำจัดตัวแปร  $x$  ออกจากสมการ 1.9a และ 1.9b จะได้สมการอนุพันธ์อันดับ 4 ทำการแก้สมการโดยพิจารณาให้เทอมที่เป็นอนุพันธ์อันดับที่ 3 และ 4 มีค่าน้อยสามารถตัดทิ้งได้ Osterberg และ Sorensen ได้เสนอผลเฉลยของสมการ 1.9a และ 1.9b ดังนี้

$$\frac{y}{x(l=L_e)} = \frac{\exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \hat{t} \cdot l\right] - 1}{\alpha \exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \hat{t}\right] - 1}$$

$$\frac{x}{x(l=L_e)} = \frac{\alpha \exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \hat{t} \cdot l\right] - 1}{\alpha \exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \hat{t}\right] - 1}$$

เมื่อ  $\alpha = \text{ตราฟท์} = \frac{w}{v} \cdot \frac{(1-\gamma)}{\gamma} \cdot \frac{l}{L_e}$

$$\hat{t} = \frac{\tau_k}{1+pD\tau_k}$$



$$\tau_k = \frac{k_a L_e}{v}$$

$$\hat{D} = \frac{D_e^{(l)}}{w L_e}$$

$$p = 1 + \frac{v \gamma}{1 - \gamma} \cdot \frac{D_e^{(s)}}{D_e^{(l)}}$$

$$\hat{l} = \frac{l}{L_e} \quad (l=0 \text{ water feed; } l=1 \text{ solid feed})$$

ในกรณีที่ถูกหนุมิที่ใช้ในการสกัดต่ำ แบบจำลองที่ใช้ในการอธิบายกลไกการสกัดจะต้องพิจารณาเวลาที่ใช้ในการแตกตัวของเซลล์ของของแข็ง (time of plasmolysis,  $t_p$ ) ด้วย เพื่อพิจารณาผลของ  $t_p$  Osterberg และ Sorensen (1981) ได้เสนอแบบจำลองกระบวนการโดยแบ่งเครื่องสกัดเป็น 2 ส่วนตามความยาวของเครื่องสกัดโดยแต่ละส่วนจะมีค่า  $k_s$  ไม่เท่ากันและสมมติให้ไม่เกิดการผสมย้อนกลับดังนี้

$$0 \leq \hat{l} \leq \hat{l}_{cr}$$

$$\frac{y}{x(l=L_e)} = \hat{C}_{cr} \frac{1 - \exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \tau_{k1} \cdot \hat{l}\right]}{1 - \exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \tau_{k1} \cdot \hat{l}_{cr}\right]}$$

$$\frac{x}{x(l=L_e)} = \hat{C}_{cr} \frac{1 - \alpha \exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \tau_{k1} \cdot \hat{l}\right]}{1 - \exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \tau_{k1} \cdot \hat{l}_{cr}\right]} = \hat{C}_{cr} \cdot K_1(\hat{l}) \quad (1.10)$$

$$\hat{l}_{cr} \leq \hat{l} \leq 1$$

$$1 - \frac{y}{x(l=L_e)} = (1 - \hat{C}_{cr}) \frac{\exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \tau_{k2} \cdot (\hat{l}-1)\right] - \alpha}{\exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \tau_{k2} \cdot (\hat{l}_{cr}-1)\right] - \alpha}$$

$$1 - \frac{x}{x(l=L_e)} = (1 - \hat{C}_{cr}) \frac{\exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \tau_{k2} \cdot (\hat{l}-1)\right] - 1}{\frac{1}{\alpha} \cdot \exp\left[\frac{\alpha-1}{\alpha} \cdot \tau_{k2} \cdot (\hat{l}_{cr}-1)\right] - 1}$$

$$= (1 - \hat{C}_{cr}) K_2(\hat{l}) \quad (1.11)$$

เมื่อ

$$\hat{l}_{cr} = 1 - \frac{v \cdot t_p}{L_e}$$

$$\hat{C}_{cr} = \frac{1 - K_2(\hat{l}_{cr})}{K_1(\hat{l}_{cr}) - K_2(\hat{l}_{cr})} \quad \text{เมื่อ } K_2 \text{ และ } K_1 \text{ กำหนดตามสมการ 1.10 และ 1.11}$$

$$\tau_{k1} = \frac{k_{a1}Le}{v} \quad \text{เมื่อ } k_{a1} \text{ คือ } k_a \text{ ในช่วง } l \leq l_{cr}$$

$$\tau_{k2} = \frac{k_{a2}Le}{v} \quad \text{เมื่อ } k_{a1} \text{ คือ } k_a \text{ ในช่วง } l \geq l_{cr}$$

### วัตถุประสงค์

1. พัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง เพื่อใช้ในการศึกษากลไกการสกัดและพัฒนากระบวนการควบคุมกระบวนการสกัด
2. ศึกษาผลของปัจจัยต่างๆ ที่มีต่อการสกัดน้ำผลไม้โดยการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์
3. อธิบายกลไกการสกัดในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ (reversing countercurrent extractor) โดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้น
4. ศึกษาและพัฒนาวิธีการควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้อย่างง่าย โดยการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์

## บทที่ 2

### วิธีการวิจัย

การวิจัยแบ่งเป็น 2 ตอนคือ

1. การพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง
2. การพัฒนาวิธีการควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้ได้อย่างง่าย

การพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง

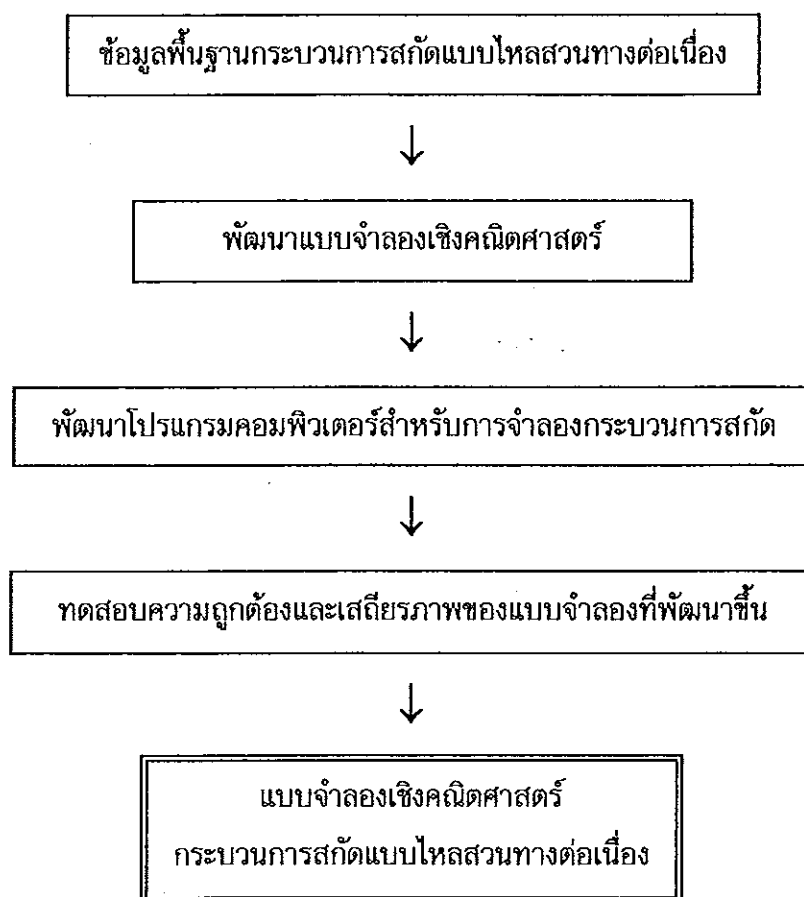
1. รวบรวมข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการสกัดน้ำผลไม้และปัจจัยต่างๆ ที่มีผลต่อการสกัด
2. พัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องในสถานะไม่คงตัว (unsteady state) และสถานะคงตัว (steady state) โดยใช้ทฤษฎีการผสมย้อนกลับ (backmixing theory) และหาผลเฉลยของแบบจำลองด้วยวิธีการเชิงเลข
3. สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการแก้สมการของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นและใช้ในการจำลองสถานการณ์กระบวนการสกัดน้ำผลไม้ด้วยคอมพิวเตอร์ โดยโปรแกรมที่สร้างขึ้นเป็นโปรแกรมที่ดำเนินการภายใต้ระบบปฏิบัติการดอส ใช้ภาษา C++ ในการเขียนโปรแกรม ตัวแปรภาษาที่ใช้คือ Borland C++ เวอร์ชัน 4.0 และ Borland PowerPack for DOS
4. ทดสอบความถูกต้องและเสถียรภาพ (stability) ของวิธีการเชิงเลขที่ใช้ในการหาผลเฉลยของแบบจำลองทั้งในกรณีของแบบจำลองที่สถานะคงตัวและไม่คงตัวโดย
  - 4.1 เปรียบเทียบผลที่คำนวณได้จากการใช้วิธีการเชิงเลขกับผลที่ได้จากผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ (analytical solution) ของแบบจำลองกระบวนการสกัดในกรณีเฉพาะคือแบบจำลองของกระบวนการในสถานะคงตัวที่ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ได้แก่ อัตราการไหลของของแข็งและของเหลวที่เข้าเครื่องสกัด สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม การผสมย้อนกลับในเฟสของแข็งและของเหลวมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับตำแหน่งภายในเครื่องสกัด
  - 4.2 จำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อศึกษาผลของปัจจัยต่างๆ ต่อการสกัดน้ำผลไม้ได้แก่
    - อัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสกัด
    - เวลาที่ใช้ในการสกัด (retention time)

- อุณหภูมิที่ใช้ในการสกัด
- ความต้านทานภายนอก (external resistance)
- ขนาดและรูปร่างของวัตถุดิบที่ใช้สกัด
- ระดับการผสมย้อนกลับที่เกิดขึ้นในเฟสของแข็งและของเหลว

ซึ่งปัจจัยเหล่านี้จะแสดงได้ด้วยพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ปรากฏในแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น

4.3 อธิบายกลไกการสกัดน้ำผลไม้ในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ โดยการพิจารณาเปรียบเทียบข้อมูลที่คำนวณได้จากแบบจำลองกับข้อมูลที่ได้จากการทดลองการสกัดน้ำผลไม้ที่มีผู้ได้ทำการทดลองไว้ ในกรณีของแบบจำลองในสถานะคงตัวจะเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ได้จากการดำเนินการสกัดไปแล้วไม่น้อยกว่า 4-5 ชั่วโมง สำหรับในกรณีของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัวนั้นจะเปรียบเทียบกับผลการทดลองในช่วงเริ่มต้นการผลิต (start up)

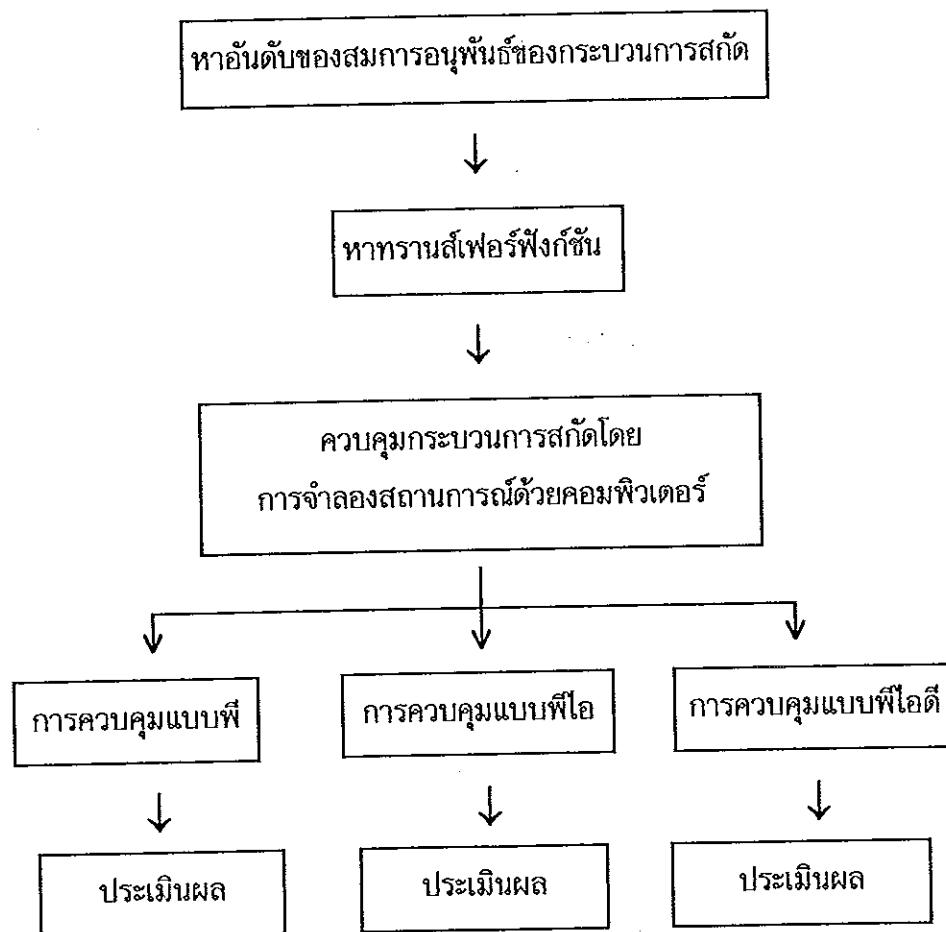
ขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องอาจสรุปได้ดังแสดงในภาพประกอบ 2.1



ภาพประกอบ 2.1 ขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์  
กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง

## การพัฒนาวิธีการควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้อย่างง่าย

1. หาอันดับของสมการอนุพันธ์ที่แทนกระบวนการสกัดโดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์การตอบสนองของตัวแปรควบคุมเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตัวแปรกระบวนการและตัวแปรใช้ควบคุมต่างๆ เป็นฟังก์ชันแบบขั้น (step function) โดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นเป็นตัวแทนของกระบวนการจริง
2. หาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (transfer function) ของกระบวนการสกัด
3. ใช้วิธีการควบคุมแบบพี (P) พีไอ (PI) และ พีไอดี (PID) ควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้ด้วยการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่ได้ เป้าหมายในการควบคุมคือควบคุมให้ตัวละลายในเฟสของแข็งที่ออกจากเครื่องสกัดมีค่าตามที่กำหนด
4. ประเมินผลการควบคุมในแง่ต่างๆ เช่น เสถียรภาพ ความคลาดเคลื่อนในการควบคุม ขั้นตอนการพัฒนาวิธีการควบคุมกระบวนการสกัดโดยสรุปแสดงในภาพประกอบ 2.2



ภาพประกอบ 2.2 ขั้นตอนการพัฒนาวิธีการควบคุมกระบวนการสกัด

### บทที่ 3

#### แนวคิดและการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง

##### แนวคิด

ลักษณะของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องที่ใช้ในการอธิบายกลไกและนำไปพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการสกัดจะแตกต่างจากแบบจำลองทั่วไปที่พัฒนาขึ้นเพื่อการออกแบบกระบวนการอยู่หลายประการได้แก่

1. เป็นแบบจำลองกระบวนการสกัดในสถานะไม่คงตัว คือแบบจำลองสามารถแสดงการเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและเฟสของเหลวที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในเครื่องสกัดตามเวลาที่ใช้ในการดำเนินการสกัด (operation time) ได้ ทั้งนี้เนื่องจากในการพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการใดๆ นั้นเราจำเป็นต้องทราบกลไกการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการดังกล่าวในช่วงที่ระบบอยู่ในสถานะไม่คงตัว

2. นอกจากความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและเฟสของเหลวแล้ว แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นจะต้องมีตัวแปรที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ใช้ในการดำเนินการสกัด ซึ่งจะใช้เป็นตัวแปรใช้ควบคุมได้ เช่นถ้าหากเราทำการควบคุมกระบวนการสกัดนำผลไม่โดยการปรับอัตราการไหลของของเหลว แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นจะต้องมีกราฟที่เป็นตัวแปรตัวหนึ่งที่ขึ้นกับเวลาในการดำเนินการสกัดจากเดิมที่กราฟที่เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่

3. พารามิเตอร์บางตัวของแบบจำลองผันแปรตามตำแหน่งภายในเครื่องสกัด เนื่องจากลักษณะของเครื่องสกัดบางชนิดหรือภาวะในการดำเนินการบางประการจะมีผลทำให้สมบัติของเฟสของแข็งและของเหลวเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งเช่นในเครื่องสกัดแบบดีดีเอสจะมีอุณหภูมิ ณ จุดที่ของแข็งเข้าต่ำกว่าจุดอื่นๆ เนื่องจากวัตถุดิบที่ใช้มีอุณหภูมิต่ำ (Osterberg and Sorensen, 1981) ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่จุดนี้จะต่ำกว่าจุดอื่นๆ ดังนั้นพารามิเตอร์ที่แสดงปริมาณการแพร่ของตัวละลายในแบบจำลองควรจะมีผันแปรตามตำแหน่งภายในเครื่องสกัด

เมื่อพิจารณาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัดที่ได้มีการพัฒนาขึ้นดังแสดงเป็นตัวอย่างในบทที่ 1 จะเห็นได้ว่าไม่มีลักษณะที่เราต้องการอยู่เนื่องจากแบบจำลองดังกล่าวเป็นแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น เพื่อใช้ในการอธิบายกลไกของการสกัดในสถานะคงตัว อีกทั้งมักจะมีพารามิเตอร์ต่างๆ เป็นค่าคงที่ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ขึ้นใหม่เพื่อ

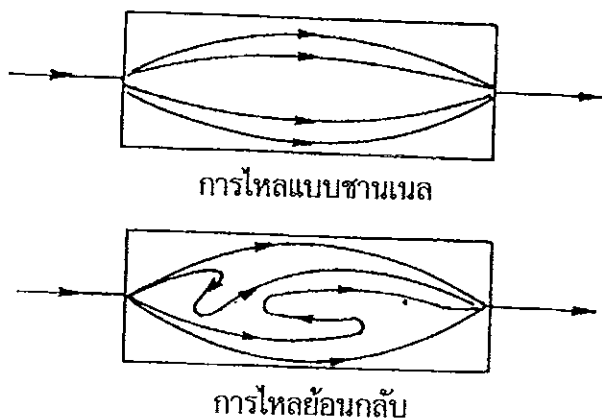
ให้บรรลุดัชนีประสิทธิผลของงานวิจัยที่ต้องการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการอธิบายกลไกและควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้

ทฤษฎีที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัด

เนื่องจากลักษณะการไหลของเฟสของแข็งและเฟสของเหลวภายในเครื่องสกัดมักจะทำให้เกิดการผสมย้อนกลับขึ้น ดังนั้นแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่จะพัฒนาขึ้นจึงเป็นแบบจำลองที่มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการผสมย้อนกลับ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีนี้คร่าวๆ เพื่อเป็นพื้นฐานในการพัฒนาแบบจำลองต่อไป

การผสมย้อนกลับ (backmixing) เป็นการไหลที่เบี่ยงเบนไปจากการไหลในอุดมคติสองแบบคือการไหลแบบปลั๊ก (plug flow) และการผสมอย่างสมบูรณ์ (perfect mixing)

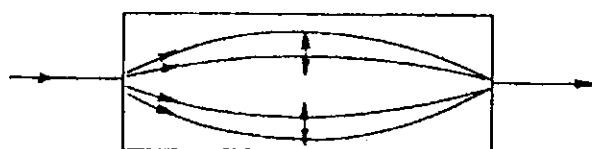
การไหลที่เบี่ยงเบนไปจากการไหลในอุดมคติ (non-ideal flow) มีอยู่หลายรูปแบบด้วยกัน รูปแบบที่ง่ายที่สุดได้แก่การไหลแบบชานเนล (channel flow) องค์ประกอบของกระแสที่เกิดการไหลแบบนี้จะแยกออกเป็นสายดังแสดงในภาพประกอบ 3.1 และแต่ละสายจะมีการไหลที่ไม่ขึ้นกับสายอื่น การไหลแบบลามินาร์ (laminar flow) เป็นกรณีเฉพาะของการไหลแบบนี้โดยที่แต่ละสายขององค์ประกอบจะมีขนาดเล็กมาก ถ้าหากแต่ละสายขององค์ประกอบเกิดการไหลกลับและยังคงไม่มีการผสมกันดังแสดงในภาพประกอบ 3.1 จะเรียกรูปแบบนี้ว่าการไหลย้อนกลับ (backflow) ดังนั้นความเร็วขององค์ประกอบย่อยๆ ในกระแสที่เกิดการไหลย้อนกลับ จะสูงกว่าความเร็วเฉลี่ยของกระแสนั้นๆ เนื่องจากการเกิดการไหลย้อนกลับนั่นเอง ส่วนกรณีของการไหลแบบชานเนลนั้นจะมีการไหลไปข้างหน้าเพียงอย่างเดียวซึ่งอาจจะมีเพียงบางสายเท่านั้นที่มีความเร็วมากกว่าความเร็วเฉลี่ย



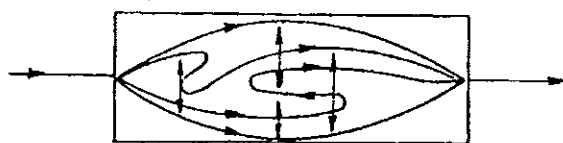
ภาพประกอบ 3.1 การไหลแบบชานเนลและการไหลย้อนกลับ

ที่มา : Mecklenburgh และ Hartland (1975)

ถ้าหากแต่ละสายของกระแสที่ไหลแบบขานเนลเกิดการผสมในแนวขวาง (transverse mixing) ซึ่งเกิดจากการใช้เครื่องผสมหรือแบฟเฟิล (baffle) เพื่อที่จะทำให้การไหลมีองค์ประกอบสม่ำเสมอและเพิ่มพื้นที่ผิวในการสัมผัสกันระหว่างเฟสสองเฟสดังแสดงในภาพประกอบ 3.2 ถ้าการผสมในแนวขวางเกิดขึ้นอย่างสมบูรณ์การไหลนั้นจะกลายเป็นการไหลแบบปลັก ส่วนการไหลย้อนกลับนั้นจะกลายเป็นการไหลแบบปลັกได้เช่นกันถ้าการผสมในแนวขวางเกิดขึ้นมากกว่าการไหลย้อนกลับ ในกรณีที่มีการไหลย้อนกลับมากกว่าการผสมในแนวขวาง การไหลนั้นจะกลายเป็นการผสมอย่างสมบูรณ์ แต่ถ้าหากการไหลย้อนกลับและการผสมในแนวขวางเกิดขึ้นในปริมาณที่ใกล้เคียงกันและเกิดขึ้นในปริมาณมาก รูปแบบการไหลที่เกิดขึ้นจะอยู่ระหว่างการไหลแบบปลັกและการผสมอย่างสมบูรณ์ซึ่งเรียกว่าการผสมย้อนกลับนั่นเอง (Mecklenburgh and Hartland, 1975)



การไหลแบบขานเนลร่วมกับการเกิดการผสมในแนวขวาง



การไหลย้อนกลับร่วมกับการเกิดการผสมในแนวขวาง

ภาพประกอบ 3.2 การไหลแบบขานเนลและการไหลย้อนกลับที่มีการผสมในแนวขวาง  
ที่มา : Mecklenburgh และ Hartland (1975)

แบบจำลองการผสมย้อนกลับมีอยู่สองแบบคือ

1. แบบจำลองการผสมย้อนกลับเชิงอนุพันธ์ (differential backmixing model)
2. แบบจำลองการผสมย้อนกลับแบบเป็นขั้น (stagewise backmixing model)

แบบจำลองการผสมย้อนกลับเชิงอนุพันธ์เป็นแบบจำลองที่ใช้กับอุปกรณ์ที่มีการไหลต่อเนื่องอย่างเช่น ท่อ เครื่องสกัด เป็นต้น ส่วนแบบจำลองการผสมย้อนกลับแบบเป็นขั้นนั้นมักจะใช้กับการไหลแบบเป็นขั้นเช่นหอกลั่น อย่างไรก็ตามอุปกรณ์แต่ละชนิดก็สามารถใช้แบบจำลองทั้งสองแบบนี้ได้แล้วแต่ความสะดวกในการใช้งาน เนื่องจากในงานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาแบบจำลองของกระบวนการสกัดที่มีลักษณะต่อเนื่องดังนั้นจึงจะกล่าวถึงเฉพาะแบบจำลองการผสมย้อนกลับเชิงอนุพันธ์



### แบบจำลองการผสมย้อนกลับเชิงอนุพันธ์

ถ้า  $v$  คือความเร็วของของไหล และ  $x$  คือความเข้มข้นของสารประกอบใด ๆ ในของไหลนั้น โดยทฤษฎีของแบบจำลองการผสมย้อนกลับเชิงอนุพันธ์จะได้อัตราการไหลของสารประกอบดังกล่าวต่อหน่วยพื้นที่ที่ผ่านจุด  $l$  ใดๆ คือ

$$vX \equiv vx - D \frac{dx}{dl}$$

เมื่อ  $D$  คือสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย (dispersion coefficient) ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ที่บอกระดับของการผสมย้อนกลับที่เกิดขึ้น ในระบบที่มีการไหลแบบปลั๊กสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายจะเท่ากับศูนย์ ในขณะที่เมื่อระบบมีการผสมอย่างสมบูรณ์สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายจะมีค่าเป็นอนันต์

พิจารณาดุลมวลสารรอบปริมาตรที่มีความยาว  $dl$  ที่สถานะคงตัวดังแสดงในภาพประกอบ 3.3 จะได้ว่า

- ปริมาณสารประกอบที่เข้าปริมาตรที่มีความยาว  $dl$  มีค่าเท่ากับ  $vx - D \frac{dx}{dl}$
- จากอนุกรมของเทย์เลอร์จะได้ว่าปริมาณสารประกอบที่ออกจากปริมาตรที่มีความยาว  $dl$  คือ

$$(vx - D \frac{dx}{dl}) + (l_{i+1} - l_i) \frac{d}{dl} (vx - D \frac{dx}{dl}) + \frac{l_{i+1}^2 - l_i^2}{2l} \frac{d^2}{dl^2} (vx - D \frac{dx}{dl}) + \dots$$

เมื่อพิจารณาเฉพาะสองเทอมแรกจะได้ว่า

$$\text{ปริมาณสารประกอบที่ออกจากปริมาตรที่มีความยาว } dl \text{ คือ } (1 + dl \frac{d}{dl})(vx - D \frac{dx}{dl})$$

- อัตราการหายไปของสารประกอบต่อหน่วยปริมาตร ( $r_v$ ) คือ  $-\frac{d}{dl}(vx - D \frac{dx}{dl})$

สภาวะขอบเขตสามารถพิจารณาได้จากการเปรียบเทียบลักษณะการไหลของของไหลที่อยู่ภายในและภายนอกอุปกรณ์ ซึ่งจะได้ว่า

สภาวะขอบเขตที่ทางเข้าของอุปกรณ์คือ

$$vx_{in} = vX = vx - D \frac{dx}{dl} \quad \text{ที่ } l = 0$$

และสภาวะขอบเขตที่ทางออกจากอุปกรณ์คือ

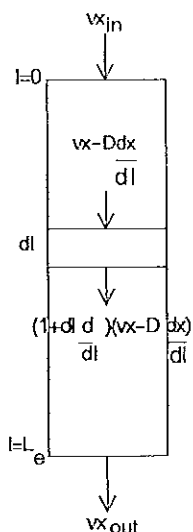
$$vx_{out} = vX = vx - D \frac{dx}{dl} \quad \text{ที่ } l = L_0$$

เมื่อ  $L_0$  คือความยาวทั้งหมดของอุปกรณ์

เนื่องจากความเข้มข้น  $x$  ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อออกจากอุปกรณ์ดังนั้นจะได้ว่า

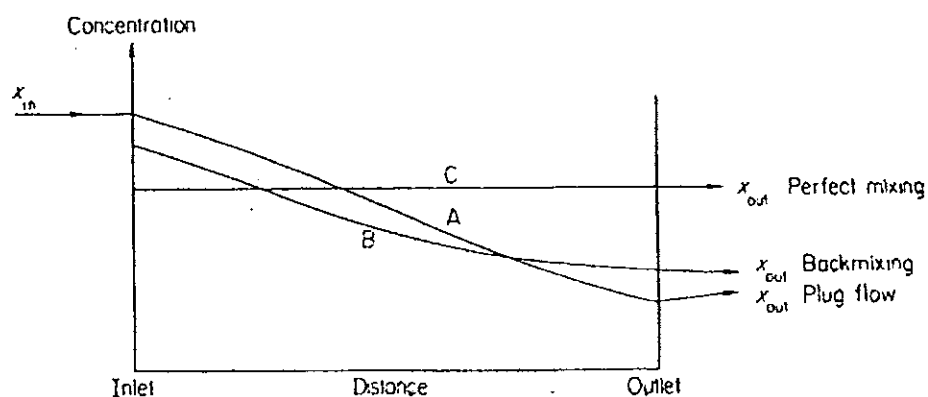
$$X = x = x_{out} \quad \text{และ} \quad D \frac{dx}{dl} = 0$$

นั่นคือ  $dx/dl = 0$  เมื่อ  $D$  ไม่เท่ากับศูนย์



ภาพประกอบ 3.3 การไหลในอุปกรณ์ที่มีการผสมย้อนกลับ  
ที่มา : Mecklenburgh และ Hartland (1975)

ภาพประกอบ 3.4 แสดงโปรไฟล์ความเข้มข้น (concentration profile) ของการไหลแบบต่างๆ เมื่อ โปรไฟล์ A คือการไหลแบบปลั๊ก โปรไฟล์ B คือการไหลที่มีการผสมย้อนกลับ และ โปรไฟล์ C คือการผสมอย่างสมบูรณ์ จากภาพจะเห็นได้ว่าในกรณีของการผสมย้อนกลับนั้น ความเข้มข้นที่ทางเข้าจะมีการเปลี่ยนแปลงแบบขั้นบันได ส่วนบริเวณทางออกจะมีความเข้มข้นค่อนข้างคงที่ ซึ่งลักษณะเช่นนี้ไม่ปรากฏในกรณีของการไหลแบบปลั๊ก แต่จะปรากฏอย่างชัดเจนในกรณีของการผสมอย่างสมบูรณ์ นอกจากนี้ความเข้มข้นที่ทางออกของกรณีที่มีการผสมย้อนกลับจะอยู่ระหว่างความเข้มข้นที่ทางออกของอีกสองกรณีเมื่อความเข้มข้นที่ทางเข้ามีค่าเท่ากันด้วย



ภาพประกอบ 3.4 โปรไฟล์ความเข้มข้นของระบบที่มีการไหลแบบปลั๊ก  
การผสมอย่างสมบูรณ์และการผสมย้อนกลับ

ที่มา : Mecklenburgh และ Hartland ( 1975 )

ในกระบวนการสกัด องค์ประกอบที่ต้องการสกัดจะถ่ายเทจากเฟสหนึ่งในที่นี้คือเฟสของแข็งไปยังอีกเฟสหนึ่งซึ่งได้แก่เฟสของเหลวด้วยอัตราการถ่ายเทต่อหน่วยปริมาตรตามสมการ

$$r_a = k_x (x - x^*)$$

$$r_a = k_y (y - y^*)$$

เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นความเข้มข้นในเฟสของแข็งและเฟสของเหลวตามลำดับ  $x^*$  คือความเข้มข้น  $x$  ที่สมดุลกับ  $y$  ส่วน  $y^*$  คือความเข้มข้น  $y$  ที่สมดุลกับ  $x$  ส่วน  $k_x$  และ  $k_y$  คือสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมที่อิงกับเฟสของแข็งและของเหลวตามลำดับ

### ข้อสมมติในการพัฒนาแบบจำลอง

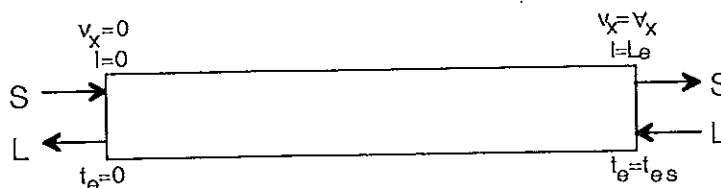
ในการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัดในงานวิจัยนี้จะสมมติให้

1. ค่าคงที่การกระจายสมดุลของตัวละลายมีค่าคงที่
2. ของแข็งมีลักษณะเป็นเนื้อเดียวกันนั้น คือของแข็งมีลักษณะโครงสร้างสม่ำเสมอในทั้งสามมิติ ซึ่งทำให้สัมประสิทธิ์การแพร่ไม่ขึ้นกับทิศทางภายในของแข็งและไม่ขึ้นกับขนาดของของแข็ง
3. ขนาดของของแข็งคงที่ไม่มี การลดหรือเพิ่มขนาด
4. อัตราการไหลเชิงปริมาตรของของแข็งมีค่าคงที่ตลอดการสกัด
5. การเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลเชิงปริมาตรของของเหลวที่เวลาใดๆ จะมีผลทำให้อัตราการไหลของของเหลวภายในเครื่องสกัดเปลี่ยนแปลงไปด้วยทันที

### การพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัด

ก่อนที่จะพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัด จำเป็นจะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรสองตัวซึ่งอาจจะทำให้เกิดความสับสนได้แก่ เวลาที่ใช้ในการดำเนินการสกัด (operation time) ซึ่งจะใช้สัญลักษณ์  $t$  และเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด (extraction time) ซึ่งจะใช้สัญลักษณ์  $t_e$  พิจารณาเครื่องสกัดดังแสดงในภาพประกอบ 3.5 จะเห็นได้ว่า  $t_e$  มีค่าเท่ากับ 0 ที่ตำแหน่งที่ของแข็งเข้าสู่เครื่องสกัดและมีค่าเท่ากับเวลาทั้งหมดที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด  $t_e$  ที่ทางออกของของแข็ง ในขณะที่เวลาที่ใช้ในการดำเนินการสกัดนั้นจะมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อเริ่มต้นดำเนินการสกัดและจะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งสิ้นสุดกระบวนการสกัด ดังนั้นเพื่อป้องกันความสับสนที่อาจจะเกิดขึ้น ในการพัฒนาแบบจำลองของกระบวนการสกัดต่อไปจะเรียก

เวลาที่ใช้ในการดำเนินการสกัดว่าเวลาในการสกัดและใช้สัญลักษณ์  $t$  ส่วนตัวแปรที่แสดงเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัดนั้นจะแสดงในรูปของระยะทางหรือปริมาตรของของแข็งภายในเครื่องสกัด และใช้สัญลักษณ์ว่า  $l$  หรือ  $v_x$  โดยให้  $l = 0$  ที่ตำแหน่งที่ของแข็งเข้าสู่เครื่องสกัดและเท่ากับความยาวของเครื่องสกัด  $L_0$  ที่ทางออกของของแข็ง หรือ  $v_x = 0$  ที่ตำแหน่งที่ของแข็งเข้าสู่เครื่องสกัด และเท่ากับปริมาตรทั้งหมดของของแข็งในเครื่องสกัด  $V_x$  ที่ทางออกของของแข็ง



ภาพประกอบ 3.5 แผนภาพแสดงตัวแปรเวลาในกระบวนการสกัด

แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการสกัดที่เสนอในงานวิจัยนี้พัฒนาขึ้นโดยใช้ทฤษฎีการผสมย้อนกลับซึ่งเป็นทฤษฎีที่ใช้ได้ดีในการอธิบายกลไกการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง (Siripatana, 1986) โดยทั่วไปการพัฒนาแบบจำลองจากทฤษฎีนี้ จะใช้ความเร็วเป็นฐานในการคำนวณ แต่ในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ ความเร็วของเฟสของเหลวจะไม่คงที่เนื่องจากการที่เครื่องสกัดวางตัวในแนวเอียง อย่างไรก็ตามอัตราการไหลของเฟสของแข็งและของเหลวเฉลี่ยในเครื่องสกัดที่ตำแหน่งใดๆ จะมีค่าคงที่ ดังนั้นแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นจะใช้อัตราการไหลเชิงปริมาตร (volumetric flow rate) เป็นฐานในการคำนวณเช่นเดียวกับแบบจำลองการแพร่ร่วมกับการผสมย้อนกลับที่ Siripatana ได้พัฒนาขึ้น

พิจารณาดุลมวลสารในปริมาตรเล็กๆ  $dv_x$  ดังแสดงในภาพประกอบ 3.6 โดยที่

$S$  = อัตราการไหลเชิงปริมาตรของของแข็ง (เมตร<sup>3</sup>/วินาที)

$L$  = อัตราการไหลเชิงปริมาตรของของเหลว (เมตร<sup>3</sup>/วินาที) เป็นฟังก์ชันกับ  $t$

$x$  = ความเข้มข้นเฉลี่ยของตัวละลายในเฟสของแข็ง (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>) เป็นฟังก์ชันกับ  $t$  และ  $v_x$

$y$  = ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของเหลว (กิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>) เป็นฟังก์ชันกับ  $t$

และ  $v_x$

$v_x$  = ปริมาตรของของแข็งในเครื่องสกัดที่ตำแหน่งใดๆ (เมตร<sup>3</sup>) นับจากปลายที่ของแข็งเข้าเครื่องสกัด

$v_y$  = ปริมาตรของของเหลวที่ไหลผ่านของแข็งปริมาตร  $v_x$  (เมตร<sup>3</sup>)

$V_x$  = ปริมาตรทั้งหมดของของแข็งในเครื่องสกัด (เมตร<sup>3</sup>)

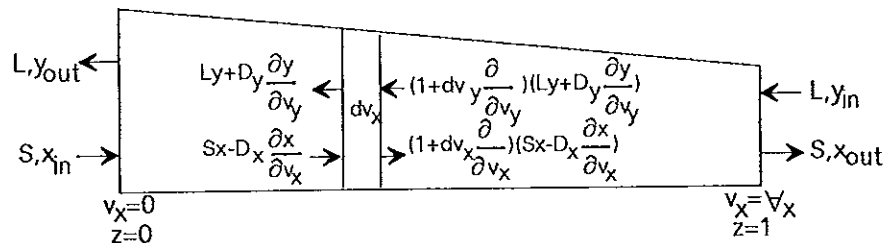
$D_x$  = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเชิงปริมาตร (volumetric dispersion coefficient) ในเฟสของแข็ง (เมตร<sup>2</sup>/วินาที) เป็นฟังก์ชันกับ  $v_x$

$D_y$  = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเชิงปริมาตรในเฟสของเหลว (เมตร<sup>2</sup>/วินาที) เป็นฟังก์ชันกับ  $v_x$

$K_s$  = สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม (overall solid phase mass transfer coefficient) มีหน่วยเป็นเมตร/วินาที เป็นฟังก์ชันกับ  $v_x$

$dA$  = พื้นที่ผิวของของแข็งที่อยู่ในปริมาตร  $dv_x$  (เมตร<sup>2</sup>)

$x^*$  = ความเข้มข้นของตัวละลายเฉลี่ยในของแข็งที่สมดุลกับความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของเหลว (bulk liquid phase) มีหน่วยเป็นกิโลกรัม/เมตร<sup>3</sup>



ภาพประกอบ 3.6 แผนภาพแสดงดุลมวลสารรอบปริมาตร  $dv_x$  ในเครื่องสกัด

พิจารณาดุลของตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าและออกจากปริมาตร  $dv_x$

- ปริมาณตัวละลายที่เข้า

$$S \left( x - \frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x} \right)$$

- ปริมาณตัวละลายที่ออก

$$S \left( 1 + dv_x \frac{\partial}{\partial v_x} \right) \left( x - \frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x} \right)$$

- ปริมาณตัวละลายที่ถ่ายเทไปยังเฟสของเหลว

$$K_s dA (x - x^*)$$

- ปริมาณตัวละลายสะสม

$$dv_x \frac{\partial x}{\partial t}$$

จากสมการดุลมวลสารจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{ปริมาณตัวละลายเข้า} - \text{ปริมาณตัวละลายออก} - \text{ปริมาณตัวละลายที่ถ่ายเทไปยังของเหลว} \\ = \text{ปริมาณตัวละลายที่สะสม} \end{aligned}$$

$$S\left(x - \frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x}\right) - S\left(1 + dv_x \frac{\partial}{\partial v_x}\right)\left(x - \frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x}\right) - K_s dA(x - x^*) = dv_x \frac{\partial x}{\partial t}$$

$$S\left(x - \frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x}\right) - S\left(x - \frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x}\right) - Sdv_x \left[\frac{\partial x}{\partial v_x} - \frac{\partial}{\partial v_x} \left(\frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x}\right)\right] - K_s dA(x - x^*) = dv_x \frac{\partial x}{\partial t}$$

$$-Sdv_x \left[\frac{\partial x}{\partial v_x} - \frac{\partial}{\partial v_x} \left(\frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x}\right)\right] - K_s dA(x - x^*) = dv_x \frac{\partial x}{\partial t}$$

$$-S \left[\frac{\partial x}{\partial v_x} - \frac{\partial}{\partial v_x} \left(\frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x}\right)\right] - K_s \frac{dA}{dv_x} (x - x^*) = \frac{\partial x}{\partial t}$$

เปลี่ยนตัวแปรต่างๆ ให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้หน่วยโดย

$$\theta = t/\tau \quad \text{เมื่อ } \tau = V_x/S \quad \text{และ } t = \text{เวลาในการสกัด}$$

$$z = v_x/V_x$$

$$P = \text{จำนวนเพศเลขในเฟสของแข็ง}$$

$$= V_x S / D_x$$

$$T_s = \frac{V_x K_s dA}{S dv_x} = \tau k_a \quad \text{เมื่อ } k_a = \frac{K_s dA}{dv_x}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$-S \left[\frac{\partial x}{\partial v_x \partial z} - \frac{\partial}{\partial v_x} \left(\frac{D_x}{S} \frac{\partial x}{\partial v_x \partial z}\right)\right] - K_s \frac{dA}{dv_x} (x - x^*) = \frac{\partial x}{\tau \partial \theta}$$

เอา  $\tau$  คูณตลอดและแทน  $\tau$  ด้วย  $V_x/S$

$$-\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{D_x}{S V_x} \frac{\partial x}{\partial z}\right) - K_s \frac{V_x}{S} \frac{dA}{dv_x} (x - x^*) = \frac{\partial x}{\partial \theta}$$

$$-\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{P} \frac{\partial x}{\partial z}\right) - T_s (x - x^*) = \frac{\partial x}{\partial \theta}$$

แทน  $x^* = y/m$  โดย  $m = \text{ค่าคงที่การกระจายสมดุลจะได้ว่า}$

$$-\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{P} \frac{\partial x}{\partial z}\right) - T_s (x - y/m) = \frac{\partial x}{\partial \theta} \quad (3.1)$$

พิจารณาผลของตัวละลายในเฟสของเหลวที่เข้าและออกจากปริมาตร  $dv_x$

- ปริมาณตัวละลายที่เข้า

$$L\left(1 + dv_y \frac{\partial}{\partial v_y}\right) \left(y + \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y}\right)$$

