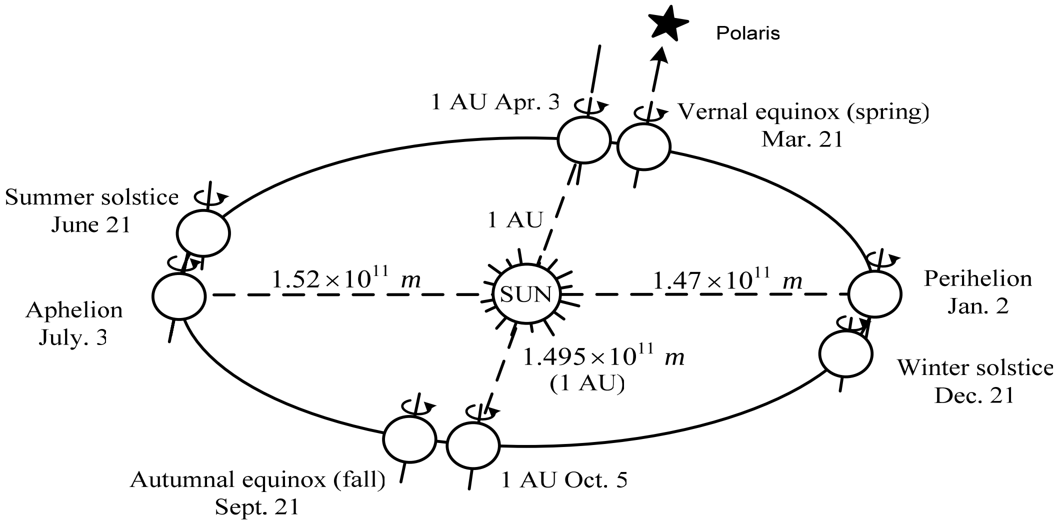
บทที่ 2

ทฤษฎี

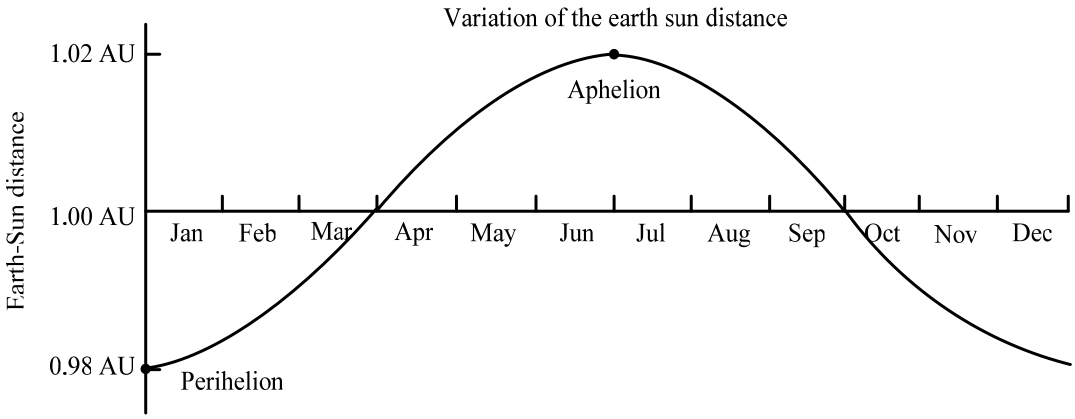
ในบทนี้จะกล่าวถึงส่วนของทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์มุมสะท้อนของกระจกรับรังสีอาทิตย์เพื่อสะท้อนแสงอาทิตย์เข้าสู่ตัวรวมรังสีอาทิตย์ ซึ่งอาศัยความสัมพันธ์ของสมการการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ ที่อยู่ในเทอมของมุมอะซิมุธ และมุมอัลติจูด โดยจะอธิบายถึงตัวแปรต่างๆ ที่ขึ้นกับมุมทั้งสองนี้ เช่น มุมเดคลิเนชั่น มุมละติจูด เวลา มุมชั่วโมง และในตอนท้ายจะอธิบายการวิเคราะห์เวกเตอร์รังสีสะท้อนในระบบหอคอยสุริยะ

2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างโลกและดวงอาทิตย์

เนื่องจากโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรี (Ellipse) ระยะห่างระหว่างโลกและดวงอาทิตย์จึงเปลี่ยนไปตลอดปี โดยมีระยะห่างเฉลี่ยเท่ากับ 1.51×10^{11} เมตร ความแตกต่างระหว่างระยะห่างไกลสุดและใกล้สุดมีค่าร้อยละ 1.7 จากค่าเฉลี่ย เมื่อมองจากขั้วเหนือของระนาบทางโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ หรือ ระนาบสุริยะวิถี (Ecliptic Plane) โลกจะปรากฏโคจรไปรอบๆ ในทิศทวนเข็มนาฬิกาและในขณะเดียวกันก็หมุนรอบตัวเองจากทิศตะวันตกไปทิศตะวันออก ในวันที่ 2 มกราคมของปี โลกจะอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์เป็นระยะน้อยที่สุดที่ เรียกว่าตำแหน่งนี้ว่า เพอริฮีเลียน (Perihelian) มีค่าประมาณ 1.47×10^{11} เมตร และในวันที่ 3 กรกฎาคมของปีโลกจะเคลื่อนที่ห่างจากดวงอาทิตย์เป็นระยะทางมากที่สุด เรียกตำแหน่งนี้ว่า แอฟีเลียน (Aphelian) มีค่าประมาณ1.52×10^{11} เมตร (ยุทธ, 2530) ดังแสดงในภาพประกอบ 2.1



(ก)



(ข)

ภาพประกอบ 2.1 (ก) แสดงวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ในรอบปี

(ข) แสดงการเปลี่ยนแปลงของระยะห่างระหว่างโลกและดวงอาทิตย์ในรอบปี

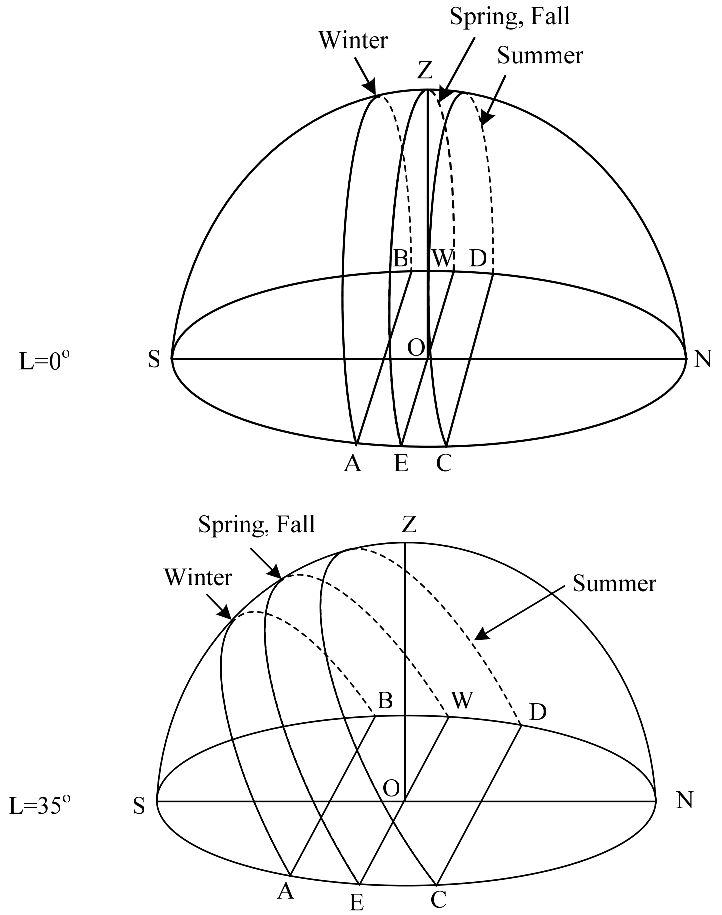
ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

