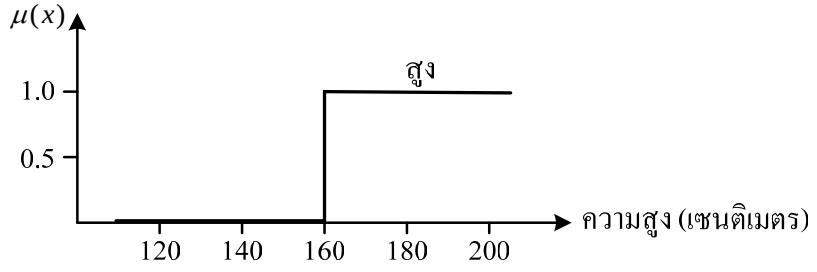
บทที่ 3

ทฤษฎีฟัซซี่ลอจิก

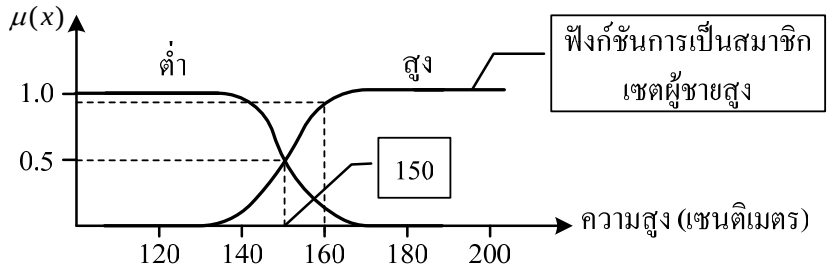
ในงานควบคุมแบบต่างๆ โดยอัตโนมัติ ระบบที่เราต้องการควบคุมโดยส่วนใหญ่มักจะเป็นระบบพลวัต (Dynamic System) ที่มีลักษณะความไม่แน่นอนสูงและยากแก่การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นเพื่อที่จะสามารถควบคุมระบบให้มีประสิทธิภาพจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการควบคุมที่สามารถอธิบายลักษณะของระบบดังกล่าวได้ดี ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้การควบคุมแบบฟัซซี่ลอจิก (Fuzzy Logic Control)

ทฤษฎีการควบคุมแบบฟัซซี่ลอจิกได้ประยุกต์มาจากตรรกศาสตร์รูปแบบใหม่ที่เรียกว่า ฟัซซี่ลอจิก (Fuzzy Logic) ซึ่งนำเสนอโดย ล็อตฟี ซาเดห์ (Lotfi Zadeh) เมื่อกลางปี ค.ศ. 1960 ก่อนที่จะเผยแพร่ในวารสาร Information and Control ในปี ค.ศ. 1965 เพื่อที่สร้างแบบจำลองการให้เหตุผลของมนุษย์แต่ก็ไม่ประสบความสำเร็จนัก จนกระทั่งในปี ค.ศ. 1975 ได้มีการเผยแพร่ผลงานวิจัยเรื่อง An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller ซึ่งเป็นการประยุกต์ใช้ฟัซซี่ลอจิกในการควบคุมกระบวนการพลวัต (Dynamic Process) โดย Ebrahim Mamdani และ Seto Assilian (ธวัชชัย และคณะ, 2540) หลังการเผยแพร่ผลการวิจัยเรื่องนี้ประมาณ 10 ปี งานวิจัยและพัฒนาฟัซซี่ลอจิกในงานควบคุมจึงได้ดำเนินไปอย่างรวดเร็วและกว้างขวาง เนื่องจากฟัซซี่ลอจิกสามารถประยุกต์ใช้ได้กับระบบควบคุมที่มีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น, แปรเปลี่ยนตามเวลา และยากที่จะกำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ โดยที่ ฟัซซี่ลอจิกเป็นแนวคิดที่แตกต่างจากตรรกศาสตร์แบบเดิม ที่จะมีถูกกับผิด, ใช่หรือไม่ใช่ แต่มีเหตุการณ์หลายอย่างในความเป็นจริงแล้วสร้างความยุ่งยากใจแก่ผู้วิเคราะห์ว่าตรรกะควรเป็นอย่างไร เช่น หากมีคำถามว่ารู้สึกร้อนหรือหนาวคำตอบที่อยากจะตอบอาจเป็นร้อนนิดๆ หรือกำลังดี หรือคำถามที่ว่าสีที่เห็นอยู่นั้น (สมมุติว่าสีเทา) เป็นสีขาวหรือสีดำ คำตอบที่อยากจะตอบคง ไม่ใช่ทั้งขาวและดำ เพราะดูจะเป็นการให้คำตอบที่ชัดเจนเกินไป ดังนั้นจะเห็นว่าในหลายๆ กรณีมนุษย์เรามีลักษณะการใช้ตรรกศาสตร์แบบมีน้ำหนัก คือ มีการให้ระดับความเป็นไปได้ของตรรกะว่ามีลักษณะเช่นนั้นมากน้อยเพียงใด ซึ่งการจะบอกค่าความเป็นไปได้ของเหตุการณ์จะถูกสร้างเป็นฟังก์ชันหรือเซต โดยเรียกว่า ฟัซซี่เซต (Fuzzy Set) หลักการสำคัญของฟัซซี่เซตคือ ยอมรับสมาชิกที่มีลักษณะตามเซตเพียงบางส่วนเข้ามาเป็นสมาชิกของเซต โดยสมาชิกแต่ละตัวจะมีค่าความเป็นสมาชิก (Grade of Membership: μ) ของเซตนั้นๆ สมาชิกที่มีคุณสมบัติครบถ้วนตามเซต 100 เปอร์เซ็นต์ จะมีค่า