- ปริมาณตัวละลายออก

$$L\left(y + \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y}\right)$$

- ปริมาณตัวละลายที่ถ่ายเทมาจากเฟสของแข็ง

$$K_s dA(x - x^*)$$

- ปริมาณตัวละลายสะสม

$$dv_y \frac{\partial y}{\partial t}$$

จากสมการดุลมวลสารจะได้ว่า

$$L\left(1 + dv_y \frac{\partial}{\partial v_y}\right) \left(y + \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y}\right) + K_s dA(x - x^*) - L\left(y + \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y}\right) = dv_y \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$L\left(y + \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y}\right) + L dv_y \left[ \frac{\partial y}{\partial v_y} + \frac{\partial}{\partial v_y} \left( \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y} \right) \right] + K_s dA(x - x^*) - L\left(y + \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y}\right) = dv_y \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$L dv_y \left[ \frac{\partial y}{\partial v_y} + \frac{\partial}{\partial v_y} \left( \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y} \right) \right] + K_s dA(x - x^*) = dv_y \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$L \left[ \frac{\partial y}{\partial v_y} + \frac{\partial}{\partial v_y} \left( \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{\partial v_y} \right) \right] + K_s \frac{dA}{dv_y} (x - x^*) = \frac{\partial y}{\partial t}$$

กำหนดให้

$$v_y = v v_x$$

$$v = L/S$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$L \left[ \frac{\partial y}{v \partial v_x} + \frac{\partial}{v \partial v_x} \left( \frac{D_y}{L} \frac{\partial y}{v \partial v_x} \right) \right] + K_s \frac{dA}{v dv_x} (x - x^*) = \frac{\partial y}{\partial t}$$

เปลี่ยนตัวแปรต่างๆ ให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้หน่วยโดย

$$R = \text{จำนวนเพคเลทในเฟสของเหลว}$$

$$= V_x L / D_y$$

$$T_L = \frac{V_x K_s dA}{L \, dv_x} = T_s \frac{S}{L}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$L \left[ \frac{\partial y}{V_x v \partial z} + \frac{1}{v V_x} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{D_y}{L V_x v} \frac{\partial y}{\partial z} \right) \right] + K_s \frac{dA}{v dv_x} (x - x^*) = \frac{\partial y}{\tau \partial \theta}$$

คูณด้วย  $V_x/L$

$$\frac{\partial y}{v \partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{D_y}{v L V_x} \frac{\partial y}{\partial z} \right) + K_s \frac{dA}{v dv_x} \frac{V_x}{L} (x - x^*) = \frac{S}{L} \frac{\partial y}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{vR} \frac{\partial y}{\partial z} \right) + T_L \left( x - \frac{y}{m} \right) = \frac{vS}{L} \frac{\partial y}{\partial \theta} \quad (3.2)$$

โดยพิจารณาลักษณะการไหลของเฟสของแข็งและของเหลวรอบทางเข้าและทางออกของเครื่องสกัด และเนื่องจากความเข้มข้น  $x$  และ  $y$  ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อออกจากเครื่องสกัด ดังนั้นสภาวะขอบเขต (boundary condition) ของสมการ 3.1 และ 3.2 คือ

$$x_{in} = x - \frac{1}{p} \frac{\partial x}{\partial z} \quad \text{ที่ } z = 0 \quad (3.3)$$

$$y_{out} = y, \quad \frac{1}{vR} \frac{\partial y}{\partial z} = 0 \quad \text{ที่ } z = 0 \quad (3.4)$$

$$y_{in} = y + \frac{1}{vR} \frac{\partial y}{\partial z} \quad \text{ที่ } z = 1 \quad (3.5)$$

$$x_{out} = x, \quad \frac{1}{p} \frac{\partial x}{\partial z} = 0 \quad \text{ที่ } z = 1 \quad (3.6)$$

เมื่อ  $x_{in}$  และ  $y_{in}$  คือ ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวที่เข้าเครื่องสกัดตามลำดับ

$x_{out}$  และ  $y_{out}$  คือ ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวที่ออกจากเครื่องสกัดตามลำดับ

และสภาวะเริ่มต้น (initial condition) คือ

$$x = 0, \quad y = 0 \quad \text{สำหรับ } 0 \leq z \leq 1 \quad \text{ที่ } t = 0 \quad (3.7)$$



ในกรณีที่ระบบอยู่ในสถานะคงตัวสมการ 3.1 และ 3.2 จะลดรูปกลายเป็น

$$-\frac{dx}{dz} + \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{P} \frac{dx}{dz}\right) - T_s(x-y/m) = 0 \quad (3.1a)$$

$$\frac{dy}{dz} + \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{vR} \frac{dy}{dz}\right) + T_L(x-y/m) = 0 \quad (3.2a)$$

### การหาผลเฉลยของแบบจำลอง

แบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นเป็นสมการที่มีความซับซ้อนมากเนื่องจากแบบจำลองมีสมการที่อยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ย่อยซึ่งมีตัวแปรที่ขึ้นกับ  $t$  และ  $v_x$  หลายตัว ดังนั้นการหาผลเฉลยของสมการในเชิงวิเคราะห์ (analytical solution) จะมีความซับซ้อนมากหรืออาจจะแก้ไม่ได้เลย เพื่อลดความยุ่งยากจากการแก้สมการ การหาผลเฉลยของแบบจำลองจะใช้วิธีการเชิงเลขแทน

#### 1. กรณีแบบจำลองในสถานะไม่คงตัว (สมการ 3.1 - 3.7)

วิธีการเชิงเลขที่ใช้ได้แก่ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์แบบ Crank-Nicolson ซึ่งเป็นวิธีอิมพลีซิท (Implicit method) วิธีนี้จะมีความเสถียรกว่าไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่เป็นวิธีเอกพลีซิท (Explicit method) และมีความคลาดเคลื่อนอันดับที่สองในตัวแปรเวลา ( $\theta$ ) และตำแหน่ง ( $z$ ) (Chapra and Canale, 1990) ในการหาผลเฉลยเราจะกำหนดให้ตัวแปรและพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงตาม  $t$  และ  $v_x$  ดังสรุปได้ดังนี้

##### 1.1 เฟสของแข็ง

จากสมการ (3.1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} -\frac{\partial x}{\partial z} + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right) \frac{\partial}{\partial z}(1/P) + \frac{1}{P} \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} - T_s(x-y/m) &= \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \left[\frac{\partial}{\partial z}(1/P) - 1\right] \frac{\partial x}{\partial z} + \frac{1}{P} \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} - T_s(x-y/m) &= \frac{\partial x}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (3.8)$$

ใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์โดยแบ่งเครื่องสกัดเป็น  $n+1$  ส่วนดังแสดงในภาพประกอบ 3.7 และให้

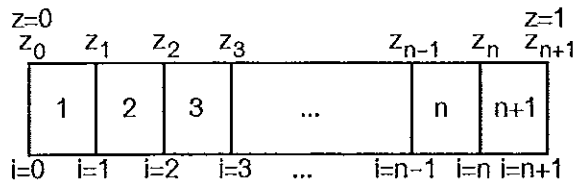
$$\Delta z = 1/(n+1) \quad i = 0, 1, 2, \dots, n+1$$

$$\Delta \theta = \text{ช่วงเวลา } \theta \text{ สั้นๆ} \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

$$\frac{\partial x}{\partial z} = \frac{1}{2} \left[ \frac{x_{i+1,j} - x_{i-1,j}}{2\Delta z} + \frac{x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j+1}}{2\Delta z} \right] + O(\Delta z^2) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{x_{i+1,j} - 2x_{i,j} + x_{i-1,j}}{\Delta z^2} + \frac{x_{i+1,j+1} - 2x_{i,j+1} + x_{i-1,j+1}}{\Delta z^2} \right] + O(\Delta x^2) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{x_{i,j+1} - x_{i,j}}{\Delta \theta} + O(\Delta \theta^2) \quad (3.11)$$



ภาพประกอบ 3.7 แสดงการแบ่งเครื่องสัดเป็น  $n+1$  ช่วง

เมื่อ  $x_{i,j}$  คือ  $x$  ที่ตำแหน่ง  $z_i$  และเวลา  $\theta_j$

แทนสมการ 3.9, 3.10 และ 3.11 ลงในสมการ 3.8

$$\begin{aligned} & \frac{\Gamma_i}{4\Delta z} [x_{i+1,j} - x_{i-1,j} + x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j+1}] - T_{s,i,j} (x_{i,j} - y_{i,j}/m) \\ & + \frac{1}{2P_i \Delta z^2} [x_{i+1,j} - 2x_{i,j} + x_{i-1,j} + x_{i+1,j+1} - 2x_{i,j+1} + x_{i-1,j+1}] = \frac{x_{i,j+1} - x_{i,j}}{\Delta \theta} \quad (3.12) \end{aligned}$$

เมื่อ  $P_i = P$  ที่  $z_i$

$T_{s,i,j} = T_s$  ที่  $z_i$  และ  $\theta_j$

$\Gamma_i = \frac{\partial}{\partial z}(1/P_i) - 1$

คูณสมการ 3.12 ด้วย  $4P_i \Delta \theta \Delta z^2$  และจัดรูปสมการใหม่

$$\begin{aligned} & (2 - P_i \Delta z \Gamma_i) \Delta \theta x_{i-1,j+1} - (P_i \Delta z^2 + \Delta \theta) 4x_{i,j+1} + (P_i \Delta z \Gamma_i + 2) \Delta \theta x_{i+1,j+1} \\ & = (-2 + P_i \Delta z \Gamma_i) \Delta \theta x_{i-1,j} - (P_i \Delta z^2 - \Delta \theta - P_i T_{s,i,j} \Delta \theta \Delta z^2) 4x_{i,j} \\ & \quad - (P_i \Delta z \Gamma_i + 2) \Delta \theta x_{i+1,j} - (4P_i T_{s,i,j} \Delta \theta \Delta z^2 / m) y_{i,j} \end{aligned}$$

$$A_{1,i} x_{i-1,j+1} + A_{2,i} x_{i,j+1} + A_{3,i} x_{i+1,j+1} = C_{1,i} x_{i-1,j} + C_{2,i} x_{i,j} + C_{3,i} x_{i+1,j} + C_{4,i} y_{i,j}$$

....(3.13)

เมื่อ

$$A_{1,i} = (2 - P_i \Delta z \Gamma_i) \Delta \theta$$

$$A_{2,i} = -4(P_i \Delta z^2 + \Delta \theta)$$

$$A_{3,i} = (2 + P_i \Delta z \Gamma_i) \Delta \theta$$

$$C_{1,j} = (-2 + P_i \Delta z \Gamma_i) \Delta \theta$$

$$C_{2,i} = -4(P_i \Delta z^2 - \Delta \theta - P_i T_{sij} \Delta \theta \Delta z^2)$$

$$C_{3,i} = -(2 + P_i \Delta z \Gamma_i) \Delta \theta$$

$$C_{4,i} = -4P_i T_{sij} \Delta \theta \Delta z^2 / m$$

สถานะเริ่มต้นและสถานะขอบเขต

แทนค่า  $\frac{\partial x}{\partial z}$  จากสมการ 3.9 ลงในสมการ 3.3 โดยให้  $i = 0$  และจัดรูปสมการใหม่จะ

ได้ว่า

$$x_{-1,j+1} = x_{1,j+1} + x_{1,j} - x_{-1,j} - 4P_0 \Delta z x_{0,j} + 4P_0 \Delta z x_{in} \quad (3.14)$$

แทนค่า  $\frac{\partial x}{\partial z}$  จากสมการ 3.9 ลงในสมการ 3.6 โดยให้  $i = n+1$  และจัดรูปสมการใหม่

จะได้ว่า

$$x_{n+2,j+1} = x_{n,j+1} + x_{n,j} - x_{n+2,j} \quad (3.15)$$

จากสมการ (3.6) และ (3.7)

$$x_{out} = x_{n+1} \quad (3.16)$$

$$x_{i,0} = 0 \text{ สำหรับ } 0 \leq z \leq 1 \text{ เมื่อ } \theta = 0 \quad (3.17)$$

การแก้สมการ

การแก้สมการ 3.13 ถึง 3.17 เพื่อหาค่า  $x$  ที่จุดต่างๆ ในเครื่องสกัด ณ เวลา  $\theta = \theta_j + \Delta \theta = \theta_{j+1}$  ทำได้โดยการเปลี่ยนชุดของสมการให้อยู่ในรูปของสมการเมตริกซ์ดังนี้

$$i = 0; \quad (A_{1,0} + A_{3,0})x_{1,j+1} + A_{2,0}x_{0,j+1} = (C_{2,0} + 4A_{1,0}P_0\Delta z)x_{0,j} + (C_{3,0} - A_{1,0})x_{1,j} - 4A_{1,0}P_0\Delta z x_{in} + C_{4,0}y_{0,j}$$

$$\begin{aligned}
 i = 1; & \quad A_{1,1}x_{0,j+1} + A_{2,1}x_{1,j+1} + A_{3,1}x_{2,j+1} = C_{1,1}x_{0,j} + C_{2,1}x_{1,j} + C_{3,1}x_{2,j} + C_{4,1}y_{1,j} \\
 i = 2; & \quad A_{1,2}x_{1,j+1} + A_{2,2}x_{2,j+1} + A_{3,2}x_{3,j+1} = C_{1,2}x_{1,j} + C_{2,2}x_{2,j} + C_{3,2}x_{3,j} + C_{4,2}y_{2,j} \\
 & \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
 i = n; & \quad A_{1,n}x_{n-1,j+1} + A_{2,n}x_{n,j+1} + A_{3,n}x_{n+1,j+1} = C_{1,n}x_{n-1,j} + C_{2,n}x_{n,j} + C_{3,n}x_{n+1,j} + C_{4,n}y_{n,j} \\
 i = n+1; & \quad (A_{1,n+1} + A_{3,n+1})x_{n,j+1} + A_{2,n+1}x_{out,j+1} = (C_{1,n+1} - A_{3,n+1})x_{n,j} + C_{2,n+1}x_{n+1,j} + C_{4,n+1}y_{n+1,j}
 \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ว่าที่เวลา  $\theta_{j+1}$

$$\boxed{\bar{X} = \bar{A}^{-1}\bar{C}} \tag{3.18}$$

เมื่อ

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} x_{0,j+1} \\ x_{1,j+1} \\ x_{2,j+1} \\ x_{3,j+1} \\ \dots \\ x_{n-1,j+1} \\ x_{n,j+1} \\ x_{out,j+1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{2,0} & A_{1,0} + A_{3,0} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ A_{1,1} & A_{2,1} & A_{3,1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{1,2} & A_{2,2} & A_{3,2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & A_{1,n} & A_{2,n} & A_{3,n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & A_{1,n+1} + A_{3,n+1} & A_{2,n+1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} (C_{2,0} + 4A_{1,0}P_0\Delta z)x_{0,j} + (C_{3,0} - A_{1,0})x_{1,j} - 4A_{1,0}P_0\Delta z x_{in} + C_{4,0}y_{0,j} \\ C_{1,1}x_{0,j} + C_{2,1}x_{1,j} + C_{3,1}x_{2,j} + C_{4,1}y_{1,j} \\ C_{1,2}x_{1,j} + C_{2,2}x_{2,j} + C_{3,2}x_{3,j} + C_{4,2}y_{2,j} \\ \dots \\ \dots \\ C_{1,n}x_{n-1,j} + C_{2,n}x_{n,j} + C_{3,n}x_{n+1,j} + C_{4,n}y_{n,j} \\ (C_{1,n+1} - A_{3,n+1})x_{n,j} + C_{2,n+1}x_{out,j} + C_{4,n+1}y_{n+1,j} \end{bmatrix}$$

## 1.2 เฟสของเหลว

จากสมการ 3.2 จะได้ว่า

$$\frac{\partial y}{\partial z} + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right) \frac{\partial}{\partial z} (1/vR) + \frac{1}{vR} \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + T_L \left(x - \frac{y}{m}\right) = \frac{vs}{L} \frac{\partial y}{\partial \theta}$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} (1/vR) + 1 \right] \frac{\partial y}{\partial z} + \frac{1}{vR} \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + T_L \left(x - \frac{y}{m}\right) = \frac{vs}{L} \frac{\partial y}{\partial \theta} \quad (3.19)$$

โดยวิธีไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์จะได้ว่า

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \frac{1}{2} \left[ \frac{y_{i+1,j} - y_{i-1,j}}{2\Delta z} + \frac{y_{i+1,j+1} - y_{i-1,j+1}}{2\Delta z} \right] + O(\Delta y^2) \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{\Delta z^2} + \frac{y_{i+1,j+1} - 2y_{i,j+1} + y_{i-1,j+1}}{\Delta z^2} \right] + O(\Delta y^2) \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta} = \frac{y_{i,j+1} - y_{i,j}}{\Delta \theta} + O(\Delta \theta^2) \quad (3.22)$$

เมื่อ  $y_{ij}$  คือ  $y$  ที่ตำแหน่ง  $z_j$  และเวลา  $\theta_j$

แทนสมการ 3.20, 3.21 และ 3.22 ลงไปในสมการ 3.19

$$\frac{\Psi_{ij}}{4\Delta z} \left[ y_{i+1,j} - y_{i-1,j} + y_{i+1,j+1} - y_{i-1,j+1} \right] + T_{Lij} \left( x_{ij} - y_{ij}/m \right)$$

$$+ \frac{1}{2v_j R_i \Delta z^2} \left[ y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j} + y_{i+1,j+1} - 2y_{i,j+1} + y_{i-1,j+1} \right] = \frac{v_j^s}{L_j} \left( \frac{y_{i,j+1} - y_{i,j}}{\Delta \theta} \right)$$

...(3.23)

$$\text{เมื่อ } \Psi_{ij} = \frac{\partial}{\partial z} (1/v_j R_i) + 1$$

$$L_j = L \text{ ที่ } \theta_j$$

$$R_i = R(z_j) \text{ และ } T_{Lij} = T_L(z_j, \theta_j)$$

คูณสมการ 3.23 ด้วย  $4v_j R_i L_j \Delta \theta \Delta z^2$  และจัดรูปสมการใหม่

$$\begin{aligned}
& \left(2 - v_j \Psi_{ij} R_i \Delta z\right) L_j \Delta \theta y_{i-1,j+1} - \left(v_j^2 S R_i \Delta z^2 + L_j \Delta \theta\right) 4 y_{i,j+1} \\
& + \left(v_j \Psi_{ij} R_i \Delta z + 2\right) L_j \Delta \theta y_{i+1,j+1} \\
& = \left(v_j \Psi_{ij} R_i \Delta z - 2\right) L_j \Delta \theta y_{i-1,j} + \left(L_j \Delta \theta + v_j R_i L_j T_{Lij} \Delta \theta \Delta z^2 / m - v_j^2 S R_i \Delta z^2\right) 4 y_{i,j} \\
& - \left(2 + v_j \Psi_{ij} R_i \Delta z\right) L_j \Delta \theta y_{i+1,j} - \left(4 v_j R_i L_j T_{Lij} \Delta \theta \Delta z^2\right) x_{ij}
\end{aligned}$$

$$\boxed{B_{1,i} y_{i-1,j+1} + B_{2,i} y_{i,j+1} + B_{3,i} y_{i+1,j+1} = D_{1,i} y_{i-1,j} + D_{2,i} y_{i,j} + D_{3,i} y_{i+1,j} + D_{4,i} x_{ij}} \quad (3.24)$$

เมื่อ

$$B_{1,i} = (2 - v_j \Psi_{ij} R_i \Delta z) L_j \Delta \theta$$

$$B_{2,i} = -4 (S R_i v_j^2 \Delta z^2 + L_j \Delta \theta)$$

$$B_{3,i} = (2 + v_j \Psi_{ij} R_i \Delta z) L_j \Delta \theta$$

$$D_{1,i} = (v_j \Psi_{ij} R_i \Delta z - 2) L_j \Delta \theta$$

$$D_{2,i} = 4 (L_j \Delta \theta + v_j R_i L_j T_{Lij} \Delta \theta \Delta z^2 / m - S R_i v_j^2 \Delta z^2)$$

$$D_{3,i} = -(2 + v_j \Psi_{ij} R_i \Delta z) L_j \Delta \theta$$

$$D_{4,i} = -(4 v_j R_i L_j T_{Lij} \Delta \theta \Delta z^2)$$

สภาวะเริ่มต้นและสภาวะขอบเขต

แทนค่า  $\frac{\partial y}{\partial z}$  จากสมการ 3.20 ลงในสมการ 3.4 โดยให้  $i = 0$  และจัดรูปสมการใหม่จะ

ได้ว่า

$$\boxed{y_{-1,j+1} = y_{1,j+1} - y_{-1,j} + y_{1,j}} \quad (3.25)$$

แทนค่า  $\frac{\partial y}{\partial z}$  จากสมการ 3.20 ลงในสมการ 3.5 โดยให้  $i = n+1$  และจัดรูปสมการใหม่จะได้ว่า

$$y_{n+2,j+1} = y_{n,j+1} - y_{n+2,j} + y_{n,j} + 4v_j R_{n+1} \Delta z (y_{in} - y_{n+1,j}) \quad (3.26)$$

จากสมการ 3.4 และ 3.7 จะได้ว่า

$$y_{out} = y_{0,j} \quad (3.27)$$

$$y_{i,0} = 0 \text{ สำหรับ } 0 \leq z \leq 1 \text{ เมื่อ } \theta = -0 \quad (3.28)$$

การแก้สมการ

การแก้สมการ 3.24 - 3.28 เพื่อหาค่า  $y$  ที่จุดต่างๆ ในเครื่องสกัด ณ เวลา  $\theta = \theta_j +$

$\Delta\theta = \theta_{i+1}$  ทำได้เช่นเดียวกับการแก้สมการของเฟสของแข็งดังนี้

$$\begin{aligned} i = 0; & \quad B_{2,0}y_{0,j+1} + (B_{1,0} + B_{3,0})y_{1,j+1} = D_{2,0}y_{0,j} + (D_{3,0} - B_{1,0})y_{1,j} + D_{4,0}x_{0,j} \\ i = 1; & \quad B_{1,1}y_{0,j+1} + B_{2,1}y_{1,j+1} + B_{3,1}y_{2,j+1} = D_{1,1}y_{0,j} + D_{2,1}y_{1,j} + D_{3,1}y_{2,j} + D_{4,1}x_{1,j} \\ i = 2; & \quad B_{1,2}y_{1,j+1} + B_{2,2}y_{2,j+1} + B_{3,2}y_{3,j+1} = D_{1,2}y_{1,j} + D_{2,2}y_{2,j} + D_{3,2}y_{3,j} + D_{4,2}x_{2,j} \\ & \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ i = n; & \quad B_{1,n}y_{n-1,j+1} + B_{2,n}y_{n,j+1} + B_{3,n}y_{n+1,j+1} = D_{1,n}y_{n-1,j} + D_{2,n}y_{n,j} + D_{3,n}y_{n+1,j} + D_{4,n}x_{n,j} \\ i = n+1; & \quad (B_{1,n+1} + B_{3,n+1})y_{n,j+1} + B_{2,n+1}y_{n+1,j+1} = (D_{1,n+1} - B_{3,n+1})y_{n,j} - B_{3,n+1}R_{n+1}\Delta z y_{in} + D_{4,n+1}x_{n+1,j} \\ & \quad \quad \quad + (D_{2,n+1} + 4B_{3,n+1}v_j R_{n+1}\Delta z)y_{n+1,j} \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\bar{Y} = \bar{B}^{-1} \bar{D} \quad (3.29)$$

เมื่อ

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} y_{out,j+1} \\ y_{1,j+1} \\ y_{2,j+1} \\ y_{3,j+1} \\ \dots \\ y_{n-1,j+1} \\ y_{n,j+1} \\ y_{n+1,j+1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B_{2,0} & (B_{1,0} + B_{3,0}) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ B_{1,1} & B_{2,1} & B_{3,1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{1,2} & B_{2,2} & B_{3,2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & B_{1,n} & B_{2,n} & B_{3,n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \left. \begin{matrix} B_{1,n+1} \\ +B_{3,n+1} \end{matrix} \right\} & B_{2,n+1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D_{2,0}y_{0,j} + (D_{3,0} - B_{1,0})y_{1,j} + D_{4,0}x_{0,j} \\ D_{1,1}y_{0,j} + D_{2,1}y_{1,j} + D_{3,1}y_{2,j} + D_{4,1}x_{1,j} \\ D_{1,2}y_{1,j} + D_{2,2}y_{2,j} + D_{3,2}y_{3,j} + D_{4,2}x_{2,j} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ D_{1,n}y_{n-1,j} + D_{2,n}y_{n,j} + D_{3,n}y_{n+1,j} + D_{4,n}x_{n,j} \\ \left\{ \begin{matrix} (D_{1,n+1} - B_{3,n+1})y_{n,j} + (D_{2,n+1} + 4B_{3,n+1}V_jR_{n+1}\Delta z)y_{n+1,j} \\ -B_{3,n+1}R_{n+1}\Delta zy_{in} + D_{4,n+1}x_{n+1,j} \end{matrix} \right\} \end{bmatrix}$$

## 2. กรณีแบบจำลองในสถานะคงตัว (สมการ 3.1a - 3.2a)

วิธีการเชิงเลขที่ใช้ได้แก่วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (finite difference) โดยประมาณค่าเทอมอนุพันธ์ด้วยสมการที่เป็นเซนเตอร์ดิฟเฟอเรนซ์ (centered-difference formula) ที่มีความคลาดเคลื่อนอันดับที่ 2 วิธีการนี้เป็นวิธีที่มีความเสถียร (stability) ดีและเพื่อลดความคลาดเคลื่อนลงจึงให้วิธีนี้ร่วมกับวิธี Richardson's extrapolation แทนการประมาณเทอมอนุพันธ์ด้วยสมการที่มีความคลาดเคลื่อนอันดับสูงซึ่งจะทำให้การแก้สมการมีความยุ่งยากมาก (Burden, Faires and Reynolds, 1981)

จากสมการ 3.8 และ 3.19 จะได้ว่า

$$\left[ \frac{d}{dz}(1/P) - 1 \right] \frac{dx}{dz} + \frac{1}{P} \frac{d^2x}{dz^2} - T_s(x - y/m) = 0 \quad (3.30)$$

$$\left[ \frac{d}{dz}(1/VR) + 1 \right] \frac{dy}{dz} + \frac{1}{VR} \frac{d^2y}{dz^2} + T_L(x - y/m) = 0 \quad (3.31)$$



โดยใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ในการแก้สมการจะได้ว่า

$$\frac{dx}{dz} = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\Delta z}$$

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta z^2} \quad (3.32)$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta z}$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Delta z^2} \quad (3.33)$$

แทนสมการ 3.32 ในสมการ 3.30 และคูณด้วย  $2P_i\Delta z^2$

$$\begin{aligned} (2 - P_i\Gamma_i\Delta z)x_{i-1} - (4 + 2P_iT_{si}\Delta z^2)x_i + (P_i\Gamma_i\Delta z + 2)x_{i+1} \\ + \left(\frac{2P_iT_{si}\Delta z^2}{m}\right)y_i = 0 \end{aligned}$$

$$E_{1,i}x_{i-1} + E_{2,i}x_i + E_{3,i}x_{i+1} + E_{4,i}y_i = 0$$

(3.34)

เมื่อ  $E_{1,i} = 2 - P_i\Gamma_i\Delta z$

$$E_{2,i} = -(4 + 2P_iT_{si}\Delta z^2)$$

$$E_{3,i} = 2 + P_i\Gamma_i\Delta z$$

$$E_{4,i} = 2P_iT_{si}\Delta z^2/m$$

แทนสมการ 3.33 ในสมการ 3.31 และคูณด้วย  $2vR_i\Delta z^2$

$$\begin{aligned} (2 - vR_i\Psi_i\Delta z)y_{i-1} - \left(\frac{2vR_iT_{Li}\Delta z^2}{m} + 4\right)y_i + (vR_i\Psi_i\Delta z + 2)y_{i+1} \\ + 2vR_iT_{Li}\Delta z^2x_i = 0 \end{aligned}$$

$$E_{5,i}y_{i+1} + E_{6,i}y_i + E_{7,i}y_{i+1} + E_{8,i}x_i = 0 \quad (3.35)$$

เมื่อ

$$E_{5,i} = 2 - v\Psi_i R \Delta z$$

$$E_{6,i} = -(2vR_i T_{L,i} \Delta z^2 / m + 4)$$

$$E_{7,i} = 2 + v\Psi_i R \Delta z$$

$$E_{8,i} = 2vR_i T_{L,i} \Delta z^2$$

สภาวะขอบเขตของแบบจำลองกรณีนี้ที่ระบบอยู่ในสถานะคงตัวคือ

$$x_{in} = x - \frac{1}{P} \frac{dx}{dz} \quad \text{ที่ } z = 0$$

$$y_{out} = y, \quad \frac{1}{vR} \frac{dy}{dz} = 0 \quad \text{ที่ } z = 0$$

$$x_{out} = x, \quad \frac{1}{P} \frac{dx}{dz} = 0 \quad \text{ที่ } z = 1$$

$$y_{in} = y + \frac{1}{vR} \frac{dy}{dz} \quad \text{ที่ } z = 1$$

โดยใช้ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จะได้ว่า

$$x_{-1} = 2P_0 \Delta z (x_{in} - x_0) + x_1 \quad (3.36)$$

$$y_{-1} = y_1 \quad (3.37)$$

$$x_{n+2} = x_n \quad (3.38)$$

$$y_{n+2} = 2vR_{n+1} \Delta z (y_{in} - y_{n+1}) + y_n \quad (3.39)$$

$$x_{out} = x_{n+1} \quad (3.40)$$

$$y_{out} = y_0 \quad (3.41)$$

**การแก้สมการ**

การแก้สมการ 3.34 - 3.41 ทำได้โดยการเปลี่ยนชุดของสมการให้อยู่ในรูปสมการ

เมตริกซ์ดังนี้

$$\begin{aligned}
 i = 0; \quad & (E_{2,0} - 2E_{1,0}P_0\Delta z)x_0 + (E_{1,0} + E_{3,0})x_1 + E_{4,0}y_0 = -2E_{1,0}P_0\Delta z x_{in} \\
 & E_{6,0}y_0 + (E_{5,0} + E_{7,0})y_1 + E_{8,0}x_0 = 0 \\
 i = 1; \quad & E_{1,1}x_0 + E_{2,1}x_1 + E_{3,1}x_2 + E_{4,1}y_1 = 0 \\
 & E_{5,1}y_0 + E_{6,1}y_1 + E_{7,1}y_2 + E_{8,1}x_1 = 0 \\
 i = 2; \quad & E_{1,2}x_1 + E_{2,2}x_2 + E_{3,2}x_3 + E_{4,2}y_2 = 0 \\
 & E_{5,2}y_1 + E_{6,2}y_2 + E_{7,2}y_3 + E_{8,2}x_2 = 0 \\
 & \dots \dots \dots \dots \dots \\
 i = n; \quad & E_{1,n}x_{n-1} + E_{2,n}x_n + E_{3,n}x_{n+1} + E_{4,n}y_n = 0 \\
 & E_{5,n}y_{n-1} + E_{6,n}y_n + E_{7,n}y_{n+1} + E_{8,n}x_n = 0 \\
 i = n+1; \quad & (E_{1,n+1} + E_{3,n+1})x_n + E_{2,n+1}x_{n+1} + E_{4,n+1}y_{n+1} = 0 \\
 & (E_{5,n+1} + E_{7,n+1})y_n + (E_{6,n+1} - 2VR_{n+1}E_{7,n+1}\Delta z)y_{n+1} + E_{8,n+1}x_{n+1} = \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad - 2VR_{n+1}E_{7,n+1}\Delta z y_{in}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\boxed{\bar{W} = \bar{E}^{-1}\bar{F}} \qquad (3.42)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 \bar{W} &= [x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{n-1} \ x_n \ x_{n+1} \ y_0 \ y_1 \ y_2 \ y_3 \ \dots \ y_{n-1} \ y_n \ y_{n+1}]^T \\
 \bar{F} &= [(-2E_{1,0}P_0\Delta z x_{in}) \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ (-2VR_{n+1}E_{7,n+1}\Delta z y_{in})]^T
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{E} = & \begin{bmatrix}
 G & H & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & E_{4,0} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 E_{1,1} & E_{2,1} & E_{3,1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{4,1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & E_{1,2} & E_{2,2} & E_{3,2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{4,2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & E_{1,n} & E_{2,n} & E_{3,n} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & E_{4,n} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I & E_{2,n+1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & E_{4,n+1} \\
 E_{8,0} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & E_{6,0} & J & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & E_{8,1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & E_{5,1} & E_{6,1} & E_{7,1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & E_{8,2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{5,2} & E_{6,2} & E_{7,2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & E_{8,n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & E_{5,n} & E_{6,n} & E_{7,n} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & E_{8,n+1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & K & L
 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$G = E_{2,0} - 2E_{1,0}P_0\Delta z$$

$$H = E_{1,0} + E_{3,0}$$

$$I = E_{1,n+1} + E_{3,n+1}$$

$$J = E_{5,0} + E_{7,0}$$

$$K = E_{5,n+1} + E_{7,n+1}$$

$$L = E_{6,n+1} - 2VR_{n+1}E_{7,n+1}\Delta z$$

Richardson's extrapolation

การประมาณครั้งที่ 1 (first extrapolation)

$$Ext_{1i} = \frac{4w_i(h=\Delta z/2) - w_i(h=\Delta z)}{3}$$

การประมาณครั้งที่ 2 (second extrapolation)

$$Ext_{2i} = \frac{4w_i(h=\Delta z/4) - w_i(h=\Delta z/2)}{3}$$

การประมาณครั้งสุดท้าย (final extrapolation)

$$Ext_{3i} = \frac{16Ext_{2i} - Ext_{1i}}{15}$$

เมื่อ  $w_i = x_i$  หรือ  $y_i$  ที่คำนวณโดยใช้  $\Delta z$ ,  $\Delta z/2$  หรือ  $\Delta z/4$

## โครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการจำลองสถานการณ์

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการหาผลเฉลยและการจำลองสถานการณ์ (computer simulation) เป็นโปรแกรมที่ดำเนินการภายใต้ระบบปฏิบัติการดอสในส่วนที่เป็น protected mode โดยใช้ภาษา C++ ในการเขียนโปรแกรม ตัวแปลภาษา (compiler) ที่ใช้คือ Borland C++ เวอร์ชัน 4.0 และ Borland PowerPack for DOS โปรแกรมสามารถใช้ได้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (IBM compatible) รุ่น 486DX ขึ้นไป

โปรแกรมประกอบด้วยฟังก์ชันต่าง ๆ ที่ใช้ในการหาผลเฉลยของแบบจำลองและการจำลองสถานการณ์กระบวนการสกัด นอกจากนี้ยังมีฟังก์ชันเสริมอื่น ๆ ที่ช่วยในการแสดงผล ข้อมูล การติดต่อกับผู้ใช้ (user interface) เป็นต้น โดยโครงสร้างของโปรแกรมประกอบด้วย 3 ส่วนคือ

1. ส่วนการติดต่อกับผู้ใช้ เป็นส่วนที่ใช้ในการรับคำสั่งและค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่จำเป็นในการคำนวณจากผู้ใช้ การติดต่อกับผู้ใช้จะใช้ลักษณะเมนูซึ่งทำให้ผู้ใช้สามารถใช้งานได้ง่าย การพัฒนาโปรแกรมในส่วนนี้จะใช้ user interface shell ที่พัฒนาโดย ภาควิชาเทคโนโลยีชีวภาพอุตสาหกรรม คณะอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

2. ส่วนการคำนวณ เป็นส่วนที่ใช้ในการหาผลเฉลยของแบบจำลองโดยใช้พารามิเตอร์ที่ผู้ใช้กำหนดให้

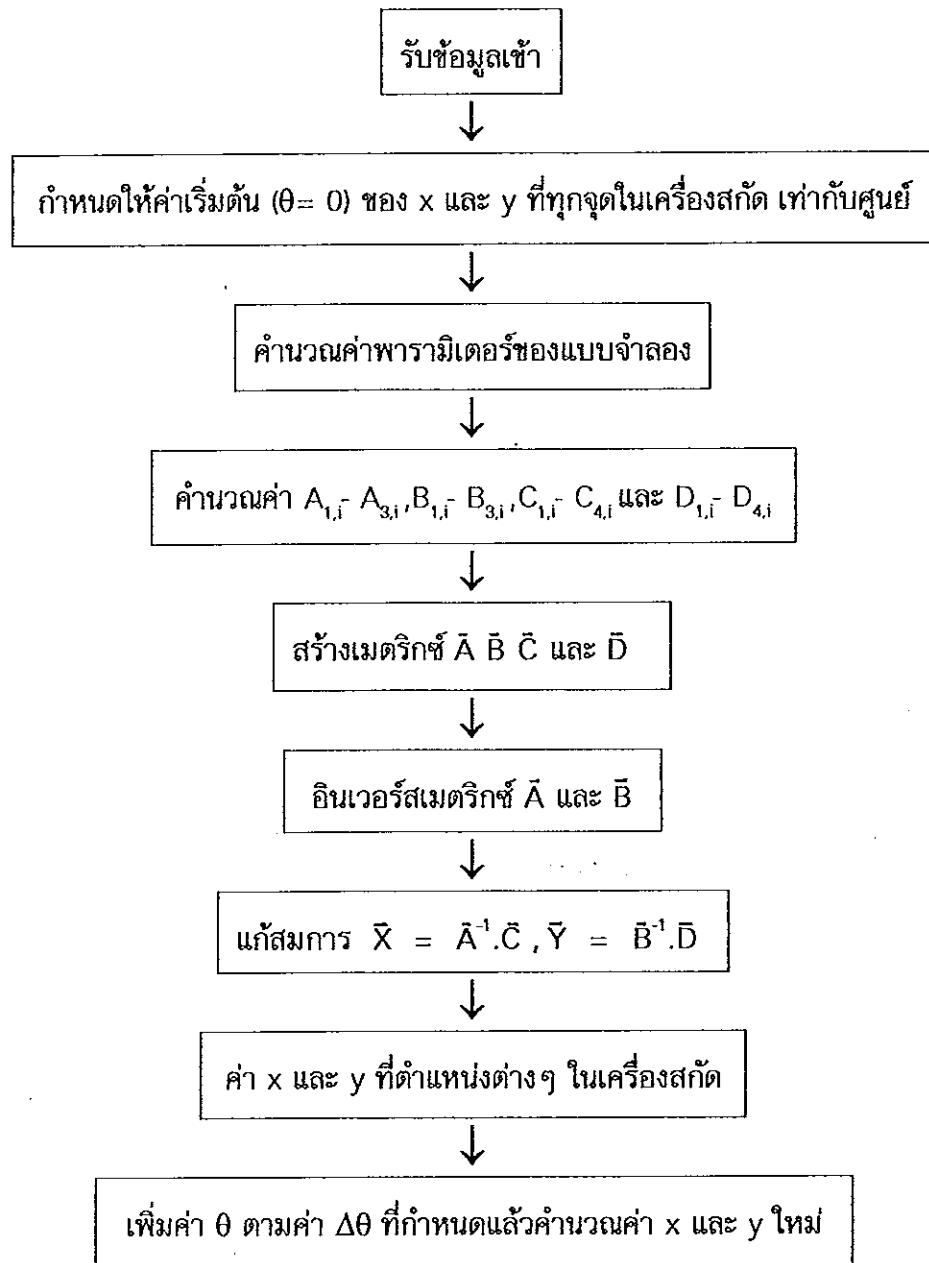
3. ส่วนการแสดงผล โปรแกรมสามารถแสดงผลในรูปของกราฟบนจอภาพและจัดเก็บข้อมูลและค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ลงในไฟล์ รวมถึงการพิมพ์ข้อมูลและกราฟออกทางเครื่องพิมพ์ด้วย

การคำนวณในส่วนการหาผลเฉลยและการจำลองสถานการณ์สามารถสรุปได้ดังนี้

- กรณีแบบจำลองในสถานะไม่คงตัว

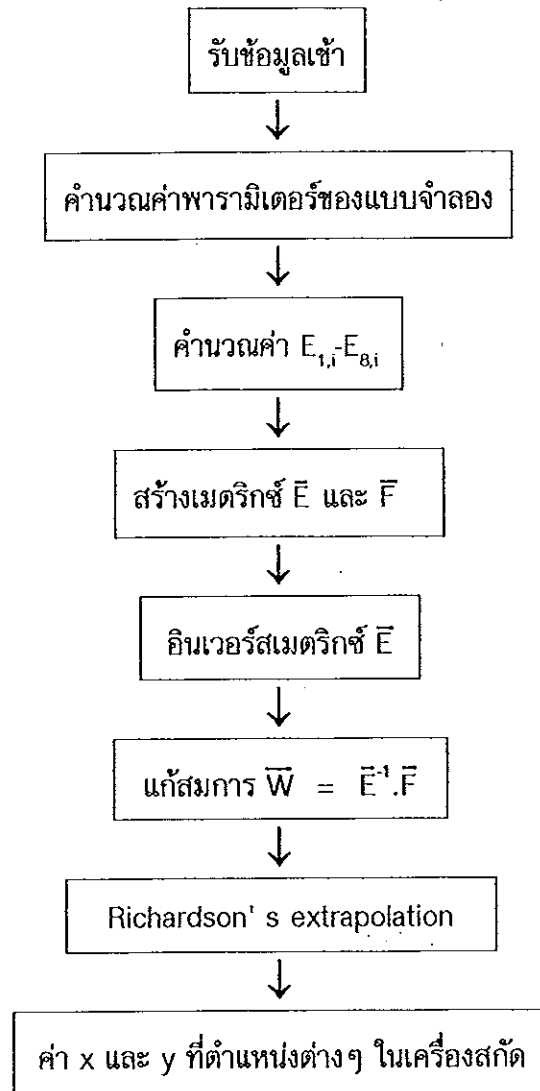
ขั้นตอนการหาผลเฉลยของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัวแสดงในภาพประกอบ 3.8 จากภาพประกอบ 3.8 ข้อมูลที่ต้องกำหนดให้ได้แก่ ดรอปท์ ค่าคงที่การกระจายสมดุลง ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวที่เข้าเครื่องสกัด อัตราการไหลของเฟสของแข็ง เวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด ชนิดของวัตถุดิบ จำนวนเพลตในเฟสของแข็งและของเหลว  $\Delta z$   $\Delta \theta$  เป็นต้น โดยข้อมูลบางอันอาจกำหนดเป็นค่าคงที่หรือเป็นฟังก์ชันเช่นในกรณีของ R อาจกำหนดเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของ z เป็นต้น ข้อมูลที่ต้องกำหนดนี้อาจแตกต่างกันไปแล้วแต่สถานการณ์ที่ต้องการศึกษา

สำหรับวิธีการอินเวอร์สเมตริกซ์ใช้วิธี Gauss-Jordan โดยอัลกอริทึม (algorithm) ในซอฟต์แวร์ Science/Engineering/Graphics Tools เวอร์ชัน 7.0 ของบริษัท Quinn-Curtis