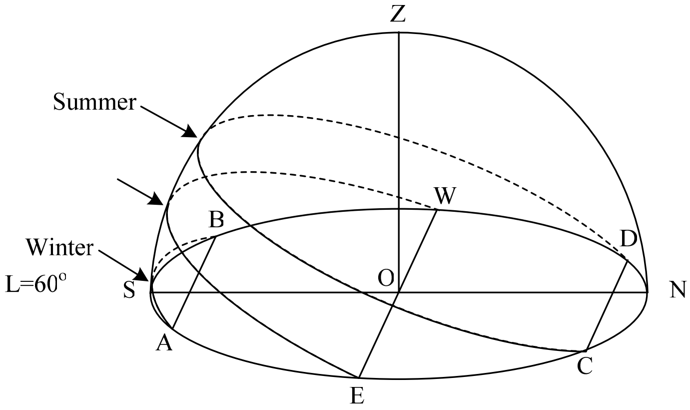
ผลจากการที่โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรี และแกนหมุนของโลกเอียงทำมุม 23.45 องศากับแกนซึ่งตั้งฉากกับระนาบสุริยะวิถี ส่งผลให้ในรอบปี จะเกิดฤดูกาลต่างๆ ขึ้น 4 ฤดู ดังภาพประกอบ 2.2 กล่าวคือ ในวันที่ 21 มีนาคม และวันที่ 23 กันยายน แกนเอียงของโลกอยู่ในระนาบซึ่งตั้งฉากกับแนวการแผ่รังสีดวงอาทิตย์ การเอียงของแกนหมุนของโลกจะไม่มีผลต่อแสงอาทิตย์ ซีกโลกด้านเหนือจะได้รับแสงอาทิตย์กับเท่ากับซีกโลกใต้ ดวงอาทิตย์จะปรากฏขึ้นอยู่เหนือขอบฟ้า 12 ชั่วโมง และใต้ขอบฟ้า 12 ชั่วโมง นั่นคือ กลางวันกับกลางคืนยาวเท่ากัน เรียกตำแหน่งทั้งสองว่า อีควินอกซ์ (Equinoxes) ซึ่งวันที่ 21 มีนาคม เรียกว่า สปริง (Spring) หรือ เวอร์นอลอีควินนอกซ์ (Vernal Equinox) และวันที่ 23 กันยายน เรียกว่าฟอล (Fall) หรือ ออร์ทุมนอลอีควินอกซ์ (Autumnal Equinox) หลังจากวันที่ 21 มีนาคม โลกจะโคจรไปสู่ตำแหน่งที่หันขั้วเหนือเข้าหาดวงอาทิตย์มากขึ้นเรื่อยๆ จนถึงวันที่ 21 มิถุนายน โลกหันขั้วเหนือเข้าหาดวงอาทิตย์มากที่สุด ซีกโลกเหนือได้รับแสงเป็นเวลานาน กลางวันยาวกว่ากลางคืน เฉพาะบริเวณตั้งแต่ลองจิจูด (Latitude) ที่ 66.45 องศาเหนือ ถึงขั้วโลกเหนือเป็นเวลากลางวัน 24 ชั่วโมง ขณะเดียวกันบริเวณตั้งแต่ลองจิจูด 66.45 องศาใต้ถึงขั้วโลกใต้จะเป็นกลางคืน 24 ชั่วโมง จุดนี้เรียกว่า โซลสติซส์ฤดูร้อน (Summer Solstice) ตรงกันข้ามคือที่ตำแหน่งของโลกในวันที่ 21 ธันวาคม โลกหันขั้วเหนือออกจากดวงอาทิตย์มากที่สุด ดังนั้นซีกโลกเหนือจึงมีกลางวันสั้นกว่ากลางคืน จุดนี้เรียกว่า โซลสติซส์ฤดูหนาว (Winter Solstice) (ยุทธ, 2530) ที่กล่าวมาเป็นการกำหนดฤดูกาลของตำบลในซีกโลกเหนือ สำหรับซีกโลกใต้กำหนดตรงกันข้ามกับซีกโลกเหนือ ตำบลที่อยู่ระหว่างลองจิจูด 23.45 องศา เหนือและใต้ จะมีดวงอาทิตย์เที่ยงวันอยู่เหนือศีรษะ 2 ครั้ง ใน 1 ปี ส่วนตำบลที่อยู่ระหว่าง

ลองจิจูด 66.45 องศาเหนือถึงขั้วโลกเหนือ และ 66.45 องศาใต้ถึงขั้วโลกใต้ จะไม่มีดวงอาทิตย์เที่ยงวันเหนือศีรษะ

2.2 ทางเดินปรากฏของดวงอาทิตย์บนท้องฟ้า

จากภาพประกอบ 2.3 ซึ่งแสดงลักษณะทางเดินปรากฏของดวงอาทิตย์บนท้องฟ้าที่ตำแหน่งละติจูดและฤดูกาลต่างๆ จะเห็นว่าที่จุดอิควินอกซ์ทั้งสอง (Spring, Fall) บนละติจูดต่างกัน ดวงอาทิตย์จะขึ้นทางทิศตะวันออกและตกทางทิศตะวันตก ดวงอาทิตย์เที่ยงวัน ณ จุดสังเกตอยู่สูงทำมุม เท่ากับ 90^{o} – มุมละติจูด ที่โซลสติซส์ฤดูหนาว (Winter) ระนาบทางเดินของดวงอาทิตย์จะกวาดเป็นส่วนโค้งของวงกลม ดวงอาทิตย์ขึ้นทางใต้ของทิศตะวันออกและตกทางใต้ของทิศตะวันตก กลางวันสั้นกว่า 12 ชั่วโมงในบริเวณเหนือเส้นศูนย์สูตรดวงอาทิตย์เที่ยงวันอยู่สูงทำมุมกับแนวระดับเป็นมุม 90^{o} – มุมละติจูด – 23.45^{o} ที่โซลสติซส์ฤดูร้อน(Summer) (ครึ่งวงกลมด้านใต้เป็นฤดูหนาว) ดวงอาทิตย์จะขึ้นและตกค่อนไปทางเหนือของแนวทิศตะวันออกและทิศตะวันตกเหนือเส้นศูนย์สูตรกลางวันจะยาวกว่า 12 ชั่วโมง ดวงอาทิตย์เที่ยงวันอยู่สูงทำมุมกับแนวระดับเป็นมุม 90^{o} - มุมละติจูด $+23.45^{o}$



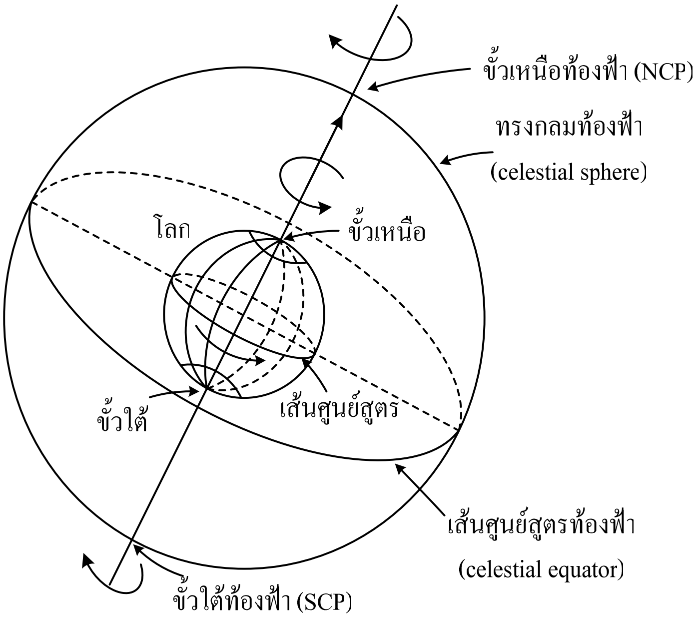


ภาพประกอบ 2.2 ทางเดินปรากฏของดวงอาทิตย์บนท้องฟ้า
ที่มา : Duffie and Beckman, 1974

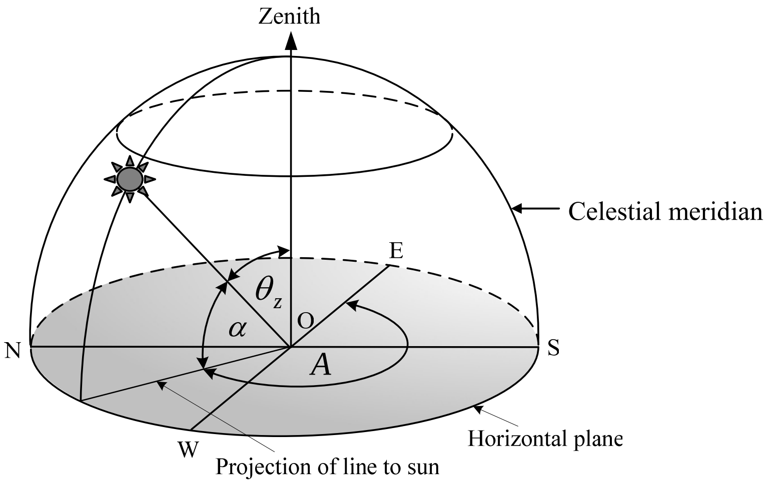
2.3 การระบุตำแหน่งของดวงอาทิตย์บนท้องฟ้า