ความเป็นสมาชิกเท่ากับ 1 แต่หากมีคุณสมบัติของเซตแค่ 40 เปอร์เซ็นต์ ก็จะมีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.4 ซึ่งจะเห็นว่าแตกต่างจากทฤษฎีเซตดั้งเดิมที่เน้นชัดเจนว่าเป็นสมาชิกหรือไม่เท่านั้น



(ก)



(ข)

ภาพประกอบ 3.1 ฟัซซี่เซตและฟังก์ชันการเป็นสมาชิก

พิจารณาเซตของผู้ชายสูง จากภาพประกอบ 3.1 จะเห็นว่าหากเป็นเซตแบบเก่า ภาพประกอบ 3.1(ก) ผู้ชายที่มีความสูงน้อยกว่า 160 เซนติเมตรจะไม่เป็นสมาชิกของเซตผู้ชายสูง แต่หากมีความสูงตั้งแต่ 160 เซนติเมตรขึ้นไปจะเป็นสมาชิกของเซตผู้ชายสูง หากพิจารณาฟัซซี่เซต ภาพประกอบ 3.1(ข) ผู้ชายที่มีความสูง 160 เซนติเมตรจะเป็นสมาชิกของเซตผู้ชายสูงโดยมีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.9 ในขณะที่ผู้ชายสูง 150 เซนติเมตร นั้นจะเป็นสมาชิกทั้งของเซตผู้ชายต่ำและเซตของผู้ชายสูงโดยมีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.5 ทั้งสองเซตทั้งนี้ค่าความเป็นสมาชิกจะขึ้นอยู่กับการกำหนดฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership Function)

3.1 นิยามเบื้องต้นของฟัซซี่เซต

นิยามฟัซซี่เซต A ของเอกภพสัมพัทธ์ที่กล่าวถึง U (Universe of Discourse) ถูกแสดงถึงคุณลักษณะโดยฟังก์ชันความเป็นสมาชิก $\mu_A(u)$ และกำหนดว่าแต่ละสมาชิก $u \in U$ ค่าของ $\mu_A(u)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่งแทนระดับความเป็นสมาชิกของ A นั่นคือ

$$A = \{(u, \mu_A(u) \mid u \in U\} \tag{3.1}$$

3.2 การดำเนินการเบื้องต้นของฟัซซี่ลอจิก

การดำเนินการเชิงตรรกะของฟัซซี่ลอจิกจะมีลักษณะเช่นเดียวกับทฤษฎีเซตแบบดั้งเดิม โดยการดำเนินการพื้นฐานที่ใช้บ่อยๆ ได้แก่ ยูเนียน (Union), อินเตอร์เซกชัน (Intersection) และ คอมพลีเมนต์ (Complement)

สมมุติให้ A และ B เป็นเซตภายในเอกภพสัมพัทธ์ที่กล่าวถึง U โดยมีค่าฟังก์ชันความเป็นสมาชิก μ_A และ μ_B ตามลำดับ