ภาพประกอบ 3.8 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัว

- กรณีแบบจำลองในสถานะคงตัว



ภาพประกอบ 3.9 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของแบบจำลองในสถานะคงตัว

#### บทที่ 4

### การวิเคราะห์แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง

ในการทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นในบทที่ 3 รวมถึงการทดสอบเสถียรภาพ (stability) ของวิธีการเชิงเลขที่ใช้ในการหาผลเฉลยของแบบจำลองประกอบด้วย 3 ขั้นตอนคือ

1. การทดสอบความถูกต้องและเสถียรภาพของวิธีเชิงเลข โดยทำการเปรียบเทียบผลที่คำนวณได้จากการแก้สมการด้วยวิธีเชิงเลขกับวิธีเชิงวิเคราะห์ของแบบจำลองที่สถานะคงตัวซึ่งมีพารามิเตอร์ต่างๆ เป็นค่าคงที่
2. การศึกษาผลของปัจจัยต่างๆ ต่อการสกัดโดยการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์ด้วยแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น
3. การใช้แบบจำลองอธิบายกลไกการสกัดน้ำผลไม้ ในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ

ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของแบบจำลองที่สถานะคงตัวซึ่งมีพารามิเตอร์คงที่

ถึงแม้ว่าการหาผลเฉลยของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์จะมียุ่งยากมาก แต่ในกรณีของแบบจำลองที่สถานะคงตัว (สมการ 3.1a และ 3.2a) นั้น เมื่อพารามิเตอร์ต่างๆ ของแบบจำลองได้แก่  $P$   $R$   $T_s$  และ  $T_L$  มีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับตำแหน่งในเครื่องสกัด สมการ 3.1a และ 3.2a จะลดรูปเป็นสมการ 4.1 และ 4.2 ซึ่งเป็นสมการที่สามารถหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ได้

$$-\frac{dx}{dz} + \frac{1}{P} \frac{d^2x}{dz^2} - T_s(x - y/m) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{dy}{dz} + \frac{1}{vR} \frac{d^2y}{dz^2} + T_L(x - y/m) = 0 \quad (4.2)$$

Mecklenburgh และ Hartland (1975) ได้เสนอผลเฉลยของสมการ 4.1 และ 4.2 ไว้  
ดังนี้



กรณี  $\alpha \neq 1$ 

$$\frac{x_{in} - x}{x_{in} - y_{in}/m} = \frac{A + Bx}{A + FB}$$

$$\frac{y/m - y_{in}/m}{(x_{in} - y_{in}/m)F} = \frac{A_y + B}{A + FB} \quad (4.3)$$

เมื่อ

$$F = 1/\alpha$$

$$A_y = \sum_1^3 g_2 g_3 \mu_1 e^{\mu_1} (\mu_2 e^{\mu_3 z} - \mu_3 e^{\mu_2 z})$$

$$B_x = \sum_1^3 g_1 \mu_1 e^{\mu_2 + \mu_3} (\mu_2 e^{\mu_3(z-1)} - \mu_3 e^{\mu_2(z-1)})$$

$$A = A_y \text{ ที่ } z = 0$$

$$B = B_x \text{ ที่ } z = 1$$

$$g_i = (1 - \mu_i/P)/(1 + \mu_i/VR)$$

และ  $\mu_i$  เป็นผลเฉลยของสมการ

$$\mu_i^3 + \mu_i^2(VR - P) - \mu_i(VRP + T_s P + FVRT_s) + T_s VRP(F - 1) = 0$$

กรณี  $\alpha = 1$ 

$$\frac{x_{in} - x}{x_{in} - y_{in}/m} = \frac{A + Bx}{A + B - C(1/T_s + 1/P + 1/VR)}$$

$$\frac{y/m - y_{in}/m}{(x_{in} - y_{in}/m)F} = \frac{A_y + B}{A + B - C(1/T_s + 1/P + 1/VR)} \quad (4.4)$$

เมื่อ

$$A_y = C\left(z - \frac{1}{P} - \frac{1}{VR}\right) + g_3 e^{\mu_3 z} (g_2 - e^{\mu_2})/\mu_3$$

$$- g_2 e^{\mu_2 z} (g_3 - e^{\mu_3})/\mu_2$$

$$B_x = -Cz - e^{\mu_3 z} (g_2 - e^{\mu_2})/\mu_3 + e^{\mu_2 z} (g_3 - e^{\mu_3})/\mu_2$$

$$A = A_y \text{ ที่ } z = 0$$

$$B = B_x \text{ ที่ } z = 1$$

$$C = g_3 e^{\mu_2} - g_2 e^{\mu_3}$$

โดย  $\mu_2$  และ  $\mu_3$  เป็นผลเฉลยของสมการ

$$\mu^2 + \mu(vR - P) - (VRP + T_sP + vRT_s) = 0$$

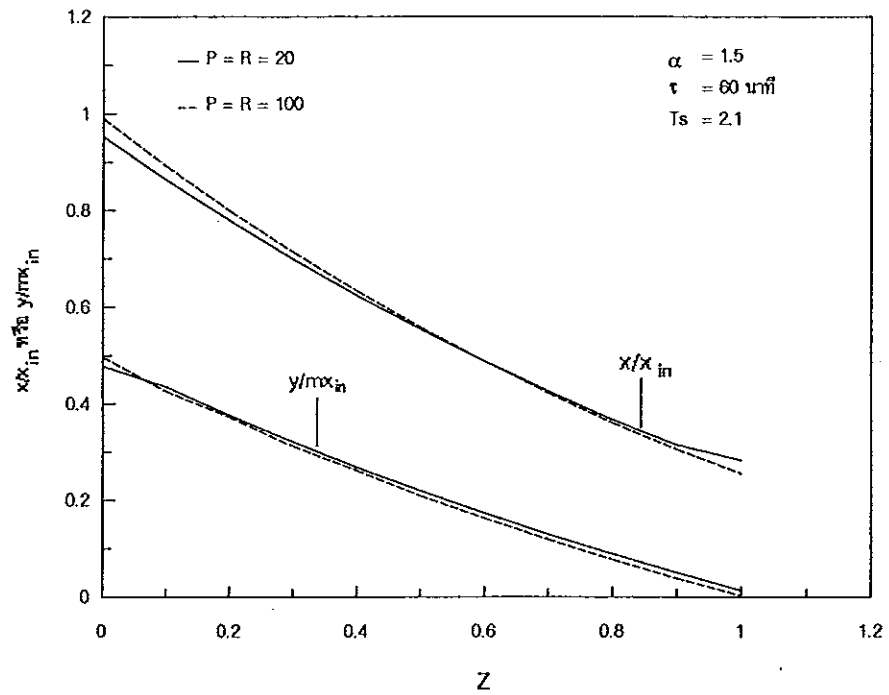
การทดสอบความถูกต้องและเสถียรภาพของวิธีเชิงเลข

### 1. แบบจำลองกรณีสถานะคงตัว

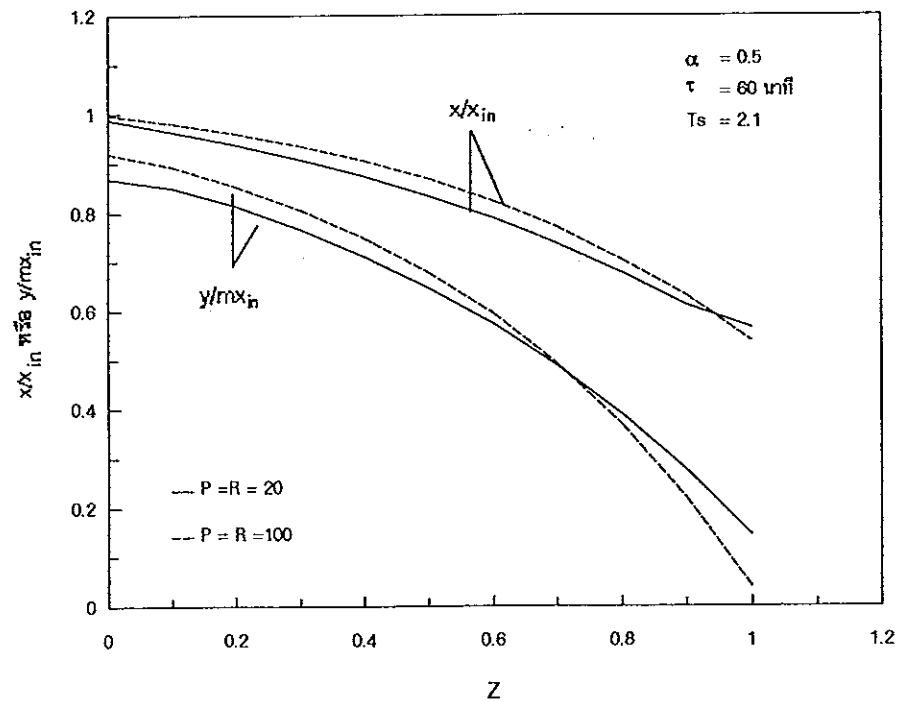
เพื่อทดสอบความถูกต้องของวิธีเชิงเลขที่ใช้ในการแก้สมการของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น ทำการเปรียบเทียบผลเฉลยที่คำนวณได้จากแบบจำลองโดยวิธีการเชิงเลขดังแสดงในบทที่ 3 กับผลที่คำนวณได้จากสมการ 4.3 และ 4.4 โดยใช้พารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

1. ตรวจจับ ตรวจจับที่ใช้จะอยู่ในช่วง 0.5 - 2 ซึ่งเป็นค่าที่ใช้กันโดยทั่วไปในกระบวนการสกัดน้ำผลไม้ การใช้ตรวจจับที่ต่ำกว่า 0.5 จะทำให้การสกัดไม่มีประสิทธิภาพส่วนการใช้ตรวจจับมากกว่า 2 จะทำให้สารละลายที่ได้เจือจางเกินไป (Plachco and Krasuk, 1970)

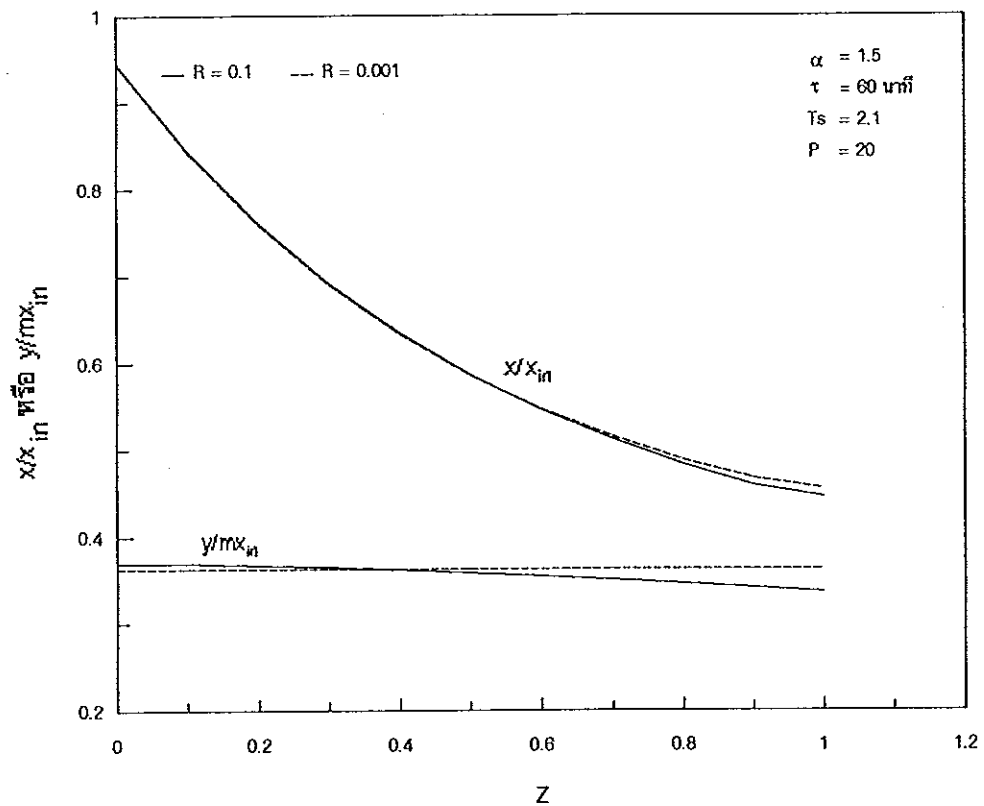
2. จำนวนเพลต ระบบที่มีการผสมอย่างสมบูรณ์จะมีจำนวนเพลตเท่ากับ 0 ในขณะที่ระบบที่มีการไหลแบบปลั๊กจะมีจำนวนเพลตเป็นอนันต์ (Mecklenburgh and Hartland, 1975) อย่างไรก็ตามในการทดสอบจะกำหนดให้จำนวนเพลตของเฟสของเหลว (R) อยู่ในช่วง 0.1-20.0 ซึ่งเป็นช่วงที่ครอบคลุมพิสัยของ R ในทางปฏิบัติ โดยเมื่อพิจารณาจากโปรไฟล์ความเข้มข้นเมื่อ R มีค่าเท่ากับ 20 และ 100 ดังแสดงในภาพประกอบ 4.1 จะเห็นได้ว่าโปรไฟล์ความเข้มข้นมีความแตกต่างกันเล็กน้อยซึ่งสอดคล้องกับผลที่ได้จากแบบจำลองของ Lee และ Schwartzberg (1990) และโปรไฟล์ความเข้มข้น ของกรณี R = 20 และ R = 100 จะมีลักษณะใกล้เคียงกับโปรไฟล์การไหลแบบปลั๊กดังแสดงในภาพประกอบ 3.4 อย่างไรก็ตามเนื่องจากในบางกรณีจำนวนเพลตที่ใช้แทนกระบวนการที่มีการไหลแบบปลั๊กนั้นจะขึ้นกับปัจจัยอื่นๆ ด้วยเช่น ในกรณีที่  $\alpha = 0.5$  โปรไฟล์ความเข้มข้นเมื่อ R = 20 จะแตกต่างจากโปรไฟล์ความเข้มข้นเมื่อ R = 100 มากกว่ากรณีที่  $\alpha = 1.5$  ดังในภาพประกอบ 4.2 ดังนั้นจึงทำการทดสอบกรณีที่ R = 100 ด้วย ในกรณีของระบบที่มีการผสมอย่างสมบูรณ์โปรไฟล์ความเข้มข้นเมื่อ R = 0.1 และ R = 0.001 ก็มีความแตกต่างกันเล็กน้อยดังแสดงในภาพประกอบ 4.3 ดังนั้นจึงใช้ค่า R = 0.1 แทนกระบวนการที่มีการผสมอย่างสมบูรณ์ สำหรับจำนวนเพลตของเฟสของแข็ง (P) จะกำหนดให้มีค่าอยู่ในช่วง 2.0-20.0 และ 100 เนื่องจากเป็นไปได้ยากที่จะเกิดการผสมอย่างสมบูรณ์ในเฟสของแข็งของกระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่อง



ภาพประกอบ 4.1 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด  
กรณี  $\alpha = 1.5$  เมื่อ  $P = R = 20$  และ  $P = R = 100$



ภาพประกอบ 4.2 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด  
กรณี  $\alpha = 0.5$  เมื่อ  $P = R = 20$  และ  $P = R = 100$



ภาพประกอบ 4.3 โพรไฟล์ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด เมื่อ  $R = 0.1$  และ  $0.001$

3. เมื่อพิจารณาข้อมูลของผลไม้ 3 ชนิดคือ แอปเปิล แพร์และสับปะรด พบว่าค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมจะอยู่ในช่วง  $10^{-4} - 10^{-3}$  วินาที<sup>-1</sup> (Siripatana, 1986) ส่วนเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด (retention time) จะอยู่ในช่วง 30 - 120 นาที ดังนั้นค่า  $T_s$  (= เวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด  $\times$  สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม) ที่ใช้ในการทดสอบจะกำหนดให้อยู่ในช่วง 0.01 - 20

ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบแสดงในตาราง 4.1 สำหรับพารามิเตอร์อื่นๆ ที่ปรากฏในแบบจำลองเช่นอัตราการใช้ของเฟสของแข็งสามารถกำหนดเป็นค่าใดก็ได้โดยถึงแม้ว่าจะกำหนดค่าของพารามิเตอร์เหล่านั้นต่างกันก็จะมีผลทำให้ค่าของเทอม  $\frac{x - x_{out}}{x_{in} - y_{in}/m}$  และ

$\frac{y/m - y_{in}/m}{(x_{in} - y_{in}/m)F}$  ที่คำนวณได้มีความแตกต่างกัน

ตาราง 4.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบความถูกต้องของวิธีการเชิงเลขที่ใช้ในการหาผลเฉลยของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัด

พารามิเตอร์	ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้
$\alpha$	0.5 1.0 2.0
P	2.0 5.0 20.0 100
R	0.1 5.0 20.0 100
$T_s$	0.01 1.0 10.0 20.0

พารามิเตอร์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบค่าความแตกต่างความเข้มข้นของตัวละลายที่คำนวณได้โดยใช้วิธีเชิงเลขดังแสดงในบทที่ 3 และที่คำนวณได้จากสมการ 4.3 และ 4.4 (ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์) ได้แก่ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (relative error) ของค่า  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  สมการที่ใช้ในการคำนวณความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์แสดงในสมการ 4.5

$$\epsilon_t = \frac{|w - \hat{w}|}{\hat{w}} \quad (4.5)$$

เมื่อ  $\epsilon_t$  = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์

$w = X_{out}$  หรือ  $Y_{out}$  ที่คำนวณโดยใช้วิธีเชิงเลข

$\hat{w} = X_{out}$  หรือ  $Y_{out}$  ที่คำนวณโดยใช้สมการ 4.3 หรือ 4.4

$$X_{out} = \frac{x_{in} - x_{out}}{x_{in} - y_{in}/m}, \quad Y_{out} = \frac{y_{out}/m - y_{in}/m}{(x_{in} - y_{in}/m)F}$$

การทดสอบแบบจำลองกรณีสถานะคงตัวจะใช้  $\Delta z$  เท่ากับ 0.1 ซึ่งเป็น  $\Delta z$  ที่เล็กที่สุดที่ใช้ได้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้นเพื่อให้จำลองสถานการณ์ในกรณีนี้ (ดังแสดงในบทที่ 3) เนื่องจากการใช้  $\Delta z$  ขนาดนี้จะต้องสร้างเมตริกซ์  $\bar{E}$  ในสมการ 3.42 ขนาด  $22 \times 22$   $42 \times 42$  และ  $82 \times 82$  สำหรับการคำนวณค่า  $x$  และ  $y$  โดยใช้วิธี Richardson's extrapolation ซึ่งเมตริกซ์ขนาด  $82 \times 82$  นี้เป็นเมตริกซ์ที่ใหญ่ที่สุดที่โปรแกรมสร้างได้อันเป็นผลมาจากข้อจำกัดของหน่วยความจำที่ใช้ได้สำหรับตัวแปรหนึ่งตัวในการเขียนโปรแกรม

จากการเปรียบเทียบความเข้มข้นของตัวละลายที่คำนวณได้โดยใช้วิธีเชิงเลขและวิธีเชิงวิเคราะห์เมื่อ P และ R มีค่าอยู่ในช่วง 0.1 - 20 พบว่า  $\epsilon_t$  ของ  $X_{out}$  มีค่าสูงสุด  $2.92 \times 10^{-3}$  และ  $\epsilon_t$  ของ  $Y_{out}$  มีค่าสูงสุด  $4.92 \times 10^{-3}$  ซึ่งเป็นค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ต่างๆ กับขนาดของ  $\epsilon_t$  มีลักษณะไม่แน่นอนแต่พอสรุปได้ว่า  $\epsilon_t$  มี

แนวโน้มเพิ่มขึ้นตามค่า  $T_s$ ,  $P$  และ  $R$  และ  $\varepsilon_t$  ของ  $X_{out}$  มีแนวโน้มจะลดลงเมื่อ  $\alpha$  เพิ่มขึ้นในขณะที่  $\varepsilon_t$  ของ  $Y_{out}$  จะเพิ่มขึ้นเมื่อ  $\alpha$  เพิ่มขึ้น ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าวิธีการเชิงเลขที่พัฒนาขึ้นมีความถูกต้องสูงอย่างน้อยที่สุดในพิสัยของพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดลองและสามารถใช้  $\Delta z = 0.1$  ในการคำนวณค่า  $x$  และ  $y$  ด้วยวิธีเชิงเลขได้ ค่า  $\varepsilon_t$  เมื่อใช้พารามิเตอร์ต่างๆ แสดงในตาราง ก1 ภาคผนวก ก

ในกรณีที่  $P$  หรือ  $R$  เท่ากับ 100 พบว่า  $\varepsilon_t$  จะมีค่ามากขึ้นโดย  $\varepsilon_t$  ของ  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  มีค่าสูงสุดเท่ากับ 0.075 และ 0.098 ตามลำดับ แต่ก็ยังเป็นความคลาดเคลื่อนในช่วงที่ยอมรับได้ ดังนั้นในกรณีที่การใช้จำนวนเพศเลขเท่ากับ 20 ไม่สามารถแทนระบบที่มีการไหลแบบปลั๊กได้อาจจะใช้จำนวนเพศเลขสูงขึ้น ค่า  $\varepsilon_t$  เมื่อ  $P$  หรือ  $R$  เท่ากับ 100 แสดงในตาราง ก1 ภาคผนวก ก

จากการตรวจสอบค่า  $Y_{out}$  ที่คำนวณได้โดยเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทำดุลมวลตามสมการ

$$(y_{out})_b = \frac{Sx_{out} + Sx_{in} - Ly_{in}}{L} \quad (4.6)$$

พบว่าเมื่อค่า  $x$  และ  $y$  ที่คำนวณจากวิธีการเชิงเลขมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ค่า  $y_{out}$  ที่ได้จะไม่ตรงกับค่า  $(y_{out})_b$  โดยคำนวณค่าคลาดเคลื่อนได้จากสมการ

$$\varepsilon_b = \frac{|(y_{out})_b - y_{out}|}{(y_{out})_b} \quad (4.7)$$

ซึ่งค่า  $\varepsilon_b$  นี้ไม่มีความสัมพันธ์ที่แน่นอนกับ  $\varepsilon_t$  อย่างไรก็ตามเมื่อข้อมูลความเข้มข้นที่คำนวณได้มีค่า  $\varepsilon_t$  มากก็มักจะมี  $\varepsilon_b$  มากด้วยดังแสดงในตาราง ก2 ภาคผนวก ก จึงอาจใช้  $\varepsilon_b$  ในการพิจารณาความถูกต้องของค่า  $x$  และ  $y$  ที่คำนวณจากวิธีการเชิงเลขได้

## 2. แบบจำลองกรณีสถานะไม่คงตัว

ทางหนึ่งในการทดสอบแบบจำลองกรณีสถานะไม่คงตัวนั้นจะทำการเปรียบเทียบค่า  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  เมื่อใช้เวลากำหนดจนระบบเข้าสู่สถานะคงตัว โดยกำหนดให้  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  ที่สถานะคงตัวเป็นค่าที่เวลา  $\theta_{j+1}$  ซึ่งให้ค่าความแตกต่างสัมพัทธ์ของ  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  ที่เวลาดังกล่าวกับค่าที่เวลาก่อนหน้านั้น ( $\theta_j$ ) ดังแสดงในสมการ 4.8 น้อยกว่า 0.001%

$$\begin{aligned} \text{เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างสัมพัทธ์} (\varepsilon_{ss}) &= \frac{|X_{out}(\theta_{j+1}) - X_{out}(\theta_j)|}{X_{out}(\theta_{j+1})} \times 100 \\ &= \frac{|Y_{out}(\theta_{j+1}) - Y_{out}(\theta_j)|}{Y_{out}(\theta_{j+1})} \times 100 \quad (4.8) \end{aligned}$$

จากการเปรียบเทียบค่า  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  ที่คำนวณโดยวิธีเชิงเลขกับค่าที่คำนวณโดยใช้สมการ 4.3 และ 4.4 เพื่อทดสอบผลของขนาดของ  $\Delta z$  ที่ใช้ในการคำนวณต่อค่า  $\epsilon_t$  โดยกำหนดให้  $P = 20$   $\Delta\theta = 0.01$  และให้ค่า  $\alpha$   $R$  และ  $T_s$  เป็นไปตามตาราง 4.1 (ไม่ทดสอบกรณี  $R = 100$ ) โดยใช้ค่า  $\Delta z = 0.025$   $0.02$  และ  $0.0125$  พบว่าเมื่อ  $\Delta z$  มีขนาดเล็กลงค่า  $\epsilon_t$  มีแนวโน้มจะลดลง อย่างไรก็ตามโดยปรกติในการแก้ชุดของสมการด้วยวิธีการเชิงเลขนั้นถ้าหากชุดของสมการมีจำนวนตัวแปรมากเกินไปก็อาจทำให้ผลการคำนวณที่ได้ไม่ถูกต้องซึ่งเกิดจากความคลาดเคลื่อนสะสมเนื่องจากการปัดเศษ (accumulated roundoff error) นั้นเอง (Press *et al.*, 1988) ดังนั้นในการคำนวณจะใช้ค่า  $\Delta z = 0.0125$  ซึ่งจะได้ว่า  $n+1 = 80$  ยกเว้นในกรณีที่การคำนวณให้ผลเฉลยที่ไม่ถูกต้องจะใช้  $\Delta z$  ที่ใหญ่ขึ้น ข้อมูล  $\epsilon_t$  ที่ได้จากการทดสอบในกรณีนี้แสดงในตาราง ข1 ภาคผนวก ข

สำหรับค่า  $\Delta\theta$  นั้นการใช้  $\Delta\theta$  ที่ใหญ่จะทำให้การคำนวณไม่เสถียรแต่การใช้  $\Delta\theta$  ที่เล็กเกินไปจะทำให้ต้องใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้นและอาจจะทำให้  $\epsilon_t$  มีค่ามากขึ้นเช่นในกรณีของ  $\alpha = 2$   $P = R = 20$   $T_s = 2.1$  และ  $\Delta z = 0.0125$  เมื่อใช้  $\Delta\theta$  เท่ากับ  $0.01$   $\epsilon_t$  ของ  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  จะเท่ากับ  $6.43 \times 10^{-4}$  และ  $1.98 \times 10^{-3}$  ตามลำดับ แต่เมื่อใช้  $\Delta\theta$  เท่ากับ  $0.001$  ค่า  $\epsilon_t$  ของ  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  จะเพิ่มเป็น  $2.40 \times 10^{-3}$  และ  $2.32 \times 10^{-3}$  ตามลำดับ ซึ่งเป็นผลมาจากความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการปัดเศษ (roundoff error) นั้นเอง

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่า  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  ที่คำนวณโดยวิธีเชิงเลขกับที่คำนวณโดยวิธีเชิงวิเคราะห์ เมื่อให้  $\Delta z = 0.0125$   $\Delta\theta = 0.01$  และพารามิเตอร์อื่น ๆ มีค่าตามที่กำหนดในตาราง 4.1 พบว่าเมื่อ  $P$  หรือ  $R$  มีค่าอยู่ในช่วง  $0.1 - 20$  ความคลาดเคลื่อน  $\epsilon_t$  ของ  $X_{out}$  และ  $Y_{out}$  มีค่าสูงสุดเท่ากับ  $4.08 \times 10^{-2}$  และ  $7.27 \times 10^{-3}$  ตามลำดับ ซึ่งค่า  $\epsilon_t$  ในกรณีนี้จะสูงกว่าในกรณีของแบบจำลองในสถานะคงตัวทั้งนี้เนื่องจากในกรณีของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัวค่า  $\epsilon_t$  จะเป็นค่าคลาดเคลื่อนที่ประกอบด้วยค่าคลาดเคลื่อนเนื่องจากวิธีการเชิงเลขที่ใช้และค่าคลาดเคลื่อนเนื่องจากระบบไม่ได้เข้าสู่ค่าที่สถานะคงตัวที่แท้จริง สำหรับในกรณีที่  $P$  หรือ  $R$  มีค่าเท่ากับ  $100$  นั้นส่วนใหญ่การคำนวณจะให้ค่าผลเฉลยไม่ถูกต้อง มีเพียงหกกรณีเท่านั้นที่การคำนวณให้ผลเฉลยที่ถูกต้อง (ตาราง ข3 ภาคผนวก ข) โดยในกรณีที่การคำนวณเสถียรนั้น ค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จะอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้เช่นกัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าวิธีการเชิงเลขที่ใช้ในการแก้สมการของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัวมีความถูกต้อง และสามารถใช้ได้ในช่วงพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดลองส่วนใหญ่ ในการคำนวณค่า  $x$  และ  $y$  ด้วยวิธีการเชิงเลขสำหรับแบบจำลองในสถานะไม่คงตัวจะใช้  $\Delta z = 0.0125$  และ  $\Delta\theta = 0.01$  (ยกเว้นในกรณีที่ระบุเป็นค่าอื่น) ข้อมูล  $\epsilon_t$  ที่ได้จากการทดสอบแสดงในตาราง ข2 ภาคผนวก ข

การทดสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ที่ใช้หาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม

พารามิเตอร์ที่ใช้ในการอธิบายผลของชนิด ขนาดและรูปร่างของวัตถุ อุณหภูมิที่ใช้ในการสกัด และความต้านทานภายนอกได้แก่สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ( $k_a$ ) โดยความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $k_a$  และปัจจัยดังกล่าวแสดงได้ด้วยสมการ 4.9 ซึ่งเสนอโดย Siripatana (1986) ที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 1

$$\frac{K_s(\text{dA})}{dv_x} = k_a = \frac{1}{a} \sqrt{SFK_p D_s} \quad (4.9)$$

การตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ดังกล่าวทำได้โดยการเปรียบเทียบค่าความเข้มข้นตัวละลายที่คำนวณได้จากแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นโดยใช้ความสัมพันธ์ในสมการ 4.9 เพื่อประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมกับค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองการแพร่ที่เสนอโดย Schwartzberg (1987) ดังแสดงในบทที่ 1 โดยที่ในการเปรียบเทียบนั้น จะกำหนดให้พารามิเตอร์  $C_i$  ในแบบจำลองการแพร่มีค่าเท่ากับหนึ่ง และพิจารณาเฉพาะช่วงที่จำนวนพิคมีค่ามากกว่า 0.2 นั่นคือไม่พิจารณาผลของการกระจายความเข้มข้นตัวละลายในชั้นของแข็งที่เวลาเริ่มต้น ทั้งนี้เนื่องจากความสัมพันธ์ในสมการ 4.9 ไม่ได้พิจารณาผลของปัจจัยดังกล่าว

ผลการเปรียบเทียบสำหรับกรณีของแข็งที่มีรูปร่างเป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัด (infinite slab) แสดงดังในภาพประกอบ 4.4 จากภาพจะเห็นได้ว่าผลที่คำนวณได้จากแบบจำลองทั้งสองมีความสอดคล้องกันโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อ  $\alpha$  มีค่ามากกว่า 1.0 สำหรับในกรณีที่  $\alpha$  มีค่าน้อยกว่า 1.0 ผลที่คำนวณได้จากแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นจะเบี่ยงเบนไปจากแบบจำลองการแพร่ซึ่งเป็นผลมาจากการที่ค่า  $R$  และ  $P$  ที่ใช้แทนระบบที่มีการไหลแบบปลั๊กยังด่าเกินไปสำหรับกรณีที่  $\alpha$  น้อยกว่า 1 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าเราสามารถใช้อสมการ 4.9 ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมได้โดยมีความคลาดเคลื่อนในช่วงที่ยอมรับได้

ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่ใช้ในการประมาณค่า  $k_a$  ในสมการ 4.9 ได้จากความสัมพันธ์ที่ได้จากการทดลองของ Siripatana (1986) ซึ่งเป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำตาลในแอปเปิลและแพร่กับอุณหภูมิในการสกัด

- แอปเปิล

สมการ 4.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำตาลในแอปเปิลซึ่งได้มาจากการวัดค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ในช่วงอุณหภูมิ 50 - 70°ซ โดยใช้แอปเปิลสายพันธุ์ grany smith ตัดเป็นรูปทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 เซนติเมตร ทหนา 2.5 - 3.0 มิลลิเมตรในการทดลองดังนั้นสมการนี้จึงใช้ได้กับชิ้นของแข็งที่มีรูปร่างและขนาดดังกล่าว อย่างไรก็ตามเนื่องจากข้อมูลที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างและขนาดของของแข็งต่อค่าสัมประสิทธิ์



การแพร่มีไม่มากนักและจากการศึกษาสัมประสิทธิ์การแพร่ในผลบีท (beet) พบว่าค่าสัมประสิทธิ์การแพร่จะขึ้นกับขนาดของช่องแห้งน้อยเมื่อของแห้งมีความหนามากกว่า 3 มิลลิเมตร (Schwartzberg and Chao, 1982) ดังนั้นจึงใช้สมการนี้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การแพร่สำหรับของแห้งที่มีขนาดและรูปร่างอื่นๆ ด้วย

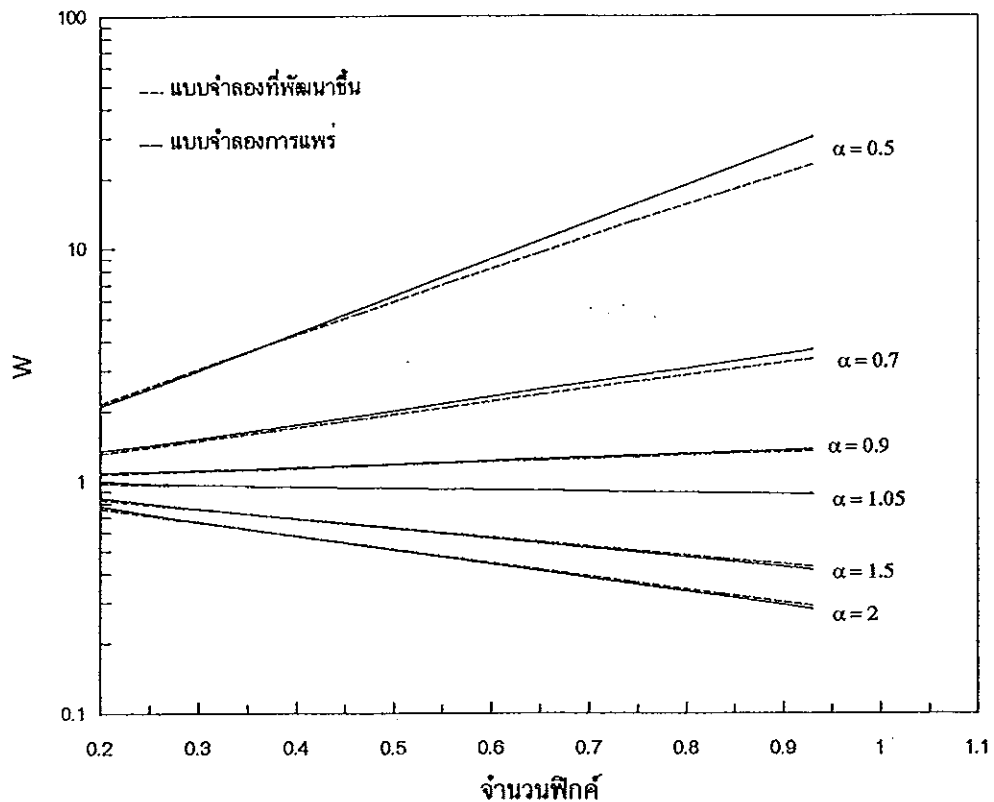
$$D_s = 7.3237 \times 10^{-6} \tanh(0.1T) - 7.3225 \times 10^{-6} \quad (4.10)$$

เมื่อ  $D_s$  คือสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำตาลในน้ำ (เมตร<sup>2</sup>/วินาที) T คืออุณหภูมิ (°ซ)

- แพร่

สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำตาลในแพร่แสดงได้ดังสมการ 4.11 โดยสามารถใช้สมการนี้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ในช่วงอุณหภูมิ 50 - 70 °ซ สมการนี้ได้มาจากการทดลองโดยใช้ชิ้นแพร่รูปทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 เซนติเมตร หนา 2.5 - 3.2 มิลลิเมตร

$$D_s = (2.096 \times 10^{-11})T - 3.025 \times 10^{-10} \quad (4.11)$$

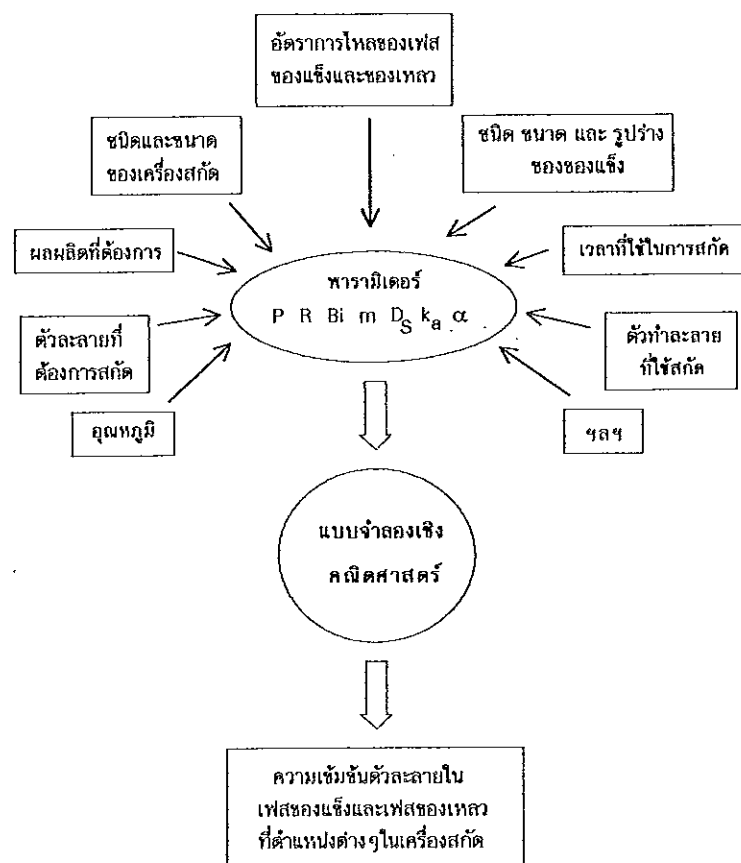


ภาพประกอบ 4.4 การทดสอบความถูกต้องของสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $k_u$  และ พารามิเตอร์ต่างๆ ของชิ้นแอปเปิลที่มีรูปร่างเป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัดเมื่อ  $Bi = 10000$   $P = 100$  และ  $R = 100$

## การศึกษาผลของปัจจัยต่างๆ ต่อกระบวนการสกัดน้ำมันผลไม้

มีปัจจัยหลายประการที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพในการสกัดดังแสดงในภาพประกอบ 4.5 โดยปัจจัยเหล่านี้สามารถแทนด้วยพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ปรากฏในแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ ปัจจัยที่จะศึกษาเพื่อพิจารณาถึงผลของปัจจัยนั้นต่อกระบวนการสกัดในงานวิจัยชิ้นนี้ได้แก่

- อัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสกัด
- เวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด
- อุณหภูมิที่ใช้ในการสกัด
- ความดันทานภายนอก
- ขนาดและรูปร่างของวัตถุดิบที่ใช้สกัด.
- ระดับการผสมย้อนกลับที่เกิดขึ้นในเฟสของแข็งและของเหลว



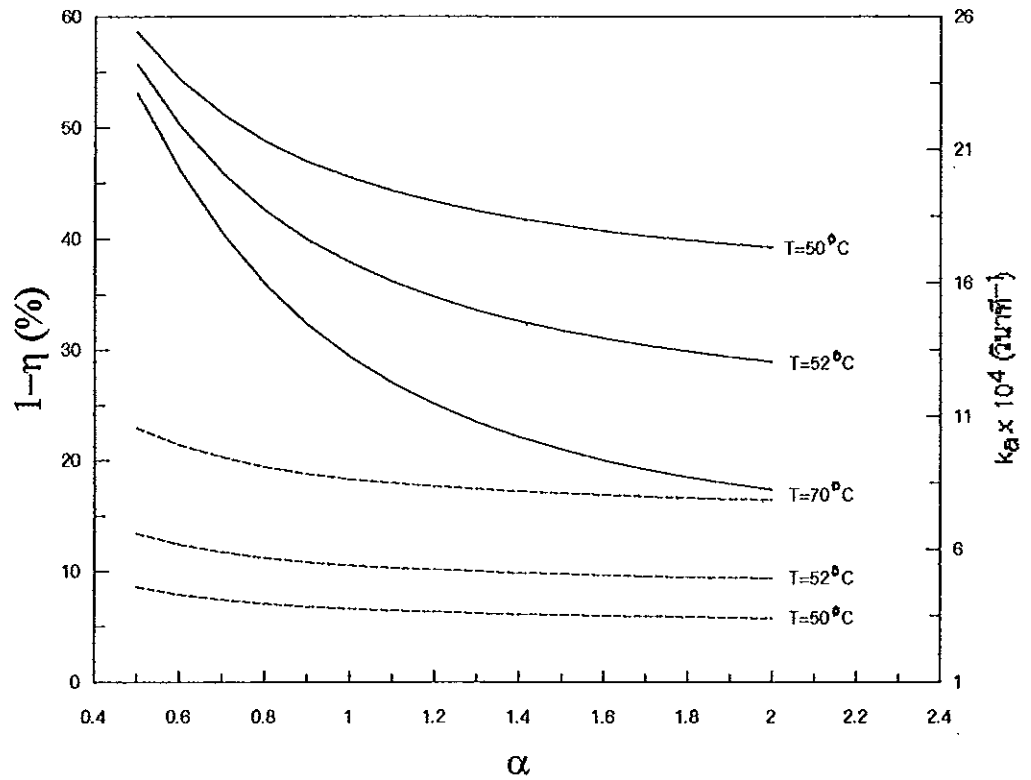
ภาพประกอบ 4.5 ปัจจัยต่างๆ ที่มีผลต่อกระบวนการสกัด