ในวิชาดาราศาสตร์เมื่อต้องการบอกตำแหน่งของวัตถุบนท้องฟ้า โดยมากใช้แนวความคิดเรื่องทรงกลมท้องฟ้า (Celestial Sphere) ซึ่งหมายถึงทรงกลมรัศมีหนึ่งหน่วยมีจุดศูนย์กลางเป็นจุดออริจิน และวัตถุท้องฟ้าต่างติดอยู่บนผิวทรงกลมนี้ (พีรพัฒน์, 2537) ถ้าขยายเส้นศูนย์สูตรของโลกออกไปพบทรงกลมท้องฟ้า วงกลมใหญ่ที่ปรากฏบนทรงกลมท้องฟ้า เรียกว่า เส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า (Celestial Equator) ถ้าให้ผู้สังเกตเป็นจุดศูนย์กลางของทรงกลมท้องฟ้า วงกลมใหญ่ที่อยู่รอบๆ ผู้สังเกต เรียกว่า เส้นขอบฟ้า (Horizon) ดังภาพประกอบ 2.4 ส่วนการระบุตำแหน่งของวัตถุต่างๆ บนท้องฟ้าสามารถจำแนกได้หลายระบบเช่น ระบบเส้นขอบฟ้า (Horizon System) ระบบเส้นศูนย์สูตร (Equator System) ระบบเส้นอีคลิปติค (Ecliptic System) และระบบแกเลคติค (Galactic System) (ไพเสริฐ, 2524)

ในที่นี้ การระบุตำแหน่งของดวงอาทิตย์จะใช้ระบบเส้นขอบฟ้า ซึ่งเป็นระบบที่ใช้บอกตำแหน่งของวัตถุบนท้องฟ้าว่าอยู่เหนือขอบฟ้าเป็นระยะตามมุมเท่าใด และอยู่ห่างจากตำแหน่งเทียบบนขอบฟ้ามากน้อยเพียงใด โดยที่ระบบนี้จะมีเส้นขอบฟ้า (Horizon) เป็นวงกลมใหญ่หลัก โค-ออดิเนทของระบบนี้เรียกว่า อัลติจูด (Altitude, α) และอะซิมุท (Azimuth, A) ดังภาพประกอบ 2.5



ภาพประกอบ 2.3 แสดงความสัมพันธ์ของทรงกลมท้องฟ้ากับโลก
ที่มา : ไพเสริฐ, 2525



ภาพประกอบ 2.4 แสดงความสัมพันธ์ของมุมอะซิมุท มุมอัลติจูด และมุมเซนิท
ที่มา : พีรพัฒน์, 2537

นิยามของคำที่สำคัญในการบอกตำแหน่งของวัตถุบนท้องฟ้าในระบบเส้นขอบฟ้า (พรชัย, 2538)

เมอริเดียนท้องฟ้า (Celestial Meridian) เป็นวงกลมแนวดิ่งที่ผ่านเส้นขอบฟ้า ณ จุดทิศเหนือ (N) และจุดทิศใต้ (S) ซึ่งเป็นเส้นสมมุติเส้นหนึ่งบนท้องฟ้า เริ่มจากขอบฟ้าทิศเหนือลาก

ขึ้นไปจนถึงจุดเหนือศีรษะ ลากต่อไปจนจรดขอบฟ้าทิศใต้แบ่งครึ่งท้องฟ้าออกเป็น 2 ส่วน คือ ซีกตะวันออกและตะวันตก

มุมอะซิมุท (Azimuth, A) เป็นค่าระยะทางเชิงมุมที่วัดจากจุดทิศเหนือ (N) ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา ไปยังทิศตะวันออก (E) จนถึงวงกลมแนวดิ่งของดวงอาทิตย์ หรือเงาของดวงอาทิตย์ในแนวราบ มุมอะซิมุทมีค่าระหว่าง 0 – 360 องศา

มุมอัลติจูด (Altitude, α) เป็นค่ามุมเงย วัดจากเส้นขอบฟ้าขึ้นไปตามวงกลมแนวดิ่ง จนถึงตำแหน่งของดวงอาทิตย์บนทรงกลมท้องฟ้า มุมอัลติจูดจะมีค่าระหว่าง 0 – 90 องศา ถ้าดวงอาทิตย์อยู่ที่เส้นขอบฟ้า ค่าอัลติจูด เท่ากับ 0 องศา ถ้าดวงอาทิตย์อยู่เหนือศีรษะพอดีค่าอัลติจูด เท่ากับ 90 องศา

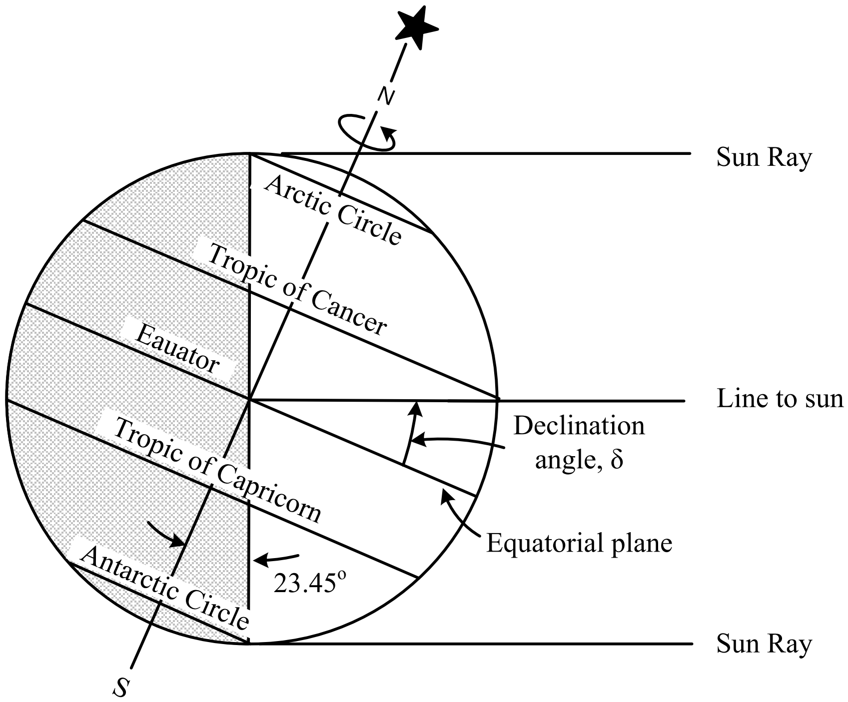
มุมเซนิท (Zenith, θ_z) เป็นมุมระหว่างแนวดิ่งเหนือศรีษะจากจุดเซนิทกระทำกับแนวรังสีจากดวงอาทิตย์ มุมเซนิทจะมีค่าระหว่าง 0 – 90 องศา หรือมีค่าเท่ากับ

$$\theta_z = 90^o - \alpha \tag{2.1}$$

ค่าอัลติจูดและอะซิมุทของดวงอาทิตย์ จะมีค่าเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ถ้าผู้สังเกตอยู่ที่ตำแหน่งละติจูดต่างกัน จะสังเกตเห็นดวงอาทิตย์ในขณะเวลาเดียวกันมีค่าอัลติจูดและอะซิมุทแตกต่างกัน ดังนั้นค่าอัลติจูดและอะซิมุทจะขึ้นกับตัวแปรหลายค่า เช่น การเอียงของแกนหมุนของโลก เวลา ตำแหน่งลองจิจูด ตำแหน่งละติจูด ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

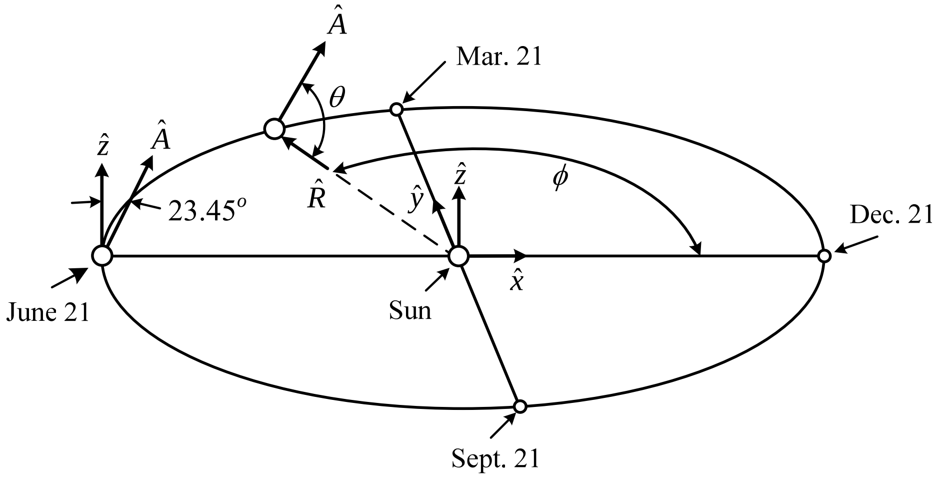
2.2.1 มุมเดคลิเนชัน (Declination angle)