3.2.1 การเท่ากัน (Equality) ฟัซซี่เซต A และ B จะเท่ากันก็ต่อเมื่อ

$$\mu_A(u) = \mu_B(u) \tag{3.2}$$

สำหรับทุกๆ $u \in U$

3.2.2 ยูเนียน (Union) การยูเนียนระหว่างเซต A และ B จะเหมือนกับการใช้ตัวดำเนินการ OR ทางตรรกศาสตร์

$$\mu_{A \cup B}(u) = \mu_{A\ OR\ B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \tag{3.3}$$

สำหรับทุกๆ $u \in U$

3.2.3 อินเตอร์เซกชัน (Intersection) การอินเตอร์เซกชันระหว่างเซต A กับ B จะเหมือนกับการใช้ตัวดำเนินการ AND ทางตรรกศาสตร์

$$\mu_{A \cap B}(u) = \mu_{A\ AND\ B} = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \tag{3.4}$$

สำหรับทุกๆ $u \in U$

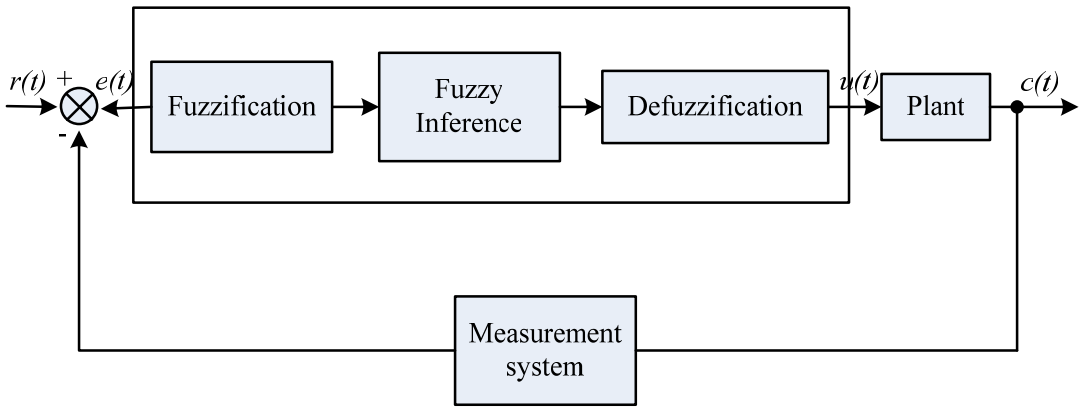
3.2.4 คอมพลีเมนต์ (Complement) การคอมพลีเมนต์ของเซต A จะเหมือนกับการใช้ตัวดำเนินการ NOT ทางตรรกศาสตร์

$$\mu_{\neg A}(u) = \mu_{NOT\ A} = 1 - \mu_A(u) \tag{3.5}$$

สำหรับทุกๆ $u \in U$

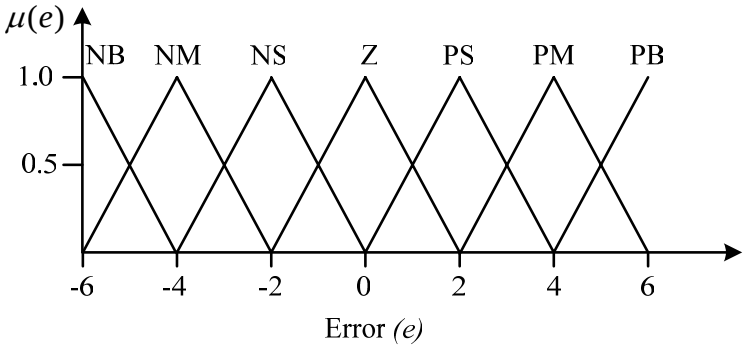
3.3 ฟัซซี่ลอจิกกับการควบคุม

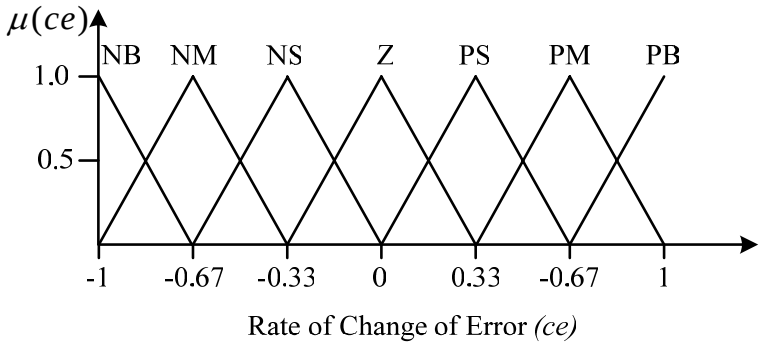
การควบคุมแบบฟัซซี่ลอจิกจะมีส่วนประกอบอยู่สามขั้นตอนหลักๆ ดังภาพประกอบ 3.2