### 1. ผลของอัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสกัด

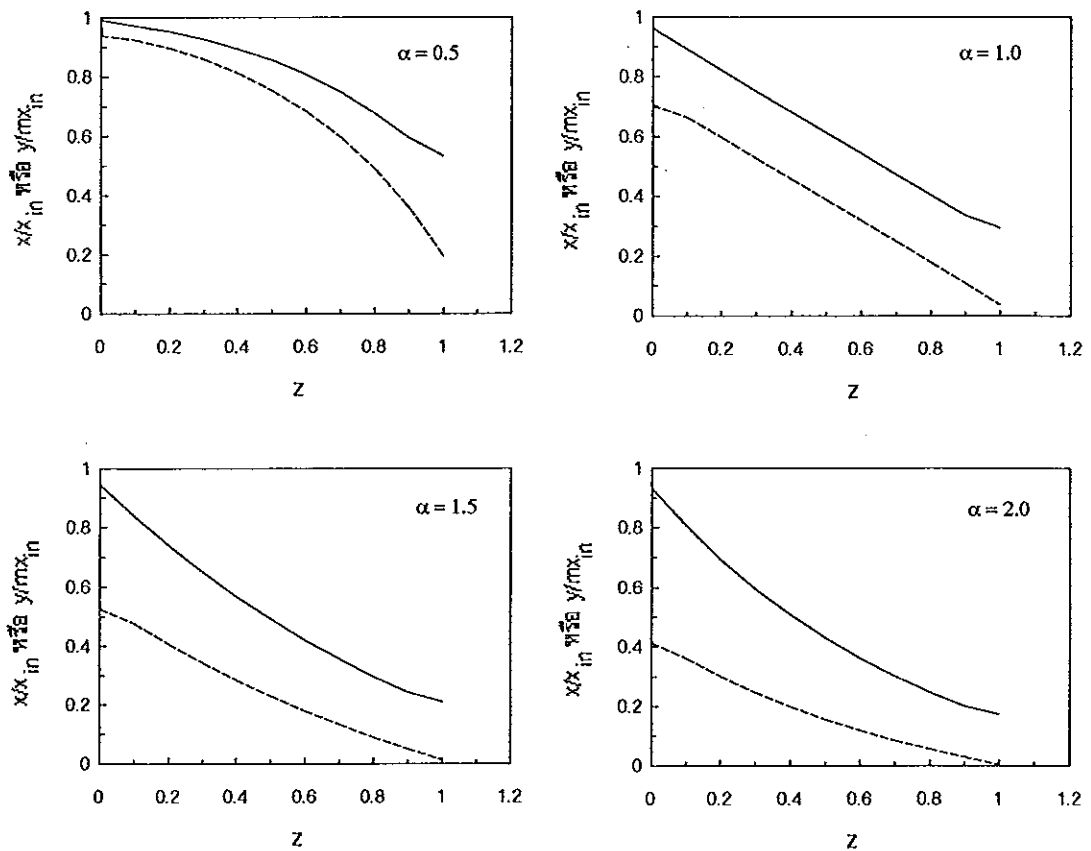
พารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ใช้แสดงอัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสกัดได้แก่กราฟท์ ( $\alpha$ ) กราฟท์ที่มีผลโดยตรงต่อกระบวนการสกัด และยังมีผลต่อสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมด้วย ดังจะเห็นได้จากภาพประกอบ 4.6 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเมื่อกราฟท์มีค่ามากขึ้น สัดส่วนตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง ( $1-\eta$ ) ซึ่งกำหนดตามสมการ 4.12 จะมีค่าลดลง อย่างไรก็ตามกราฟท์จะมีผลต่อสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมเมื่อกราฟท์มีค่าต่ำเท่านั้น ทั้งนี้เมื่อพิจารณาสมการ 4.9 ค่าของกราฟท์จะมีผลต่อ  $F^A$  ตามสมการที่แสดงในตาราง 1.5 เมื่อกราฟท์มีค่ามากค่าของ  $F^A$  จะค่อนข้างคงที่นั่นคือเมื่อกราฟท์มีค่ามากผลของกราฟท์ต่อค่าของสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมจะน้อยนั่นเอง

$$1-\eta = x_{out} / x_{in} \quad (4.12)$$

นอกจากกราฟท์จะมีผลต่อสัดส่วนตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็งแล้ว กราฟท์ยังมีผลอย่างมากต่อโปรไฟล์ความเข้มข้นดังแสดงในภาพประกอบ 4.7 ซึ่งโปรไฟล์ที่ได้นี้สอดคล้องกับโปรไฟล์ที่ได้จากแบบจำลองของ Osterberg และ Sorensen (1981) อย่างไรก็ตามในกรณีนี้กราฟท์เท่ากับหนึ่งโปรไฟล์ความเข้มข้นที่ได้จากแบบจำลองของ Osterberg และ Sorensen (1981) จะเป็นเส้นตรงแต่จากภาพประกอบ 4.7 จะเห็นได้ว่าโปรไฟล์ในกรณีกราฟท์เท่ากับหนึ่งนั้นจะโค้งเล็กน้อยที่จุดปลายซึ่งลักษณะนี้เป็นผลของการเกิดการผสมย้อนกลับนั่นเอง



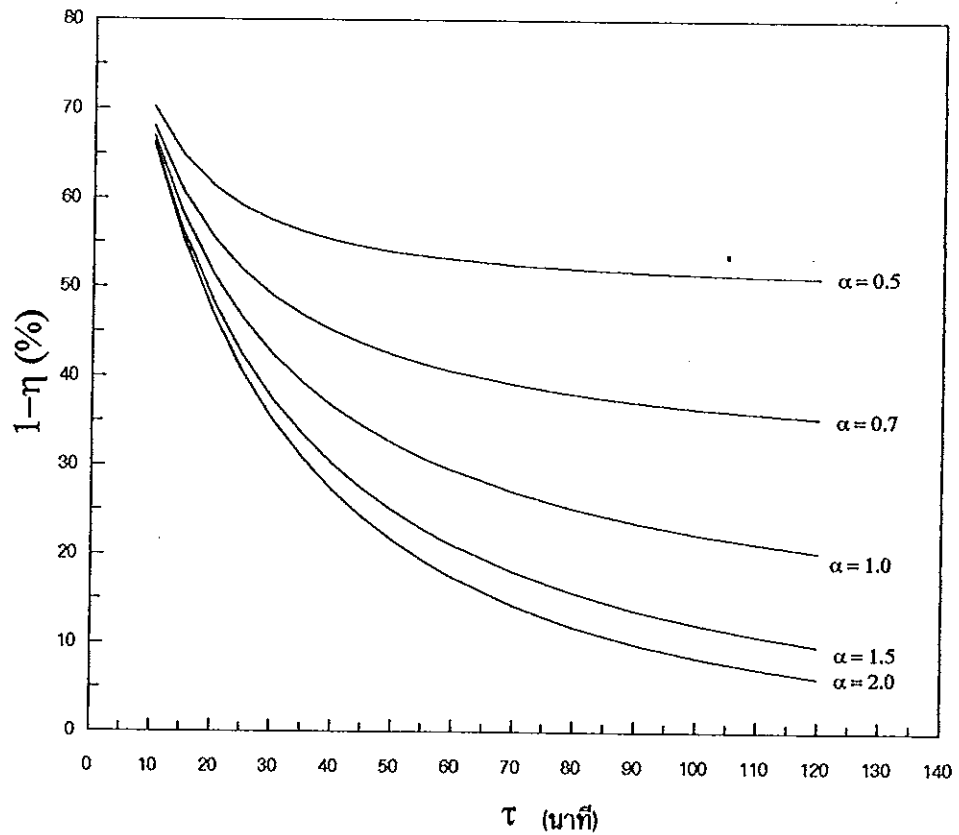
ภาพประกอบ 4.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง ( $1-\eta$ ) และสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ( $k_a$ ) กับกราฟท์ ( $\alpha$ ) ที่อุณหภูมิต่างๆ เมื่อของแข็งคือแอปเปิลหนา 4 มม.  $\tau = 60$  นาที  $P = R = 20$  และ  $Bi = 10000$  (—=  $1-\eta$ ----=  $k_a$ )



ภาพประกอบ 4.7 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็ง(แบบเปิดรูปร่างแผ่นราบ ยาวไม่จำกัดหนา 4 มม.) และของเหลวในเครื่องสกัดเมื่อ  $\tau = 60$  นาที  $P = R = 20$  อุณหภูมิ =  $70^{\circ}\text{C}$  และ  $Bi = 10000$  (— =  $x/x_{in}$  --- =  $y/mx_{in}$ )

## 2. ผลของเวลาที่ช่องแข็งอยู่ในเครื่องสกัด (retention time)

พารามิเตอร์ที่แสดงเวลาที่ช่องแข็งอยู่ในเครื่องสกัดได้แก่ เวลาที่ช่องแข็งอยู่ในเครื่องสกัด ( $\tau$ ) ผลของเวลาที่ช่องแข็งอยู่ในเครื่องสกัดต่อค่า  $1-\eta$  แสดงในภาพประกอบ 4.8 ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อเวลาเพิ่มขึ้นค่า  $1-\eta$  จะลดลงอย่างไรก็ตามเมื่อเพิ่ม  $\tau$  ต่อไปให้มีค่าสูงพอจะไม่ทำให้ค่า  $1-\eta$  ลดลงอย่างมีนัยสำคัญ ในกรณีที่กราฟที่น้อยกว่าหนึ่งผลผลิตสูงสุดที่สามารถสกัดได้ ( $\eta$ ) จะมีค่าเท่ากับกราฟที่นั่นเอง (Schwartzberg, 1987)



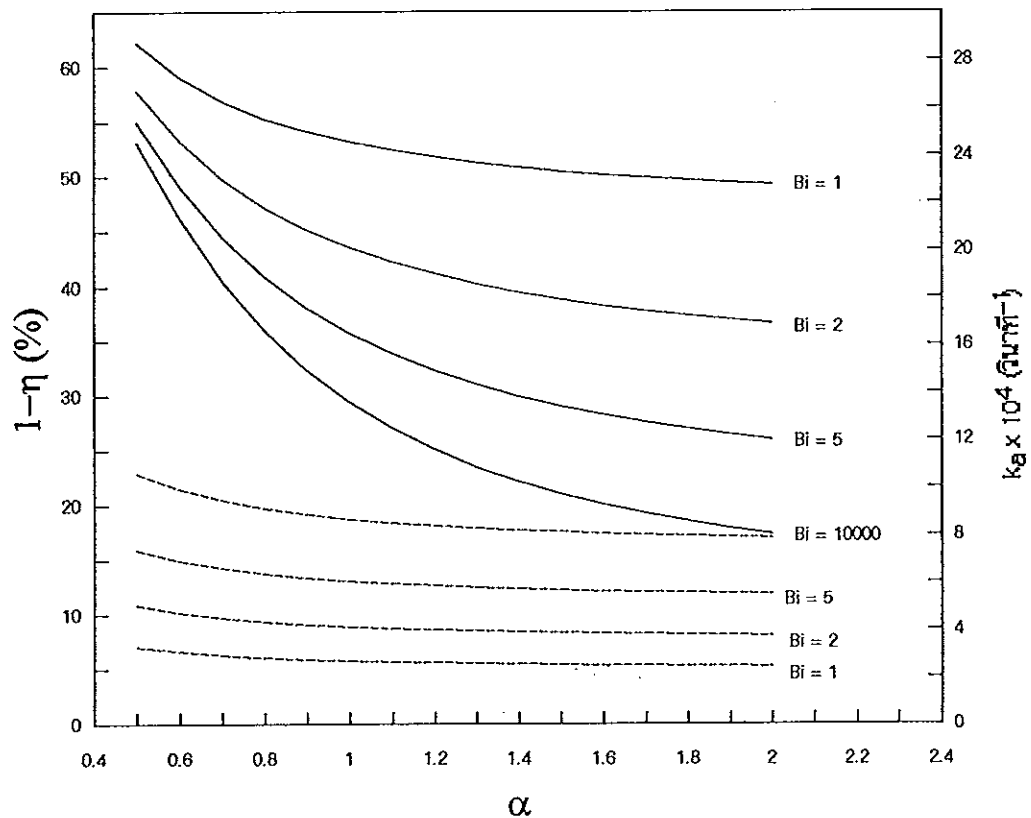
ภาพประกอบ 4.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง ( $1-\eta$ ) กับเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด ( $\tau$ ) ที่กราฟที่ต่างๆ เมื่อของแข็งคือแอปเปิลหนา 4 มม.  $P = R = 20$  อุณหภูมิ  $= 70^{\circ}\text{C}$  และ  $Bi = 10000$

### 3. ผลของอุณหภูมิในการสกัด

อุณหภูมิมีผลโดยตรงต่อสัมประสิทธิ์การแพร่ดังแสดงในสมการ 4.10 และ 4.11 ผลของอุณหภูมิต่อการสกัดแสดงดังในภาพประกอบ 4.6 จากภาพจะเห็นได้ว่าเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นค่าสัมประสิทธิ์การแพร่จะเพิ่มขึ้นซึ่งมีผลให้การสกัดเพิ่มขึ้น และการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิขณะที่อุณหภูมียังมีค่าต่ำจะมีผลต่อค่า  $1-\eta$  มากกว่าเมื่ออุณหภูมิมียังมีค่าสูงเนื่องจากในกรณีของแอปเปิลนั้นความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การแพร่กับอุณหภูมิลู่ในรูปของฟังก์ชัน  $\tanh$  นั้นเอง ในกรณีของแพร่นั้น เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การแพร่กับอุณหภูมิเป็นฟังก์ชันเส้นตรง ดังนั้นการเพิ่มอุณหภูมิในช่วงที่อุณหภูมิต่ำหรือสูงจะมีผลต่อการเพิ่มของ  $1-\eta$  ในสัดส่วนเดียวกัน

#### 4. ผลของความต้านทานภายนอก (external resistance)

สำหรับผลของความต้านทานภายนอกแสดงได้โดยค่าของจำนวนไบออต ( $Bi$ ) เมื่อค่าของจำนวนไบออตน้อยแสดงว่าความต้านทานภายนอกมีมาก ผลของ  $Bi$  ต่อการสกัดแสดงในภาพประกอบ 4.9 โดยเมื่อ  $Bi$  มากขึ้นค่า  $1-\eta$  จะลดลงเนื่องจากการเพิ่มค่า  $Bi$  จะทำให้สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมมีค่ามากขึ้นนั่นเอง



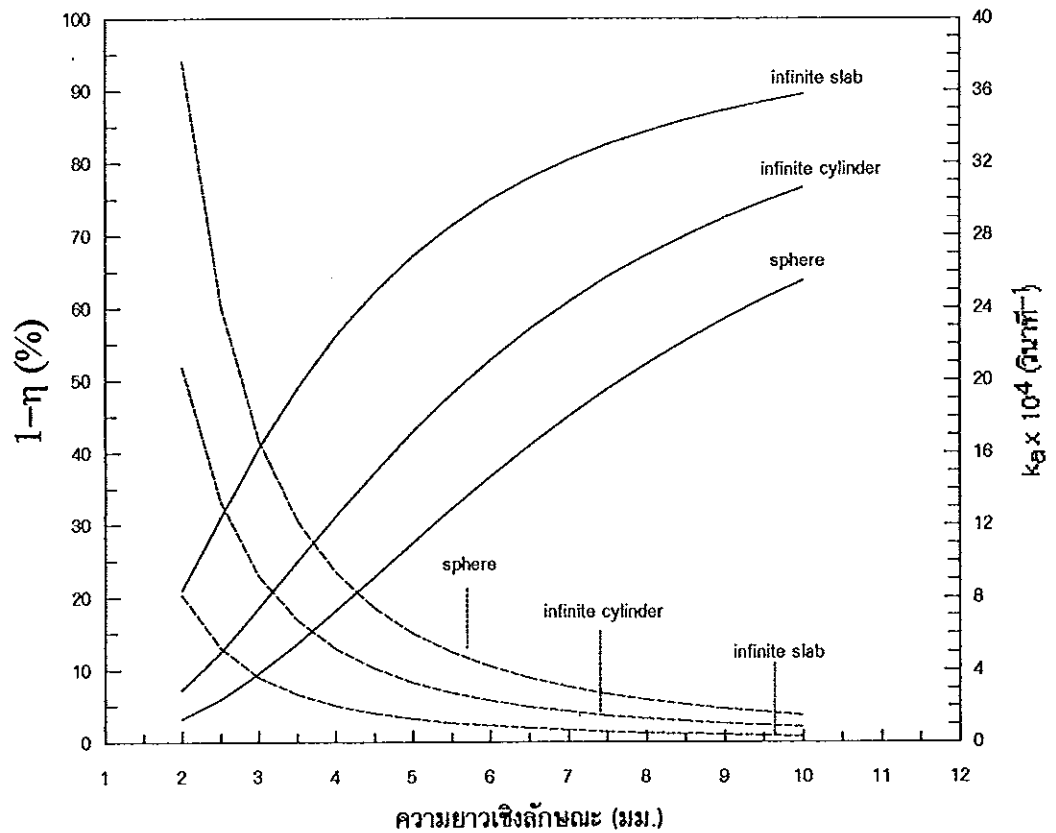
ภาพประกอบ 4.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง ( $1-\eta$ ) และสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ( $k_g$ ) กับ ดราฟท์ ( $\alpha$ ) เมื่อ  $Bi$  เท่ากับ 1 2 5 และ 10000 เมื่อของแข็งคือแอปเปิลหนา 4 มม.  $\tau = 60$  นาที  $P = R = 20$  และ อุณหภูมิ =  $70^\circ\text{C}$  (—=  $1-\eta$  ---=  $k_g$ )

## 5. ผลของขนาดและรูปร่างของของแข็งที่ใช้ในการสกัด

การศึกษาถึงผลของขนาดและรูปร่างของของแข็งที่ใช้ในการสกัดต่อกระบวนการสกัด ทำโดยการคำนวณค่า  $x$  และ  $y$  จากแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นโดยใช้ความสัมพันธ์ตามสมการ 4.9 ในการประมาณค่า  $k_u$  เมื่อกำหนดให้ของแข็งมีรูปร่างเป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัด ทรงกระบอกยาวไม่จำกัด และทรงกลม ผลการทดสอบแสดงในภาพประกอบ 4.10 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวเชิงลักษณะ (characteristic length,  $a$ ) ของชิ้นของแข็งรูปร่างต่างๆ กับเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง ( $1-\eta$ ) จากภาพจะเห็นได้ว่า เมื่อของแข็งมีขนาดใหญ่ขึ้น ปริมาณของตัวละลายที่เหลืออยู่ในชิ้นของแข็งจะมีมากขึ้น ซึ่งเป็นผลของค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมที่ลดลง โดยเมื่อพิจารณาสมการ 4.9 จะเห็นได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมจะแปรผกผันกับกำลังสองของความยาวเชิงลักษณะนั่นเอง อย่างไรก็ตามจากภาพจะเห็นได้ว่า เมื่อของแข็งยังมีขนาดเล็กสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมจะมีการเปลี่ยนแปลงลดลงอย่างรวดเร็ว ดังจะเห็นได้จากเส้นกราฟที่มีความชันมากแต่การเปลี่ยนแปลงของค่า  $1-\eta$  ไม่เป็นสัดส่วนกับการลดลงของค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ทั้งนี้เนื่องจากเมื่อค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลมีค่าสูงความเข้มข้นของตัวละลายในของแข็งจะเข้าสู่สถานะสมดุลกับความเข้มข้นตัวละลายในของเหลวอย่างรวดเร็วจึงทำให้แรงขับ (driving force) มีค่าลดลงอย่างรวดเร็วดังนั้นการสกัดถูกจำกัดโดยค่าของแรงขับ ในขณะที่เมื่อสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมมีค่าต่ำ แรงขับจะยังคงมีค่าสูง ดังนั้นการสกัดจะถูกจำกัดโดยค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม

สำหรับของแข็งที่มีความยาวเชิงลักษณะเท่ากัน ของแข็งรูปร่างทรงกลมจะมีค่า  $1-\eta$  ต่ำกว่าของแข็งรูปร่างทรงกระบอกยาวไม่จำกัด ในขณะที่ของแข็งที่เป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัดจะมีค่า  $1-\eta$  สูงที่สุดซึ่งเป็นผลมาจากการที่รูปทรงทั้งสามมีพื้นที่ผิวการถ่ายโอนมวลต่อหน่วยปริมาตรไม่เท่ากันโดยทรงกลมจะมีพื้นที่ผิวต่อหน่วยปริมาตรมากที่สุดและแผ่นราบยาวไม่จำกัดมีพื้นที่ผิวต่อหน่วยปริมาตรน้อยที่สุด

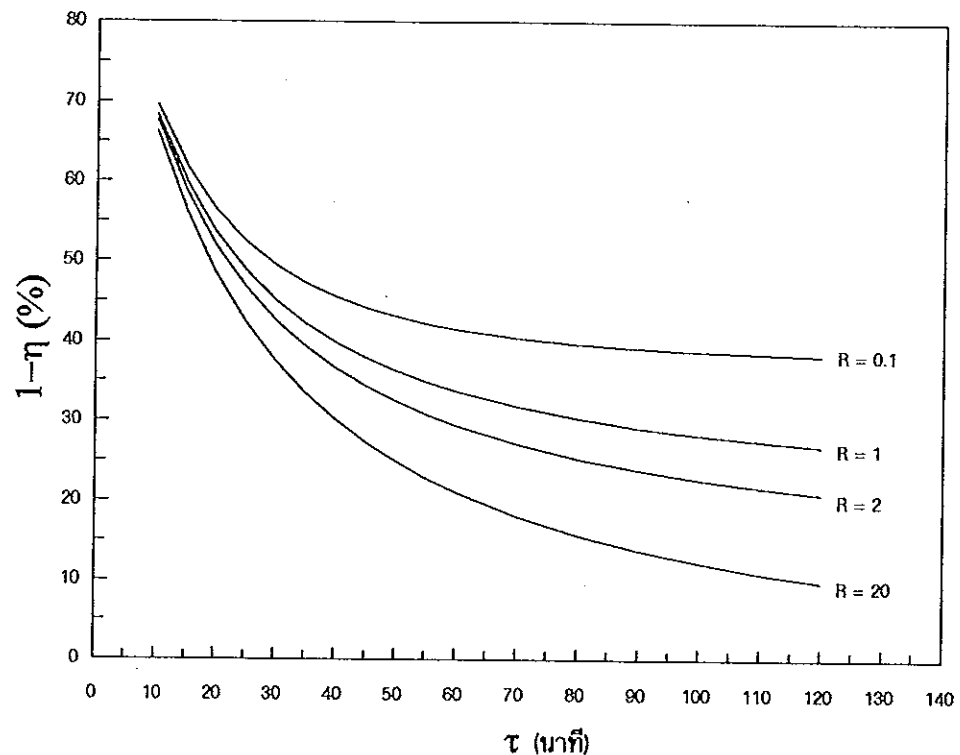




ภาพประกอบ 4.10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในของแข็ง ( $1-\eta$ ) และสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ( $k_a$ ) กับความยาวเชิงลักษณะของชิ้นแอปเปิลรูปร่างเป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัด ทรงกระบอกยาวไม่จำกัดและทรงกลมเมื่อ  $\alpha = 1.5$   $\tau = 60$  นาที  $P = R = 20$   $Bi = 10000$  และ อุณหภูมิ =  $70^\circ\text{C}$  (—=  $1-\eta$  ----=  $k_a$ )

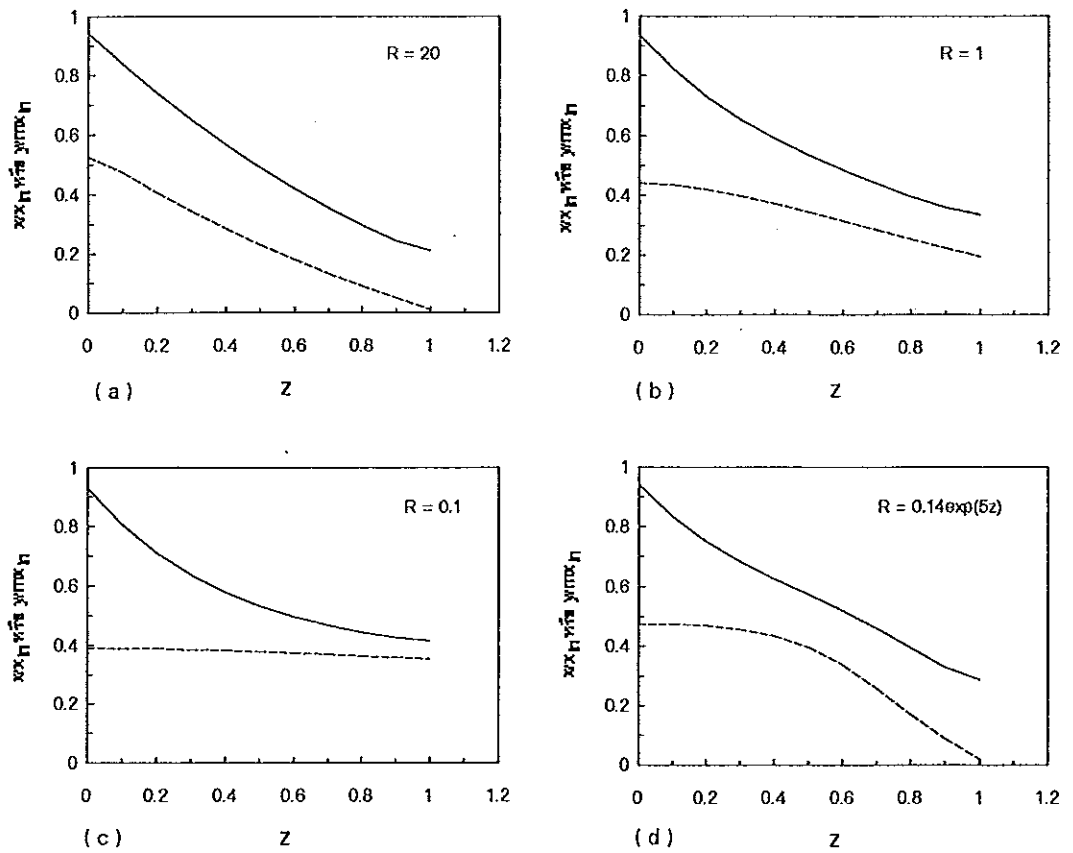
#### 6. ผลของการเกิดการผสมย้อนกลับในเฟสของแข็งและของเหลว

พารามิเตอร์ที่ใช้แสดงการเกิดการผสมย้อนกลับได้แก่จำนวนเพลตเลข ในแบบจำลอง เราใช้สัญลักษณ์  $P$  และ  $R$  แทนจำนวนเพลตเลขในเฟสของแข็งและของเหลวตามลำดับ การเกิดการผสมย้อนกลับในเฟสของแข็งหรือของเหลวจะมีผลทำให้ประสิทธิภาพในการสกัดลดลงดังแสดงในภาพประกอบ 4.11 ซึ่งจะเห็นได้ว่านอกจากการผสมย้อนกลับจะทำให้  $1-\eta$  มีค่าสูงขึ้นแล้ว การผสมย้อนกลับยังทำให้เวลาที่ใช้ในการสกัดเพิ่มขึ้นเพื่อให้ได้ผลผลิตตามที่ต้องการด้วย



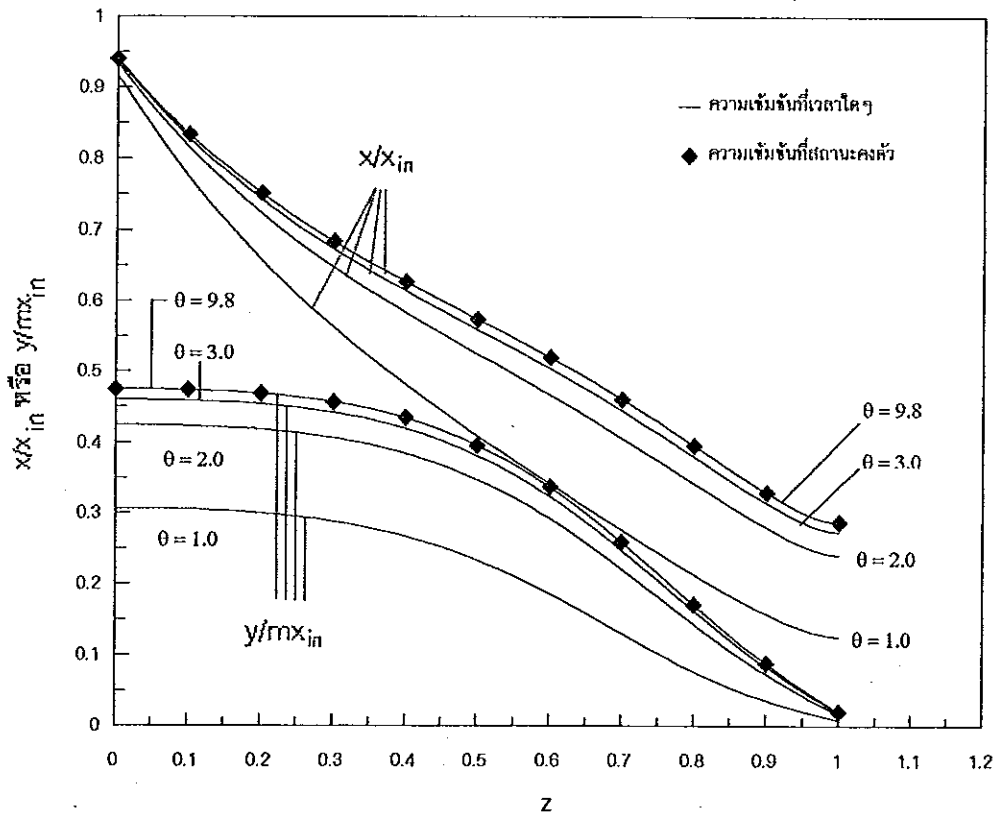
ภาพประกอบ 4.11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ของตัวละลายที่เหลืออยู่ในเฟสของแข็ง ( $1-\eta$ ) กับเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด ( $\tau$ ) ที่ค่า  $R$  ต่างๆ เมื่อของแข็งคือแอปเปิลหนา 4 มม.  $\alpha = 1.5$   $P = 20$  อุณหภูมิ  $= 70^{\circ}\text{C}$  และ  $Bi = 10000$

นอกจากการผสมย้อนกลับจะมีผลต่อค่าของ  $1-\eta$  แล้ว การผสมย้อนกลับยังมีผลโดยตรงต่อลักษณะของโปรไฟล์ความเข้มข้นด้วยดังแสดงในภาพประกอบ 4.12 ซึ่งแสดงโปรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเครื่องสกัดในกรณีที่เกิดการผสมย้อนกลับในเฟสของเหลวระดับต่างๆ จากภาพจะเห็นได้ว่าในกรณีที่  $R$  มีค่าคงที่ การผสมย้อนกลับจะทำให้ค่า  $y/mx_{in}$  มีการเปลี่ยนแปลงทันทีจากความเข้มข้นของตัวทำละลายที่ป้อนเข้าเครื่องสกัด (กรณีนี้ตัวทำละลายมีความเข้มข้นเริ่มต้นเท่ากับ 0) ที่  $z = 1$  ซึ่งเป็นด้านที่ของเหลวเข้าสู่เครื่องสกัด ส่วนที่  $z = 0$  ค่า  $y/mx_{in}$  จะค่อนข้างคงที่ ซึ่งลักษณะเช่นนี้จะสอดคล้องกับโปรไฟล์ความเข้มข้นที่ได้จากแบบจำลองของ Lee และ Schwartzberg (1990) สำหรับในกรณีที่ค่า  $R$  เป็นฟังก์ชันกับ  $z$  นั้นในช่วงที่  $R$  มีค่าต่ำลักษณะของโปรไฟล์จะคล้ายกับกรณีของระบบที่มีการผสมอย่างสมบูรณ์ ในขณะที่เมื่อ  $R$  มีค่าสูงลักษณะของโปรไฟล์จะคล้ายกับกรณีของระบบที่มีการไหลแบบปลัก (ภาพประกอบ 4.12d)



ภาพประกอบ 4.12 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็ง(แถบเปิดรูปร่างแผ่นราบ ยาวไม่จำกัดหนา 4 มม.) และของเหลวในเครื่องสกัดเมื่อ  $\alpha = 1.5$   $\tau = 60$  นาที  $P = 20$  อุณหภูมิ =  $70^{\circ}\text{C}$  และ  $Bi = 10000$  (—=  $x/x_{\infty}$  ---=  $y/mx_{\infty}$ )

ในกรณีที่ระบบยังอยู่ในสถานะไม่คงตัวลักษณะของโพรไฟล์ความเข้มข้นที่เวลาต่างๆ แสดงในภาพประกอบ 4.13 ซึ่งแสดงให้เห็นว่ากราฟระหว่าง  $x/x_{\infty}$  และ  $y/mx_{\infty}$  กับ  $z$  ที่เวลา  $\theta$  ต่างๆ จะค่อยๆ เปลี่ยนเข้าสู่กราฟของกรณีที่ระบบอยู่ในสถานะคงตัว จากการจำลองสถานการณ์พบว่าระบบจะต้องใช้เวลาดำเนินการสกัดประมาณ 4-5 เท่าของเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด ( $\tau$ ) เพื่อให้โพรไฟล์ความเข้มข้นมีค่าประมาณ  $\pm 2.5\%$  ของโพรไฟล์ความเข้มข้นที่สถานะคงตัว



ภาพประกอบ 4.13 โพรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็ง(แบบเปิดรูปร่างแผ่นราบยาวไม่จำกัดหนา 4 มม.) และของเหลวในเครื่องสกัดที่เวลา  $\theta$  ต่างๆ เมื่อ  $\alpha = 1.5$   $\tau = 60$  นาที  $P = 20$   $R = 0.14\exp(5z)$  อุณหภูมิ =  $70^\circ\text{C}$  และ  $Bi = 10000$

การใช้แบบจำลองอธิบายกลไกการสกัดน้ำผลไม้ในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ

การใช้แบบจำลองอธิบายกลไกการสกัดน้ำผลไม้เป็นการอธิบายกระบวนการสกัดซึ่งทำการทดลองโดย Siripatana (1986) และธรรมรัตน์ (2539) การทดลองทั้งสองเป็นการสกัดน้ำผลไม้ในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ

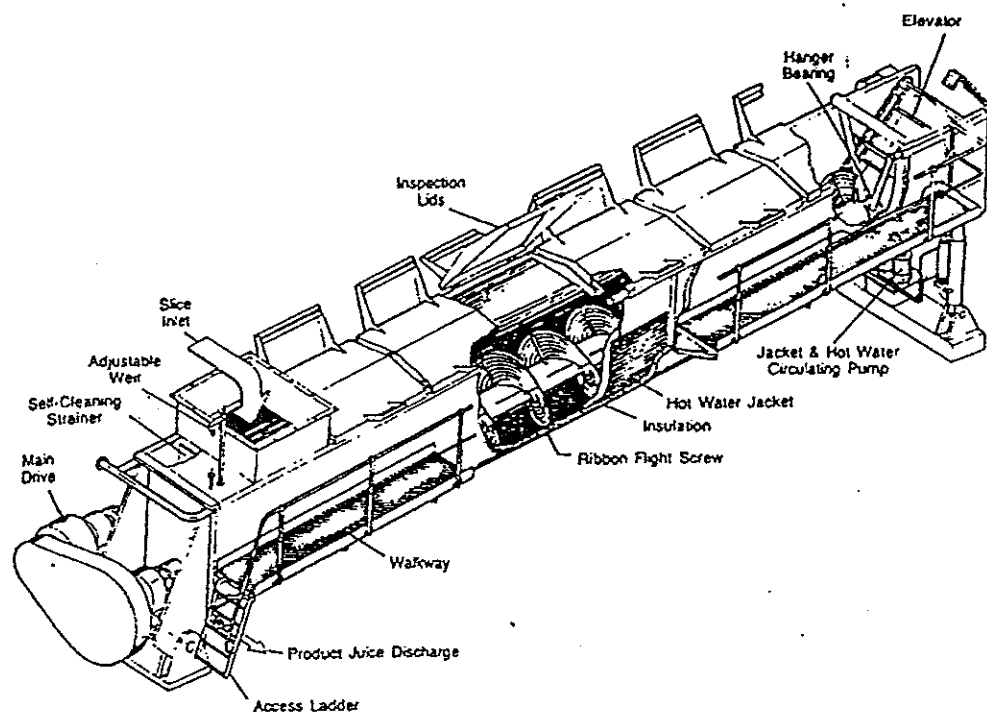
1. เครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ (reversing countercurrent extractor)

เครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับเป็นเครื่องสกัดที่มีลักษณะดังแสดงในภาพประกอบ 4.14 โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญอยู่สองส่วนคือ

1. รางที่จะรองรับของแข็งและของเหลวที่จะเข้าสู่เครื่องสกัด ตัวรางจะมีลักษณะเป็นรูปตัวยูวางเอียงทำมุม 5-10 องศากับพื้น เฟสของแข็งจะเข้าสู่เครื่องสกัดทางปลายรางด้านที่ต่ำกว่า ในขณะที่เฟสของเหลวจะเข้าทางปลายรางด้านที่สูงกว่าดังนั้นการไหลของของเหลวจึงเกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก ส่วนนอกของรางจะมีแจคเก็ต (water jacket) หุ้มอยู่เพื่อทำหน้าที่รักษาอุณหภูมิภายในเครื่องสกัด

2. สกรูว์ (screw) เป็นส่วนที่ทำหน้าที่ลำเลียงของแข็งให้เคลื่อนที่ไปข้างหน้า ตัวสกรูว์มีใบที่มีลักษณะเป็นรูปเพื่อให้ออกของเหลวไหลผ่านได้ สกรูว์จะหมุนไปข้างหน้าและหมุนย้อนกลับโดยอัตราการหมุนไปข้างหน้าจะมากกว่าการหมุนย้อนกลับเพื่อให้ของแข็งเคลื่อนที่ไปข้างหน้า การที่ต้องให้สกรูว์หมุนในลักษณะเช่นนี้ก็เพื่อป้องกันการที่ของแข็งไปรวมกันอยู่ในด้านเดียวของรางซึ่งจะทำให้การสัมผัสระหว่างของแข็งและของเหลวไม่ดีเท่าที่ควร จากลักษณะการหมุนของสกรูว์ที่มีการหมุนไปข้างหน้าและหมุนย้อนกลับนี้เองที่ทำให้เรียกเครื่องสกัดแบบนี้ว่าเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ

นอกจากส่วนประกอบทั้งสองดังที่กล่าวแล้ว เครื่องสกัดจะมีส่วนประกอบอื่นๆ ซึ่งช่วยให้ระบบทำงานได้อย่างสมบูรณ์ดังแสดงในภาพประกอบ 1.2



ภาพประกอบ 4.14 เครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ

ที่มา : Siripatana (1986)

## 2. การทดลองสกัดน้ำผลไม้ด้วยเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ

### 2.1 การทดลองของธรรมรัตน์ (2539)

เป็นการทดลองสกัดน้ำสับประรดจากเปลือกสับประรดพันธุ์ปัตตาเวีย ซึ่งเป็นเศษเหลือจากการผลิตสับประรดกระป๋องของโรงงานสับประรดไทยจำกัด (มหาชน) อำเภอเมือง จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ การสกัดใช้เครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับที่เขาคได้พัฒนาขึ้นโดยวางของเครื่องสกัดมีความยาว 2.2 เมตร กว้าง 0.218 เมตรและสูง 0.3 เมตร วางท่ามุม 5 องศากับแนวระดับ ความยาวของเครื่องสกัดที่ของแข็งและของเหลวมีการสัมผัสกันเท่ากับ 2.0 เมตร เนื่องจากวัตถุดิบที่ใช้เป็นเศษเหลือจากการผลิตสับประรดกระป๋องดังนั้นจึงมีรูปร่างและขนาดที่ไม่แน่นอน และได้ทำการนึ่งเปลือกสับประรดก่อนการสกัดเพื่อให้ของแข็งเกิดการเสื่อมสภาพทางธรรมชาติ (denature) โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะทำให้เกิดการแตกของเซลล์และการแพร่เกิดขึ้นอย่างเต็มที่ ในการสกัดใช้อัตราการไหลของเฟสของแข็งเท่ากับ 0.2 กิโลกรัมต่อนาที โดยกำหนดให้กราฟที่มีค่าเท่ากับ 1-2.0 เวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด 50 - 90 นาที และอุณหภูมิ 55-70 °ซ

เนื่องจากวัตถุดิบที่มีรูปร่างและขนาดที่ไม่แน่นอน ผู้วิจัยจึงได้เสนอวิธีการเทียบเคียงรูปร่างของชิ้นสับประรดกับรูปร่างมาตรฐาน ซึ่งทำให้ได้ว่าสับประรดที่มีรูปร่างเป็นแผ่นราบขนาด 5.22 x 7.46 x 2.60 มิลลิเมตร

ในการสกัดจะเริ่มวัดความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวภายในเครื่องสกัดเมื่อของแข็งเต็มรางสกัดที่ตำแหน่ง 20 60 100 140 180 200 เซนติเมตร นับจากจุดที่ของแข็งเข้าเครื่องสกัด และความเข้มข้นเริ่มต้นของสับประรดที่เข้าเครื่องสกัด ทำการวัดทุก 5 นาทีจนระบบเข้าสู่สถานะสมดุล สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมพิจารณาได้จากโปรไฟล์ความเข้มข้นที่ได้จากการทดลองซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมเฉลี่ย ส่วนค่าคงที่การกระจายสมดุลของตัวละลายได้จากการทดลองสกัดน้ำสับประรดแบบกะโดยใช้วัตถุดิบเดียวกับที่ใช้ในการทดลองจริง

### 2.2 การทดลองของ Siripatana (1986)

เป็นการทดลองสกัดน้ำแอปเปิลและแพร์ โดยใช้เครื่องสกัดของสถาบัน CSIRO ประเทศออสเตรเลียเครื่องสกัดที่ใช้มี 2 ขนาดคือ

1. เครื่องสกัดขนาดทดลอง (pilot plant extractor) เป็นเครื่องสกัดขนาดเล็กโดยส่วนของรางสกัดมีความยาว 2.1 เมตร สูง 0.3 เมตร และ กว้าง 0.21 เมตร วางท่ามุม 5 องศา กับแนวระดับ สำหรับความยาวของเครื่องสกัดที่ของแข็งและของเหลวมีการสัมผัสกัน (effective length) เท่ากับ 2.0 เมตร

2. เครื่องสกัดที่ใช้ในเชิงการค้า (commercial extractor) เป็นเครื่องสกัดขนาดใหญ่ ส่วนของรางสกัดยาว 11.1 เมตร สูง 1.8 เมตร และกว้าง 1.2 เมตร วางทำมุม 5 องศากับแนวระดับ ความยาวของเครื่องสกัดที่ของแข็งและของเหลวมีการสัมผัสกันเท่ากับ 10.0 เมตร

แอปเปิลและแพร์ที่ใช้ในการสกัดมีรูปร่างเป็น crinkle slab และแผ่นราบหนา 2 - 3 มิลลิเมตร วัสดุดิบมีค่าคงที่การกระจายสมมูลประมาณ 1.05 อัตราการไหลของเฟสของแข็งเท่ากับ 0.2 และ 20 กิโลกรัม/นาที สำหรับเครื่องสกัดขนาดทดลองและเครื่องสกัดที่ใช้ในเชิงการค้าตามลำดับ อุณหภูมิในการสกัดอยู่ในช่วง 45 - 65 °C เวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด 50 - 70 นาที และกราฟที่ให้อยู่ในช่วง 1.4 - 2