มุมเดคลิเนชันเป็นผลกระทบจากการเอียงของแกนหมุนของโลก หาได้จากระยะทางเชิงมุมทางเหนือหรือใต้จากเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ขึ้นหรือลงไปตาม เส้นแนวรังสีจากดวงอาทิตย์ ดังแสดงในภาพประกอบ 2.6 มีค่าเปลี่ยนแปลงอยู่ระหว่าง + 23.45 ถึง – 23.45 องศา ในช่วง 1 รอบปี โดยประมาณวันที่ 21 มิถุนายน ซึ่งเป็นวันที่ขั้วโลกเหนือหันเข้าหาดวงอาทิตย์มากที่สุด จะมีค่ามุม เดคลิเนชั่นเท่ากับ + 23.45 องศา ในวันที่ 21 มีนาคม และ 21 กันยายน จะมีค่ามุมเดคลิเนชั่นเท่ากับ 0 และประมาณวันที่ 21 ธันวาคม ซึ่งเป็นวันที่ขึ้นโลกหันขั้วเหนือออกจากดวงอาทิตย์มากที่สุด จะมีมุมเดคลิเนชั่นเท่ากับ – 23.45 องศา



ภาพประกอบ 2.5 แสดงความสัมพันธ์ของมุมเดคลิเนชัน
ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

ในการพิจารณาสมการของมุมเดคลิเนชั่น จะวิเคราะห์จากเวกเตอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเชียน (Cartesian Coordinate System) โดยให้ระนาบ x-y เป็นระนาบการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ และ z เป็นระนาบที่ตั้งฉากกับระนาบ x-y ดังแสดงในภาพประกอบ 2.6



ภาพประกอบ 2.6 แสดงความสัมพันธ์ของเวกเตอร์การโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์
ที่มา : Duffie and Beckman, 1974

เมื่อ $\hat{A}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแนวแกนหมุนโลก มีทิศจากขั้วโลกใต้ไปยังขั้วโลกเหนือ

$\hat{R}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามระนาบการการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์

θ คือ มุมระหว่าง $\hat{A}$ และ $\hat{R}$

และ ϕ คือ ระยะทางเชิงมุมของวงโคจรของโลก โดยกำหนดให้เป็นจำนวนวันใน 1 รอบปี

ถ้ากำหนดให้ D_s เป็นจำนวนวัน $D_s = 1$ ในวันที่ 21 ธันวาคม และ $D_s = 365$ ในวันที่ 20 ธันวาคม ดังนั้น ค่ามุม ϕ จะเท่ากับ 360 องศา ต้องใช้เวลา 365.242 วัน จึงได้ว่า

$$\phi = (D_s - 1)\frac{180^o}{182.6} \tag{2.2}$$

เมื่อเขียน $\hat{R}$ ในเทอมของ $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ได้ว่า

$$\hat{R} = -(\cos\phi)\hat{x} + (\sin\phi)\hat{y} \tag{2.3}$$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อเขียน $\hat{A}$ อยู่ในเทอมของ $\hat{z}$ และ $\hat{x}$ โดยพิจารณาตำแหน่งของโลกในวันที่ 21 มิถุนายน ได้ว่า

$$\hat{A} = \cos(23.45^o)\hat{z} + \sin(23.45^o)\hat{x} \tag{2.4}$$

จากนิยามของมุมเดคลิเนชั่น ซึ่งเป็นมุมระหว่างรังสีแสงอาทิตย์กับระนาบเส้นศูนย์สูตร จะได้ว่า $\hat{A}$ ตั้งฉากกับระนาบเส้นศูนย์สูตร และมีมุมเดคลิเนชั่นเท่ากับ

$$\delta = 90^o - \theta \tag{2.5}$$

มุม θ หาได้จากความสัมพันธ์ของ

$$\cos\theta = -\hat{R}\,.\,\hat{A} = \cos\phi\sin(23.45^o) \tag{2.6}$$

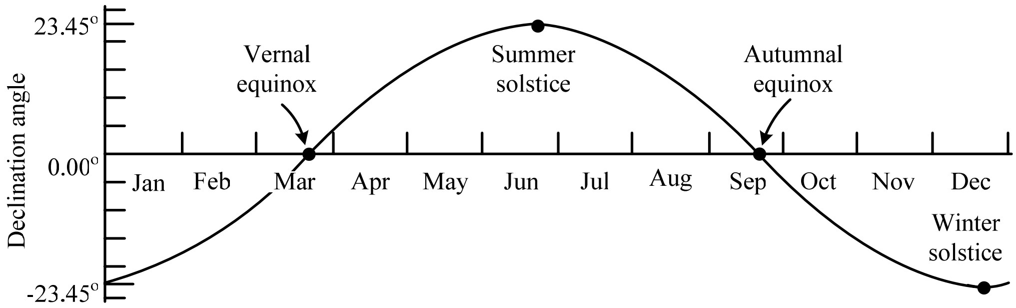
รวมสมการ 2.1, 2.4 และ 2.5 จะได้

$$\sin\delta = -\cos\left[(D_s - 1)\frac{180}{182.6}\right]\sin(23.45^o) \tag{2.7}$$

หรือ ถ้าให้ n เป็นจำนวนวันในรอบปี โดย $n = 1$ ในวันที่ 1 มกราคม จะได้ว่า

$$\sin\delta = \cos\left[(n-173)\frac{180^o}{182.6}\right]\sin(23.45^o) \tag{2.8}$$

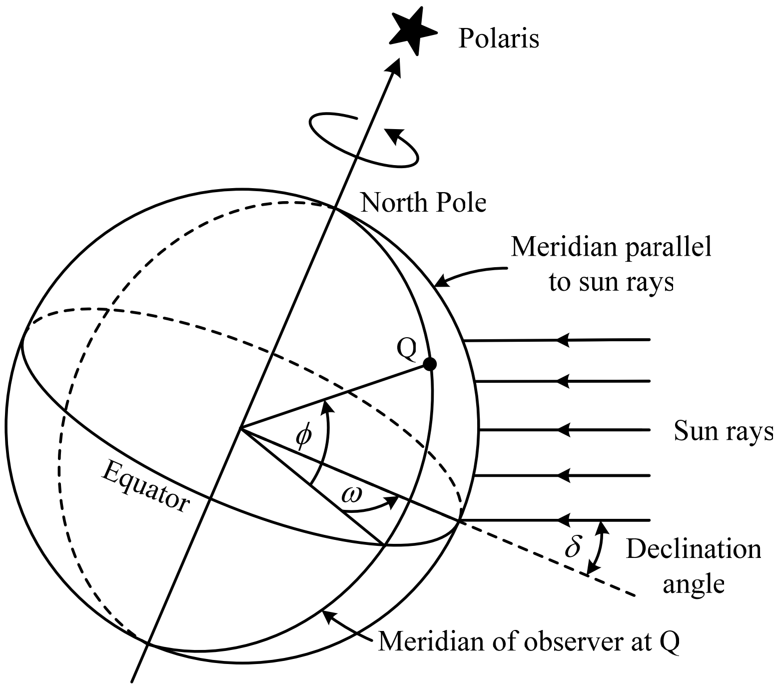
นำสมการ 2.6 หรือ 2.7 ไปเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างมุมเดคลิเนชั่นและจำนวนวันในรอบปี จะได้ความสัมพันธ์ตามภาพประกอบ 2.7



ภาพประกอบ 2.7 แสดงกราฟความสัมพันธ์ของมุมเดคลิเนชั่นในรอบปี
ที่มา: Duffie and Beckman, 1974

2.2.3 มุมชั่วโมง (Hour angle, ω)

มุมชั่วโมงใช้บอกตำแหน่งของดวงอาทิตย์บนท้องฟ้าในช่วงเวลาต่างๆ โดยวัดจากเส้นเมอริเดียนท้องฟ้าในทิศตามเข็มนาฬิกา (ทิศเดียวกับการหมุนของท้องฟ้า) ไปตามเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้าจนถึงวงกลมชั่วโมงที่ผ่านตำแหน่งของดวงอาทิตย์ (ลำเจียก, 2532) หรือวัดจากเส้นเมอริเดียนของตำแหน่งสถานที่ตั้งไปยังเส้นเมอริเดียนที่ขนานกับรังสีจากดวงอาทิตย์ ดังแสดงในภาพประกอบ 2.8 เมื่อ Q เป็นตำแหน่งของผู้สังเกต และ ϕ เป็นตำแหน่งละติจูด

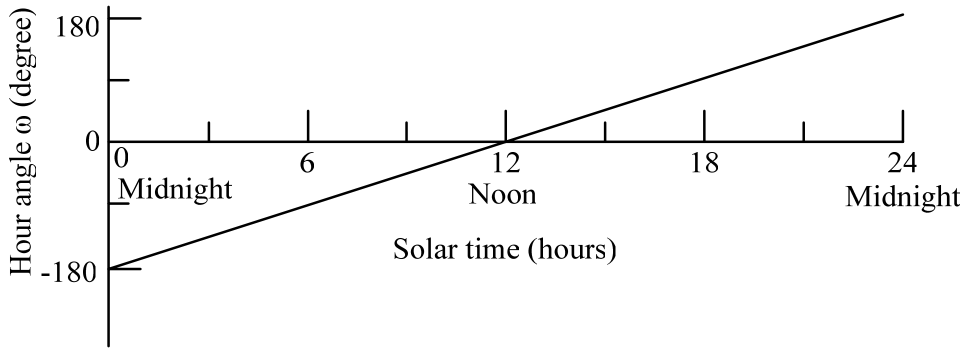


ภาพประกอบ 2.8 แสดงความสัมพันธ์ของมุมชั่วโมง
ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

เนื่องจากการหมุนรอบตัวเองของโลก 1 รอบ (360 องศา) ใช้เวลาประมาณ 24 ชั่วโมง หรือ เคลื่อนที่ 1 องศา ใช้เวลา 4 นาที ค่า ω ในหน่วยองศา จึงหาได้จากสมการ 2.9 โดยมีค่าอยู่ระหว่าง -180 องศา ถึง +180 องศา ซึ่งเป็นลบในช่วงเช้าก่อนเที่ยงวัน และเป็นบวกในช่วงบ่าย ดังแสดงในภาพประกอบ 2.9

$$\omega = 15(t_s - 12) \quad \text{องศา} \tag{2.9}$$

เมื่อ t_s คือ เวลาสุริยะคติปรากฏ



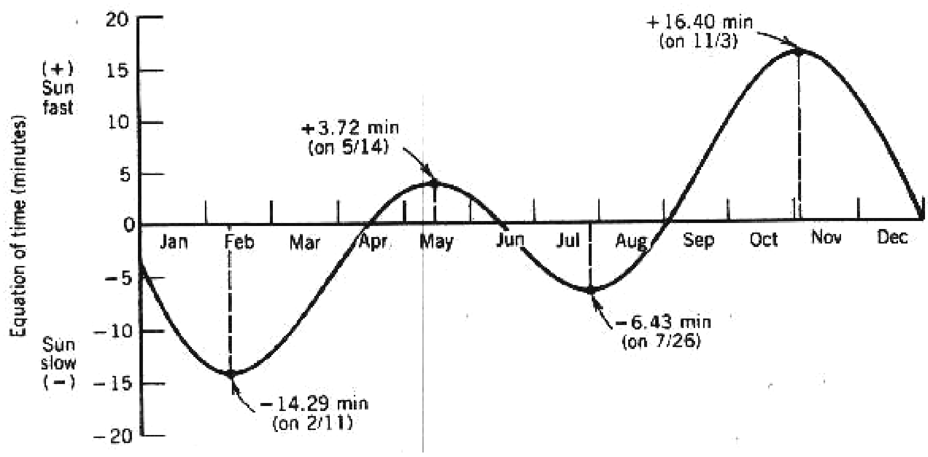
ภาพประกอบ 2.9 แสดงการเปลี่ยนแปลงของมุมชั่วโมงใน 24 ชั่วโมง

ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

2.2.2 เวลา (Time)

การกำหนดเวลาในชีวิตประจำวัน และหตุการณ์ต่างๆนั้น สามารถกำหนดได้จาก เวลาดาราคติ (Sidereal Time) หรือเวลาสุริยะคติ (Solar Time) แต่ส่วนใหญ่แล้วจะใช้เวลาสุริยะคติหรือดวงอาทิตย์เป็นจุดกำหนดเวลา ซึ่งเวลาสุริยะคติ จะแบ่งออกเป็น 2 แบบคือ

- เวลาสุริยะคติปรากฏ (Apparent Solar Time, AST) เป็นเวลาที่สังเกตจากดวงอาทิตย์จริง หรือคิดจากมุมชั่วโมงของดวงอาทิตย์จริง เช่น นาฬิกาแดด
- เวลาสุริยะคติเฉลี่ย (Mean Solar Time, MST) เป็นเวลาที่กำหนดจากดวงอาทิตย์สมมติ หรือดวงอาทิตย์เฉลี่ย (Mean Sun) หรือคิดจากมุมชั่วโมงของดวงอาทิตย์เฉลี่ย เช่น เวลาที่ใช้อยู่ในปัจจุบันนี้ คือ โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ 1 รอบ ใช้เวลา 365.2422 วัน และโลกโคจรครบ 1 รอบคิดเป็น 360^o หรือ 24 ชั่วโมง ดังนั้นใน 1 วัน โลกจะเคลื่อนที่ไปได้ $59' 8''.33$ (ไพเสริฐ, 2524)



ภาพประกอบ 2.10 แสดงความสัมพันธ์ของ Equation of time ในรอบปี

ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

ถ้าหากทำการวัดระยะเวลา 1 วัน ในวันใดวันหนึ่งของปี โดยการจับเวลาที่ดวงอาทิตย์หรือดาวฤกษ์เคลื่อนที่ผ่านเมอริเดียนท้องฟ้า 2 ครั้งติดต่อกัน จะพบว่าในบางวันเวลาที่วัดได้มีค่ามากกว่า 24 ชั่วโมง ของ 1 วันสุริยะคติเฉลี่ย แต่บางวันกลับมีค่าน้อยกว่า 24 ชั่วโมงของ 1 วันสุริยะคติเฉลี่ย เวลา 1 วันที่เราวัดของวันใดวันหนึ่งดังกล่าวนี้เรียกว่า 1 วันสุริยะคติปรากฏ (Apparent Solar Day) ตามข้อเท็จจริงแล้ว เวลา 1 วันสุริยะคติปรากฏ อาจน้อยกว่า 1 วันสุริยะคติเฉลี่ยถึง 22 วินาที และอาจยาวนานกว่าถึง 28 วินาที และมีเพียง 4 วันเท่านั้นในรอบปีที่เวลา 1 วันสุริยะคติปรากฏจะมีค่าเท่ากับเวลา 1 วันสุริยะคติเฉลี่ย เมื่อเวลาที่ยาวกว่าหรือสั้นกว่าในแต่ละกรณีสะสมนับเดือนๆ ทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างเวลาเที่ยงมาตรฐานกับเวลาเที่ยงปรากฏ กล่าวคือดวงอาทิตย์ผ่านเมอริเดียนไปก่อนเวลาที่แท้จริง หรือดวงอาทิตย์ยังมาไม่ถึงเมอริเดียนในเวลาที่กำหนดว่าดวงอาทิตย์อยู่ที่เมอริเดียนแล้ว หรือกล่าวอย่างง่ายๆ ก็หมายความว่า ตำแหน่งดวงอาทิตย์ที่ปรากฏจริงๆ ในท้องฟ้าในแต่ละวันนั้นจะปรากฏว่า ช้า หรือ เร็ว กว่าเวลาจริงๆ เสมอ ดวงอาทิตย์จะปรากฏว่าเดินช้าอยู่ 2 ช่วงในรอบปีหนึ่งๆ คือ ในเดือนกุมภาพันธ์จะปรากฏสูงสุดถึง 14 นาที และในเดือนกรกฎาคมจะเดินช้าอีกครั้งหนึ่ง และลดลงเหลือช้าสูงสุด 7 นาที และดวงอาทิตย์จะปรากฏว่าเดินเร็วอยู่ 2 ช่วงเช่นเดียวกัน คือ เดินเร็วสูงสุดถึง 16 นาที ในเดือนตุลาคม และพฤศจิกายน กับเดินเร็วสูงสุดประมาณ 4 นาทีในเดือนพฤษภาคม เราเรียกเวลาที่มากกว่าหรือน้อยกว่าเวลาเฉลี่ยนี้ว่า สมการเวลา (Equation of Time, EQT) (ปรีชา, 2532) ดังแสดงในภาพประกอบ 2.10 ซึ่งความสัมพันธ์ของสมการเวลาสามารถหาได้จากสมการ 2.10 (Lamm, 1981)

$$EQT = 60\sum_{k=0}^{5}\left[A_k \cos\left(\frac{360kn}{365.25}\right) + B_k \sin\left(\frac{360kn}{365.25}\right)\right] \quad \text{minutes} \qquad (2.10)$$