ภาพประกอบ 3.2 ระบบควบคุมแบบฟัซซี่ลอจิก
ที่มา : Roland, 2001

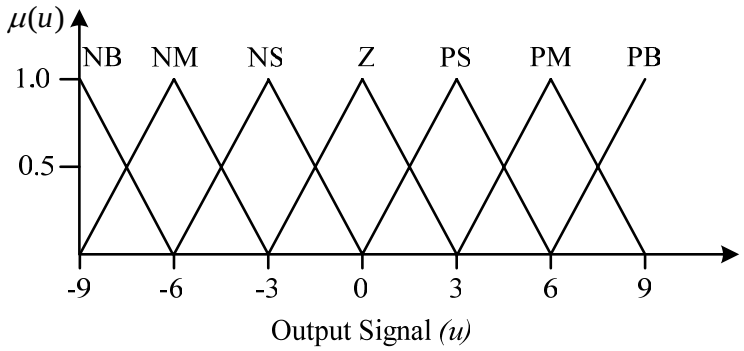
3.3.1 ฟัซซิฟิเคชัน (Fuzzification) ขั้นตอนนี้จะทำหน้าที่แปลงข้อมูลที่รับเข้ามา (มักเรียกว่า; Crisp Data) ให้เป็นอินพุตของระบบควบคุมแบบฟัซซี่ ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบของค่าความเป็นสมาชิก





ภาพประกอบ 3.3 ตัวอย่างฟัซซี่เซตของอินพุตและกระบวนการฟัซซิฟิเคชัน
ที่มา : Roland, 2001

จากภาพประกอบ 3.3 อินพุตและเอาท์พุตประกอบด้วยฟัซซี่เซตจำนวนเจ็ดเซต ซึ่งแทนด้วยตัวแปรเชิงภาษาเป็น Positive Big (PB), Positive Medium (PM), Positive Small (PS), Zero (Z), Negative Small (NS), Negative Medium (NM), และ Negative Big (NB) โดยกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกของอินพุตซึ่งมีสองอินพุต คือ ค่าผิดพลาด (Error; *e(t)*) และอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าผิดพลาด (Rate of Change of Error; *ce(t)*) ส่วนเอาท์พุตจะมีเพียงตัวเดียวเป็นสัญญาณควบคุม(Control Signal; *u(t)*) ฟัซซี่เซตของเอาท์พุตแสดงดังภาพประกอบ 3.4



ภาพประกอบ 3.4 ตัวอย่างฟัซซี่เซตของสัญญาณควบคุม
ที่มา : Roland, 2001

สมมุติให้ $e(t) = 2.5$ และ $ce(t) = -0.2$

จากภาพประกอบ 3.3 ค่าความผิดพลาดเท่ากับ 2.5 จะเป็นสมาชิกของสองเซต คือ PS และ PM และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดเท่ากับ – 0.2 นั้นเป็นสมาชิกของฟัซซี่เซต NS และ Z จะได้ค่าความเป็นสมาชิกของอินพุตแต่ละฟัซซี่เซต ดังนี้

$$\begin{aligned} \mu_{PS}(e) &= 0.7 \\ \mu_{PM}(e) &= 0.4 \\ \mu_{NS}(ce) &= 0.6 \\ \mu_{Z}(ce) &= 0.3 \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.2.2 การวินิจฉัย (Fuzzy Inference) เป็นส่วนของการประมวลผลจะมีการตีความและวิเคราะห์อินพุตตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ หรือเข้าสู่กฎพื้นฐานของฟัซซี่ (Fuzzy Rule Base) โดยกฎการควบคุมจะอยู่ในลักษณะ If Input = … Then Output = … ซึ่งประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนที่เกิดขึ้นก่อน (Antecedent; If Part) และผลที่ตามมา (Consequent; Then Part) โดยที่อินพุตและเอาท์พุตนั้นอาจมีหลายตัวก็ได้ขึ้นอยู่กับการออกแบบ ผลที่ตามมาของแต่ละกฎจะถูกรวมกันด้วยวิธีการทางตรรกศาสตร์เพื่อให้ได้ค่าเอาท์พุตเพียงค่าเดียว ตัวอย่างข้อความคำสั่ง (Statement) ของกฎการควบคุมเช่น