ในการสกัดผู้วิจัยได้ทำการวัดความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวภายในเครื่องสกัดเมื่อระบบเข้าสู่สถานะคงตัว ในกรณีของเครื่องสกัดขนาดทดลองทำการวัดที่ตำแหน่ง 20 50 80 110 140 170 และ 200 เซนติเมตรนับจากจุดที่ของแข็งเข้าเครื่องสกัด ส่วนในกรณีของเครื่องสกัดในเชิงการค้าจะวัดที่ตำแหน่ง 0.9 2.1 3.6 5.3 7.0 8.5 และ 10.0 เมตร นับจากจุดที่ของแข็งเข้าเครื่องสกัด นอกจากนั้นจะวัดความเข้มข้นเริ่มต้นในวัสดุดิบที่ใช้ด้วย ทำการวัดเวลาที่ขึ้นของแข็งอยู่ในเครื่องสกัดเพื่อพิจารณาการเกิดการผสมย้อนกลับในเฟสของแข็งซึ่งจากการพิจารณา residence time distribution ของเฟสของแข็งซึ่งพบว่าการไหลของเฟสของแข็งเป็นการไหลแบบปลັก สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมพิจารณาได้จากโปรไฟล์ความเข้มข้นที่ได้จากการทดลองซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมเฉลี่ย

### 3. ปัจจัยที่มีผลต่อกระบวนการสกัดในช่วงต้น

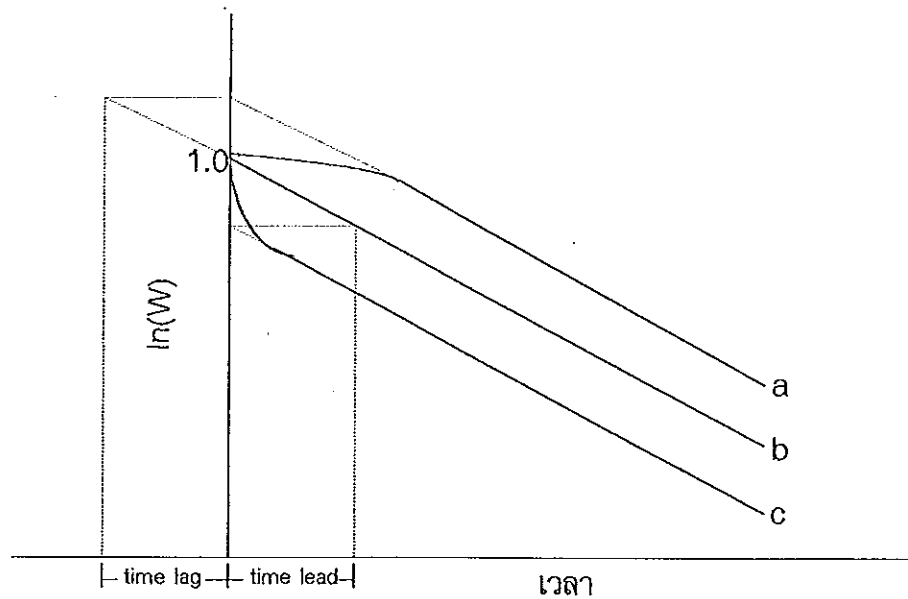
มีปัจจัยหลายประการที่มีผลต่อกระบวนการสกัดในช่วงเริ่มต้นเช่น ลักษณะการกระจายของตัวละลายในของแข็งที่จะเข้าสู่เครื่องสกัด เวลาที่ต้องใช้ในการทำให้พลาสมาเมมเบรนของเซลล์ผลไม้ (cell plasma membrane) เกิดการแตกตัว และการชะล้างที่ผิว (surface washing) เป็นต้น ปัจจัยต่างๆ เหล่านี้จะมีผลต่อการถ่ายโอนมวลสารจากเฟสของแข็งไปสู่เฟสของเหลว หรือมีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมนั่นเอง นั่นคือการกระจายของความเข้มข้นสม่ำเสมอในเฟสของแข็งจะทำให้สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมในช่วงต้น ๆ มีค่าสูงกว่าหลังจากการถ่ายโอนเข้าสู่สถานะกึ่งคงตัว (pseudosteady state) แล้ว ในทางตรงข้ามเซลล์ที่ยังไม่เกิดการแตกตัวสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมจะมีค่าต่ำกว่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมเมื่อเซลล์เกิดการแตกตัวแล้ว (Osterberg and Sorensen, 1981) ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมกับเวลาโดยอาศัยทฤษฎีการแพร่ร่วมกับหลักการของเจนแฟคเตอร์ (j-factor) ซึ่งเสนอโดย Siripatana (1986)

### 3.1 หลักการของเจเนพลเตอร์

ในการแพร่ของตัวละลายจากของแข็งออกมาสู่ของเหลวนั้นถ้าหากความเข้มข้นเริ่มต้นของตัวละลายในของแข็งเท่ากันทุกจุดในชิ้นของแข็ง โดยการใช้ทฤษฎีการแพร่จะได้ลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $W$  ซึ่งเท่ากับ  $\frac{\alpha-1}{\alpha}x + \frac{x_{out}}{\alpha} - \frac{y_{in}}{m}$  กับเวลาเป็นไปตามแบบจำลองที่เสนอโดย Schwartzberg (1987) ดังที่ได้กล่าวถึงแล้วในบทที่ 1 เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $\ln(W)$  กับเวลาจะได้กราฟดังแสดงในภาพประกอบ 4.15 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่า  $\ln(W)$  จะลดลงอย่างรวดเร็วในตอนเริ่มต้นของการสกัด แล้วจึงลดลงอย่างคงที่เมื่อเวลามากขึ้น (จำนวนฟิคค์มากกว่า 0.2) ในขณะที่เมื่อใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นในการหาค่า  $W$  โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมที่ไม่ได้พิจารณาผลของลักษณะการกระจายของตัวละลายในของแข็งที่จะเข้าสู่เครื่องสกัด ( $k_s$  คงที่) จะได้กราฟระหว่าง  $\ln(W)$  กับเวลาเป็นเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับความชันของกราฟที่ได้จากทฤษฎีการแพร่ในช่วงที่จำนวนฟิคค์มากกว่า 0.2 นั่นคือเมื่อไม่พิจารณาผลของการกระจายของตัวละลายในของแข็งเริ่มต้น คือสมมติว่าการกระจายความเข้มข้นในลักษณะเข้าสู่สภาวะกึ่งคงตัว ค่า  $W$  ที่ได้จะสูงกว่าความเป็นจริง หรืออาจกล่าวได้ว่าการสกัดเมื่อพิจารณาผลของการกระจายตัวละลายในของแข็งจะใช้เวลาสั้นกว่าเวลาที่ใช้ในแบบจำลองเพื่อให้ได้ผลผลิตที่เท่ากัน เวลาที่ลดลงเนื่องจากการกระจายตัวละลายที่เวลาเริ่มต้นเรียกว่า time lead นอกจากนั้น time lead ยังเกิดขึ้นในกรณีที่มีการชะล้างตัวละลายที่ผิวหน้าของของแข็ง (surface washing) ด้วย

สำหรับในกรณีที่เซลล์ของของแข็งจำเป็นต้องใช้เวลาในการแตกตัว ค่า  $W$  ที่คำนวณได้จะมีค่าสูงกว่าในกรณีที่ไม่คิดผลของปัจจัยนี้ ดังแสดงในภาพประกอบ 4.15 โดยในช่วงต้นค่าของ  $\ln(W)$  จะลดลงเพียงเล็กน้อย เนื่องจากในขณะที่เซลล์ยังไม่เกิดการแตกตัวการแพร่ของตัวละลายในของแข็งจะเกิดขึ้นได้ยาก โดยปกติกระบวนการแตกตัวของเซลล์จะมีกลไกทางจลนพลศาสตร์แบบอันดับที่หนึ่ง (first order kinetics) ซึ่งต้องใช้เวลาอันนับตั้งจะทำให้กระบวนการเกิดขึ้นอย่างสมบูรณ์ ดังนั้นจึงกำหนดให้เวลาที่ต้องใช้ในการแตกตัวของเซลล์ (time of plasmolysis,  $t_p$ ) เป็นเวลาที่เทียบเท่ากับเวลาที่ต้องใช้ในการที่จะทำให้การแพร่เกิดในอัตราสูงสุด ค่าของ  $t_p$  จะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิที่ใช้ในการสกัด ในกรณีที่อุณหภูมิสูงเซลล์จะเกิดการสูญเสียสภาพอย่างรวดเร็วจึงทำให้  $t_p$  มีค่าต่ำกว่าเมื่อใช้อุณหภูมิต่ำ การที่เซลล์ต้องใช้เวลาในการแตกตัวถ้าไม่มีปัจจัยอื่นที่ทำให้เกิด time lead จะทำให้ค่า  $W$  ที่ได้สูงกว่าค่าที่ได้จากแบบจำลองหรือจะต้องเพิ่มเวลาในการสกัดขึ้นเพื่อให้ได้ค่า  $W$  ตามที่ทำนายโดยแบบจำลอง เราจะเรียกเวลาที่ต้องเพิ่มขึ้นนี้ว่า time lag





ภาพประกอบ 4.15 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\ln(W)$  กับเวลา

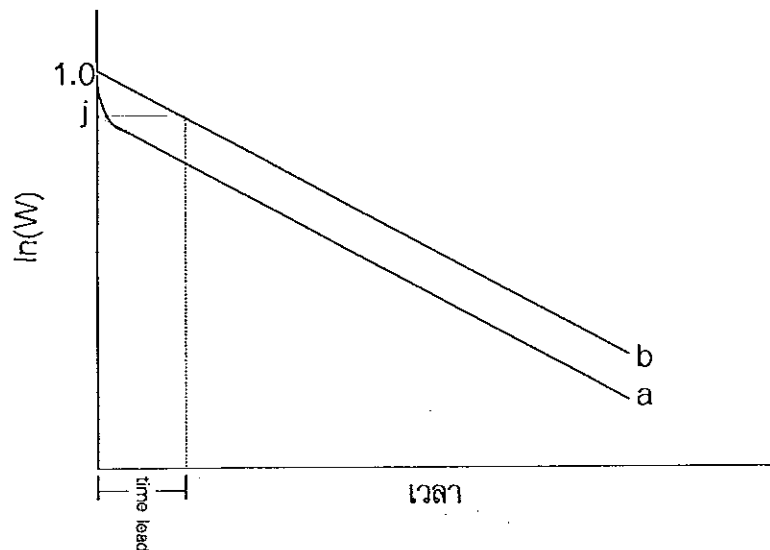
- a = เมื่อคิดผลของเวลาที่ต้องใช้ในการแตกตัวของเซลล์
- b = เมื่อไม่คิดผลของเวลาที่ต้องใช้ในการแตกตัวของเซลล์และการกระจายตัวละลายในของแข็งที่เวลาเริ่มต้น (คำนวณโดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้น)
- c = เมื่อคิดผลของการกระจายตัวละลายในของแข็งที่เวลาเริ่มต้น (คำนวณโดยใช้แบบจำลองการแพร่)

ที่มา : Siripatana (1986)

เพื่อให้ค่า  $W$  ที่คำนวณได้จากแบบจำลองเมื่อใช้ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมคงที่มีค่าถูกต้อง เราได้นำหลักการของเจเนฟกเตอร์มาใช้ โดยพิจารณาภาพประกอบ 4.16 ซึ่งแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $W$  กับเวลาที่ได้จากการทดลองการสกัดจริง คือมีผลของการกระจายตัวละลายในของแข็งเริ่มต้นรวมกับการเกิดการแตกตัวของเซลล์และการชะล้างตัวละลายที่ผิวของของแข็ง โดยที่ผลของการเกิดการแตกตัวของเซลล์มีน้อยกว่าอีกสองปัจจัยที่เหลือ จากภาพจะเห็นได้ว่าเราสามารถปรับค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองให้ตรงกับค่าที่ได้จากการทดลองโดยการเลื่อนเส้นกราฟของแบบจำลองลงมาเท่ากับค่า  $1-j$  หรือโดยการคำนวณค่า  $W$  จากแบบจำลองโดยใช้  $\tau$  ใหม่ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\tau$  เดิมบวกด้วย  $\text{time lead}$  นั้นเอง การใช้หลักการนี้ในการปรับค่า  $W$  จะทำให้ค่าความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งมีความถูกต้องในช่วงปลายของการสกัดเท่านั้นคือในช่วงที่จำนวนฟิคมมีค่ามากกว่า 0.2 นั้นเอง อย่างไรก็ตามในกระบวนการสกัดนั้นจะใช้เวลาในการสกัดหรือเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัดที่ทำให้จำนวนฟิคมมากกว่า 0.2 เสมอ เนื่องจาก

หลักการแจกแจงเดออร์เป็นการปรับค่าความเข้มข้นในเฟสของแข็งเพียงเฟสเดียว ดังนั้นเมื่อพิจารณาความเข้มข้นในเฟสของแข็งและของเหลวจะพบว่าค่าความเข้มข้นในทั้งสองเฟสจะไม่ถูกต้องตามหลักดุลมวลสาร ในกรณีที่มีผลของการกระจายตัวละลายในของแข็งเพียงอย่างเดียวและกระบวนการมีการไหลแบบปลักค่า  $j$  จะเท่ากับค่า  $C_1$  ในสมการ 1.4a  $C_0$  ในสมการ 1.4b และ  $G$  ในสมการ 1.4c

สำหรับกรณีที่มีผลของการเกิดการแตกตัวของเซลล์มากกว่าผลของการกระจายตัวละลายในของแข็งเริ่มต้นและการชะล้างตัวละลายที่ผิวของของแข็ง เราสามารถปรับค่า  $W$  ที่ได้จากแบบจำลองโดยการเลื่อนเส้นกราฟของแบบจำลองขึ้นไปเท่ากับค่า  $j-1$  หรือโดยการคำนวณค่า  $W$  จากแบบจำลองโดยใช้  $\tau$  ใหม่ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\tau$  เดิมลบด้วย time lag นั้นเอง



ภาพประกอบ 4.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\ln(W)$  กับเวลา

a = ค่าจากการทดลอง

b = ค่าจากแบบจำลอง

### 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมกับเวลา

ในการพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม ( $k_a$ ) กับเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด ( $t_0$ ) เราจะสมมติให้ความสัมพันธ์เป็นไปตามสมการ 4.13 ซึ่งเราจะแสดงให้เห็นต่อไปว่าความสัมพันธ์นี้สามารถใช้ประมาณ  $k_a$  ในช่วงเริ่มต้นสกัดได้เป็นอย่างดี

$$k_a = k_{af} + g_1 \exp(-g_2 t_0) \quad (4.13)$$

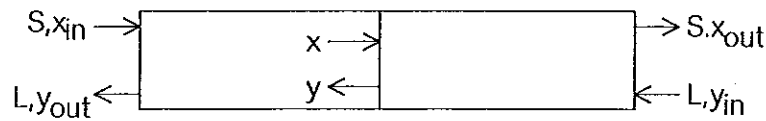
เมื่อ  $k_{af}$  คือสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมที่เวลาอนันต์  $g_1$  และ  $g_2$  คือค่าคงที่ซึ่งหาได้ดังนี้

จากสมการ

$$-\frac{dx}{dt_e} = k_a(x - y/m) \quad (4.14)$$

พิจารณาคุณมวลสารของตัวละลายในเครื่องสกัดตั้งภาพประกอบ 4.17 เมื่อระบบมีการไหลแบบปลักจะได้ว่า

$$y = \frac{Sx - Sx_{out} + Ly_{in}}{L} \quad (4.15)$$



ภาพประกอบ 4.17 แสดงทิศทางการไหลของเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด

แทนค่า  $y$  จากสมการ 4.15 และค่า  $k_a$  จากสมการ 4.13 ในสมการ 4.14 และจัดรูปสมการใหม่จะได้ว่า

$$-\frac{dx}{dt_e} = \left[ k_{af} + g_1 \exp(-g_2 t_e) \right] \left( \frac{\alpha-1}{\alpha} x + \frac{x_{out}}{\alpha} - \frac{y_{in}}{m} \right)$$

$$\frac{dx}{\left( \frac{\alpha-1}{\alpha} x + \frac{x_{out}}{\alpha} - \frac{y_{in}}{m} \right)} = - \left[ k_{af} + g_1 \exp(-g_2 t_e) \right] dt_e \quad (4.16)$$

อินทิเกรตสมการ 4.16 จาก  $x = x_{in}$  ถึง  $x = x$  ใด ๆ และจาก  $t_e = 0$  ถึง  $t_e$  ใด ๆ แล้วแปลงตัวแปรเวลาให้อยู่ในรูปของจำนวนฟิ๊คส์จะได้ว่า

$$W = \exp \left\{ \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{a^2}{D_s} k_{af} f - \frac{1-\alpha}{\alpha} G_1 \left[ \exp(-G_2 f) - 1 \right] \right\} \quad (4.17)$$

เมื่อ

$$W = \frac{\frac{\alpha-1}{\alpha} x + \frac{x_{out}}{\alpha} - \frac{y_{in}}{m}}{\frac{\alpha-1}{\alpha} x_{in} + \frac{x_{out}}{\alpha} - \frac{y_{in}}{m}}$$

$$G_1 = g_1/g_2$$

$$G_2 = g_2 a^2/D_s$$

$$f = \text{จำนวนฟิ๊คส์}$$

$$a = \text{รัศมีของอนุภาคทรงกลมและทรงกระบอกหรือครึ่งหนึ่งของความหนาของ}$$

แผ่นรบายยาวไม่จำกัด

$$D_s = \text{สัมประสิทธิ์การแพร่ของตัวละลายในของแข็ง}$$

จากสมการ 4.17 ค่าเงินฝากเดออร์จะมีความสัมพันธ์กับค่าคงที่  $G_1$  ตามสมการ

$$j = \exp \left\{ \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{a^2}{D_s} k_{af} f + \frac{1-\alpha}{\alpha} G_1 \right\}_{f=0}$$

$$j = \exp \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} G_1 \right)$$

ฉะนั้นค่าคงที่  $G_1$  จึงเป็นไปตามสมการ

$$G_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(j) \quad (4.18)$$

ค่าคงที่  $G_2$  สามารถหาได้โดยเปรียบเทียบค่า  $W$  ที่คำนวณได้จากสมการ 1.4 กับค่าที่ได้จากสมการ 4.17 โดยใช้ค่าคงที่  $G_2$  ต่างๆ สำหรับในกรณีนี้เงินฝากเดออร์จะเท่ากับ  $C_1$  ในสมการ 1.4a  $C_0$  ในสมการ 1.4b และ  $G$  ในสมการ 1.4c ส่วนค่า  $k_{af}$  คำนวณตามสมการ 4.9 จากการเปรียบเทียบค่า  $W$  พบว่าเมื่อกำหนดให้  $G_2$  อยู่ในช่วง 35-41 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน (สมการ 4.19) ของค่าที่คำนวณได้จากสมการทั้งสองเมื่อ  $\alpha$  มากกว่า 1 และของแข็งมีรูปร่างเป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัด มีค่าอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ดังแสดงในตาราง ค1 ภาคผนวก ค ดังนั้นจึงสามารถใช้ค่า  $G_2$  ในช่วงนี้ในการคำนวณได้ สำหรับในงานวิจัยนี้จะกำหนดให้  $G_2 = 38$

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (W_{1i} - W_{2i})^2}{n}} \quad (4.19)$$

เมื่อ  $W_{1i}$  คือ  $W$  ที่คำนวณจากสมการ 1.4 ที่  $f = f_i$  ใดๆ (ใช้ข้อมูล  $W$  เฉพาะเมื่อ  $f$  อยู่ในช่วง 0 - 0.2 ในการคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

$W_{2i}$  คือ ค่า  $W$  ที่คำนวณจากสมการ 4.17 ที่  $f = f_i$  ใดๆ

จากสมการ 4.18 และค่า  $G_2$  จะได้ว่า

$$k_a = k_{af} + \left( \frac{38D_s}{a^2} \right) \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln j \right) \exp \left( -\frac{38D_s}{a^2} t_e \right) \quad (4.20a)$$

หรือจะได้ว่า

$$k_a = k_{af} + \left( \frac{38D_s}{a^2} \right) \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln j \right) \exp \left( -\frac{38D_s}{a^2} \tau z \right) \quad (4.20b)$$

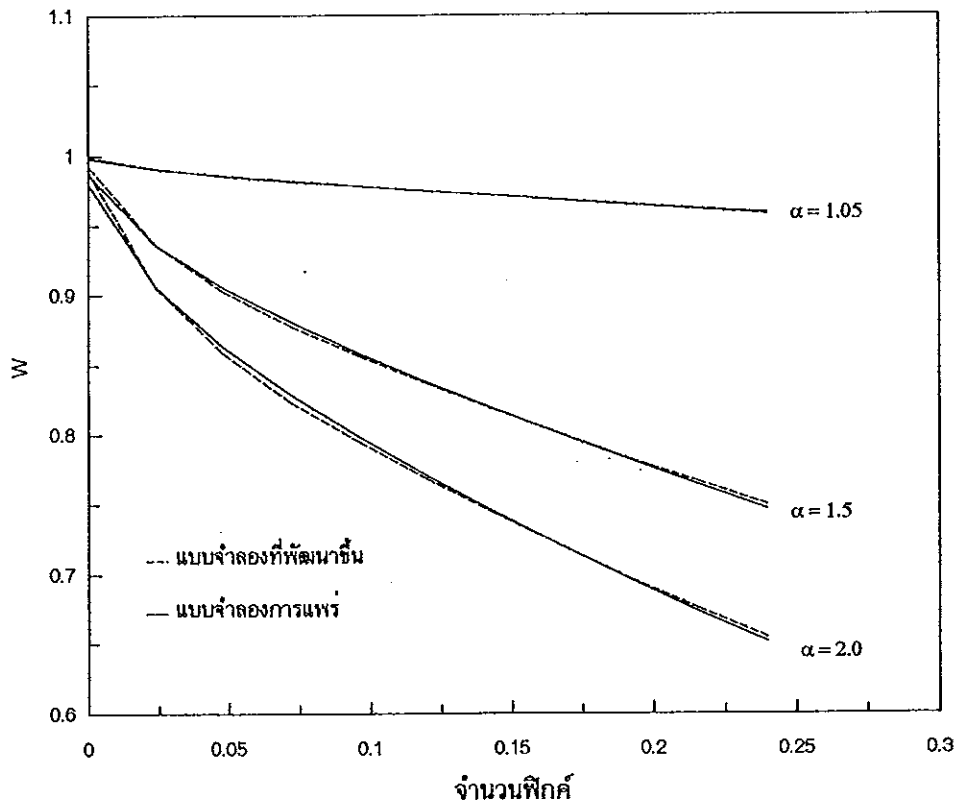
โดยที่สมการ 4.20 ใช้ได้เฉพาะในกรณีที่  $\alpha$  มากกว่า 1 และของแข็งมีรูปร่างเป็นแผ่นราบยาวไม่จำกัด เนื่องจากค่าคงที่ของสมการนั้นหามาจากกระบวนการที่มีการไหลแบบปลัก ดังนั้นสมการนี้จึงใช้ได้ดีในกรณีดังกล่าว อย่างไรก็ตามการหาค่าคงที่ของกระบวนการที่เกิดการผสมย้อนกลับจะมีความซับซ้อนมากดังนั้นจึงใช้สมการ 4.20 ในการประมาณค่า  $k_a$  ในกรณีที่ระบบเกิดการผสมย้อนกลับด้วย

ในกรณีที่ของแข็งมีรูปร่างเป็นแผ่นราบก็สามารถใช้สมการ 4.20 ในการคำนวณค่า  $k_g$  ได้เช่นกันโดยในกรณีที่  $a$  จะเป็นไปตามความสัมพันธ์ 4.21 (การหาความสัมพันธ์นี้แสดงในภาคผนวก ง)

$$a = \left( \frac{a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2}{a_2^2 \cdot a_3^2 + a_1^2 \cdot a_3^2 + a_2^2 \cdot a_1^2} \right)^{1/2} \quad (4.21)$$

เมื่อ  $a_1$ ,  $a_2$  และ  $a_3$  คือครึ่งหนึ่งของความกว้าง ความยาว และความสูงของแผ่นราบตามลำดับ

การทดสอบความสัมพันธ์ตามสมการ 4.20 โดยการเปรียบเทียบค่า  $W$  ที่ได้จากแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นโดยใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวกับค่า  $W$  ที่ได้จากแบบจำลองการแพร่ (สมการ 1.4) แสดงในภาพประกอบ 4.18 ซึ่งสรุปได้ว่าสามารถใช้สมการนี้ในการหาค่า  $k_g$  ที่เวลาต่างๆ ได้



ภาพประกอบ 4.18 การทดสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมกับเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด

#### 4. กระบวนการสกัดน้ำผลไม้ด้วยเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับ

##### 4.1 กรณีระบบอยู่ในสถานะคงตัว

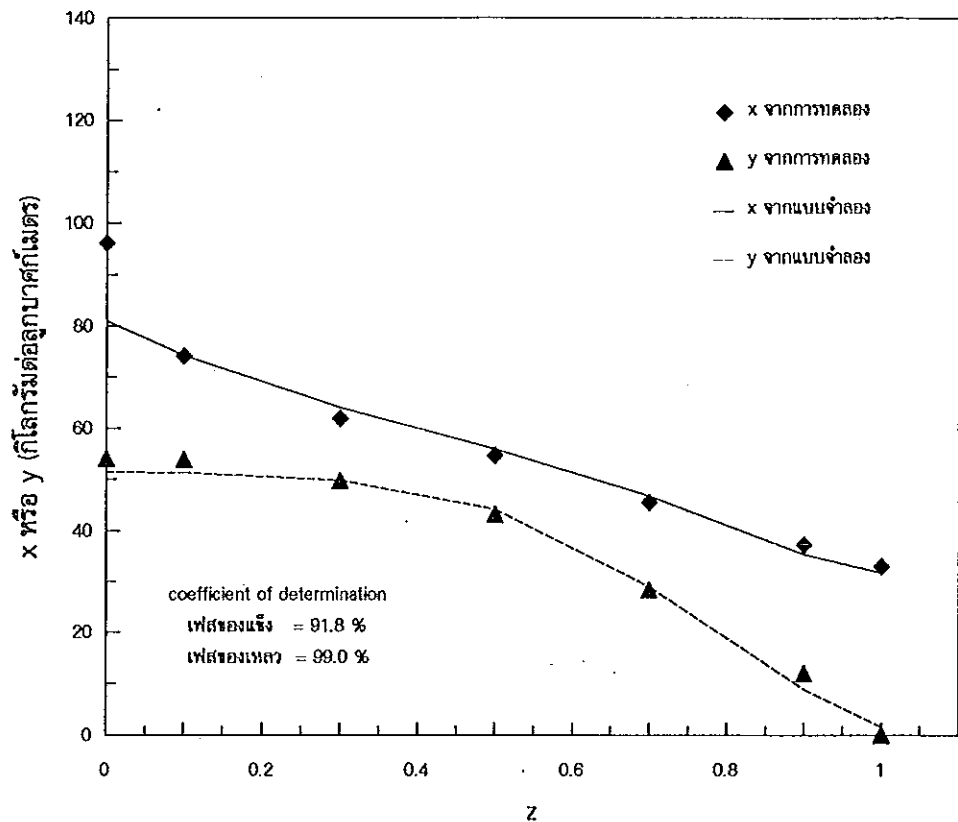
การใช้แบบจำลองอธิบายผลการทดลองในกรณีที่ระบบอยู่ในสถานะคงตัวจะทำได้โดยการปรับพารามิเตอร์ของแบบจำลองสองตัว เพื่อให้ผลการคำนวณที่ได้สอดคล้องกับผลการทดลอง พารามิเตอร์ทั้งสองตัวนี้ได้แก่ เจนแฟคเตอร์ ( $j$ ) และ จำนวนเพศเลขของเฟสของเหลว ( $R$ ) สำหรับจำนวนเพศเลขในเฟสของแข็ง ( $P$ ) นั้นเนื่องจากการไหลของเฟสของแข็งในการทดลองเป็นการไหลแบบปลั๊กดิ่งนั้นจะกำหนดให้  $P$  มีค่ามากกว่า 20

จากการพิจารณาโพรไฟล์ความเข้มข้นของเฟสของเหลวที่ได้จากการทดลองดังแสดงในภาพประกอบ 4.19 จะเห็นได้ว่าในช่วงที่  $z$  มีค่าน้อยซึ่งเป็นบริเวณที่ของแข็งเข้าสู่เครื่องสกัด ความเข้มข้นบริเวณนี้จะมีลักษณะค่อนข้างคงที่ซึ่งเป็นลักษณะของระบบที่มีการผสมอย่างสมบูรณ์ ในขณะที่ตรงบริเวณที่ของแข็งจะออกจากเครื่องสกัด ความเข้มข้นจะลดลงเรื่อยๆ ซึ่งเป็นลักษณะของการไหลแบบปลั๊กนึ่งเอง โพรไฟล์เช่นนี้สอดคล้องกับลักษณะกลไกการทำงานของเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับที่ศึกษา คือตรงบริเวณที่ของแข็งเข้าเครื่องสกัดนั้นเป็นด้านที่มีของเหลวมาสะสมอยู่มาก ดังนั้นการผสมของของเหลวในบริเวณนี้จึงเกิดขึ้นได้มากกว่าบริเวณที่ของแข็งจะออกจากเครื่องสกัด ซึ่งเป็นบริเวณที่ของเหลวจะไหลผ่านอย่างรวดเร็วเนื่องจากเครื่องสกัดวางตัวในแนวเอียง จากลักษณะของโพรไฟล์ความเข้มข้นเช่นนี้แสดงว่าจำนวนเพศเลขของเฟสของเหลวมีลักษณะที่ไม่คงที่โดยจะมีค่าได้ตั้งแต่ 0 ถึงอนันต์ ดังนั้นจึงกำหนดให้จำนวนเพศเลขของเฟสของเหลวที่ใช้ในแบบจำลองมีลักษณะเป็นฟังก์ชันกับ  $z$  คือ  $R = c_1 \exp(c_2 z)$  เมื่อ  $c_1$  และ  $c_2$  คือค่าคงที่ที่ประเมินจากการเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ค่าคงที่  $c_1$  จะเป็นพารามิเตอร์ที่บอกถึงขนาดของ  $R$  ในขณะที่ค่าคงที่  $c_2$  จะบอกอัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $R$  ที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในเครื่องสกัด

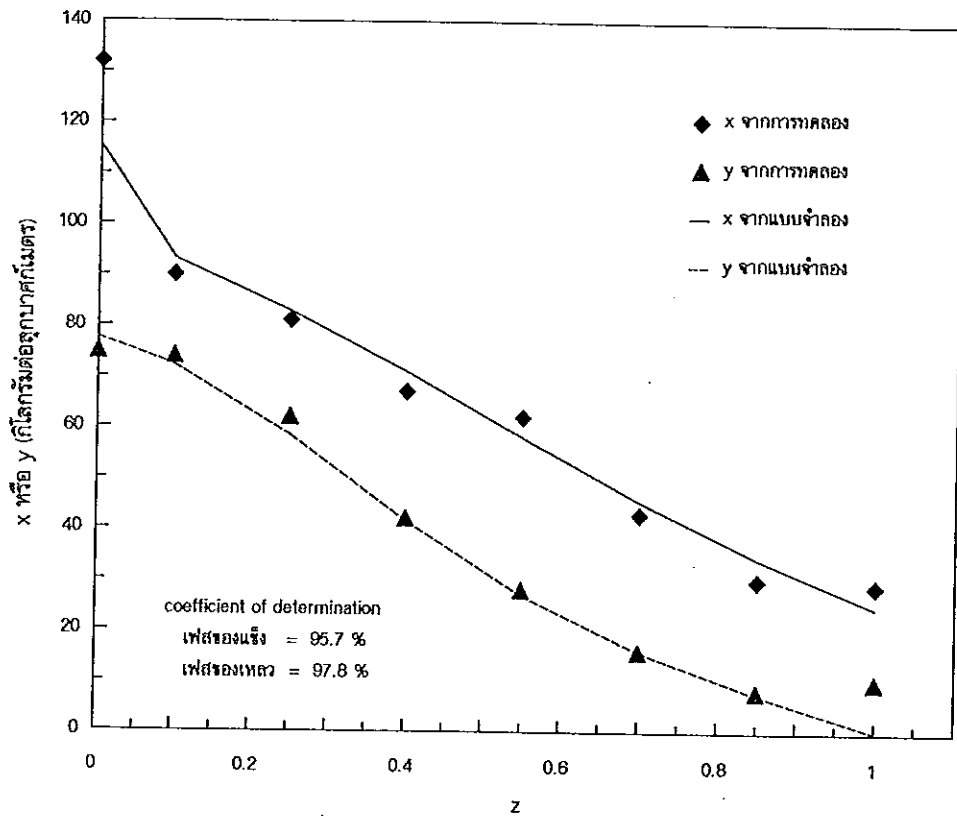
สำหรับค่าเจนแฟคเตอร์ที่ใช้ในสมการ 4.20 นั้นสามารถหาได้โดยใช้ทฤษฎีต่างๆ ดังที่เสนอโดย Siripatana (1986) และ ธรรมรัตน์ (2539) อย่างไรก็ตามเนื่องจากค่าเจนแฟคเตอร์ที่คำนวณในทางทฤษฎีเหล่านั้นจะพิจารณาเฉพาะผลของลักษณะการกระจายของตัวละลายในชั้นของแข็งและการแตกตัวของเซลล์ผลไม้เท่านั้น ไม่สามารถพิจารณาผลของการชะล้างที่ผิวได้ ดังนั้นในการคำนวณโดยใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นจะใช้วิธีการปรับค่าเจนแฟคเตอร์จนได้ผลการคำนวณที่สอดคล้องกับผลการทดลองแทน

การเปรียบเทียบโพรไฟล์ความเข้มข้นที่ได้จากแบบจำลองและจากการทดลองในกรณีต่างๆ แสดงในภาพประกอบ 4.19-4.23 โดยค่าคงที่และพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ได้สรุปไว้ในตาราง 4.2 จากภาพจะเห็นได้ว่าโพรไฟล์ที่ได้จากแบบจำลองมีลักษณะสอดคล้องกับผลการทดลอง ยกเว้น

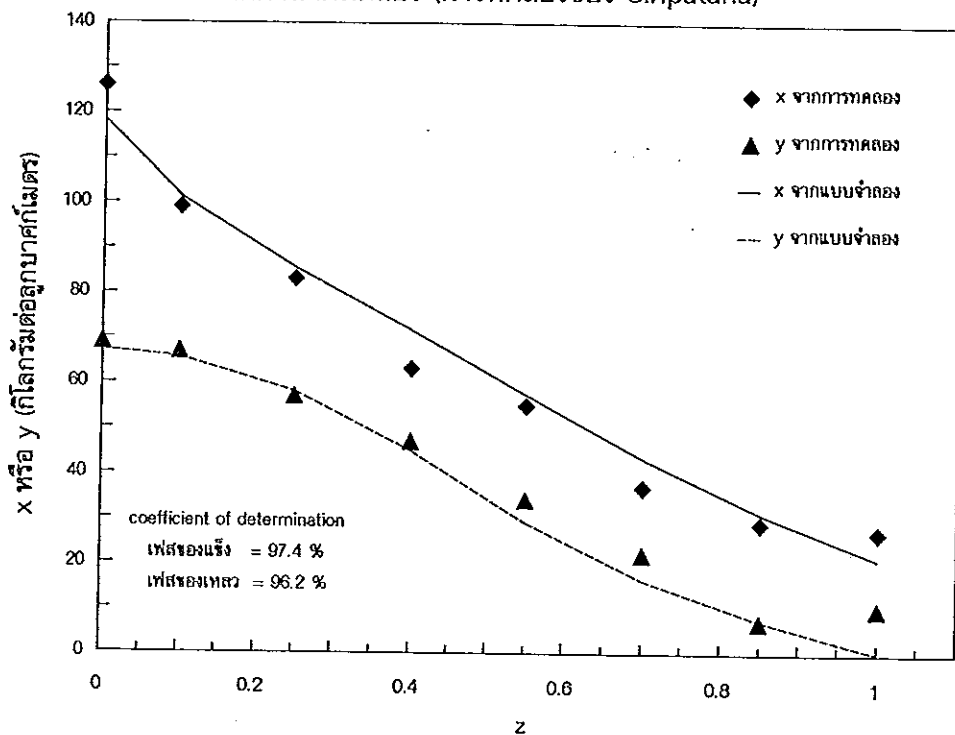
ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่ตำแหน่ง  $z$  เท่ากับศูนย์ ทั้งนี้เนื่องจากการทดลองนั้นผู้ทำวิจัยไม่ได้ทำการวัดค่าความเข้มข้นที่จุดนี้จริง แต่จะใช้ความเข้มข้นของวัตถุที่เข้าเครื่องสกัดแทนความเข้มข้นที่ตำแหน่ง  $z=0$  ซึ่งในความเป็นจริงเมื่อของแข็งเข้าเครื่องสกัดความเข้มข้นตัวละลายในของแข็งจะลดลงอย่างรวดเร็ว โดยเฉพาะเมื่อเกิดการชะล้างตัวละลายที่ผิวของของแข็งออกไป ดังนั้นความเข้มข้นของเฟสของแข็งที่ตำแหน่ง  $z = 0$  ที่ได้จากการทดลองจึงสูงกว่าความเข้มข้นที่ได้จากแบบจำลอง



ภาพประกอบ 4.19 โปรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำส้มประด (การทดลองของธรรมรัตน์)

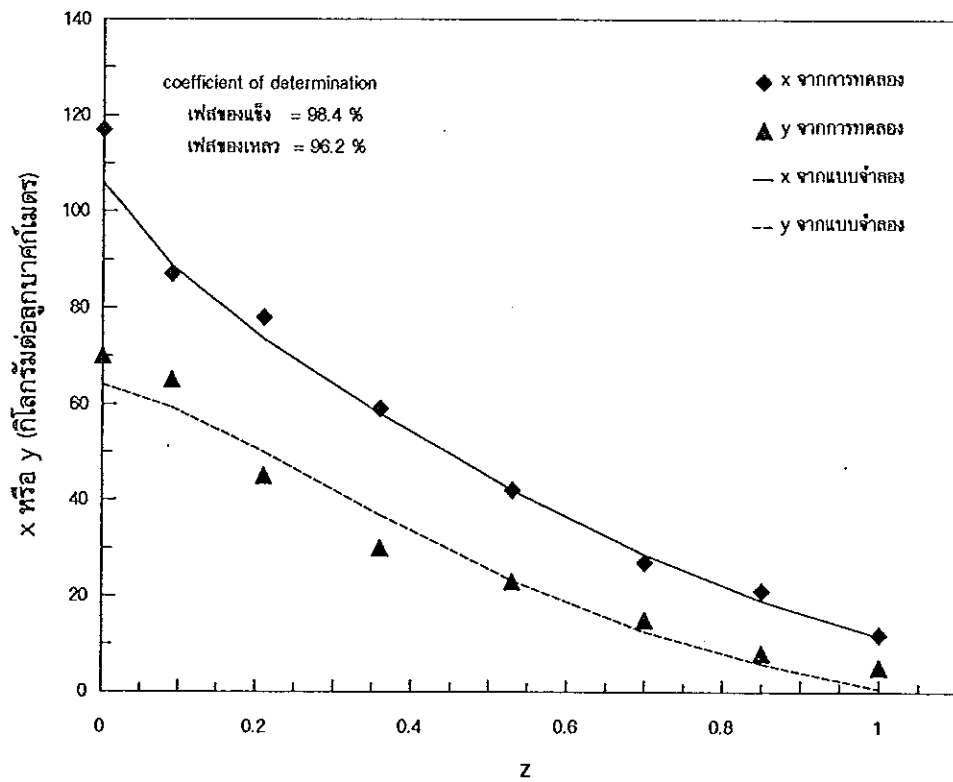


ภาพประกอบ 4.20 โพรไฟล์ความชื้นชั้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำแพร้ด้วยเครื่องสกัดขนาดทดลอง (การทดลองของ Siripatana)

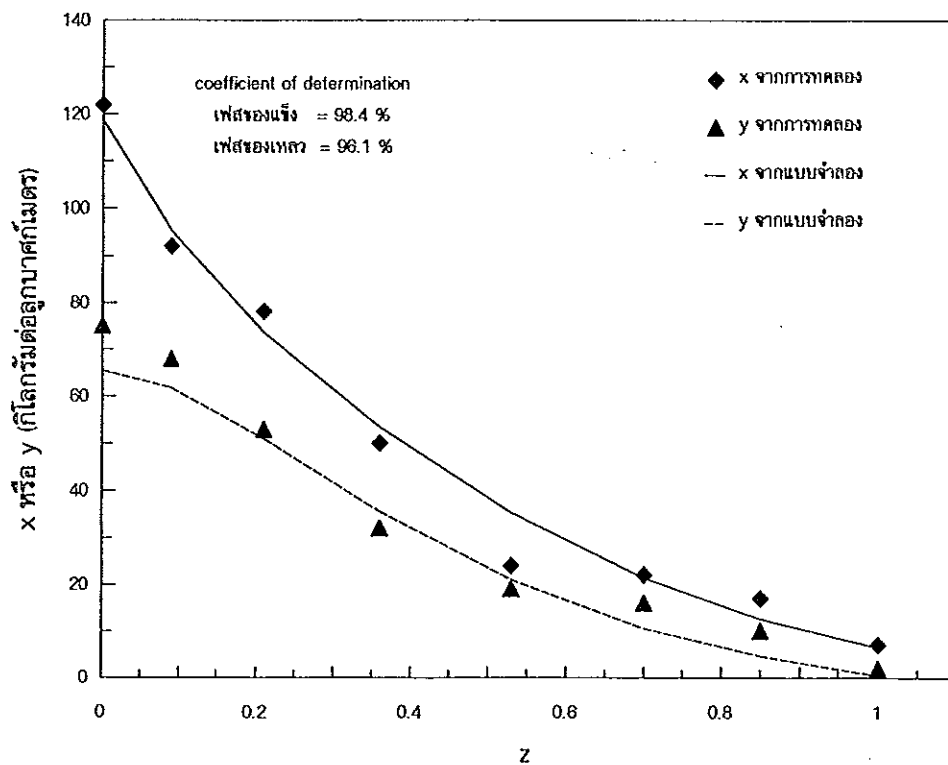


ภาพประกอบ 4.21 โพรไฟล์ความชื้นชั้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำแอบเปิ้ลด้วยเครื่องสกัดขนาดทดลอง (การทดลองของ Siripatana)





ภาพประกอบ 4.22 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำแพร้ด้วยเครื่องสกัดที่ใช้ในเชิงการค้า (การทำทดลองของ Siripatana)



ภาพประกอบ 4.23 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำแอบเปิดด้วยเครื่องสกัดที่ใช้ในเชิงการค้า (การทำทดลองของ Siripatana)

ตาราง 4.2 ค่าคงที่และพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหาโปรไฟล์ความเข้มข้นกรณีต่าง ๆ จากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการในสถานะคงตัว

ค่าคงที่และพารามิเตอร์	ภาพประกอบ 4.19	ภาพประกอบ 4.20	ภาพประกอบ 4.21	ภาพประกอบ 4.22	ภาพประกอบ 4.23
วัตถุดิบ	สับปะรด	แพร์	แอปเปิล	แพร์	แอปเปิล
รูปร่างของของแข็ง	แผ่นราบ	crinkle slab	แผ่นราบ	แผ่นราบ	แผ่นราบ
$\alpha$	1.45	1.54	1.68	1.81	1.85
$\tau$ (นาที)	70	60	50	65	65
$x_m$ (กก./ม. <sup>3</sup> )	96.1	132	126	117	122
$y_m$ (กก./ม. <sup>3</sup> )	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$m$	1.14	1.05	1.05	1.05	1.05
$P$	20	100	100	100	100
$R$	$0.08 \exp(6z)$	$1.2 \exp(4.8z)$	$0.7 \exp(5z)$	$2.2 \exp(2.5z)$	$3.0 \exp(2.3z)$
$k_{ar}$ (วินาที <sup>-1</sup> )	$5.42 \times 10^{-4}$	$7.417 \times 10^{-4}$	$1.07 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-3}$	$1.6 \times 10^{-3}$
$D_s$ (ม. <sup>2</sup> /วินาที)	$6.08 \times 10^{-9}$	$8.99 \times 10^{-10}$	$9.6 \times 10^{-10}$	$8.44 \times 10^{-10}$	$7.85 \times 10^{-10}$
$a$ (มม.)	2.22	1.417	1.05	1.1	1.0
เจเนฟเตอร์	0.94	0.7	0.92	0.85	1.0
$\Delta z$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

#### 4.2 กรณีระบบอยู่ในสถานะไม่คงตัว

ข้อมูลการทดลองเมื่อระบบอยู่ในสถานะไม่คงตัว ได้จากการวิจัยของธรรมรัตน์ (2539) ในการคำนวณความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวที่จุดต่าง ๆ ในเครื่องสกัดด้วยแบบจำลองของกระบวนการในกรณีสถานะไม่คงตัวที่พัฒนาขึ้น โดยใช้ฟังก์ชันของจำนวนเพลทในเฟสของเหลวและค่าเจเนฟเตอร์ที่หาจากแบบจำลองในกรณีสถานะคงตัว โปรไฟล์ความเข้มข้นที่ได้จากการทดลองและแบบจำลองที่เวลาในการดำเนินการสกัดต่าง ๆ แสดงเป็นตัวอย่างในภาพประกอบ 4.24 โดยค่าคงที่และพารามิเตอร์ต่าง ๆ สรุปไว้ในตาราง 4.3 จากภาพจะเห็นได้ว่าใน

ขณะที่ระบบยังอยู่ในสถานะไม่คงตัว โพรไฟล์ที่ได้จากแบบจำลองมีแนวโน้มสอดคล้องกับโพรไฟล์จากการทดลองโดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่เมื่อระบบเริ่มเข้าสู่สถานะคงตัว อย่างไรก็ตามในเวลาที่ดำเนินการสกัดยังน้อยอยู่นั้นความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของเหลวที่ได้จากแบบจำลองจะสูงกว่าความเข้มข้นที่ได้จากการทดลองทั้งนี้เนื่องจาก

1. ในช่วงต้นของการสกัด ของแข็งไม่ได้กระจายเต็มร่างสกัดในทันที จะต้องใช้เวลาเท่ากับเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัดซึ่งในที่นี้คือ 70 นาที ในขณะที่การคำนวณโดยใช้แบบจำลองนั้นของแข็งจะมีการกระจายในร่างสกัดมากกว่าในกระบวนการจริง ดังนั้นโพรไฟล์ที่ได้จากแบบจำลองจึงเข้าสู่สถานะคงตัวเร็วกว่าการทดลองจริง ดังจะเห็นได้จากลักษณะของโพรไฟล์ความเข้มข้นที่ได้จากแบบจำลองเมื่อเวลา  $t = 100$  นาที (ภาพประกอบ 4.24a) จะใกล้เคียงกับโพรไฟล์เมื่อระบบเข้าสู่สถานะคงตัวแล้ว ในขณะที่ลักษณะโพรไฟล์ที่ได้จากการทดลองที่เวลา  $t = 100$  นาที จะแตกต่างจากโพรไฟล์ที่สถานะคงตัวมาก จึงเป็นผลให้ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของเหลวที่ได้จากแบบจำลองสูงกว่าความเข้มข้นที่ได้จากการทดลองนั่นเอง

2. ในการพัฒนาแบบจำลองนั้น ตัวแปร  $v_y$  ที่ใช้จะหมายถึงปริมาณของเหลวที่ไหลผ่านของแข็งปริมาตร  $v_x$  ดังสมการ

$$v_y = Lv_x/S$$

เมื่อ  $S$  และ  $L$  คืออัตราการไหลของเฟสของแข็งและของเหลวที่เข้าเครื่องสกัดตามลำดับ การกำหนดความหมายของ  $v_y$  เช่นนี้จะทำให้เวลาทั้งหมดที่ของเหลวอยู่ในเครื่องสกัด ( $\tau_y$ ) ซึ่งเท่ากับปริมาตรทั้งหมดของของเหลวในเครื่องสกัดหารด้วยอัตราการไหลของเฟสของเหลวในกรณีของแบบจำลองนั้นเท่ากับเวลาทั้งหมดที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัดดังสมการ

$$\begin{aligned}\tau_y &= \frac{V_y}{L} \\ &= \frac{LV_x}{S} \cdot \frac{1}{L} = \tau\end{aligned}$$

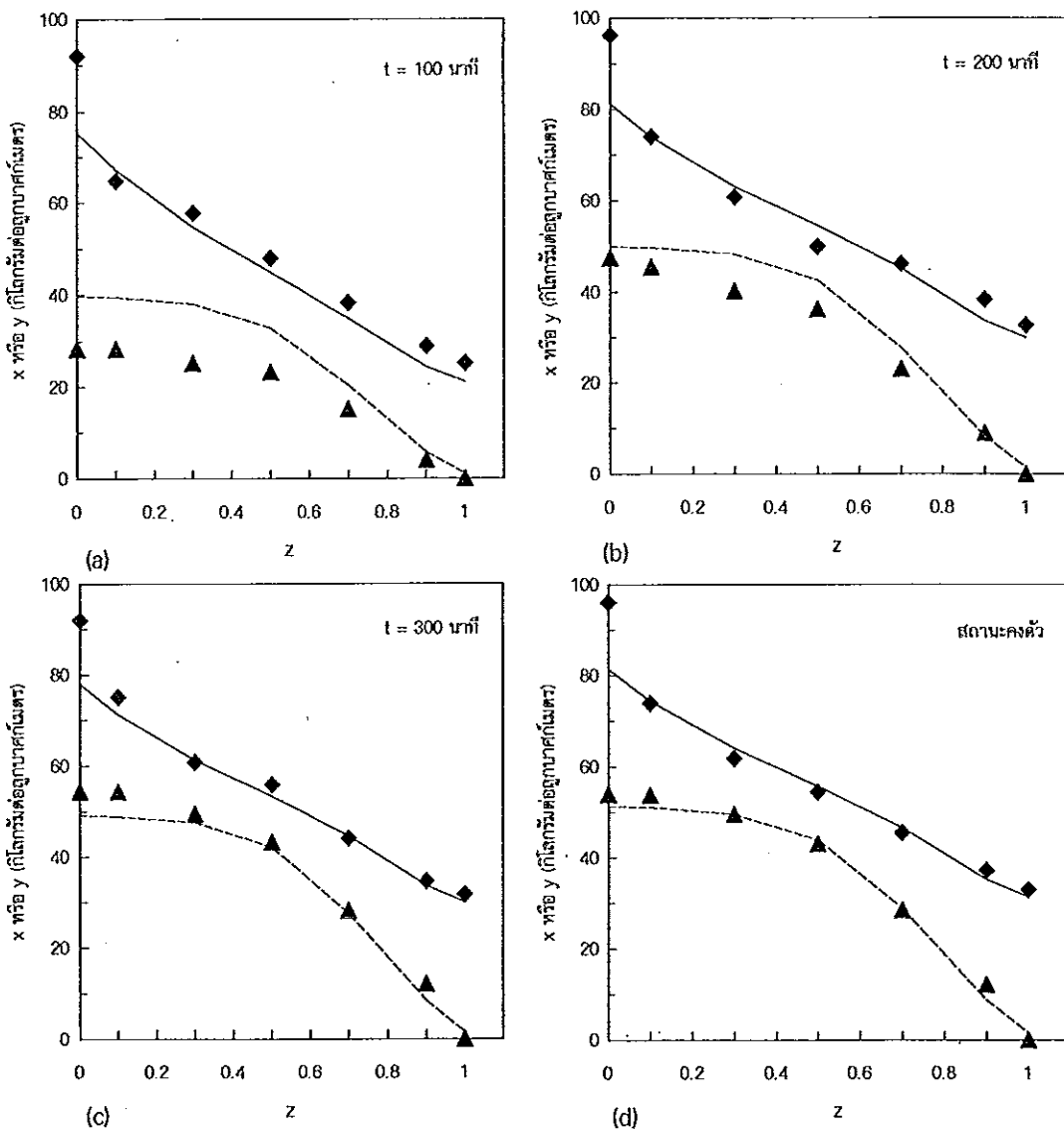
เมื่อ  $V_x$  และ  $V_y$  คือ ปริมาตรทั้งหมดของของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด และ  $\tau$  คือเวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัด แต่ในความเป็นจริงเวลาที่ของเหลวอยู่ในเครื่องสกัดจะขึ้นอยู่กับขนาดของเครื่องสกัดและปริมาตรของแข็งที่อยู่ในเครื่องสกัดนั้นๆ เช่นในกรณีตัวอย่างการทดลองที่ยกมานั้นเวลาที่ของเหลวอยู่ในเครื่องสกัดจริงจะเป็นเวลาประมาณ 96 นาที<sup>1</sup> ในขณะที่เวลาที่ของ

<sup>1</sup> ปริมาตรของเหลวที่อยู่ในเครื่องสกัดจริงที่ใช้ในการคำนวณเวลาที่ของเหลวอยู่ในเครื่องสกัดหาได้จากปริมาตรของของเหลวที่อยู่ในเครื่องสกัดขณะที่ยังไม่มีของแข็งอยู่ลบด้วยปริมาตรของแข็งที่อยู่ในเครื่องสกัดซึ่งเท่ากับ  $S \cdot \tau$  ในการทดลองของธรรมรัตน์ปริมาตรของของเหลวที่อยู่ในเครื่องสกัดขณะที่ไม่มีของแข็งอยู่มีค่าประมาณ 38 ลิตร

เหลวอยู่ในเครื่องสกัดที่ใช้ในแบบจำลองนั้นจะเท่ากับ 70 นาที ดังนั้นจึงทำให้การคำนวณโดยใช้แบบจำลองจะเข้าสู่สถานะคงตัวเร็วกว่าการทดลองจริง

อย่างไรก็ตามผลของปัจจัยในข้อสองจะมีน้อยกว่าผลของปัจจัยในข้อที่หนึ่งดังจะเห็นได้จากภาพประกอบ 4.25 ซึ่งเป็นกรณีการทดลองที่ใช้เวลาทั้งหมดที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัดเท่ากับ 90 นาที ในกรณีนี้ของเหลวจะใช้เวลาอยู่ในเครื่องสกัดจริงประมาณ 81 นาที จากภาพจะเห็นได้ว่าความแตกต่างระหว่าง  $x$  และ  $y$  ที่ได้จากแบบจำลองและการทดลองยังคงมีลักษณะเดียวกับในภาพประกอบ 4.24 แม้ว่าในกรณีนี้ความแตกต่างระหว่าง  $\tau_x$  ของแบบจำลองและการทดลองจะมีค่าน้อยกว่าการทดลองที่แสดงในภาพประกอบ 4.24 ก็ตาม

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นจึงสรุปได้ว่าแบบจำลองกระบวนการสกัดกรณีนี้ที่ระบบอยู่ในสถานะไม่คงตัวสามารถใช้อธิบายกระบวนการสกัดในสถานะไม่คงตัวได้แม้ว่าในตอนเริ่มต้นการสกัด ผลการคำนวณจะเข้าสู่สถานะคงตัวเร็วกว่าในกระบวนการสกัดจริง ซึ่งจำเป็นจะต้องมีการปรับปรุงแบบจำลองเพื่อใช้ในการอธิบายกระบวนการในช่วงเริ่มต้นการผลิตต่อไป อย่างไรก็ตามเนื่องจากในการศึกษาระบบควบคุมนี้ เราจะพิจารณาระบบการขณะที่ระบบเข้าสู่สถานะคงตัวแล้วก่อนที่จะมีปัจจัยอื่นๆ มารบกวนระบบ ดังนั้นในการพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการสกัดต่อไปจะใช้แบบจำลองนี้เป็นตัวแทนของกระบวนการสกัด

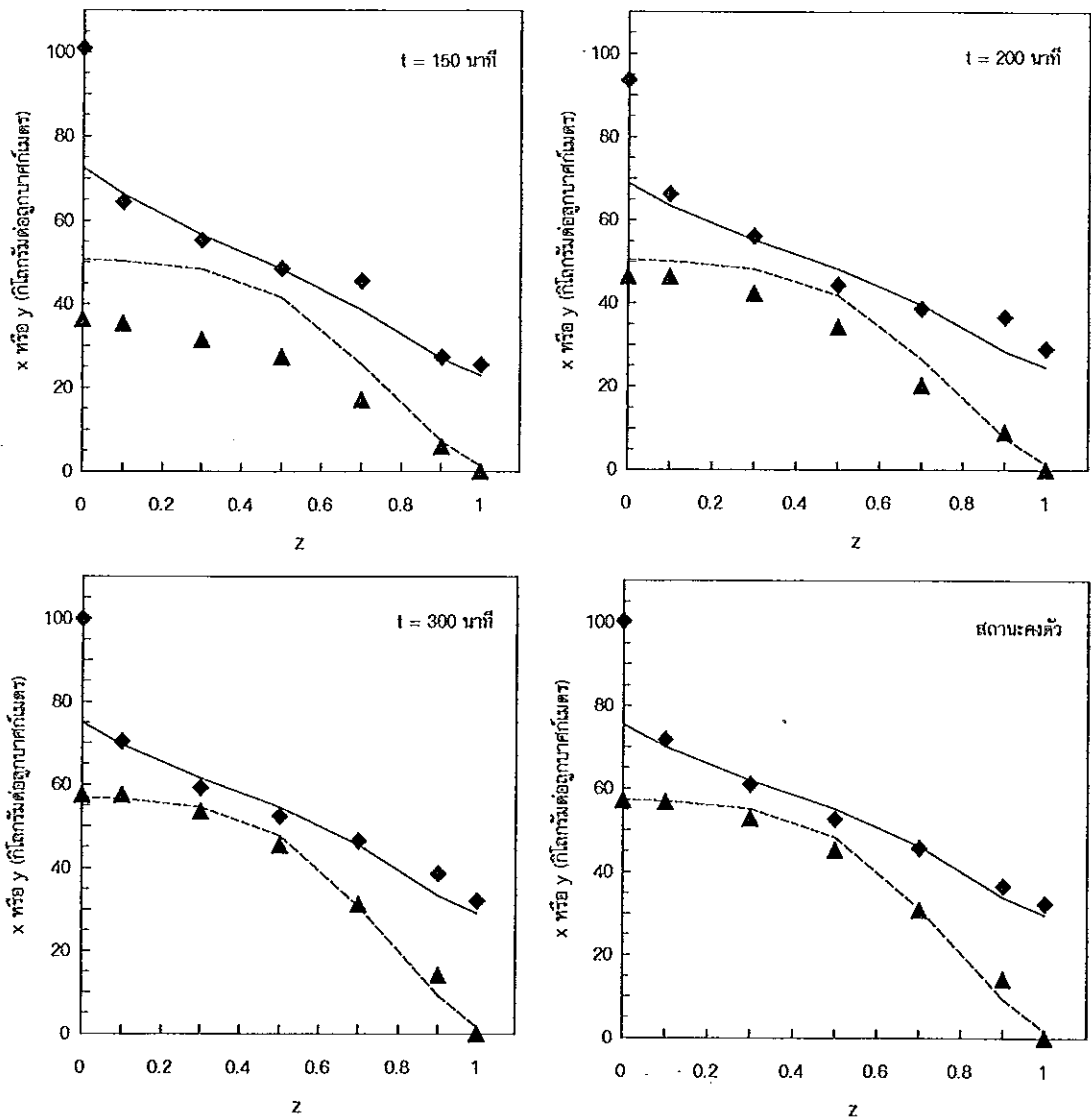


ภาพประกอบ 4.24 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำสับปะรดในช่วงเริ่มต้นการสกัด (start up time) เมื่อ  $\tau = 70$  นาที  $r^2$  ของ  $x$  และ  $y$  เมื่อระบบเข้าสู่สถานะสมดุลเท่ากับ 92.2% และ 98.9% ตามลำดับ (—=  $x$  จากแบบจำลอง ---=  $y$  จากแบบจำลอง  $\blacklozenge$  =  $x$  จากการทดลอง  $\blacktriangle$  =  $y$  จากการทดลอง)

ตาราง 4.3 ค่าคงที่และพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหาโปรไฟล์ความเข้มข้นกรณีต่างๆ จากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการในสถานะไม่คงตัว

ค่าคงที่และพารามิเตอร์	ภาพประกอบ 4.24	ภาพประกอบ 4.25
$\alpha$	1.45	1.44
$\tau$ (นาที)	70	90
$x_{in}$ (กก./ม. <sup>3</sup> ) *	96.1	100.3
$y_{in}$ (กก./ม. <sup>3</sup> )	0.0	0.0
$m$	1.14	1.14
$P$	20	20
$R$	0.08 exp(6z)	0.08 exp(6z)
$k_{af}$ (วินาที <sup>-1</sup> )	$5.42 \times 10^{-4}$	$4.83 \times 10^{-4}$
$D_s$ (ม. <sup>2</sup> /วินาที)	$6.08 \times 10^{-9}$	$6.08 \times 10^{-9}$
$a$ (มม.)	2.22	2.22
แจนפקเตอร์	0.94	0.9
$\Delta z$	0.01667	0.025
$\Delta \theta$	0.01	0.01

หมายเหตุ \* ค่าเฉลี่ยตลอดกระบวนการ



ภาพประกอบ 4.25 โพรไฟล์ความเข้มข้นจากแบบจำลองและการทดลองสกัดน้ำส้มป่อยในช่วงเริ่มต้นการสกัด (start up time) เมื่อ  $\tau = 90$  นาที  $r^2$  ของ x และ y เมื่อระบบเข้าสู่สถานะสมดุลเท่ากับ 80.4% และ 98.7% ตามลำดับ (— = x จากแบบจำลอง --- = y จากแบบจำลอง  $\blacklozenge$  = x จากการทดลอง  $\blacktriangle$  = y จากการทดลอง)

## บทที่ 5

### การพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้อย่างง่าย

ในระหว่างการสกัดตัวละลายในเฟสของแข็งโดยใช้ตัวทำละลาย ตัวแปรอินพุต (input variable) และตัวแปรของกระบวนการสกัด เช่นความเข้มข้นตัวละลายเริ่มต้นในวัตถุดิบ อุณหภูมิ ในการสกัดอาจมีการเปลี่ยนแปลงไปจากค่าเฉลี่ยที่ใช้ในการออกแบบกระบวนการผลิตซึ่งเป็นลักษณะทั่วไปที่เกิดขึ้นได้เสมอ เพื่อให้ระบบสามารถทำการผลิตได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด จึงจำเป็นต้องมีการปรับเปลี่ยนสภาวะในการผลิตใหม่ให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น เช่นในกรณีที่มีความเข้มข้นตัวละลายในวัตถุดิบมีค่ามากขึ้น ก็ควรที่จะใช้ปริมาณของเหลวมากขึ้น เพื่อให้การสกัดเกิดมากขึ้น อันมีผลทำให้ตัวละลายที่เหลืออยู่ในกากของแข็งที่ออกจากเครื่องสกัด เป็นไปตามที่กำหนด หรือหากความเข้มข้นในวัตถุดิบลดลงก็ควรใช้ปริมาณของเหลวน้อยลงเพื่อไม่ให้ของเหลวที่สกัดได้มีความเจือจางมากเกินไป การนำระบบควบคุมอัตโนมัติมาใช้ในการปรับเปลี่ยนสภาวะในการผลิตจะสามารถลดต้นทุนการผลิตโดยการลดบุคคลากร ลดค่าใช้จ่ายในการระเหยและเพิ่มปริมาณตัวละลายที่สกัดได้ สำหรับในงานวิจัยนี้จะทำการพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้อย่างง่ายในทางทฤษฎี เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาระบบควบคุมกระบวนการสกัดที่สมบูรณ์ต่อไป โดยใช้แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดที่ได้พัฒนาขึ้นในตอนต้นเป็นตัวแทนของกระบวนการสกัดจริง เป้าหมายในการควบคุมคือการควบคุมความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่ออกจากเครื่องสกัดให้มีค่าตามที่กำหนดในสภาวะที่ความเข้มข้นของตัวละลายในวัตถุดิบที่ใช้ในการสกัดมีการเปลี่ยนแปลงไป อันเป็นกรณีที่เกิดขึ้นเสมอในการสกัดน้ำผลไม้ วิธีที่เลือกใช้ในการควบคุมได้แก่การปรับอัตราการใช้ของเหลวที่ใช้สกัด ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายที่สุดในการควบคุม

#### ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (transfer function)

ในการออกแบบระบบควบคุมโดยใช้ทฤษฎีการควบคุมอัตโนมัตินั้น จำเป็นจะต้องหาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่จะใช้เป็นตัวแทนของส่วนประกอบต่างๆ ในระบบ ในงานวิจัยนี้จะหาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการสกัดโดยการพิจารณา การตอบสนองในภาวะทรานเซียนท์ (transient response) ของกระบวนการสกัดต่อฟังก์ชันฟอร์ซิง (forcing function) แบบขั้น (step function) การหาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันนี้จะแยกเป็น 2 ส่วนคือ การหาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน



ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรบวกซึ่งได้แก่ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัด ( $x_{in}$ ) กับตัวแปรควบคุมซึ่งได้แก่ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่ออกจากเครื่องสกัด ( $x_{out}$ ) และการหาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรใช้ควบคุม ซึ่งได้แก่กราฟท์ ( $\alpha$ ) กับตัวแปรควบคุม แล้วจึงนำทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันทั้งสองมารวมกันตามหลักการซูเปอร์โพสิชัน (superposition) ของระบบเชิงเส้น (linear system) เพื่อให้เป็นทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการสกัด โดยจะสมมติให้ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันทั้งสองส่วนไม่มีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน (noninteracting) ซึ่งสมมติฐานอันนี้จะต้องนำมาตรวจสอบต่อไป

### 1. ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $x_{in}$ และ $x_{out}$

พิจารณาภาพประกอบ 5.1 ซึ่งเป็นภาพแสดงการตอบสนองในภาวะทรานส์เยนท์ของ  $x_{out}$  เมื่อมีการเปลี่ยนค่า  $x_{in}$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันแบบขั้น หลังจากทีระบบเข้าสู่สถานะคงตัวแล้ว ตามสมการ 5.1 และภาพประกอบ 5.1

$$x_{in}(t) = A_1 u(t) \quad (5.1)$$

เมื่อ  $x_{in}$  คือตัวแปรเบี่ยงเบน =  $(x_{in}) - (x_{in})_{s1}$  โดย  $(x_{in})_{s1}$  คือ  $x_{in}$  ที่สถานะคงตัวก่อนที่จะมีการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด

$A_1$  คือขนาดของฟังก์ชันแบบขั้นที่ใช้

$u(t)$  คือฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย (unit-step function) ซึ่งมีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อ  $t < 0$  และ เท่ากับหนึ่งเมื่อ  $t \geq 0$

$t$  คือเวลาที่นับจากเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด

จากภาพประกอบ 5.1 พบว่าการตอบสนองของ  $x_{out}$  มีลักษณะใกล้เคียงกับการตอบสนองของกระบวนการอันดับหนึ่ง (first order system) ที่มีช่วงเวลาที่ไม่มี การตอบสนอง (dead time) นั่นคือทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $x_{in}$  และ  $x_{out}$  ในรูปผลการแปลงลาปลาซ (Laplace transform) อาจเขียนได้ดังนี้

$$\frac{x_{out}(s)}{x_{in}(s)} = \left( \frac{A_2}{\tau_x s + 1} \right) e^{-s\tau_d} \quad (5.2)$$

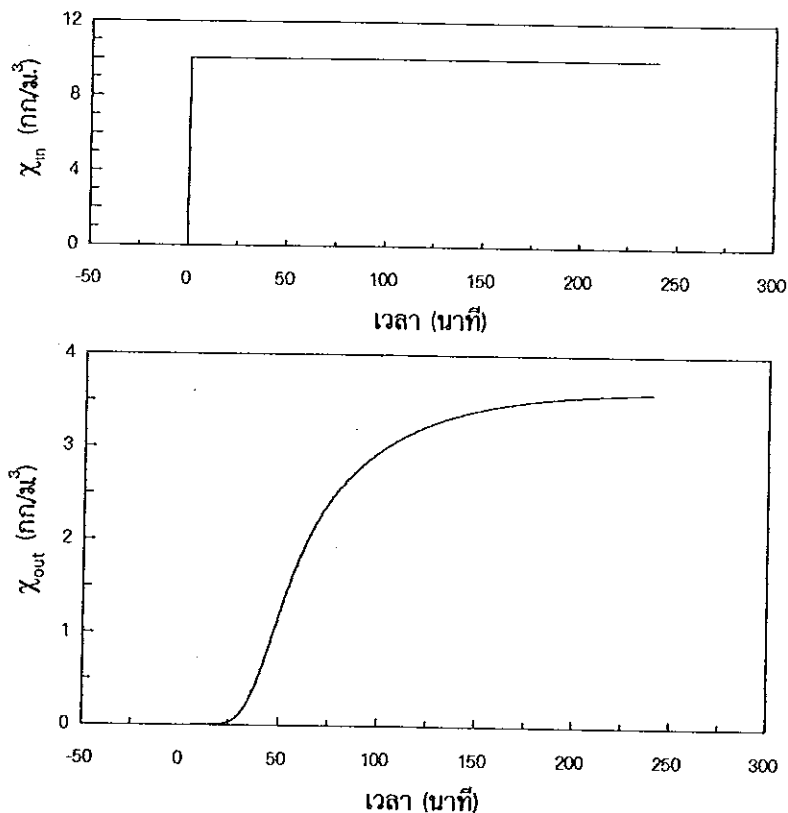
$$x_{in}(s) = \frac{A_1}{s} \quad (5.3)$$

เมื่อ  $x_{out}$  คือตัวแปรเบี่ยงเบน =  $(x_{out}) - (x_{out})_{s1}$  โดย  $(x_{out})_{s1}$  คือ  $x_{out}$  ที่สถานะคงตัวก่อนการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด

$A_2$  คือค่าคงที่

$\tau_x$  คือค่าคงที่เวลา (time constant)

$\tau_d$  คือช่วงเวลาที่ไม่มี การตอบสนอง



ภาพประกอบ 5.1 แสดงการตอบสนองในภาวะทรานเซียนท์ของ  $x_{out}$  เมื่อ  $x_{in}$  มีการเปลี่ยนค่าเป็นฟังก์ชันแบบขั้น ( $\alpha_{s1} = 1.5$   $\tau = 60$  นาที  $P = 20$   $R = 0.08 e^{6z}$ )<sup>1</sup>

เมื่อทำการอินเวอร์สสมการ 5.2 ให้อยู่ในรูปโดเมนของเวลา (time domain) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} x_{out}(t) &= 0 & ; t < \tau_d \\ x_{out}(t) &= A_1 A_2 (1 - \exp(-T/\tau_x)) & ; t \geq \tau_d \end{aligned} \quad (5.4)$$

เมื่อ  $T = t - \tau_d$

เพื่อทดสอบทรานส์เฟอ์ฟังก์ชันที่ได้ในสมการ 5.2 ว่ามีความใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากน้อยแค่ไหน จึงทำการเปรียบเทียบข้อมูล  $x_{out}$  ที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กับค่าที่คำนวณจากสมการ 5.4 โดยพารามิเตอร์  $A_2$  คำนวณได้จากสมการ 5.5

$$A_2 = \frac{(x_{out})_{s2} - (x_{out})_{s1}}{A_1} \quad (5.5)$$

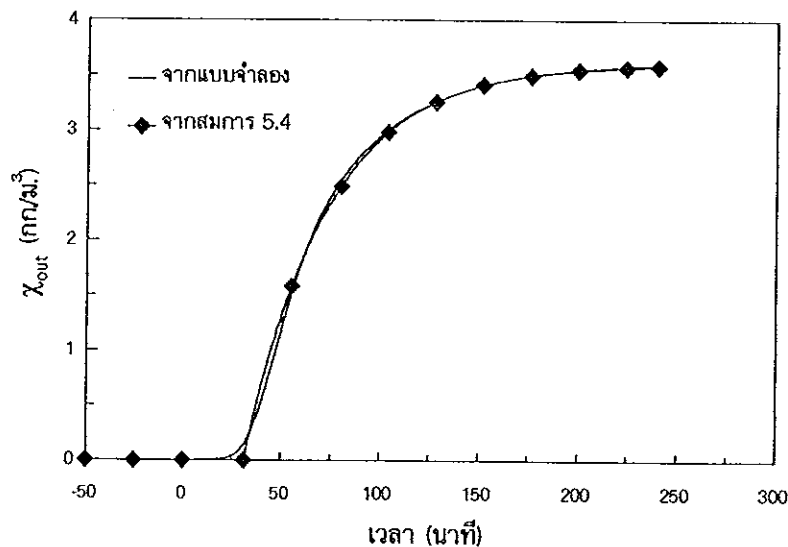
เมื่อ  $(x_{out})_{s2}$  คือ  $x_{out}$  ที่สถานะคงตัวหลังจากการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด ค่า  $(x_{out})_{s1}$  และ  $(x_{out})_{s2}$  คำนวณได้จากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ในสถานะคงตัว เนื่องจากเมื่อพารามิเตอร์ต่าง ๆ

<sup>1</sup> พารามิเตอร์และค่าคงที่ที่ต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณค่า  $x_{out}$  จากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่  $S = 0.0002$  ม.<sup>3</sup>/นาที  $m = 1$   $y_{in} = 0$   $k_a = 5.42 \times 10^{-4}$  วินาที<sup>-1</sup>  $D_s = 6.08 \times 10^{-9}$  ม.<sup>2</sup>/วินาที  $a = 2.22$  มม.  $j = 1$   $(x_{in})_{s1} = 100$  กก./ม.<sup>3</sup>  $\Delta z = 0.01667$   $\Delta \theta = 0.01$

ของแบบจำลองมีค่าคงที่ การเปลี่ยนค่า  $x_{in}$  จะไม่มีผลต่อค่า  $x_{out}/x_{in}$  ที่คำนวณได้ ดังนั้นจึงสามารถเขียนสมการ 5.5 ใหม่ได้เป็น

$$A_2 = \frac{(x_{out})_{s1}}{(x_{in})_{s1}} \quad (5.5a)$$

สำหรับค่า  $\tau_x$  และ  $\tau_d$  หาได้จากการทำ non linear curve fitting โดยใช้โปรแกรม Sigma Plot เวอร์ชัน 5.0 จากการทดสอบทรานส์เฟอ์ฟังก์ชัน เมื่อใช้  $P$   $R$   $\alpha$  และ  $\tau$  ต่างๆ พบว่า  $x_{out}$  ที่คำนวณจากแบบจำลองและสมการ 5.4 มีความสอดคล้องกันอย่างยิ่ง ดังแสดงในภาพประกอบ 5.2 ค่า  $A_2$   $\tau_d$  และ  $\tau_x$  ในกรณีต่างๆ แสดงในตาราง 5.1 5.2 และ 5.3 ตามลำดับ จากตารางจะเห็นว่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 นี้ ขึ้นอยู่กับ  $P$   $R$   $\alpha$  และ  $\tau$  โดยที่  $A_2$  มีค่าลดลงเมื่อ  $P$   $R$   $\alpha$  และ  $\tau$  มีค่ามากขึ้น ส่วนค่า  $\tau_d$  จะมีค่ามากขึ้นเมื่อ  $P$  และ  $R$  มากขึ้นถ้าให้  $\alpha$  และ  $\tau$  คงที่ ถ้า  $P$  และ  $R$  มีค่าเป็นอนันต์  $\tau_d$  จะเท่ากับ  $\tau$  นั้นเอง สำหรับค่า  $\tau_x$  จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อ  $P$  และ  $R$  เพิ่มขึ้นนั้นคือในกรณีที่กระบวนการมีลักษณะการไหลแบบปลั๊ก ระบบจะเข้าสู่สถานะคงตัวเร็วกว่ากรณีของการผสมอย่างสมบูรณ์ แม้ว่าพารามิเตอร์  $A_2$   $\tau_d$  และ  $\tau_x$  จะขึ้นกับพารามิเตอร์ต่างๆ ของแบบจำลอง แต่ในการออกแบบระบบควบคุมนั้นจะกำหนดให้  $A_2$   $\tau_d$  และ  $\tau_x$  เป็นค่าคงที่ โดยจะใช้ค่าที่สถานะคงตัวเนื่องจากการควบคุมนั้นการผันแปรตัวแปรต่างๆ จากสถานะคงตัวจะมีไม่มากนัก



ภาพประกอบ 5.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบข้อมูล  $x_{out}$  ที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กับค่าที่คำนวณจากสมการ 5.4 กรณี  $x_{in}$  มีการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันแบบขั้นโดย  $A_1 = 10$  กก./ม.<sup>3</sup>  $A_2 = 0.361$   $\tau_d = 31.267$  นาที และ  $\tau_x = 41.416$  นาที ( $\alpha_{s1} = 1.5$   $\tau = 60$  นาที  $P = 20$   $R = 0.08 e^{6z}$ )<sup>1</sup>

ตาราง 5.1 แสดงค่า  $A_2$  เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ดราฟท์ ( $\alpha$ ) จำนวนเพศเลทในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่างๆ ( $A_1 = 10 \text{ กก./ม.}^3$ )<sup>1</sup>

$\alpha$	$\tau$ (นาที)	P = 2			P = 5			P = 20		
		R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20
2	30	0.568	0.536	0.517	0.549	0.510	0.489	0.529	0.485	0.460
	60	0.450	0.391	0.358	0.425	0.351	0.311	0.400	0.310	0.263
	90	0.398	0.321	0.279	0.374	0.273	0.222	0.351	0.227	0.167
1	30	0.645	0.614	0.577	0.632	0.595	0.552	0.619	0.577	0.528
	60	0.569	0.518	0.462	0.553	0.490	0.419	0.538	0.462	0.378
	90	0.537	0.474	0.409	0.523	0.441	0.355	0.510	0.409	0.304
0.5	30	0.738	0.718	0.677	0.731	0.707	0.659	0.724	0.698	0.644
	60	0.699	0.670	0.621	0.691	0.655	0.594	0.684	0.642	0.572
	90	0.684	0.649	0.601	0.677	0.633	0.568	0.671	0.619	0.544

ตาราง 5.2 แสดงค่า  $\tau_d$  (นาที) เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ดราฟท์ ( $\alpha$ ) จำนวนเพศเลทในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่างๆ ( $A_1 = 10 \text{ กก./ม.}^3$ )<sup>1</sup>

$\alpha$	$\tau$ (นาที)	P = 2			P = 5			P = 20		
		R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20
2	30	5.367	5.329	5.874	9.718	9.934	10.120	16.652	17.273	17.757
	60	8.498	9.293	9.427	15.957	16.895	17.638	27.753	30.832	32.508
	90	12.344	13.257	13.875	22.050	25.424	26.106	37.124	46.399	47.662
1	30	4.847	5.218	5.744	9.511	9.954	10.030	15.890	17.180	17.719
	60	9.442	10.301	10.481	16.588	18.569	19.041	27.827	32.415	33.127
	90	14.058	15.780	15.379	22.693	28.203	28.679	37.013	48.267	51.992
0.5	30	5.568	5.890	6.011	10.023	10.548	10.582	16.207	17.150	17.865
	60	10.605	11.712	11.889	18.578	20.705	21.355	28.025	32.345	36.505
	90	15.403	17.774	18.285	23.884	28.804	32.246	34.655	45.480	57.557

ตาราง 5.3 แสดงค่า  $\tau_x$  (นาทีก) เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ดราฟท์ ( $\alpha$ ) จำนวนเพศเลขในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่างๆ ( $A_1 = 10 \text{ กก./ม.}^3$ )<sup>1</sup>

$\alpha$	$\tau$ (นาทีก)	P = 2			P = 5			P = 20		
		R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20
2	30	20.110	18.491	16.892	19.084	17.364	16.179	15.585	13.892	12.604
	60	46.060	38.912	34.297	46.840	40.617	34.995	44.031	38.590	32.602
	90	74.632	62.947	53.002	77.161	66.723	55.737	74.718	67.802	57.991
1	30	23.234	21.698	19.451	21.403	20.185	18.646	17.853	16.262	14.807
	60	50.421	47.426	42.875	49.423	47.515	43.883	44.494	43.116	42.633
	90	78.464	75.685	70.814	78.101	76.989	74.996	71.878	73.115	77.997
0.5	30	24.229	23.612	22.466	21.929	21.525	21.130	17.817	17.340	17.162
	60	50.924	50.448	50.449	46.990	47.319	49.991	41.745	41.735	45.448
	90	77.358	77.855	80.883	74.047	75.944	83.228	68.449	68.909	78.304

## 2. ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $x_{out}$ และ $\alpha$

จากภาพประกอบ 5.3 แสดงการตอบสนองในภาวะทรานส์เียนท์ของ  $x_{out}$  เมื่อมีการเปลี่ยนค่า  $\alpha$  เป็นฟังก์ชันแบบขั้น หลังจากระบบเข้าสู่สถานะคงตัวนั้นคือ

$$D_\alpha = A_3 u(t) \quad (5.6)$$

เมื่อ  $D_\alpha$  คือตัวแปรเบี่ยงเบน  $= \alpha - \alpha_{s1}$  โดย  $\alpha_{s1}$  คือ  $\alpha$  ที่สถานะคงตัวก่อนการเปลี่ยนแปลงภาวะในการสกัด

$A_3$  คือขนาดของฟังก์ชันแบบขั้นที่ใช้

จากภาพประกอบ 5.3 พบว่าการตอบสนองของ  $x_{out}$  มีลักษณะใกล้เคียงกับการตอบสนองของระบบการอันดับสอง (second order system) โดยที่มี damping parameter มากกว่าหนึ่ง นั่นคือทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\alpha$  และ  $x_{out}$  ในรูปผลการแปลงลาปลาซแสดงได้ตามสมการ 5.7 และสมการ 5.6 สามารถแปลงให้อยู่ในรูปผลการแปลงลาปลาซได้ดังนี้

$$\frac{x_{out}(s)}{D\alpha(s)} = \frac{A_4}{\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1} \quad (5.7)$$

$$D_\alpha(s) = \frac{A_3}{s} \quad (5.8)$$

เมื่อ  $A_4$  คือค่าคงที่

$\tau_\alpha$  คือค่าคงที่เวลา

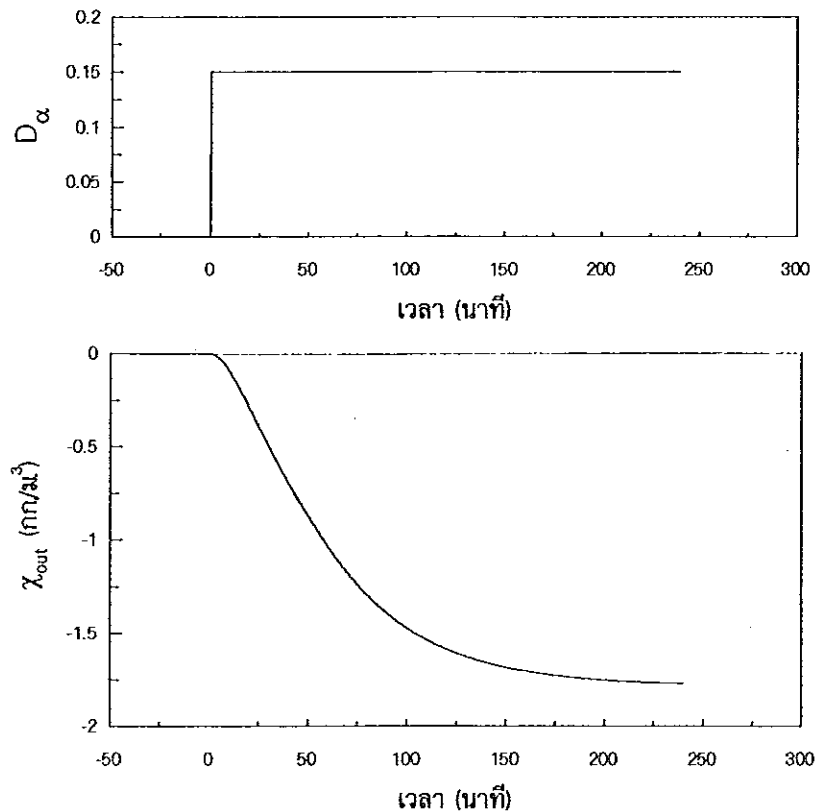
$\zeta$  คือ damping parameter

เมื่อทำการอินทิเกรตสมการ 5.7 ให้อยู่ในรูปโดเมนของเวลาจะได้ว่า เมื่อ  $\zeta > 1$

$$x_{out}(t) = 0; t < 0$$

$$x_{out}(t) = A_3 A_4 \left\{ 1 - e^{-\zeta t / \tau_\alpha} \left( \cosh \sqrt{\zeta^2 - 1} \frac{t}{\tau_\alpha} + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \sinh \sqrt{\zeta^2 - 1} \frac{t}{\tau_\alpha} \right) \right\}; t \geq 0$$

... (5.9)



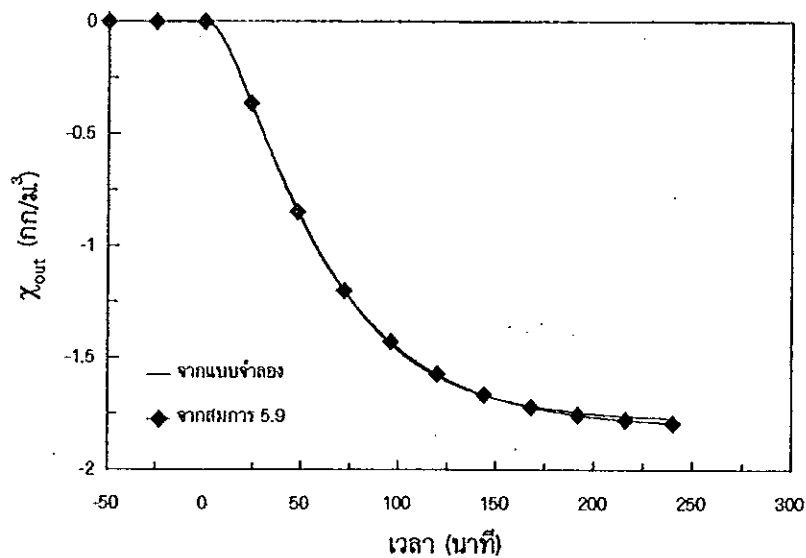
ภาพประกอบ 5.3 แสดงการเปลี่ยนแปลงในภาวะทรานเซียนท์ของ  $x_{out}$  เมื่อมีการเปลี่ยนค่าของ  $\alpha$  เป็นฟังก์ชันแบบขั้น ( $\tau = 60$  นาที ( $x_{in})_{s1} = 100$  กก./ม.<sup>3</sup>  $P = 20$   $R = 0.08 e^{6z}$ )<sup>2</sup>

<sup>2</sup> พารามิเตอร์และค่าคงที่ต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณค่า  $x_{out}$  จากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่  $S = 0.0002$  ม.<sup>3</sup>/นาที  $m = 1$   $y_{in} = 0$   $k_a = 5.42 \times 10^{-4}$  วินาที<sup>-1</sup>  $D_s = 6.08 \times 10^{-9}$  ม.<sup>2</sup>/วินาที  $a = 2.22$  มม.  $j = 1$   $\alpha_{s1} = 1.5$   $\Delta z = 0.0125$   $\Delta \theta = 0.01$

เพื่อทดสอบทฤษฎีเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้ในสมการ 5.7 จึงได้เปรียบเทียบข้อมูล  $x_{out}$  ที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กับค่าที่คำนวณจากสมการ 5.9 โดยพารามิเตอร์  $A_4$  คำนวณได้จากสมการ 5.10

$$A_4 = \frac{(x_{out})_{s2} - (x_{out})_{s1}}{A_3} \quad (5.10)$$

สำหรับค่า  $\tau_\alpha$  และ  $\zeta$  หาได้จาก non linear curve fitting ทำนองเดียวกับการทดสอบทฤษฎีเฟอร์ฟังก์ชันระหว่าง  $x_{in}$  และ  $x_{out}$  ข้างต้น จากการทดสอบทฤษฎีเฟอร์ฟังก์ชัน เมื่อ  $P$   $R$   $x_{in}$  และ  $\tau$  มีค่าต่าง ๆ พบว่า  $x_{out}$  ที่คำนวณจากแบบจำลองและสมการ 5.9 มีความสอดคล้องกันอย่างยิ่งดังแสดงในภาพประกอบ 5.4 โดยค่า  $A_4$   $\zeta$  และ  $\tau_\alpha$  ที่สภาวะต่างๆ แสดงในตาราง 5.4 5.5 และ 5.6 ตามลำดับ จากตารางจะเห็นได้ว่า พารามิเตอร์ทั้งสามขึ้นอยู่กับ  $P$   $R$   $x_{in}$  และ  $\tau$  เช่นเดียวกับ  $A_2$   $\tau_d$  และ  $\tau_x$  ซึ่งในการออกแบบระบบควบคุมนั้น จะกำหนดให้ใช้ค่าพารามิเตอร์ที่สถานะคงตัวเช่นเดียวกัน



ภาพประกอบ 5.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบข้อมูล  $x_{out}$  ที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กับค่าที่คำนวณจากสมการ 5.9 กรณี  $\alpha$  มีการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันแบบขั้นโดย  $A_3 = 0.15$   $A_4 = -12.088$  กก./ม.<sup>3</sup>  $\tau_\alpha = 27.587$  นาที และ  $\zeta = 1.184$  ( $\tau = 60$  นาที ( $x_{in})_{s1} = 100$  กก./ม.<sup>3</sup>  $P=20$   $R=0.08$   $e^{6t}$ )<sup>2</sup>

ตาราง 5.4 แสดงค่า  $A_d$  (กก./ม.<sup>3</sup>) เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัด ( $x_n$ ) จำนวนเพศเลขในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่าง ๆ ( $A_g = 0.15$ )<sup>2</sup>

$x_n$ (กก./ม. <sup>3</sup> )	$\tau$ (นาที)	P = 2			P = 5			P = 20		
		R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20
100	30	-6.724	-6.670	-4.958	-7.295	-7.253	-5.203	-7.902	-7.905	-5.557
	60	-10.565	-11.033	-8.604	-11.467	-12.082	-8.837	-12.403	-13.253	-9.259
	90	-12.491	-13.441	-10.766	-13.424	-14.633	-10.713	-14.328	-15.903	-10.750
110	30	-7.396	-7.337	-5.454	-8.025	-7.979	-5.723	-8.692	-8.696	-6.113
	60	-11.622	-12.137	-9.464	-12.614	-13.290	-9.721	-13.644	-14.579	-10.185
	90	-13.741	-14.786	-11.843	-14.766	-16.097	-11.784	-15.761	-17.494	-11.825

ตาราง 5.5 แสดงค่า  $\zeta$  เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัด ( $x_n$ ) จำนวนเพศเลขในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่าง ๆ ( $A_g = 0.15$ )<sup>2</sup>

$x_n$ (กก./ม. <sup>3</sup> )	$\tau$ (นาที)	P = 2			P = 5			P = 20		
		R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20
100	30	1.253	1.199	1.097	1.177	1.140	1.012	1.096	1.061	1.000
	60	1.349	1.326	1.146	1.272	1.284	1.087	1.187	1.210	1.000
	90	1.499	1.535	1.283	1.424	1.504	1.220	1.345	1.442	1.124
110	30	1.253	1.199	1.098	1.177	1.140	1.012	1.097	1.061	1.000
	60	1.349	1.326	1.147	1.272	1.284	1.087	1.187	1.210	1.000
	90	1.499	1.535	1.283	1.424	1.504	1.220	1.345	1.442	1.124



ตาราง 5.6 แสดงค่า  $\tau_\alpha$  (นาที) เมื่อใช้เวลาในการสกัด ( $\tau$ ) ความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัด ( $x_{in}$ ) จำนวนเพศเลขในเฟสของแข็ง (P) และของเหลว (R) ต่างๆ ( $A_3 = 0.15$ )<sup>2</sup>

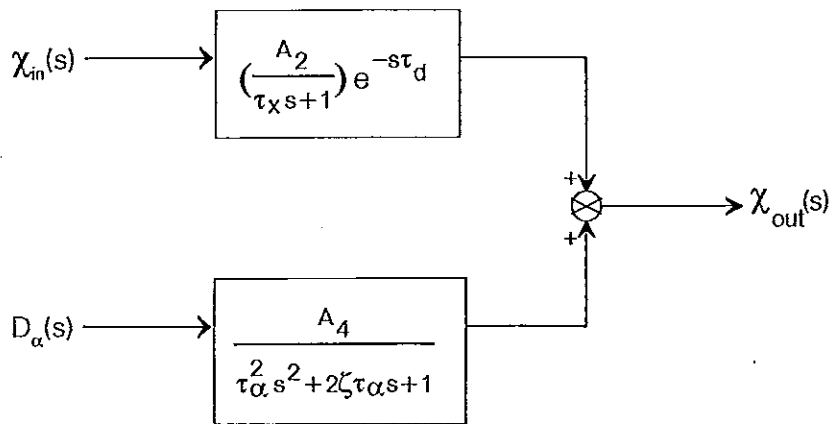
$x_{in}$ (กก/ม <sup>3</sup> )	$\tau$ (นาที)	P = 2			P = 5			P = 20		
		R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20	R=0.1	R=2	R=20
100	30	17.461	15.750	14.975	17.561	15.879	15.972	17.764	16.311	15.950
	60	27.435	24.479	25.178	28.075	24.918	27.225	29.071	26.243	30.953
	90	34.555	29.803	32.571	35.422	30.384	35.757	36.688	32.149	42.358
110	30	17.460	15.749	14.971	17.559	15.879	15.971	17.761	16.312	15.950
	60	27.435	24.479	25.178	28.075	24.919	27.224	29.073	26.242	30.955
	90	34.554	29.804	32.571	35.421	30.384	35.756	36.688	32.147	42.356

3. ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการสกัด

จากข้อสมมติที่กำหนดให้ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $x_{in}$  และ  $\alpha$  กับ  $x_{out}$  ไม่มีปฏิสัมพันธ์ต่อกันและใช้หลักการซูเปอร์โพสิชันสำหรับระบบเชิงเส้น จะได้ว่า

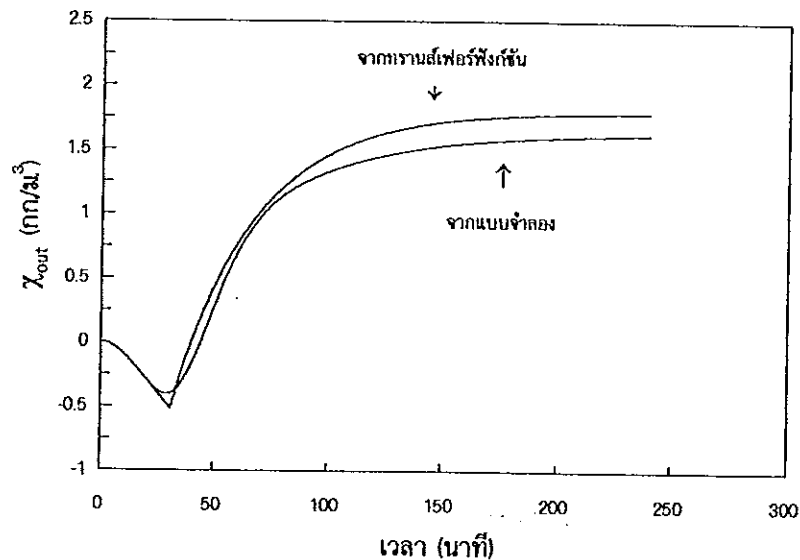
$$X_{out}(s) = \left(\frac{A_2}{\tau_x s + 1}\right) e^{-s\tau_d} X_{in}(s) + \frac{A_4}{\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1} D_\alpha(s) \quad (5.11)$$

ซึ่งสามารถเขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมได้ดังแสดงในภาพประกอบ 5.5



ภาพประกอบ 5.5 บล็อกไดอะแกรมกระบวนการสกัด

เมื่อเปรียบเทียบค่า  $x_{out}$  ที่คำนวณได้จากการอินเวอร์สลาพลาซของสมการ 5.11 และที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กรณี  $x_{in}$  และ  $\alpha$  มีค่าเพิ่มขึ้นตามฟังก์ชันแบบขั้น พบว่า  $x_{out}$  ที่คำนวณจากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันมีความแตกต่างจาก  $x_{out}$  ที่ได้จากแบบจำลองเล็กน้อยดังแสดงในภาพประกอบ 5.6 ซึ่งเกิดจากการใช้ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันเป็นค่าคงที่นั่นเอง นอกจากนี้ อาจเกิดจากการที่ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่นำมารวมกันมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันอย่างไรก็ตาม เนื่องจาก ค่า  $x_{out}$  ที่คำนวณได้มีความแตกต่างกันเล็กน้อยและกราฟของ  $x_{out}$  ที่คำนวณได้จากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันมีลักษณะเช่นเดียวกับกราฟที่ได้จากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงใช้ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่ได้มาในการออกแบบกระบวนการควบคุมต่อไป



ภาพประกอบ 5.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบข้อมูล  $x_{out}$  ที่คำนวณจากแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กับค่าที่คำนวณจากสมการ 5.11 กรณี  $\alpha$  และ  $x_{in}$  มีการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันแบบขั้นโดย  $A_3 = 0.15$   $A_1 = 10$  กก./ม.<sup>3</sup> เมื่อ  $A_2 = 0.361$   $\tau_d = 31.267$  นาที  $\tau_x = 41.416$  นาที  $A_4 = -12.088$  กก./ม.<sup>3</sup>  $\tau_\alpha = 27.587$  นาที และ  $\zeta = 1.184$  ( $\alpha_{s1} = 1.5$   $\tau = 60$  นาที  $P = 20$   $R = 0.08 e^{6z}$ )<sup>1</sup>

การควบคุมกระบวนการสกัดน้ำผลไม้

ระบบควบคุมการสกัดน้ำผลไม้อย่างง่ายในทางทฤษฎีที่จะพัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้จะใช้การควบคุมย้อนกลับแบบพี (P) พีไอ (PI) และ พีไอดี (PID) ภาพประกอบ 5.7 แสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมที่พัฒนาขึ้น และเพื่อให้การพัฒนาง่ายขึ้นจะกำหนดให้ทรานส์เฟอ์ฟังก์ชันของอุปกรณ์ในการวัดและหน่วยควบคุมขั้นสุดท้ายมีค่าเท่ากับหนึ่งหรือไม่มีความล่าช้าในการวัด จากภาพประกอบสามารถเขียนทรานส์เฟอ์ฟังก์ชันของระบบควบคุมได้ตามสมการ 5.12

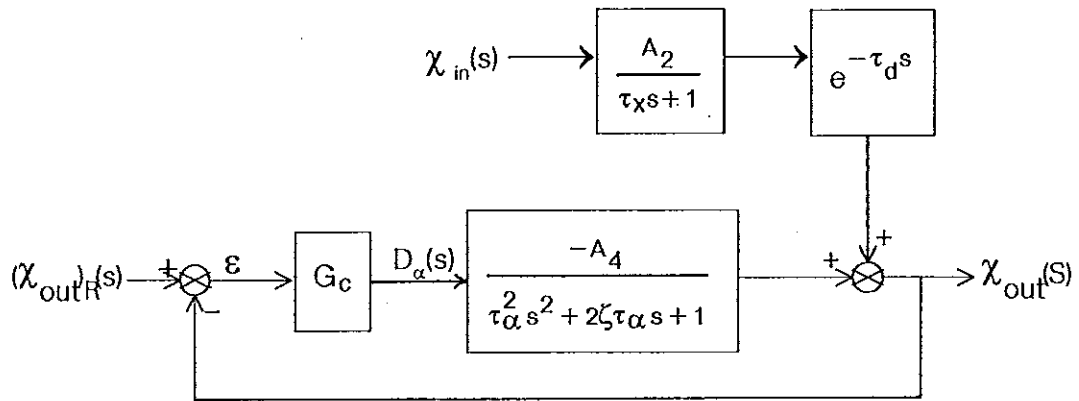
$$X_{out}(s) = \frac{G_2 e^{-\tau_d s}}{1 + G_c G_1} X_{in}(s) + \frac{G_c G_1}{1 + G_c G_1} (X_{out})_R(s) \quad (5.12)$$

เมื่อ  $G_1 = -\frac{A_4}{\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1}$

$G_2 = \frac{A_2}{\tau_x s + 1}$

$G_c =$  ทรานส์เฟอ์ฟังก์ชันของเครื่องควบคุม

$(X_{out})_R = (X_{out})_R - (X_{out})_{Rs}$  เมื่อ  $(X_{out})_R$  คือค่า  $X_{out}$  ที่ต้องการ  $(X_{out})_{Rs}$  คือค่า  $X_{out}$  ที่ต้องการที่สถานะคงตัว



ภาพประกอบ 5.7 บล็อกไดอะแกรมแสดงระบบควบคุมกระบวนการสกัด

1. การควบคุมแบบพี

เครื่องควบคุมแบบพีจะส่งสัญญาณควบคุมเป็นสัดส่วนกับความคลาดเคลื่อน  $\epsilon$  ตามสมการ 5.13

$$\alpha = K_c \epsilon + \alpha_s \quad (5.13)$$

เมื่อ  $K_c$  = controller gain หรือ sensitivity

$\varepsilon$  = ความคลาดเคลื่อน =  $(X_{out})_R - X_{out}$

$\alpha_s = \alpha$  ที่สถานะคงตัว

ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเครื่องควบคุมแบบพีเป็นไปตามสมการ 5.14

$$G_c = \frac{D\alpha(s)}{\varepsilon(s)} = K_c \quad (5.14)$$

เพื่อวิเคราะห์ความเสถียรของระบบควบคุมเราจะพิจารณาสมการเชิงลักษณะของระบบควบคุม (characteristic equation) ดังนี้

$$1 + G_c G_1 = 0$$

$$1 - \frac{K_c A_4}{\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta \tau_\alpha s + 1} = 0 \quad (5.15)$$

รากของสมการ 5.15 คือ

$$s_1 = \frac{-\zeta}{\tau_\alpha} + \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1 + K_c A_4}}{\tau_\alpha}$$

$$s_2 = \frac{-\zeta}{\tau_\alpha} - \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1 + K_c A_4}}{\tau_\alpha} \quad (5.16)$$

พิจารณาตัวอย่างของกระบวนการสัปดาห์ที่มีค่าพารามิเตอร์ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันในสมการ 5.11 ดังแสดงในตาราง 5.7 จะเห็นได้ว่า  $s_1$  และ  $s_2$  จะเป็นจำนวนลบเสมอ นั่นคือไม่ว่าจะกำหนดให้  $K_c$  ( $K_c > 0$ ) มีค่าเท่าใดระบบควบคุมนี้ก็จะมีความเสถียรเสมอ

ตาราง 5.7 แสดงค่าพารามิเตอร์ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการสัปดาห์ตามสมการ 5.11

พารามิเตอร์	
$A_2$	0.361
$\tau_d$ (นาท)	31.267
$\tau_x$ (นาท)	41.416
$A_4$ (กก./ม. <sup>3</sup> )	-12.088
$\zeta$	1.184
$\tau_\alpha$ (นาท)	27.587

การตอบสนองของระบบควบคุมต่อการเปลี่ยนความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัดเป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยได้จากการอินเวอร์สสมการ 5.17 แสดงดังในสมการ 5.18 (การแก้สมการแสดงในภาคผนวก จ)

$$\chi_{out}(s) = \frac{G_2 e^{-\tau_d s}}{1 + G_c G_1} \chi_{in}(s); \quad \chi_{in}(s) = \frac{1}{s} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \chi_{out}(t) &= 0; \quad t < \tau_d \\ \chi_{out}(t) &= A_2 \left\{ 2e^{a_1 T} [b_1 \cos(a_2 T) + b_2 \sin(a_2 T)] + \frac{C_3}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_4 \right\}; \quad t \geq \tau_d \end{aligned} \quad \dots (5.18)$$

เมื่อ  $T = t - \tau_d$

$a_1, a_2, b_1, b_2, C_3$  และ  $C_4$  คือค่าคงที่ที่ได้จากการอินเวอร์สสมการ 5.17

ตัวอย่างการตอบสนองของระบบ (ใช้ค่าพารามิเตอร์ตามตาราง 5.7) เมื่อใช้  $K_c$  ต่างๆ แสดงในภาพประกอบ 5.8 จากภาพจะเห็นได้ว่าการใช้การควบคุมแบบพีจะทำให้ระบบเข้าสู่สถานะคงตัวเร็วขึ้นและมี Offset น้อยลงเมื่อ  $K_c$  มีค่าสูงขึ้น ค่า Offset ของระบบควบคุมหาได้ตามสมการ 5.19

$$\text{Offset} = (\chi_{out})_R(\infty) - \chi_{out}(\infty) \quad (5.19)$$

เมื่อ  $(\chi_{out})_R(\infty)$  คือ  $(\chi_{out})_R$  ที่เวลาอนันต์ในกรณีนี้  $(\chi_{out})_R(\infty)$  มีค่าเท่ากับ 0 เนื่องจากไม่มีการเปลี่ยนค่าอ้างอิง (set point)

$\chi_{out}(\infty)$  คือ  $\chi_{out}$  ที่เวลาอนันต์

จากภาพประกอบ 5.8 จะเห็นได้ว่าถึงแม้ว่าการใช้  $K_c$  สูงขึ้นจะทำให้ Offset มีค่าน้อยลงแต่ก็ทำให้เกิดการสั่นมากขึ้นด้วย ดังนั้นการเลือกค่า  $K_c$  จึงขึ้นอยู่กับขนาดของ Offset ที่ยอมรับได้ ความไวในการตอบสนองของระบบต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรบกวน และลักษณะการเกิดการสั่นที่ยอมรับได้

## 2. การควบคุมแบบพีไอ

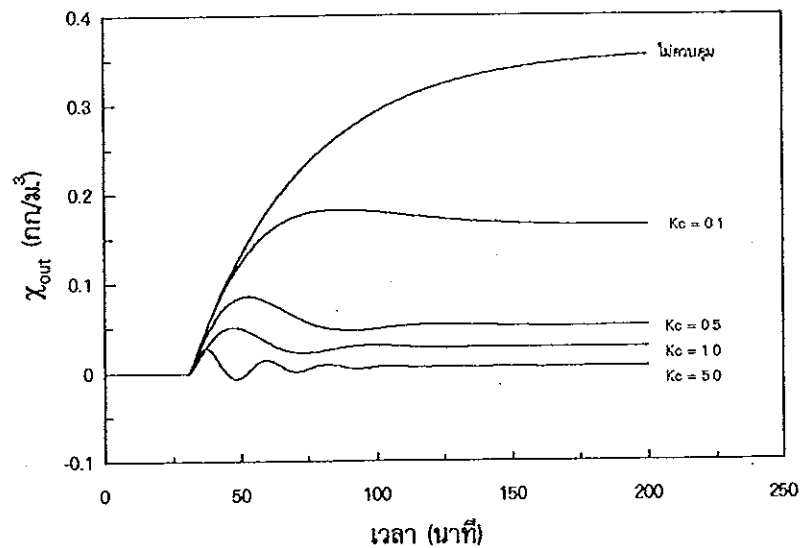
เครื่องควบคุมแบบพีไอจะส่งสัญญาณควบคุมตามความสัมพันธ์

$$\alpha = \left( K_c \varepsilon + \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t \varepsilon dt + \alpha_s \right) \sum \varepsilon \Delta t \quad (5.20)$$

เมื่อ  $\tau_I =$  เวลาอินทิกรัล (integral time, นาที)

ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเครื่องควบคุมแบบพีไอเป็นไปตามสมการ 5.21

$$G_c = \frac{D\alpha(s)}{\varepsilon(s)} = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) \quad (5.21)$$



ภาพประกอบ 5.8 แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมแบบพีต่อการเปลี่ยนแปลง  $x_{in}$  ที่เป็น ฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยเมื่อใช้ค่า  $K_c$  ต่างๆ

จากการใช้วิธี Routh test ในการทดสอบความเสถียรของระบบควบคุม (แสดงในภาคผนวก ฉ) พบว่าระบบควบคุมแบบพีโอจะเสถียร เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบควบคุมเป็นไปตามสมการ 5.22

$$2\zeta\tau_1 - K_c A_4 (2\zeta\tau_1 - \tau_u) > 0 \quad (5.22)$$

การตอบสนองของระบบควบคุมต่อการเปลี่ยนความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัดเป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยได้จากการอินเวอร์สสมการ 5.17 เช่นเดียวกับกรณีการควบคุมแบบพี โดยในกรณีนี้ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเครื่องควบคุมจะเป็นไปตามสมการ 5.21 ซึ่งจะได้ว่าค่า  $x_{out}$  ที่เวลาต่างๆ หลังจาก  $x_{in}$  มีการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยแสดงในสมการ 5.23 สำหรับวิธีการแก้สมการแสดงในภาคผนวก จ

$$x_{out}(t) = 0 ; t < \tau_d$$

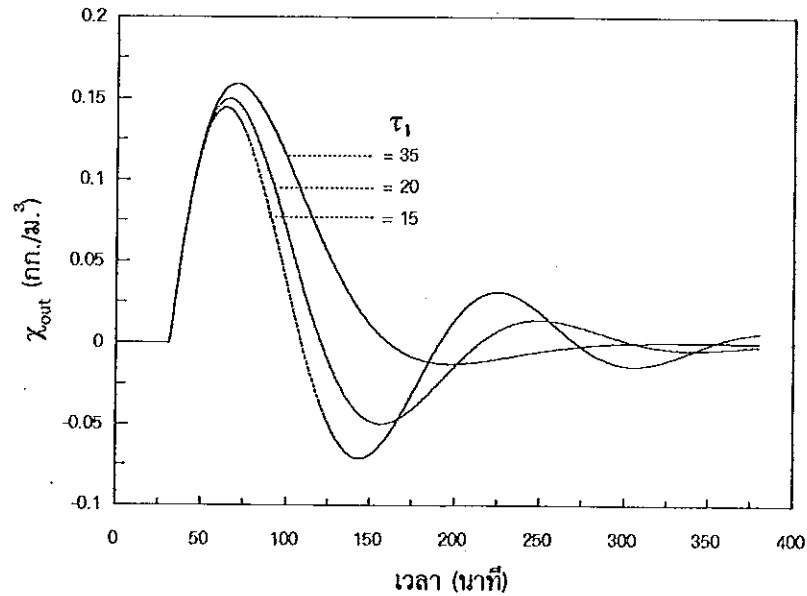
$$x_{out}(t) = A_2 \left\{ \frac{C_1}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_2 e^{s_1 T} + 2e^{a_1 T} [b_1 \cos(a_2 T) + b_2 \sin(a_2 T)] \right\} ; t \geq \tau_d$$

... (5.23)

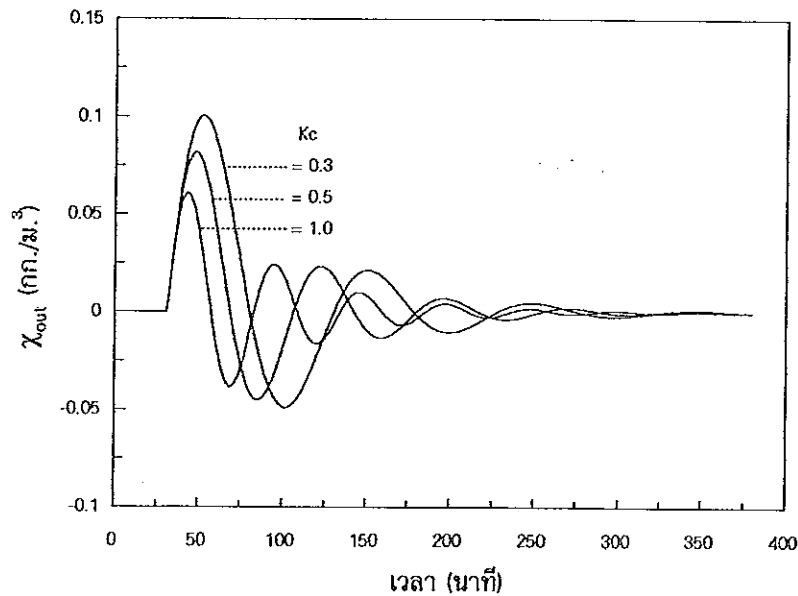
เมื่อ  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $C_1$  และ  $C_2$  คือค่าคงที่ที่ได้จากการอินเวอร์สทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของระบบควบคุมแบบพีโอ

ตัวอย่างการตอบสนองของระบบควบคุม (ใช้ค่าพารามิเตอร์ตามตาราง 5.7) เมื่อใช้  $K_c$  และ  $\tau_c$  ต่างๆ แสดงในภาพประกอบ 5.9 จากภาพจะเห็นได้ว่าการใช้การควบคุมแบบพีโอจะทำให้

Offset มีค่าเท่ากับศูนย์ การเพิ่ม  $K_c$  เมื่อ  $\tau_1$  คงที่จะทำให้ค่า  $x_{out}$  ที่เบี่ยงเบนไปจาก  $(x_{out})_R$  สูงสุด (maximum deviation) มีค่าลดลงแต่จะทำให้เกิดการสั่นมากขึ้น ในกรณีนี้เมื่อ  $K_c$  มีค่าคงที่ การเพิ่ม  $\tau_1$  จะทำให้เกิดการสั่นน้อยลงจึงทำให้ระบบเข้าสู่สถานะคงตัวเร็วขึ้น



(a)



(b)

ภาพประกอบ 5.9 แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมแบบพีโอต่อการเปลี่ยนแปลง  $x_m$  ที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย a)  $K_c = 0.1$  b)  $\tau_1 = 20$

### 3. การควบคุมแบบพีโอดี

การควบคุมแบบพีโอดีจะควบคุมระบบตามความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการ 5.24

$$\alpha = K_c \varepsilon + K_c \tau_D \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t \varepsilon dt + \alpha_s \quad (5.24)$$

เมื่อ  $\tau_D$  = เวลาอนุพันธ์ (derivative time, นาที)

ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเครื่องควบคุมแบบพีโอดีเป็นไปตามสมการ 5.25

$$G_c = \frac{D\alpha(s)}{\varepsilon(s)} = K_c \left( 1 + \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s} \right) \quad (5.25)$$

จากการใช้วิธี Routh test ในการทดสอบความเสถียรของระบบควบคุมพีโอดี (แสดงในภาคผนวก ฉ) พบว่าระบบควบคุมจะเสถียรเมื่อความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบควบคุมเป็นไปตามสมการ 5.26

$$2\zeta\tau_I\tau_\alpha + K_c A_4 \left( \tau_\alpha^2 + K_c A_4 \tau_D \tau_I - \tau_D \tau_I - 2\zeta\tau_I\tau_\alpha \right) > 0 \quad (5.26)$$

การตอบสนองของระบบต่อการเปลี่ยนความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสกัดเป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยเมื่อมีการควบคุมแบบพีโอดี ได้จากการอินเวอร์สสมการ 5.17 เช่นเดียวกับกรณีการควบคุมแบบพี โดยในกรณีนี้ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเครื่องควบคุมจะเป็นไปตามสมการ 5.25 ซึ่งจะได้ว่าค่า  $x_{out}$  ที่เวลาต่างๆ เป็นไปตามสมการ 5.27 สำหรับวิธีการหาผลเฉลยแสดงในภาคผนวก จ

$$x_{out}(t) = 0 ; t < \tau_d$$

$$x_{out}(t) = A_2 \left\{ \frac{C_1}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_2 e^{s_1 T} + 2e^{a_1 T} [b_1 \cos(a_2 T) + b_2 \sin(a_2 T)] \right\} ; t \geq \tau_d$$

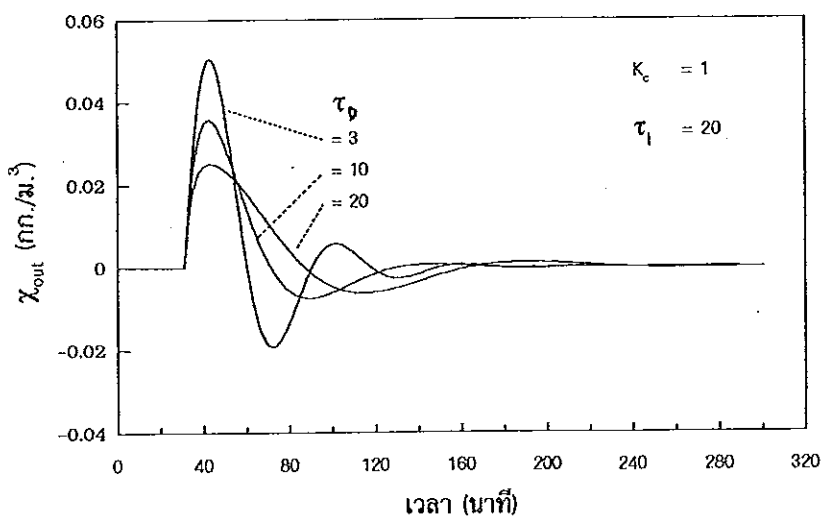
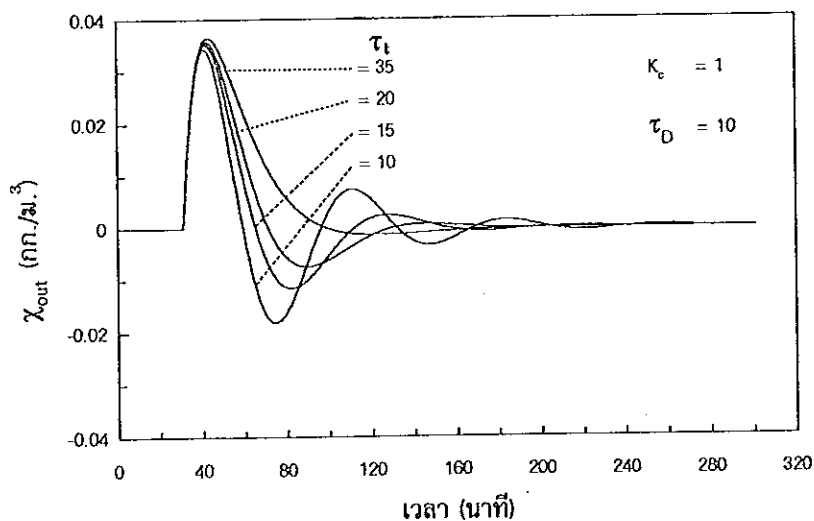
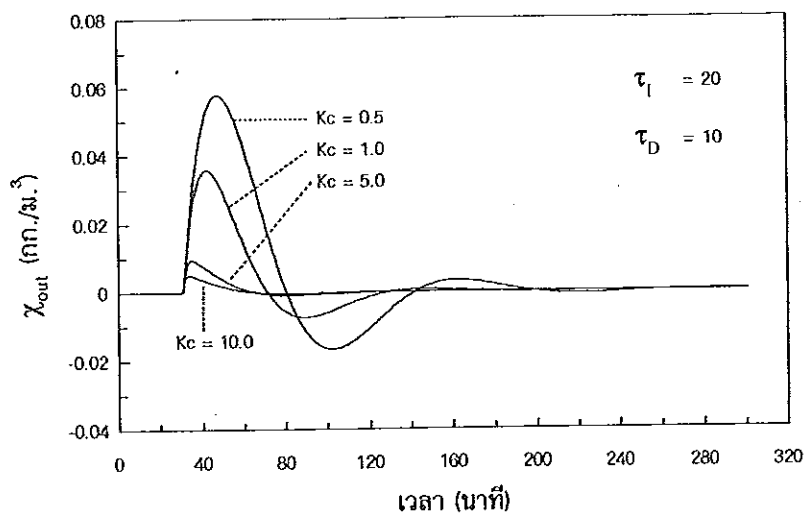
... (5.27)

เมื่อ  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $C_1$  และ  $C_2$  คือค่าคงที่ที่ได้จากการอินเวอร์สทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของระบบควบคุมแบบพีโอดี

ตัวอย่างการตอบสนองของระบบควบคุมแบบพีโอดี (ใช้ค่าพารามิเตอร์ตามตาราง 5.7)

เมื่อใช้  $K_c$ ,  $\tau_I$  และ  $\tau_D$  ต่างๆ แสดงในภาพประกอบ 5.10 จากภาพจะเห็นได้ว่าการเพิ่มเทอม  $K_c \tau_D \frac{d\varepsilon}{dt}$  เข้าไปในสมการของเครื่องควบคุมจะทำให้การตอบสนองของระบบเข้าสู่สถานะคงตัวเร็วขึ้นและเกิดการสั่นน้อยลงโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อ  $K_c$ ,  $\tau_I$  และ  $\tau_D$  มีค่าสูง เมื่อ  $K_c$  และ  $\tau_D$  มีค่ามากขึ้น ค่า  $x_{out}$  ที่เบี่ยงเบนไปจาก  $(x_{out})_R$  สูงสุดจะลดลงด้วย นั่นคือการใช้การควบคุมแบบพีโอดีจะให้ผลการควบคุมที่ดีกว่าการควบคุมแบบพีและพีไอ อย่างไรก็ตามเครื่องควบคุมที่มีการใช้โหมด (mode) ของการควบคุมมาก จะทำให้ค่าใช้จ่ายในการสร้างอุปกรณ์ควบคุมสูงกว่าการใช้เครื่องควบคุมที่ใช้โหมดของการควบคุมน้อย ดังนั้นการที่จะเลือกใช้เครื่องควบคุมแบบใดนั้นนอกจากจะต้องพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมแล้วยังต้องพิจารณาถึงค่าใช้จ่ายในการลงทุนด้วย





ภาพประกอบ 5.10 แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมแบบพีไอดีต่อการเปลี่ยนแปลง  $x_n$  ที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย

## บทที่ 6

### บทสรุป

การศึกษาข้อมูลพื้นฐานกระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องแสดงให้เห็นว่าสามารถใช้ทฤษฎีการผสมย้อนกลับในการอธิบายกลไกการสกัดที่เกิดขึ้นในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องได้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามแบบจำลองที่ดีพิมพ์ในวารสารนานาชาติ มีข้อจำกัดหลายประการตามที่ได้กล่าวมาแล้ว ดังนั้นในงานวิจัยชิ้นนี้จึงได้พัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดแบบไหลสวนทางต่อเนื่องขึ้น โดยอาศัยทฤษฎีดังกล่าวซึ่งสามารถใช้ได้อย่างกว้างขวาง แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นสามารถแสดงได้โดยสมการ 6.1 และ 6.2

$$-\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{P} \frac{\partial x}{\partial z} \right) - T_s (x - y/m) = \frac{\partial x}{\partial \theta} \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{v_R} \frac{\partial y}{\partial z} \right) + T_L (x - y/m) = \frac{v_s}{L} \frac{\partial y}{\partial \theta} \quad (6.2)$$

แบบจำลองนี้สามารถใช้ในการศึกษาผลของปัจจัยต่างๆ ต่อกระบวนการสกัดทั้งในสถานะคงตัวและไม่คงตัว เช่น การผันแปรของสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมที่จุดต่างๆ ภายในเครื่องสกัด การผันแปรระดับการผสมย้อนกลับในเฟสของแข็งและของเหลว การผันแปรอัตราส่วนความต้านทานการถ่ายโอนภายในและภายนอกเฟสของแข็ง และการผันแปรอัตราการป้อนตัวทำละลาย เป็นต้น

เพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งยากในการหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของแบบจำลองจึงได้นำวิธีการเชิงเลขมาใช้ในการหาผลเฉลยของแบบจำลองแทน การหาผลเฉลยจะแยกเป็นสองกรณีคือ

- ในกรณีของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัว วิธีเชิงเลขที่ใช้ได้แก่วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์แบบ Crank-Nicolson จากการทดสอบความถูกต้องและเสถียรภาพของวิธีดังกล่าวพบว่าผลเฉลยที่ได้มีความถูกต้องและมีความเสถียรเพียงพอที่จะนำไปใช้ในการหาผลเฉลยของแบบจำลองในช่วงของค่าพารามิเตอร์ที่ครอบคลุมค่าที่ใช้ในการทดลองส่วนใหญ่

- ในกรณีของแบบจำลองในสถานะคงตัว จะใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ โดยประมาณค่าเทอมอนุพันธ์ด้วยสมการที่เป็นเซมเดอริฟเฟอเรนซ์ที่มีความคลาดเคลื่อนอันดับที่ 2 และใช้ Richardson's extrapolation ในการลดความคลาดเคลื่อนที่จะเกิดขึ้นในการคำนวณ จากการทดสอบความถูกต้องและเสถียรภาพของวิธีการหาผลเฉลยดังกล่าว พบว่าวิธีการดังกล่าวมีความเสถียรและให้ผลเฉลยที่มีความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ในช่วงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง เช่นเดียวกับกรณีของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัว

จากการศึกษาผลของปัจจัยต่าง ๆ ต่อกระบวนการสกัดน้ำผลไม้ โดยใช้การจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์พบว่า

1. อัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสกัดมีผลโดยตรงต่อปริมาณตัวละลายที่สกัดได้ การใช้อัตราส่วนของของเหลวต่อของแข็งมากขึ้นจะทำให้สามารถสกัดตัวละลายจากเฟสของแข็งได้มากขึ้น อย่างไรก็ตามการใช้ของเหลวปริมาณมากในการสกัดก็จะส่งผลให้สารละลายที่สกัดได้มีความเจือจางมากขึ้น นอกจากนี้จะมีผลต่อปริมาณตัวละลายที่สกัดได้แล้ว อัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสกัดยังมีผลต่อลักษณะของโปรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวภายในเครื่องสกัดด้วย

2. การกำหนดให้เวลาที่ของแข็งอยู่ภายในเครื่องสกัด (retention time) มีค่ามากขึ้น จะทำให้สามารถสกัดตัวละลายจากเฟสของแข็งได้มากขึ้น แต่ทั้งนี้สำหรับการสกัดที่ใช้อัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวค่าหนึ่ง เมื่อใช้เวลาที่ของแข็งอยู่ภายในเครื่องสกัดนานจนถึงค่าหนึ่งแล้วการเพิ่มเวลาต่อไปจะไม่ทำให้การสกัดเกิดได้มากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญอีกต่อไป

3. การเพิ่มอุณหภูมิที่ใช้ในการสกัดจะทำให้การสกัดเกิดได้มากขึ้นเนื่องจากการเพิ่มอุณหภูมิจะเป็นการเพิ่มสัมประสิทธิ์การแพร่ตัวเอง

4. ความดันทานภายนอกมีผลโดยตรงต่อค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม การลดความดันทานภายนอกจะทำให้สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมมีค่ามากขึ้นจึงทำให้การสกัดเกิดได้มากขึ้น

5. การใช้ของแข็งที่มีขนาดเล็กจะทำให้การสกัดเกิดขึ้นได้มากกว่าการใช้ของแข็งที่มีขนาดใหญ่ นอกจากนั้นรูปร่างของของแข็งก็มีผลต่อการสกัดเช่นกัน การใช้รูปร่างของของแข็งที่มีอัตราส่วนระหว่างพื้นที่ผิวต่อปริมาตรมากจะทำให้การสกัดเกิดขึ้นได้มากกว่าเมื่อใช้ของแข็งที่มีอัตราส่วนระหว่างพื้นที่ผิวต่อปริมาตรน้อย ขนาดและรูปร่างของของแข็งจะมีผลโดยตรงต่อค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวม

6. การเกิดการผสมย้อนกลับขึ้นในเฟสของแข็งหรือของเหลวจะทำให้ประสิทธิภาพในการสกัดลดลง และปริมาณการผสมย้อนกลับที่เกิดขึ้นยังมีผลต่อลักษณะของโปรไฟล์ความเข้มข้นของตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวภายในเครื่องสกัด โดยถ้าการผสมย้อนกลับเกิดขึ้นมาก ลักษณะของโปรไฟล์ความเข้มข้นจะใกล้เคียงกับโปรไฟล์ความเข้มข้นของระบบที่มีการผสมอย่างสมบูรณ์ ในขณะที่ถ้าการผสมย้อนกลับเกิดขึ้นน้อย ลักษณะของโปรไฟล์จะใกล้เคียงกับกรณีของการไหลแบบปลั๊ก

การใช้แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นในการอธิบายกลไกการสกัดน้ำผลไม้ในเครื่องสกัดแบบไหลสวนทางย้อนกลับแสดงให้เห็นว่า แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นสามารถใช้อธิบาย

กลไกการสัดในสถานะคงตัวได้เป็นอย่างดี สำหรับในช่วงเริ่มต้นการสัด (start up time) นั้นแบบจำลองในกรณีสถานะไม่คงตัวสามารถอธิบายกลไกในการสัดในช่วงเวลาดังกล่าวได้โดยเฉพาะเมื่อระบบเริ่มจะเข้าสู่สถานะคงตัว แม้ว่าในขณะที่เวลาในการสัดยังน้อย ผลการคำนวณจะเข้าสู่สถานะคงตัวเร็วกว่าในกระบวนการสัดจริง จึงทำให้ค่าความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของเหลวที่ได้จากแบบจำลองสูงกว่าความเข้มข้นจากการทดลอง แต่โปรไฟล์ความเข้มข้นที่ได้จากแบบจำลองก็ยังมีลักษณะเช่นเดียวกับโปรไฟล์ที่ได้จากการทดลอง

จากการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อศึกษาการตอบสนองของกระบวนการสัดต่อการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสัด หลังจากทีระบบเข้าสู่สถานะคงตัวแล้วพบว่า การตอบสนองของกระบวนการสัดในกรณีนี้สามารถอธิบายได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่มีช่วงเวลาที่ไม่มี การตอบสนอง ในขณะที่การตอบสนองของกระบวนการสัดต่อการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสัดสามารถอธิบายได้ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับสอง โดยใช้หลักการซูเปอร์โพสิชัน จะได้ว่าทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการสัดเป็นไปตามสมการ 6.3

$$\chi_{out}(s) = \left(\frac{A_2}{\tau_x s + 1}\right) e^{-s\tau_d} \chi_{in}(s) + \frac{A_4}{\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1} D_\alpha(s) \quad (6.3)$$

ตัวอย่างของระบบควบคุมกระบวนการสัดอย่างง่ายในทางทฤษฎีที่พัฒนาขึ้น เป็นระบบควบคุมความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่ออกจากเครื่องสัดให้มีค่าตามที่กำหนดโดยการปรับอัตราส่วนระหว่างของแข็งและของเหลวที่ใช้ในการสัด ให้สอดคล้องกับความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่เข้าเครื่องสัดที่เปลี่ยนแปลงไป จากการใช้การควบคุมแบบพี พีไอ และพี ไอดี ในการควบคุมระบบดังกล่าวพบว่า การควบคุมทั้งสามแบบสามารถควบคุมกระบวนการสัดได้ค่อนข้างดีโดยที่การควบคุมแบบพี ไอดีจะให้ผลการควบคุมที่ดีที่สุด อย่างไรก็ตามการจะเลือกใช้ระบบควบคุมแบบใดในการควบคุมกระบวนการสัดในทางปฏิบัตินั้น จำเป็นจะต้องมีการศึกษาและพัฒนาต่อไป

#### ข้อเสนอแนะ

1. อาจจะมีการปรับปรุงแบบจำลองอีกเล็กน้อยในการใช้แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นในการอธิบายกลไกการสัดในช่วงเริ่มต้นการสัดให้มีความถูกต้องยิ่งขึ้น
2. แม้ว่าจะได้ใช้ข้อมูลในช่วงเริ่มต้นของการสัดในการทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองในสถานะไม่คงตัวที่พัฒนาขึ้นแล้วก็ตาม แต่เนื่องจากในช่วงเริ่มต้นของการสัดนั้น การ

เปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นจะมีมากกว่าและรุนแรงกว่าการเปลี่ยนแปลงในช่วงที่ระบบอยู่ในสถานะไม่คงตัวหลังจากที่ระบบผ่านช่วงเริ่มต้นของการสัปดาห์ไปแล้ว ดังนั้นอาจทำการทดลองการสัปดาห์ในช่วงสถานะไม่คงตัวเพื่อนำข้อมูลมาใช้ทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองอีกครั้ง

3. ในการใช้แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อทำนายความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งและของเหลวในเครื่องสกัด ควรมีการวิจัยเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่นความสัมพันธ์ระหว่างกราฟกับจำนวนเพลต ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเพลตและจำนวนไบออกต์กับอัตราเร็วรอบการหมุนสกรูว์ของเครื่องสกัด เป็นต้น เนื่องจากในการสกัดนั้นพารามิเตอร์ต่างๆ เหล่านี้มักจะไม่ได้เป็นอิสระต่อกัน

4. เนื่องจากกลไกการสกัดที่เกิดขึ้นในกระบวนการสกัดมีความซับซ้อนอย่างมาก ตัวแปรต่างๆ ของระบบมักจะขึ้นกับปัจจัยหลายประการพร้อมกันเช่น นอกจากความเข้มข้นตัวละลายในเฟสของแข็งที่ออกจากเครื่องสกัดจะขึ้นอยู่กับสัดส่วนของของเหลวที่ใช้ในการสกัดต่อของแข็งที่จะทำการสกัดแล้ว ยังขึ้นกับอุณหภูมิที่ใช้สกัด เวลาที่ของแข็งอยู่ในเครื่องสกัดอีกด้วย ดังนั้นในการศึกษาระบบควบคุมกระบวนการสกัดในอนาคต ควรจะศึกษาระบบควบคุมในลักษณะที่เป็นแบบ multiple input multiple output นอกจากนั้นยังสามารถนำความรู้ในด้านระบบฐานข้อมูลมาช่วยในการควบคุม ซึ่งนำไปสู่การพัฒนาแบบผู้เชี่ยวชาญในการควบคุมกระบวนการสกัดนั่นเอง

## บรรณานุกรม

- ธรรมรัตน์ ธรรมเดชศักดิ์. 2539. 'การถ่ายโอนมวลในเครื่องสกัดน้ำสับประรด (Mass Transfer in Pineapple Juice Extractor)', วิทยานิพนธ์ปริญญาโท สาขา วิชาวิศวกรรมเคมี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์. (สำเนา)
- ภัทรพร ยูชาติ. 2539. 'สาเหตุการเกิดตะกอนในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนของเครื่อง ระเหยไซรัปจากสับประรด', รายงานประกอบวิชา 525-596 สัมมนา1. ภาควิชา เทคโนโลยีอาหาร. คณะบัณฑิตวิทยาลัย.
- สมคิด บุญล้ำเหลือ. 2537. 'อุตสาหกรรมน้ำผลไม้', เศรษฐศาสตร์. 12 (เมษายน-มิถุนายน 2537), 6-22.
- Anderson, Jim, *et al.* 1994. 'Engineering Feature : Getting the Most from Advanced Process Control', Chem. Eng. 101 (March 1994), 78-89.
- Burden, Richard L., Faires, J. Douglas and Reynolds, Albert C. 1981. Numerical Analysis. 2d ed. Boston : PWS Publishers.
- Chapra, Steven C. and Canale, Raymond P. 1990. Numerical Methods for Engineers. 2d ed. Singapore : McGraw-Hill, Inc.
- Coughanowr, Donald R. 1991. Process Systems Analysis and Control. 2d ed. Singapore : McGraw-Hill, Inc.
- Fisher, Grant D. 1991. 'Process Control : an Overview and Personal Perspective', Can. J. Chem. Eng. 69 (February 1991), 5-26.

- Gunasekaran, S., Fisher, R.J. and Casimir, D.J. 1989. 'Predicting Soluble Solids Extraction from Fruits in a Reversing, Single Screw Counter Current Diffusion Extractor', J. Food Sci. 54 (1989), 1261-1265.
- Lee, Yeun Chung and Schwartzberg, Henry G. 1990. 'Effects of Axial Dispersion During Solid-Liquid Extraction', In Engineering and Food Volume 3 Advanced Processes, 1-10. Spiess, W.E.L. and Schubert, H., eds. London: Elsevier Applied Science.
- Mecklenburgh, J.C. and Hartland, S. 1975. The Theory of Backmixing. London : John Wiley & Sons, Inc.
- Osterberg, N.O. and Sorensen, T. Smith. 1981. 'Apple Juice Extraction in a Counter-Current Diffuser', J. Fd. Technol. 16 (August 1981), 379-402.
- Plachco, Florencio P. and Krasuk, Julio H. 1970. 'Solid-Liquid Countercurrent Extractors', Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop. 9(1970), 419-433.
- Press, William H., *et al.* 1988. Numerical Recipes in C. New York : Cambridge University Press.
- Schwartzberg, Henry G. 1987. 'Leaching-Organic Materials, chap. 10', In Handbook of Separation Process Technology. p.540-577. Ronald W. Rousseau, ed. New York : John Wileys & Sons, Inc.
- . 1980. 'Continuous Counter-Current Extraction in the Food Industry', Chem. Eng. Progress. 76 (April 1980), 67-85.
- Schwartzberg, Henry G. and Chao, Rong Yue. 1982. 'Solute Diffusivities in Leaching Processes', Food Technology. (February 1982), 73-86.

Siripatana, C. 1986. "Mass Transfer in the Reversing Counter Current Extractor",  
M. App. Sc. Food Engineering, University of New South Wales.  
(Unpublished)

Uitenham, Leonard and Munjal, Ramesh. 1991. "Measurement and Control :  
Choose the Right Control Scheme for Pilot Plants", Chem. Eng. Progress.  
87 (January 1991), 35-38.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก. ข้อมูลการทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลองเชิง  
คณิตศาสตร์กระบวนการสกัดในสถานะคงตัว

ตาราง ก1 การทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการ  
สกัดในสถานะคงตัวเมื่อใช้  $\Delta z = 0.1$

P	R	$T_s$	$\alpha = 0.5$		$\alpha = 1.0$		$\alpha = 2.0$	
			$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$
2.0	0.1	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		10.0	0.006	0.005	0.004	0.006	0.002	0.008
		20.0	0.049	0.032	0.031	0.045	0.015	0.058
5.0	0.1	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		1.0	0.000	0.001	0.000	0.003	0.001	0.007
		10.0	0.345	0.052	0.199	0.239	0.043	1.041
		20.0	1.933	0.210	1.261	0.896	0.349	4.218
20.0	0.1	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004
		1.0	0.004	0.049	0.009	0.167	0.011	0.416
		10.0	6.070	0.771	1.990	7.419	0.020	35.910
		20.0	36.325	0.189	16.967	15.938	1.761	103.119
100	0.1	0.01	0.001	0.054	0.095	9.381	0.730	145.693
		1.0	0.125	5.066	0.946	14.847	19.381	11.514
		10.0	93.745	31.559	9.575	253.141	0.571	1,139.898
		20.0	613.264	11.393	124.545	326.715	4.095	1,883.285

ตาราง ก1 (ต่อ)

P	R	T <sub>s</sub>	$\alpha = 0.5$		$\alpha = 1.0$		$\alpha = 2.0$	
			$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$
5.0	0.1	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		1.0	0.001	0.000	0.001	0.000	0.001	0.000
		10.0	0.080	0.055	0.045	0.074	0.017	0.087
		20.0	0.718	0.433	0.444	0.590	0.219	0.712
5.0	0.01	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		1.0	0.005	0.000	0.002	0.002	0.000	0.007
		10.0	1.309	0.161	0.656	0.656	0.129	2.401
		20.0	6.023	0.784	3.067	3.067	0.526	11.494
20.0	0.01	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004
		1.0	0.003	0.056	0.022	0.195	0.030	0.481
		10.0	11.472	1.125	3.409	11.678	0.011	59.311
		20.0	59.159	2.345	21.567	30.354	1.142	191.470
100	0.01	0.01	0.001	0.054	0.095	9.391	0.731	145.853
		1.0	0.324	5.607	0.824	16.708	22.187	9.587
		10.0	121.334	26.322	11.925	326.202	0.991	1,718.096
		20.0	705.483	18.912	116.160	458.755	1.659	3,188.835
20.0	0.1	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		1.0	0.107	0.000	0.107	0.000	0.107	0.001
		10.0	1.203	1.154	0.462	1.510	0.087	1.729
		20.0	20.119	11.948	12.034	15.818	5.591	18.330

ตาราง ก1 (ต่อ)

P	R	T <sub>s</sub>	α = 0.5		α = 1.0		α = 2.0	
			ε <sub>ix</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>iy</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>ix</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>iy</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>ix</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>iy</sub> × 10 <sup>5</sup>
20.0	5.0	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		1.0	0.255	0.010	0.195	0.022	0.147	0.039
		10.0	25.500	0.824	11.678	3.409	2.159	10.577
		20.0	76.119	5.001	30.354	21.567	2.954	65.339
20.0	0.01	0.01	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004
		1.0	0.374	0.023	0.163	0.163	0.017	0.488
		10.0	84.354	1.003	23.284	23.284	1.419	130.075
		20.0	292.099	2.007	70.427	70.427	1.190	492.190
100	0.01	0.01	0.001	0.054	0.095	9.395	0.732	145.905
		1.0	0.504	6.023	0.333	18.883	22.456	5.797
		10.0	362.679	4.878	46.359	397.675	1.018	2,783.934
		20.0	1,443.462	1.860	174.288	583.614	0.916	6,167.721
100	0.1	0.01	9.352	0.093	9.351	0.094	9.350	0.095
		1.0	9.781	0.500	9.990	0.690	10.158	0.847
		10.0	20.451	7.383	23.862	9.776	25.223	11.331
		20.0	165.037	112.798	91.458	151.770	32.137	178.048
5	0.01	0.01	9.422	0.094	9.391	0.095	9.370	0.095
		1.0	20.705	1.013	16.708	0.824	13.603	0.205
		10.0	726.905	2.711	326.202	11.925	54.134	37.700
		20.0	1,194.496	24.959	458.755	116.160	34.938	328.635

ตาราง ก1 (ต่อ)

P	R	T <sub>s</sub>	α = 0.5		α = 1.0		α = 2.0	
			ε <sub>ix</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>iy</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>ix</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>iy</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>ix</sub> × 10 <sup>5</sup>	ε <sub>iy</sub> × 10 <sup>5</sup>
100	20.0	0.01	9.442	0.094	9.395	0.095	9.371	0.091
		1.0	27.165	0.820	18.883	0.333	14.282	1.933
		10.0	1,596.446	0.922	397.675	46.359	24.999	288.029
		20.0	3,115.398	2.178	583.614	174.288	3.588	1,251.576
100	100	0.01	9.444	0.039	9.303	9.303	8.644	145.819
		1.0	35.980	5.050	17.705	17.705	26.796	6.721
		10.0	3,294.845	1.166	480.196	480.196	21.993	3,972.566
		20.0	7,467.536	0.067	697.144	697.144	2.612	9,761.275

หมายเหตุ ε<sub>ix</sub> = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ X<sub>out</sub>

ε<sub>iy</sub> = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ Y<sub>out</sub>

ตาราง ก2 การทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการ  
สกัดในสถานะคงตัวเมื่อใช้  $\Delta z = 0.1$

$\alpha$	P	$T_s$	$\epsilon_b \times 10^5$			
			R = 0.1	R = 5.0	R = 20.0	R = 100.0
0.5	2.0	0.01	0.000	0.000	0.000	0.055
		1.0	0.000	0.000	0.053	5.191
		10.0	0.011	0.293	5.299	62.127
		20.0	0.081	1.723	36.123	620.849
	5.0	0.01	0.000	0.000	0.000	0.055
		1.0	0.001	0.004	0.059	5.931
		10.0	0.135	1.148	10.346	94.897
		20.0	1.152	5.239	56.781	681.762
	20.0	0.01	0.000	0.000	0.000	0.055
		1.0	0.107	0.264	0.350	6.528
		10.0	2.358	24.669	83.280	356.508
		20.0	32.074	71.065	289.247	1,421.089
100	0.01	9.446	9.517	9.537	9.484	
	1.0	9.280	19.688	26.338	30.919	
	10.0	13.065	718.968	1,570.453	3,188.619	
	20.0	278.294	1,155.732	3,019.161	6,948.581	
1.0	2.0	0.01	0.000	0.000	0.000	9.476
		1.0	0.000	0.003	0.176	13.901
		10.0	0.010	0.040	5.429	243.543
		20.0	0.076	0.365	1.029	201.918

ตาราง ก2 (ต่อ)

$\alpha$	P	$T_s$	$\varepsilon_b \times 10^5$			
			R = 0.1	R = 5.0	R = 20.0	R = 100.0
1.0	5.0	0.01	0.000	0.000	0.000	9.486
		1.0	0.001	0.000	0.217	15.884
		10.0	0.119	0.000	8.268	314.240
		20.0	1.034	0.000	8.785	342.198
	20.0	0.01	0.000	0.000	0.000	9.489
		1.0	0.108	0.217	0.000	19.216
		10.0	1.972	8.268	0.000	351.154
		20.0	27.855	8.784	0.000	408.613
100	0.01	9.446	9.487	9.490	0.000	
	1.0	9.298	15.881	19.212	0.000	
	10.0	14.083	313.256	349.925	0.000	
	20.0	243.450	341.031	406.950	0.000	
2.0	2.0	0.01	0.000	0.000	0.004	146.422
		1.0	0.000	0.008	0.427	30.889
		10.0	0.010	0.998	35.890	1,140.475
		20.0	0.073	3.869	101.356	1,879.113
	5.0	0.01	0.000	0.000	0.003	146.584
		1.0	0.001	0.007	0.511	31.766
		10.0	0.105	2.272	59.300	1,719.105
		20.0	0.931	10.968	190.326	3,187.123

ตาราง ก2 (ต่อ)

$\alpha$	P	$T_s$	$\epsilon_b \times 10^5$			
			R = 0.1	R = 5.0	R = 20.0	R = 100.0
2.0	20.0	0.01	0.000	0.000	0.004	146.636
		1.0	0.108	0.186	0.470	28.247
		10.0	1.643	8.418	128.653	2,782.888
		20.0	23.922	62.384	490.995	6,166.749
100.0	100.0	0.01	9.446	9.466	9.462	137.187
		1.0	9.309	13.397	16.212	33.508
		10.0	13.889	16.426	262.965	3,949.704
		20.0	210.252	293.595	1,247.942	9,758.408

ภาคผนวก ข. ข้อมูลการทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลองเชิง  
คณิตศาสตร์กระบวนการสกัดในสถานะไม่คงตัว

ตาราง ข1 การทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการ  
สกัดในสถานะไม่คงตัวเมื่อใช้  $P = 20$  และ  $\Delta\theta = 0.01$

$\alpha$	R	$T_s$	$\Delta z = 0.025$		$\Delta z = 0.02$		$\Delta z = 0.0125$	
			$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$
0.5	0.1	0.01	314.69	100.24	203.18	111.14	87.96	270.84
		1.0	339.63	54.31	273.73	54.78	45.73	0.35
		10.0	334.32	190.32	215.91	122.62	84.60	47.78
		20.0	833.67	454.50	537.77	292.47	145.26	85.74
	5.0	0.01	315.81	31.08	203.16	44.73	81.07	58.46
		1.0	509.06	22.44	371.16	31.30	221.42	40.89
		10.0	837.75	33.82	578.53	13.32	293.16	9.46
		20.0	1,018.73	71.09	699.90	38.45	340.42	2.21
	20.0	0.01	318.70	122.65	205.80	66.89	83.50	6.48
		1.0	576.69	48.84	408.26	15.42	225.33	20.85
		10.0	1,802.43	11.41	1,203.31	3.34	538.23	5.74
		20.0	2,646.58	9.53	1,767.08	3.59	767.00	2.80
1.0	0.1	0.01	312.67	95.32	200.87	101.43	82.26	242.00
		1.0	276.05	74.43	230.41	91.15	45.67	0.82
		10.0	159.58	221.17	129.16	165.27	60.74	74.54
		20.0	527.36	622.30	389.85	448.15	150.16	174.53
	5.0	0.01	313.49	27.54	201.13	0.22	79.41	30.29
		1.0	359.46	17.84	253.49	10.58	138.41	41.36



ตาราง ข1 (ต่อ)

$\alpha$	R	$T_s$	$\Delta z = 0.025$		$\Delta z = 0.02$		$\Delta z = 0.0125$	
			$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$
1.0	5.0	10.0	344.24	218.64	234.98	129.56	114.01	31.87
		20.0	364.77	402.97	249.03	250.77	87.01	110.29
	20.0	0.01	328.41	290.15	216.29	177.75	94.82	55.99
		1.0	365.09	254.38	253.77	143.30	133.89	21.71
		10.0	454.42	400.55	304.60	250.09	137.44	82.56
		20.0	561.57	514.74	377.30	329.72	144.35	139.51
2.0	0.1	0.01	311.76	93.82	199.84	93.98	79.24	162.42
		1.0	226.30	76.81	162.06	79.88	132.02	155.75
		10.0	106.06	331.45	53.44	185.80	36.63	101.42
		20.0	335.13	881.87	202.33	541.60	94.61	243.05
5.0	0.01	0.01	313.35	123.94	201.25	67.66	79.80	6.70
		1.0	260.73	146.73	176.60	75.25	85.25	2.19
		10.0	58.47	844.53	39.38	535.78	18.18	197.90
		20.0	30.37	1,573.77	20.56	1,013.26	7.43	406.72
	20.0	0.01	353.78	607.07	242.43	381.66	121.79	137.46
		1.0	261.24	735.41	176.18	455.12	84.41	149.79
		10.0	40.31	2,427.39	26.74	1,568.98	11.73	612.52
		20.0	11.70	3,950.57	7.78	2,589.98	3.27	727.06*

หมายเหตุ  $\epsilon_{ix}$  = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ  $X_{out}$

$\epsilon_{iy}$  = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ  $Y_{out}$

\*ข้อมูลที่  $\epsilon_{ss} > 0.001 \%$

ตาราง ข2 การทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการ  
สกัดในสถานะไม่คงตัวเมื่อใช้  $\Delta z = 0.0125$  และ  $\Delta \theta = 0.01$

$\alpha$	P	$T_s$	R = 0.1		R = 5.0		R = 20.0	
			$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$
0.5	2.0	0.01	550.56	176.97	1,216.71	69.93	3,225.19	34.82
		1.0	3.57	0.39	193.24	83.89	171.75	64.53
		10.0	9.03	6.03	89.95	16.76	232.41	35.54
		20.0	16.59	10.26	67.10	1.18	265.67	15.26
	5.0	0.01	60.44	178.67	177.82	58.84	1,319.88	11.67
		1.0	10.40	0.57	180.87	60.73	167.43	40.88
		10.0	26.78	15.85	186.13	29.48	305.03	22.06
		20.0	52.74	28.91	207.86	22.51	431.18	19.51
	20.0	0.01	87.96	270.84	81.07	58.46	83.50	6.48
		1.0	45.73	0.35	221.42	40.89	225.33	20.85
		10.0	84.60	47.78	293.16	9.46	538.23	5.74
		20.0	145.26	85.74	340.42	2.21	767.00	2.80
1.0	2.0	0.01	484.22	164.67	2,188.35	54.42	3,771.07	3.73
		1.0	4.46	1.08	85.48	67.51	81.65	15.04
		10.0	6.58	8.16	77.52	39.31	106.80	7.14
		20.0	12.13	14.78	41.84	17.22	126.46	31.03
	5.0	0.01	50.70	166.33	555.64	36.55	1,851.95	28.21
		1.0	10.84	0.71	85.94	49.45	78.67	12.61
		10.0	19.48	23.22	74.98	8.57	98.03	40.66
		20.0	38.43	45.92	83.92	8.75	142.44	53.37

ตาราง ข2 (ต่อ)

$\alpha$	P	$T_s$	R = 0.1		R = 5.0		R = 20.0	
			$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$
1.0	20.0	0.01	82.26	242.00	79.41	30.29	94.82	55.99
		1.0	45.67	0.82	138.41	41.36	133.89	21.71
		10.0	60.74	74.54	114.01	31.87	137.44	82.56
		20.0	150.16	174.53	87.01	110.29	144.35	139.51
2.0	2.0	0.01	375.98	129.26	3,191.92	34.94	4,079.66	81.21
		1.0	116.25	212.65	44.79	35.24	47.33	93.25
		10.0	4.12	11.98	18.06	36.22	17.23	225.24
		20.0	7.62	21.45	12.20	90.26	23.24	285.42*
5.0	5.0	0.01	39.21	126.41	1,278.91	10.97	2,154.42	106.04
		1.0	110.60	183.44	43.29	10.01	43.25	134.37
		10.0	12.07	32.66	16.59	85.28	15.07	357.40
		20.0	23.90	63.85	13.58	150.86	12.72	503.10
20.0	20.0	0.01	79.24	162.42	79.80	6.70	121.79	137.46
		1.0	132.02	155.75	85.25	2.19	84.41	149.79
		10.0	36.63	101.42	18.18	197.90	11.73	612.52
		20.0	94.61	243.05	7.43	406.72	3.27	727.06*

หมายเหตุ  $\epsilon_{ix}$  = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ  $X_{out}$

$\epsilon_{iy}$  = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ  $Y_{out}$

\*ข้อมูลที่  $\epsilon_{ss} > 0.001$  %

ตาราง ข3 การทดสอบความถูกต้องและความเสถียรของแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์กระบวนการสกัดในสถานะไม่คงตัวเมื่อให้  $\Delta z = 0.0125$   $\Delta\theta = 0.01$  และ P หรือ R = 100\*

$\alpha$	P	R	$T_s$	$\epsilon_{ix} \times 10^5$	$\epsilon_{iy} \times 10^5$
0.50	2.00	100.00	0.01	4,115.91	119.94
0.50	2.00	100.00	1.00	165.16	22.91
0.50	5.00	100.00	0.01	2,218.20	144.17
0.50	5.00	100.00	1.00	161.64	54.20
0.50	20.00	100.00	0.01	141.10	174.99
0.50	20.00	100.00	1.00	227.82	71.73

หมายเหตุ \* แสดงข้อมูลเฉพาะกรณีที่การคำนวณมีความเสถียร

$\epsilon_{ix}$  = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ  $X_{out}$

$\epsilon_{iy}$  = ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ  $Y_{out}$

ภาคผนวก ค. ข้อมูลการทดสอบการหาค่าคงที่ของความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การ  
ถ่ายโอนมวลรวมกับเวลา (สมการ 4.13)

ตาราง ค1 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลในการหาค่าคงที่ของความสัมพันธ์ระหว่าง  
สัมประสิทธิ์การถ่ายโอนมวลรวมกับเวลา (สมการ 4.13)

$\alpha$	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\times 10^5$						
	$G_2 = 35$	$G_2 = 36$	$G_2 = 37$	$G_2 = 38$	$G_2 = 39$	$G_2 = 40$	$G_2 = 41$
1.05	0.041	0.04	0.04	0.039	0.039	0.04	0.04
1.1	0.15	0.15	0.14	0.14	0.14	0.14	0.15
1.2	0.5	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.5
1.3	0.96	0.94	0.93	0.93	0.94	0.94	0.96
1.4	1.5	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.5
1.5	2	2	1.9	1.9	1.9	2	2
1.6	2.5	2.5	2.4	2.5	2.5	2.5	2.5
1.7	3	3	2.9	2.9	2.9	3	3
1.8	3.5	3.4	3.4	3.4	3.4	3.5	3.5
1.9	3.9	3.9	3.9	3.8	3.9	3.9	4
2.0	4.4	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.4
10.0	13	12.7	12.6	12.6	12.6	12.7	12.9

ภาคผนวก ง. การหาความยาวเชิงลักษณะของของแข็งรูปร่างแผ่นราบ

จากแบบจำลองการแพร่กรณีที่มี  $\alpha > 1$  ตามสมการ 1.4a จะได้ว่า

$$W(t_e) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp\left[-q_i^2 \frac{2D_{ste}}{a^2}\right] \quad (ง1)$$

เมื่อ  $a$  คือความยาวเชิงลักษณะซึ่งในกรณีของแผ่นราบยาวไม่จำกัด  $a$  จะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของความหนาของแผ่นราบยาวไม่จำกัด

เพื่อความง่ายในการหาความยาวเชิงลักษณะของแผ่นราบ เราจะพิจารณากระบวนการแพร่ในกรณีที่มีจำนวนพิกศ้มากกว่า 0.2 ซึ่งจะทำให้สมการ ง1 ลดรูปเป็นสมการ ง2

$$W(t_e) = C_1 \exp\left[-q_1^2 \frac{2D_{ste}}{a^2}\right] \quad (ง2)$$

จากทฤษฎีการแพร่จะได้ว่าในกรณีของแผ่นราบจะได้ว่า

$$\begin{aligned} W(t_e) &= (C_1 \exp\left[-q_1^2 \frac{2D_{ste}}{a_1^2}\right]) (C_1 \exp\left[-q_1^2 \frac{2D_{ste}}{a_2^2}\right]) (C_1 \exp\left[-q_1^2 \frac{2D_{ste}}{a_3^2}\right]) \\ &= C_1^3 \exp\left[-q_1^2 \frac{2D_{ste}}{a_1^2} - q_1^2 \frac{2D_{ste}}{a_2^2} - q_1^2 \frac{2D_{ste}}{a_3^2}\right] \\ &= C_1^3 \exp\left[-q_1^2 D_{ste} \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{1}{a_3^2}\right)\right] \end{aligned} \quad (ง3)$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ ง3 กับสมการ ง2 จะได้ว่า

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{1}{a_3^2}$$

$$a = \left( \frac{a_1^2 a_2^2 a_3^2}{a_2^2 a_3^2 + a_1^2 a_3^2 + a_2^2 a_1^2} \right)^{1/2}$$

ภาคผนวก จ. การหาสมการการตอบสนองของระบบควบคุมกระบวนการสัปดาห์ต่อการ  
เปลี่ยนแปลงตัวแปรปรอบกวนที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย

### 1. การควบคุมแบบพี

จากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันตามสมการ 5.17

$$\chi_{out}(s) = \frac{G_2 e^{-\tau_d s}}{1 - G_c G_1} \chi_{in}(s); \quad \chi_{in}(s) = \frac{1}{s} \quad (จ1)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\chi_{out}(s)}{A_2 e^{-\tau_d s}} &= \frac{\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1}{\left(\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1 - K_c A_4\right)(\tau_x s + 1)s} \\ &= \frac{\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1}{\tau_\alpha^2 (s - s_1)(s - s_2)(\tau_x s + 1)s} \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } s_1 = \frac{-\zeta}{\tau_\alpha} + \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1 + K_c A_4}}{\tau_\alpha} = a_1 + a_2 i$$

$$s_2 = \frac{-\zeta}{\tau_\alpha} - \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1 + K_c A_4}}{\tau_\alpha} = a_1 - a_2 i$$

โดยใช้วิธีเศษส่วนย่อยจะได้ว่า

$$\frac{\chi_{out}(s)}{A_2 e^{-\tau_d s}} = \frac{C_1}{s - s_1} + \frac{C_2}{s - s_2} + \frac{C_3}{\tau_x s + 1} + \frac{C_4}{s} \quad (จ2)$$

เมื่อ

$$C_1 = \frac{-K_c A_4 (K_c A_4 \tau_x - 2\zeta\tau_\alpha - \tau_x + 4\zeta^2 \tau_x - \tau_\alpha^2 s_1 + 2\tau_x \zeta \tau_\alpha s_1)}{(K_c A_4 - 1)(K_c A_4 \tau_x^2 - \tau_\alpha^2 - \tau_x^2 + 2\tau_x \zeta \tau_\alpha)(s_2 - s_1)} = b_1 - b_2 i$$

$$C_2 = \frac{K_c A_4 (K_c A_4 \tau_x - 2\zeta\tau_\alpha - \tau_x + 4\zeta^2 \tau_x - \tau_\alpha^2 s_2 + 2\tau_x \zeta \tau_\alpha s_2)}{(K_c A_4 - 1)(K_c A_4 \tau_x^2 - \tau_\alpha^2 - \tau_x^2 + 2\tau_x \zeta \tau_\alpha)(s_2 - s_1)} = b_1 + b_2 i$$

$$C_3 = \frac{\tau_x (\tau_\alpha^2 + \tau_x^2 - 2\zeta\tau_x \tau_\alpha)}{K_c A_4 \tau_x^2 - \tau_\alpha^2 - \tau_x^2 + 2\zeta\tau_x \tau_\alpha}$$

$$C_4 = -\frac{1}{K_c A_4 - 1}$$

อินเวอร์ตสมการ จ2 จะได้

$$\chi_{out}(t) = A_2 \left\{ C_1 e^{s_1 T} + C_2 e^{s_2 T} + \frac{C_3}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_4 \right\} u(T) \quad (จ3)$$

เมื่อ  $T = t - \tau_d$   $u(T) =$  ฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย

จัดรูปสมการ (จ3) ใหม่โดยใช้ความสัมพันธ์ตามสมการ (จ4) จะได้สมการแสดงการตอบสนองของระบบต่อการเปลี่ยนแปลงตัวแปรรอบวนที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยตามสมการ (จ5)

$$e^{(a+bi)t} = e^{at} (\cos bt + i \sin bt) \quad (จ4)$$

$$\chi_{out}(t) = A_2 u(T) \left\{ 2e^{a_1 T} [b_1 \cos(a_2 T) + b_2 \sin(a_2 T)] + \frac{C_3}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_4 \right\} \quad (จ5)$$

## 2. การควบคุมแบบพีโอ

จากสมการ (จ1) สำหรับการควบคุมแบบพีโอจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\chi_{out}(s)}{A_2 e^{-\tau_d s}} &= \frac{\tau_1 s (\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta \tau_\alpha s + 1)}{(\tau_1 \tau_\alpha^2 s^3 + 2\zeta \tau_1 \tau_\alpha s^2 + \tau_1 (1 - K_c A_4) s - K_c A_4) (\tau_x s + 1)} \\ &= \frac{\tau_1 (\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta \tau_\alpha s + 1)}{\tau_1 \tau_\alpha^2 (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)(\tau_x s + 1)} \end{aligned} \quad (จ6)$$

เมื่อ  $s_1$ ,  $s_2$  และ  $s_3$  คือรากของสมการ  $s^3 + \frac{2\zeta}{\tau_\alpha} s^2 + \left(\frac{1 - K_c A_4}{\tau_\alpha^2}\right) s - \frac{K_c A_4}{\tau_1 \tau_\alpha^2}$  โดยที่  $s_1$  จะ

เป็นจำนวนจริง ส่วน  $s_2$  และ  $s_3$  อาจจะเป็นจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อนโดยกำหนดให้  $s_2 = a_1 + a_2 i$  และ  $s_3 = a_1 - a_2 i$

โดยใช้วิธีเศษส่วนย่อยจะได้ว่า

$$\frac{\chi_{out}(s)}{A_2 e^{-\tau_d s}} = \frac{C_1}{\tau_x s + 1} + \frac{C_2}{s - s_1} + \frac{C_3}{s - s_2} + \frac{C_4}{s - s_3} \quad (จ7)$$

เมื่อ

$$C_1 = \frac{-\tau_x (\tau_\alpha^2 - 2\zeta \tau_\alpha \tau_x + \tau_\alpha^2)}{\tau_\alpha^2 (s_1 \tau_x + 1)(s_2 \tau_x + 1)(s_3 \tau_x + 1)}$$

$$C_2 = \frac{\tau_\alpha^2 s_1^2 + 2\zeta \tau_\alpha s_1 + 1}{\tau_\alpha^2 (s_3 - s_1)(s_2 - s_1)(s_1 \tau_x + 1)}$$



$$C_3 = \frac{\tau_\alpha^2 s_2^2 + 2\zeta\tau_\alpha s_2 + 1}{\tau_\alpha^2 (s_3 - s_2)(s_1 - s_2)(s_2 \tau_x + 1)} = b_1 - b_2 i$$

$$C_4 = \frac{\tau_\alpha^2 s_3^2 + 2\zeta\tau_\alpha s_3 + 1}{\tau_\alpha^2 (s_1 - s_3)(s_2 - s_3)(s_3 \tau_x + 1)} = b_1 + b_2 i$$

อินเวอร์สสมการ (จ7) จะได้

$$x_{out}(t) = A_2 \left\{ \frac{C_1}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_2 e^{s_1 T} + C_3 e^{s_2 T} + C_4 e^{s_3 T} \right\} u(T) \quad (จ8)$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้ว่า

$$x_{out}(t) = A_2 u(T) \left\{ \frac{C_1}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_2 e^{s_1 T} + 2e^{a_1 T} [b_1 \cos(a_2 T) + b_2 \sin(a_2 T)] \right\} \quad (จ9)$$

### 3. การควบคุมแบบพีโอดี

จากสมการ (จ1) สำหรับการควบคุมแบบพีโอดีจะได้ว่า

$$\frac{x_{out}(s)}{A_2 e^{-\tau_d s}} = \frac{\tau_1 s (\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1)}{\left( \tau_1 \tau_\alpha^2 s^3 + (2\zeta\tau_1 \tau_\alpha - K_c A_4 \tau_D \tau_1) s^2 + \tau_1 (1 - K_c A_4) s - K_c A_4 \right) (\tau_x s + 1) s} \quad (จ10)$$

$$= \frac{\tau_1 (\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta\tau_\alpha s + 1)}{\tau_1 \tau_\alpha^2 (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)(\tau_x s + 1)}$$

เมื่อ  $s_1$ ,  $s_2$  และ  $s_3$  คือรากของสมการ  $s^3 + \frac{2\zeta\tau_\alpha - K_c A_4 \tau_D}{\tau_\alpha^2} s^2 + \left( \frac{1 - K_c A_4}{\tau_\alpha^2} \right) s - \frac{K_c A_4}{\tau_1 \tau_\alpha^2}$

โดยที่  $s_1$  จะเป็นจำนวนจริง ส่วน  $s_2$  และ  $s_3$  อาจจะเป็นจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อนโดยกำหนด

ให้  $s_2 = a_1 + a_2 i$  และ  $s_3 = a_1 - a_2 i$

โดยใช้วิธีเศษส่วนย่อยจะได้ว่า

$$\frac{x_{out}(s)}{A_2 e^{-\tau_d s}} = \frac{C_1}{\tau_x s + 1} + \frac{C_2}{s - s_1} + \frac{C_3}{s - s_2} + \frac{C_4}{s - s_3} \quad (จ11)$$

เมื่อ

$$C_1 = \frac{-\tau_x (\tau_\alpha^2 - 2\zeta\tau_\alpha \tau_x + \tau_\alpha^2)}{\tau_\alpha^2 (s_1 \tau_x + 1)(s_2 \tau_x + 1)(s_3 \tau_x + 1)}$$

$$C_2 = \frac{\tau_\alpha^2 s_1^2 + 2\zeta\tau_\alpha s_1 + 1}{\tau_\alpha^2 (s_3 - s_1)(s_2 - s_1)(s_1 \tau_x + 1)}$$

$$C_3 = \frac{\tau_\alpha^2 s_2^2 + 2\zeta\tau_\alpha s_2 + 1}{\tau_\alpha^2 (s_3 - s_2)(s_1 - s_2)(s_2\tau_x + 1)} = b_1 - b_2i$$

$$C_4 = \frac{\tau_\alpha^2 s_3^2 + 2\zeta\tau_\alpha s_3 + 1}{\tau_\alpha^2 (s_1 - s_3)(s_2 - s_3)(s_3\tau_x + 1)} = b_1 + b_2i$$

อินเวอร์สสมการ (จ11) จะได้

$$x_{out}(t) = A_2 \left\{ \frac{C_1}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_2 e^{s_1 T} + C_3 e^{s_2 T} + C_4 e^{s_3 T} \right\} u(T) \quad (จ12)$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้ว่า

$$x_{out}(t) = A_2 u(T) \left\{ \frac{C_1}{\tau_x} e^{-T/\tau_x} + C_2 e^{s_1 T} + 2e^{a_1 T} [b_1 \cos(a_2 T) + b_2 \sin(a_2 T)] \right\}$$

..... (จ13)

ภาคผนวก จ. การทดสอบความเสถียรของระบบควบคุมโดยใช้ Routh test

### 1. ระบบควบคุมแบบพีโอ

จากสมการ 5.12 จะได้ว่าสมการเชิงลักษณะของระบบควบคุมแบบพีโอคือ

$$1 + G_c G_1 = 0$$

$$1 - K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) \left(\frac{A_4}{\tau_\alpha s^2 + 2\zeta \tau_\alpha s + 1}\right) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0 \quad (จ1)$$

เมื่อ

$$a_0 = \tau_I \tau_\alpha^2$$

$$a_1 = 2\zeta \tau_I \tau_\alpha$$

$$a_2 = \tau_I (1 - K_c A_4)$$

$$a_3 = -K_c A_4$$

เนื่องจากค่า  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  และ  $a_3$  มีค่าเป็นบวกเสมอ ดังนั้นระบบควบคุมจึงอาจจะเสถียรหรือไม่เสถียรจึงจำเป็นต้องพิจารณาความเสถียรของระบบซึ่งจะใช้วิธี Routh test ซึ่งจากการพิจารณา Routh array ดังแสดงในตาราง จ1 พบว่าเพื่อให้ระบบควบคุมมีความเสถียร ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบควบคุมจะต้องเป็นไปตามสมการ จ2

$$2\zeta \tau_I - K_c A_4 (2\zeta \tau_I - \tau_\alpha) > 0 \quad (จ2)$$

ตาราง จ1 Routh array ของระบบควบคุมแบบพีโอ

แถวที่	
1	$a_0 \quad a_2$
2	$a_1 \quad a_3$
3	$b_1 = (a_1 a_2 - a_0 a_3) / a_1^*$
4	$c_1 = a_3$

$$\text{หมายเหตุ } * b_1 = \frac{2\zeta \tau_I - K_c A_4 (2\zeta \tau_I - \tau_\alpha)}{2\zeta}$$

## 2. ระบบควบคุมแบบฟีดแบ็ค

จากสมการ 5.12 จะได้ว่าสมการเชิงลักษณะของระบบควบคุมแบบฟีดแบ็คคือ

$$1 + G_c G_1 = 0$$

$$1 - K_c(1 + \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s}) \left( \frac{A_4}{\tau_\alpha^2 s^2 + 2\zeta \tau_\alpha s + 1} \right) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0 \quad (ฉ3)$$

เมื่อ

$$a_0 = \tau_I \tau_\alpha^2$$

$$a_1 = 2\zeta \tau_I \tau_\alpha - K_c A_4 \tau_I \tau_D$$

$$a_2 = \tau_I (1 - K_c A_4)$$

$$a_3 = -K_c A_4$$

จากการพิจารณา Routh array ของระบบควบคุมแบบฟีดแบ็คดังแสดงในตาราง ฉ2 พบว่าเพื่อให้ระบบควบคุมมีความเสถียร ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบควบคุมจะต้องเป็นไปตามสมการ ฉ4

$$2\zeta \tau_I \tau_\alpha + K_c A_4 (\tau_\alpha^2 + K_c A_4 \tau_D \tau_I - \tau_D \tau_I - 2\zeta \tau_I \tau_\alpha) > 0 \quad (ฉ4)$$

ตาราง ฉ2 Routh array ของระบบควบคุมแบบฟีดแบ็ค

แถวที่	
1	$a_0 \quad a_2$
2	$a_1 \quad a_3$
3	$b_1 = (a_1 a_2 - a_0 a_3) / a_1^*$
4	$c_1 = a_3$

หมายเหตุ \*  $b_1 = \frac{2\zeta \tau_I \tau_\alpha + K_c A_4 (\tau_\alpha^2 + K_c A_4 \tau_D \tau_I - \tau_D \tau_I - 2\zeta \tau_I \tau_\alpha)}{2\zeta \tau_\alpha - K_c A_4 \tau_D}$

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ นางสาวนীরนาฏ สุภรานนท์

วัน เดือน ปีเกิด 19 เมษายน 2515

วุฒิการศึกษา

วุฒิ	ชื่อสถาบัน	ปีที่สำเร็จการศึกษา
วิทยาศาสตรบัณฑิต (อุตสาหกรรมเกษตร) เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์	2536

ทุนการศึกษา (ที่ได้รับระหว่างการศึกษา)

ทุนเรียนดีของบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์