เมื่อ n คือจำนวนวันในรอบปี โดยที่ $n = 1$ ในวันที่ 1 มกราคม ค่าสัมประสิทธิ์ A_k และ B_k สามารถหาได้จากตารางที่ 2.1

k	A_k (hr)	B_k (hr)
0	2.0870×10^{-4}	0
1	9.2869×10^{3}	-1.229×10^{-1}
2	-5.2258×10^{-2}	-1.5698×10^{-1}
3	-1.3077×10^{-3}	-5.1602×10^{-3}
4	-2.1867×10^{-3}	-2.9823×10^{-3}
5	-1.5100×10^{-4}	-2.3463×10^{-4}

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าสัมประสิทธ์ของ A_k และ B_k
ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

ในส่วนของการคำนวณตำแหน่งของดวงอาทิตย์ จะใช้เวลาสุริยะคติปรากฏ ดังนั้นก่อนนำไปคำนวณ จะต้องเปลี่ยนเวลาท้องถิ่น (Local Cock Time, LCT) เป็นเวลาสุริยะคติปรากฏ และบวกด้วยค่าสมการเวลาเสียก่อน ซึ่งสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ของสมการ 2.11 (ยุทธ, 2530)

$$AST = LCT \pm T_{zW}^{E} \pm \lambda_{W}^{E} + \frac{EQT}{60} \tag{2.11}$$

เมื่อ

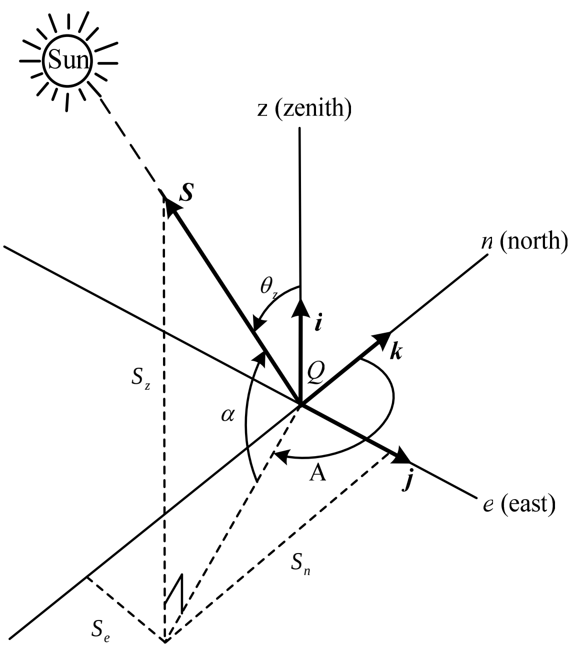
LCT คือ เวลาท้องถิ่น

T_z คือ เขตเวลา (Time Zone) หรือตัวเลขกำหนดเขต มีค่าเป็นบวกสำหรับเส้นลองจิจูดตะวันตก และเป็นลบสำหรับเส้นลองจิจูดตะวันออก โดยกำหนดจากเส้นลองจิจูดซึ่งอยู่ห่างกันช่วงละ 15° เป็น 1 เขตเวลา คือ เส้นลองจิจูดที่ 0°, 15°, 30°, 45°, 60°,…180°, ที่อยู่ในทางทิศตะวันออกและทิศตะวันตกของเส้นไพร์มเมอริเดียน (Prime Meridian) เป็นเส้นลองจิจูดมาตรฐานที่นำมาใช้ในการแบ่งเขตเวลามาตรฐานทั่วโลก ประเทศที่ตั้งอยู่บนเส้นลองจิจูดมาตรฐานที่อยู่ทางทิศตะวันตกของเมืองกรีนิซหรือเส้นไฟร์มเมอริเดียนจะมีเวลาช้ากว่าเวลามาตรฐานสากลและประเทศที่ตั้งอยู่บนเส้นลองจิจูดมาตรฐานที่อยู่ทางตะวันออกของเมืองกรีนิซจะมีเวลาเร็วกว่าเวลามาตรฐานสากล โดยเวลามาตรฐานสากลหรือ Greenwich Mean Time (GMT) อยู่ที่ตำบลกรีนิซประเทศอังกฤษ ที่ลองจิจูด 0° (สมยศ, 2536)

λ คือ เวลาที่ตำแหน่งเส้นลองจิจูดของผู้สังเกต หาได้จากการเอาเส้นลองจิจูด (หน่วยองศา) ณ จุดที่ตั้งหารด้วย 15 ค่า λ เป็นบวกสำหรับเส้นลองจิจูดตะวันออกและ λ เป็นลบสำหรับเส้นลองจิจูดตะวันตก

2.4 การวิเคราะห์สมการของมุมอะซิมุธและมุมอัลติจูด

การระบุตำแหน่งของดวงอาทิตย์ในระบบพิกัดเส้นขอบฟ้า ซึ่งอยู่ในเทอมของมุมอะซิมุท และ มุมอัลติจูด จำเป็นต้องอาศัยความสัมพันธ์ของ มุมเดคลิเนชั่น (δ) มุมชั่วโมง (ω) เวลา และตำแหน่งละติจูด (ϕ) ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ในส่วนของการวิเคราะห์เวกเตอร์ตำแหน่งจะแปลงเทอมของมุมในระบบเส้นขอบฟ้าให้อยู่ในเทอมของระบบพิกัดคาร์ทีเซียนที่มีจุดออริจินอยู่บนผิวโลก ดังแสดงในภาพประกอบ 2.11



ภาพประกอบ 2.11 แสดงความสัมพันธ์ของพิกัด ทิศเซนิท (z), ทิศตะวันออก (e) และทิศเหนือ (n)
ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

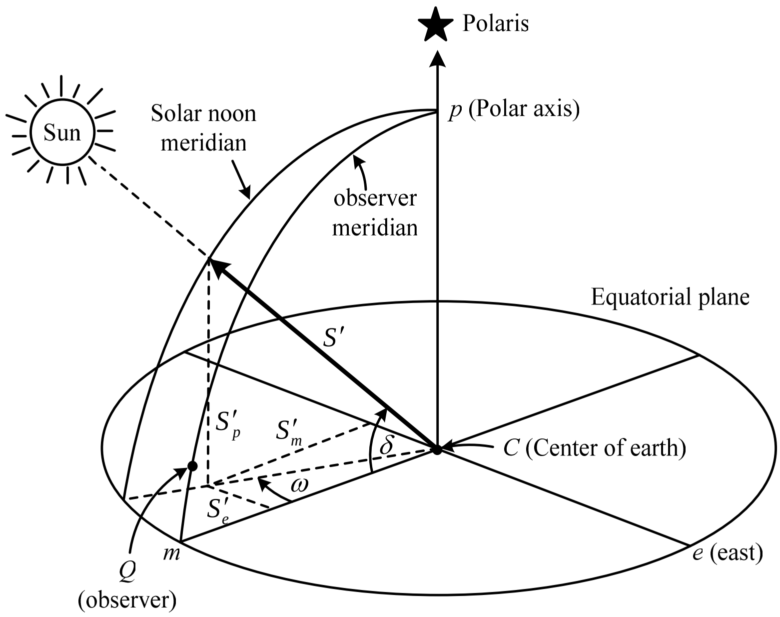
เมื่อให้ $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย ตามแนวทิศทางของ ทิศเซนิท (z), ทิศตะวันออก (e) และทิศเหนือ (n) ตามลำดับ $\hat{S}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ชี้ไปยังตำแหน่งของดวงอาทิตย์ แยกเป็นองค์ประกอบในแนวแกน S_z , S_e และ S_n ซึ่งมีทิศทางตาม ทิศเซนิท ทิศตะวันออก

และทิศเหนือ   เช่นเดียวกัน ส่วน Q เป็นตำแหน่งของผู้สังเกตบนผิวโลก สามารถเขียนความสัมพันธ์ของ $\hat{S}$ ได้

$$\hat{S} = S_z \hat{i} + S_e \hat{j} + S_n \hat{k} \tag{2.12}$$

หรือเขียนอยู่ในเทอมของมุมอะซิมุท และมุมอัลติจูด จะได้

$$\begin{aligned} S_z &= \sin\alpha \\ S_e &= \cos\alpha \sin A \\ S_n &= \cos\alpha \cos A \end{aligned} \tag{2.13}$$

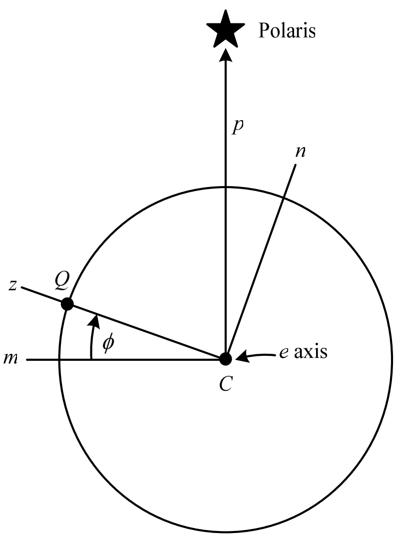


ภาพประกอบ 2.12 แสดงความสัมพันธ์ของเวกเตอร์รังสีดวงอาทิตย์กับมุมเดคลิเนชั่นและมุมชั่วโมง
ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

ในทำนองเดียวกัน สามารถเขียนเวกเตอร์ที่ชี้ตำแหน่งไปยังดวงอาทิตย์โดยอ้างอิงพิกัดใหม่ ให้จุดออริจินอยู่ที่จุดศูนย์กลางของโลก เพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของมุมเดคลิเนชั่นและ

มุมชั่วโมง ดังแสดงในภาพประกอบ 2.12 เมื่อให้แกน m เป็นเส้นเมอริเดียนที่ผ่านตำแหน่งของผู้สังเกต Q และตัดกับเส้นตรงที่ลากจากจุดออริจินตรงตำแหน่งเส้นศูนย์สูตร, e เป็นแกนที่ตั้งฉากกับแกน m และอยู่ในระนาบเส้นศูนย์สูตร, p เป็นแกนหมุนของโลก และ S' เป็นเวกเตอร์ ที่ชี้ไปยังดวงอาทิตย์ เขียนอยู่ในเทอมของ S'_m, S'_e และ S'_p โดยสัมพันธ์กับแกน m, e และ p ตามลำดับ เมื่อเขียน S' ในเทอมของมุมเดคลิเนชั่นและมุมชั่วโมง จะได้

$$\begin{aligned} S'_m &= \cos\delta\cos\omega \\ S'_e &= \cos\delta\sin\omega \\ S'_p &= \sin\delta \end{aligned} \tag{2.14}$$



ภาพประกอบ 2.13 แสดงความสัมพันธ์ของการหมุนพิกัดจากตำแหน่งผู้สังเกตถึงจุดศูนย์กลางโลก
ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการแปลงพิกัดตามแนวรัศมีโลกและการหมุนพิกัดรอบแนวแกน e ตามมุมละติจูด โดยอาศัยภาพประกอบ 2.13 ที่แสดงความสัมพันธ์ของการหมุนจากระบบพิกัด m, e, p ไปยังพิกัด z, e, n ตามแนวแกน e และภาพประกอบ 2.14 ที่แสดงภาพรวมของความสัมพันธ์ทั้งสองพิกัด รูปแบบการหมุนพิกัดรอบแนวแกน e จะใช้กฎมือขวา และสามารถเขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ว่า

$$\begin{vmatrix} S_z \\ S_e \\ S_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} S'_m \\ S'_e \\ S'_p \end{vmatrix} \tag{2.15}$$

ดังนั้น

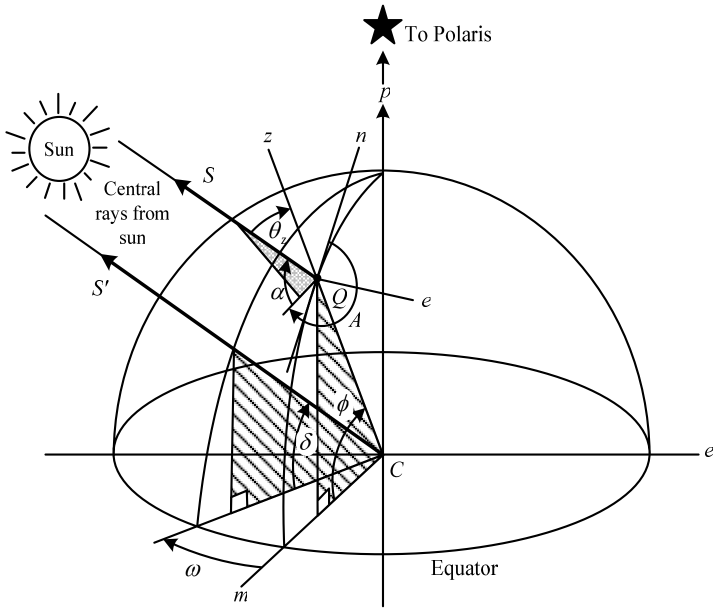
$$\begin{aligned} S_z &= S'_m \cos\phi + S'_p \sin\phi \\ S_e &= S'_e \\ S_n &= S'_p \cos\phi - S'_m \sin\phi \end{aligned} \tag{2.16}$$

นำสมการที่ 2.13 และ 2.14 แทนลงในสมการที่ 2.16 ได้ว่า

$$\sin\alpha = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\omega\cos\phi \tag{2.17}$$

$$\cos\alpha\sin A = -\cos\delta\sin\omega \tag{2.18}$$

$$\cos\alpha\cos A = \sin\delta\cos\phi - \cos\delta\cos\omega\sin\phi \tag{2.19}$$



ภาพประกอบ 2.14 แสดงความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ขนาน S และ S' ในพิกัดผิวโลกและจุดศูนย์กลางของโลก

ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

สมการ 2.17 คือ สมการของมุมอัลติจูดในเทอมของ มุมละติจูด(ตำแหน่ง) มุมชั่วโมง (เวลา) และมุมเดคลิเนชั่น (วัน) จัดรูปแบบสมการใหม่ได้

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\omega\cos\phi\right) \quad \text{(องศา)} \qquad (2.20)$$

สมการ 2.18 และ 2.19 เป็นสมการของมุมอะซิมุททั้งสองสมการ โดยมุมอะซิมุทจะขึ้นกับตำแหน่งละติจูด เวลา ฤดูกาล และมุมละติจูด ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 – 360 องศา จากสมการ 2.18 และ 2.19 ค่ามุมไซน์และโคไซน์จะขึ้นอยู่กับจตุภาค (Quadrants) ต่างๆ จึงต้องพิจารณาสมการ 2.18 ใหม่ เพื่อหามุมอะซิมุทจริง โดยกำหนดให้

$$A' = \sin^{-1}\left(\frac{-\cos\delta\sin\omega}{\cos\alpha}\right) \quad \text{(องศา)} \qquad (2.21)$$

เมื่อ $\cos\omega \geq \left(\frac{\tan\delta}{\tan\phi}\right)$ จะได้ $A = 180^o - A'$

เมื่อ $\cos\omega < \left(\frac{\tan\delta}{\tan\phi}\right)$ จะได้ $A = 360^o + A'$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อพิจารณาสมการ 2.19 ใหม่ โดยกำหนดให้

$$A'' = \cos^{-1}\left(\frac{\sin\delta\cos\phi - \cos\delta\cos\omega\sin\phi}{\cos\alpha}\right) \quad \text{(องศา)} \qquad (2.22)$$

เมื่อ $\sin\omega > 0$ จะได้ $A = 360^0 - A''$

เมื่อ $\sin\omega \leq 0$ จะได้ $A = A''$

สำหรับการพิจารณามุมชั่วโมงของดวงอาทิตย์ขึ้นและตก (Hour Angle for Sunset and Sunrise, ω_s) สามารถหาได้จากสมการ 2.20 ซึ่งเป็นสมการของมุมอัลติจูด เนื่องจากมุมอัลติจูดตอนดวงอาทิตย์ขึ้นและตกจะเท่ากับ 0 องศา ($\alpha = 0$) จึงได้ว่า

$$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan\delta\tan\phi) \qquad (2.23)$$

ω_s เป็นลบสำหรับดวงอาทิตย์ขึ้นและเป็นบวกเมื่อดวงอาทิตย์ตก สำหรับ ω_s หน่วยเป็นชั่วโมง สามารถหาได้จากสมการ

$$\omega_s = \pm\frac{24}{360}\times\cos^{-1}(-\tan\delta\tan\phi) \tag{2.24}$$

ความยาวของกลางวัน จะหาได้จาก

$$Hours\ \ of\ \ daylight = 2\omega_s\times\frac{24}{360} \tag{2.25}$$

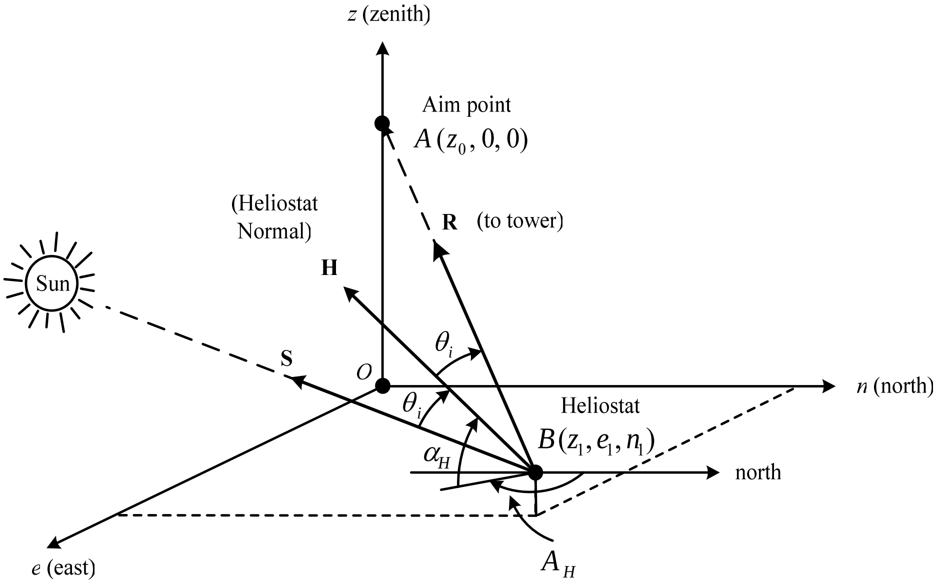
และเวลาสุริยะคติของดวงอาทิตย์ขึ้นและตกจะหาได้จาก

$$AST = \left(12.00+\omega_s\right) \quad \text{(ชั่วโมง)} \tag{2.26}$$

2.4 หอคอยสุริยะ

ระบบหอคอยสุริยะจะประกอบด้วย กระจกรับแสงอาทิตย์ที่สามารถหมุนได้อย่างอิสระ ทำหน้าที่สะท้อนรังสีดวงอาทิตย์เข้าสู่ตัวรวมรังสีอาทิตย์ที่อยู่นิ่ง ในการวิเคราะห์มุมสะท้อนของกระจกรับรังสีจะอาศัยความสัมพันธ์ของมุมอะซิมุธและมุมอัลติจูดที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้ โดยความสัมพันธ์ของเวกเตอร์รังสีตกกระทบและรังสีสะท้อนบนระนาบของกระจกรับแสงอาทิตย์สามารถอธิบายได้จากเวกเตอร์ในระบบพิกัด ทิศเซนิท ทิศตะวันออก และทิศเหนือ หรือ *z, e* และ *n* ตามลำดับ

เมื่อให้ *O* เป็นจุดออริจิน, *A* เป็นตำแหน่งตัวรวมรังสีอาทิตย์ (Aim Point), *B* เป็นตำแหน่งของกระจก และสามารถเขียนอยู่ในเทอมของ z_1, e_1 และ n_1 ได้ ถ้ากำหนดให้ตำแหน่งตัวรวมรังสีอาทิตย์ห่างจากจุดออริจินเท่ากับ z_0 มุมสะท้อนของกระจกเป็น α_H และ A_H โดย α_H เป็น Reflector Altitude Angles หรือมุมอัลติจูดของกระจก และ A_H เป็น Reflector Azimuth Angles หรือมุมอะซิมุทของกระจก ดังแสดงในภาพประกอบ 2.15



ภาพประกอบ 2.15 แสดงความสัมพันธ์ของเวกเตอร์รังสีสะท้อนของดวงอาทิตย์จากกระจกรับรังสีไปยังตัวรวมรังสีอาทิตย์

ที่มา : Stine and Harrigan, 1985

วิธีการหาความสัมพันธ์ของมุมทั้งสองนี้จะพิจารณาจากเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{S}$, $\hat{R}$ และ $\hat{H}$ โดยให้ $\hat{S}$ เป็นเวกเตอร์ของรังสีดวงอาทิตย์อธิบายตามสมการ 2.12 $\hat{R}$ เป็นเวกเตอร์รังสีสะท้อนของกระจกมีทิศเข้าสู่ตัวรวมรังสีอธิบายได้ดังสมการ

$$\hat{R} = \frac{(z_0 - z_1)\hat{i} - e_1\hat{j} - n_1\hat{k}}{\sqrt{(z_0 - z_1)^2 + e_1^2 + n_1^2}} \tag{2.27}$$

เมื่อ $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามทิศทาง z, e และ n ตามลำดับ จัดรูปแบบสมการ 2.27 ใหม่ จะได้

$$\hat{R} = R_z\hat{i} + R_e\hat{j} + R_n\hat{k} \tag{2.28}$$

พิจารณา $\hat{H}$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ตามแนวเส้นปกติของระนาบกระจก จะได้ว่า

$$\hat{H} = H_z\hat{i} + H_e\hat{j} + H_n\hat{k} \tag{2.29}$$

พิจารณามุมตกกระทบของกระจก θ_i ซึ่งมีขนาดเท่ากับมุมสะท้อนและสามารถเขียนอยู่ในเทอมของ $\hat{S}$ และ $\hat{R}$ ได้

$$\cos 2\theta_i = \hat{S} \, . \, \hat{R} \tag{2.30}$$

นำสมการ 2.12 และ 2.28 แทนใน 2.30 จะได้

$$\cos 2\theta_i = R_z \sin\alpha + R_e \cos\alpha \sin A + R_n \cos\alpha \cos A \tag{2.31}$$

จากสมการ 2.31 สามารถหามุมตกกระทบหรือมุมสะท้อนได้เมื่อทราบความสัมพันธ์ของระนาบกระจกกับตำแหน่งของดวงอาทิตย์และตำแหน่งของตัวรวมรังสี ดังนั้นพิจารณาเวกเตอร์ $\hat{H}$ ซึ่งสามารถหาได้จากการรวมของเวกเตอร์ของรังสีตกกระทบและรังสีสะท้อนหารด้วยปริมาณสเกลาร์ของมุมระหว่างรังสีทั้งสอง ได้ว่า

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{\hat{R} + \hat{S}}{2\cos\theta_i} \\ &= \frac{(R_z + S_z)\hat{i} + (R_e + S_e)\hat{j} + (R_n + S_n)\hat{k}}{2\cos\theta_i} \end{aligned} \tag{2.32}$$

นำสมการ 2.12 แทนใน 2.32 และพิจารณา α_H และ A_H ในเทอมของระบบพิกัดฉากเช่นเดียวกับในภาพประกอบ 2.11 จะได้

$$\sin\alpha_H = \frac{R_z + \sin\alpha}{2\cos\theta_i} \tag{2.33}$$

และ

$$\sin A_H = \frac{R_e + \cos\alpha \sin A}{2\cos\theta_i \cos\alpha_H} \tag{2.34}$$

หรือ

$$\cos A_H = \frac{R_n + \cos\alpha \cos A}{2\cos\theta_i \cos\alpha_H} \tag{2.35}$$

สมการ 2.33 เป็นสมการของมุมอัลติจูดของกระจก หรือมุมยกของกระจก สมการ 2.34 และ 2.35 เป็นสมการของมุมอะซิมุธของกระจก หรือมุมกวาดของกระจก ซึ่งมุมทั้งสองจะขึ้นอยู่กับ ตำแหน่งของกระจก มุมสะท้อน มุมอัลติจูด และมุมอะซิมุธ ดังนั้นถ้าทราบตำแหน่งของกระจก ตำแหน่งละติจูด ลองจิจูดที่ตั้ง วันที่และเวลา ก็สามารถหามุมทั้งสองนี้ได้ (ในขั้นตอนการวิจัยได้ยกตัวอย่างการคำนวณไว้ด้วยแล้ว)