If error is Positive Small and Change of error is Negative Small the control signal is Positive Small

จากตัวอย่างมีอินพุตสองตัวทำให้ส่วนที่เกิดขึ้นก่อนมีสองส่วนซึ่งในที่นี้ได้เชื่อมด้วยตัวดำเนินการ AND โดยกฎการควบคุมทั้งหมดสามารถเขียนในรูปของตาราง เช่น

ce \ *e*	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NM	Z	PM	PB
NM	NB	NB	NB	NM	PS	PM	PB
NS	NB	NB	NM	NS	PS	PM	PB
Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
PS	NB	NM	NS	PS	PM	PB	PB
PM	NB	NM	NS	PM	PB	PB	PB
PB	NB	NM	Z	PM	PB	PB	PB

ตาราง 3.1 แสดงตัวอย่างกฎการควบคุมในรูปแบบตาราง

ที่มา : Roland, 2001

ตัวอย่างการวินิจฉัย เช่นการควบคุมอ่านค่าความผิดพลาดได้เท่ากับ 2.5 และ สามารถคำนวณค่าการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดเท่ากับ - 0.2 ถ้าพิจารณาฟัซซี่เซตตามภาพประกอบ 3.3 จะได้ว่า

e(t) = 2.5 เป็นสมาชิกของฟัซซี่เซต PS และ PM

Ce(t) = -0.2 เป็นสมาชิกของฟัซซี่เซต NS และ Z

ซึ่งสอดคล้องกับกฎการควบคุมสี่กฎดังนี้

If e is PS AND ce is NS

OR IF e is PS AND ce is Z

Then u is PS

If e is PM AND ce is NS

OR If e is PM AND ce is Z

Then u is PM

สามารถคำนวณค่าความเป็นสมาชิกของเอาท์พุตได้ดังนี้

$$\mu_{PS}(u) = \max[\min(\mu_{PS}(e), \mu_{NS}(ce)), \min(\mu_{PS}(e), \mu_{Z}(ce))] \qquad (3.7)$$

จากสมการ (3.6) จะได้

$$\mu_{PS}(u) = \max[\min(0.7, 0.6), \min(0.7, 0.3)]$$

$$\mu_{PS}(u) = \max[0.6, 0.3] = 0.6 \tag{3.8}$$

และ

$$\mu_{PM}(u) = \max[\min(\mu_{PM}(e), \mu_{NS}(ce)), \min(\mu_{PM}(e), \mu_{Z}(ce))] \tag{3.9}$$

จากสมการ (3.6) จะได้

$$\mu_{PM}(u) = \max[\min(0.4, 0.6), \min(0.4, 0.3)]$$
$$\mu_{PM}(u) = \max[0.4, 0.3] = 0.4 \tag{3.10}$$

3.3.3 ดีฟัซซิฟิเคชัน (Defuzzification) เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้จากส่วนที่สองนั้นยังอยู่ในรูปแบบของฟัซซี่ ในส่วนนี้จะทำการแปลงค่าจากเอาท์พุตแบบฟัซซี่ให้เป็นเอาท์พุตที่เป็นค่าเดียวและสามารถนำไปควบคุมระบบได้ คือ เป็นข้อมูลแบบคลิซตามเดิม

$$Y = \frac{\sum \mu_n y_n}{\sum \mu_n} \tag{3.11}$$

โดยที่

Y คือ เอาท์พุตของระบบควบคุม

y_n คือ เอาท์พุตที่ได้จากแต่ละกฎ(จุดศูนย์ถ่วง)

μ_n คือ ค่าความเป็นสมาชิกของแต่ละเอาท์พุต

จากสมการ (3.11) แทนค่า $\mu_{PS}(u)$ และ $\mu_{PM}(u)$ จะได้

$$Control\ Signal(u) = \frac{(0.6)(3) + (0.4)(6)}{0.6 + 0.4} = 4.2$$

เมื่อเราได้ค่า u ซึ่งเป็นค่าที่จะนำไปเปลี่ยนแปลงค่าเอาท์พุตในการควบคุมต่อไปซึ่งการนำค่านี้ไปใช้จะขึ้นอยู่กับสิ่งที่เราจะควบคุม และฮาร์ดแวร์ของระบบ ซึ่งในการออกแบบนั้นทั้งส่วนที่เป็นซอฟต์แวร์และฮาร์ดแวร์จะต้องสอดคล้องกัน ในการออกแบบทั้งสองส่วนในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงในวิธีการวิจัย