บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 กฎการสลายตัวของนิวไคลด์

เมื่อนิวเคลียสของนิวไคลด์กัมมันตรังสีมีการเปลี่ยนสภาพเป็นนิวเคลียสของธาตุใหม่จะมีการปลดปล่อยพลังงานออกมาในรูปของรังสีชนิดต่างๆ เช่น แอลฟา บีตา แกมมา อัตราการสลายตัวของนิวเคลียสกัมมันตรังสีจะเป็นแบบสุ่ม ขึ้นอยู่กับจำนวนนิวเคลียสหรือจำนวนอะตอมที่มีอยู่เดิมในขณะนั้น

กำหนดให้ N คือ จำนวนอะตอมที่มีอยู่ ณ ขณะใดขณะหนึ่ง

อัตราการสลายตัว คือ

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \tag{2.1}$$

เมื่อ λ คือ ค่าคงที่การสลายตัว (decay constant) มีหน่วยเป็น s^{-1}

ให้ N_0 เป็นจำนวนอะตอมที่มีอยู่เดิมเมื่อเวลาเริ่มต้น $t = 0$

สมการ (2.1) เขียนได้ใหม่เป็น

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{2.2}$$

สมการ (2.2) คือ กฎการสลายตัวของนิวไคลด์กัมมันตรังสี

2.2 กัมมันตภาพรังสี

กัมมันตภาพ หรือความแรงรังสี (Activity; A) เป็นอัตราการสลายตัวของนิวไคลด์กัมมันตรังสี จะได้ว่า

$$A = \frac{dN}{dt}$$

$$A = \lambda N \tag{2.3}$$

จากสมการ (2.2) สามารถเขียนสมการ (2.3) ได้ใหม่เป็น

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \tag{2.4}$$

เมื่อ A_0 คือ กัมมันตภาพที่เวลาเริ่มต้น *(t = 0)*

A คือ กัมมันตภาพที่เวลาใดๆ มีหน่วยเป็น ครั้งต่อวินาที (disintegration per second; dps) หรือ คูรี (Curie; Ci) ในปัจจุบันใช้หน่วยตามระบบ SI คือ เบ็กเคอเรล (Becquerel; Bq)
โดยที่

$$1\,Bq = 1\,dps$$

$$1\,Ci = 3.7 \times 10^{10}\ dps$$

2.3 ครึ่งชีวิตและชีวิตเฉลี่ย

ครึ่งชีวิต ($T_{1/2}$) หมายถึง เวลาที่นิวไคลด์กัมมันตรังสีสลายตัวเหลือครึ่งหนึ่งจากจำนวนที่มีอยู่ในตอนเริ่มต้น นั่นคือ เมื่อเวลาผ่านไป $t = T_{1/2}$ จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสี N เหลือเท่ากับ $N_0/2$ เมื่อแทนค่าเงื่อนไขดังกล่าวลงในสมการ (2.2) จะได้ว่า

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \tag{2.5}$$

สมการ (2.5) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าครึ่งชีวิต ($T_{1/2}$) และค่าคงที่ของการสลายตัว (λ) แต่เนื่องจากอะตอมในนิวไคลด์กัมมันตรังสีมีช่วงชีวิตไม่เท่ากัน ค่าเฉลี่ยของช่วงชีวิตนี้เรียกว่า ชีวิตเฉลี่ย (Mean Life; τ) ซึ่งหาได้จากการรวมชีวิตของอะตอมทั้งหมดแล้วหารด้วยจำนวนอะตอมที่มีอยู่
กำหนดให้ อะตอม dN_n มีช่วงชีวิต t_n โดย $n = 1,2,3,\ldots$ จะได้

$$\tau = \frac{dN_1 t_1 + dN_2 t_2 + dN_3 t_3 + \ldots}{dN_1 + dN_2 + dN_3 + \ldots}$$

$$\tau = \frac{\int_0^{N_0} t dN}{\int_0^{N_0} dN} = \frac{\int_0^{N_0} t dN}{N_0} \tag{2.6}$$

เมื่อ $dN = -\lambda N dt$

$= -\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$

สมการ (2.6) เขียนได้ใหม่เป็น

$$\tau = \frac{-\int_{\infty}^{0} \lambda t \; N_0 e^{-\lambda t} dt}{N_0}$$

$$\tau = \int_0^{\infty} \lambda t \; e^{-\lambda t} dt$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \tag{2.7}$$

สมการ (2.7) แสดงให้เห็นว่า ชีวิตเฉลี่ย (τ) มีค่าแปรผกผันกับค่าคงที่ของการสลายตัว (λ)

2.4 หน่วยวัดทางรังสี

นอกจากค่ากัมมันตภาพที่บอกถึงอัตราการสลายตัวของนิวไคลด์กัมมันตรังสีแล้ว ยังมีหน่วยวัดปริมาณรังสีที่บอกสมบัติอื่นๆ ของกัมมันตรังสี เช่น ความสามารถก่อไอออน การดูดกลืนพลังงานจากรังสีของตัวกลาง ผลทางชีววิทยาที่เกิดขึ้นเมื่อสิ่งมีชีวิตได้รับรังสี หน่วยงานระหว่างประเทศ คือ International Commission on Radiation Unit and Measurement (ICRU) ได้กำหนดหน่วยวัดทางรังสีไว้ ดังนี้

1. กัมมันตภาพรังสี (Radioactivity)

กัมมันตภาพ หรือความแรงของสารกัมมันตรังสี เป็นหน่วยกัมมันตภาพรังสี (Radioactivity Unit) ที่แสดงการเปลี่ยนแปลงทางนิวเคลียร์ที่ส่งผลให้เกิดการแผ่รังสี หรือมีอนุภาคที่มีพลังงานเกิดขึ้น โดยเรียกแหล่งกำเนิดรังสีว่า ไอโซโทปรังสี หรือนิวไคลด์กัมมันตรังสี (Radionuclide) ซึ่งเดิมหน่วยของปริมาณกัมมันตภาพรังสีจะอาศัยการเกิดการเปลี่ยนแปลงทาง

นิวเคลียร์ของธาตุเรเดียมหนัก 1 กรัม ซึ่งเท่ากับ 3.7×10^{10} ครั้งต่อวินาที (disintegration per second; dps) และเรียกว่า 1 คูรี (Ci)

ต่อมาใช้หน่วยตามระบบ SI หน่วยของกัมมันตภาพรังสีจึงเปลี่ยนเป็น เบ็กเคอเรล (Becquerel; Bq) โดยที่ 1 เบ็คเคอเรล หมายถึง ปริมาณสารกัมมันตรังสีที่สลายตัวให้กัมมันตภาพ 1 ครั้งต่อวินาที

ปริมาณกัมมันตภาพรังสีจะมีผลเมื่อเข้าสู่ร่างกาย เพราะรังสีที่เกิดขึ้นจะถูกดูดกลืนในอวัยวะ และเนื้อเยื่อของร่างกาย โดยเฉพาะเมื่อการเปลี่ยนแปลงทางนิวเคลียร์นั้นให้อนุภาคแอลฟา หรือบีตา เพราะอนุภาคทั้งสองเป็นอนุภาคที่มีพิสัยต่ำ จึงมีการถ่ายพลังงานทั้งหมดให้กับอวัยวะ และเนื้อเยื่อซึ่งถือว่าเป็นอันตรายอย่างมาก

2. ปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืน (Absorbed dose)

เนื่องจากรังสีแต่ละชนิดมีความสามารถในการทะลุผ่านวัตถุได้ต่างกัน และถ่ายเทพลังงานให้กับวัตถุแต่ละชนิดไม่เท่ากัน ดังนั้นผลของรังสีต่อวัตถุจึงแปรผันตามปริมาณพลังงานของรังสีที่วัตถุนั้นดูดกลืน ตัวอย่างเช่น รังสีแอลฟา และรังสีบีตาซึ่งเป็นรังสีที่มีพิสัยต่ำจะถ่ายเทพลังงานทั้งหมดให้กับวัตถุ เช่นเดียวกันกับโฟตอนพลังงานต่ำๆ โดยจะส่งผลให้เกิดรอยไหม้ที่ผิวหนัง และถ้าเป็นโฟตอนพลังงานสูงหรือนิวตรอน พลังงานส่วนมากจะทะลุผ่านออกไปจากวัตถุ และจะมีเพียงบางส่วนของพลังงานเท่านั้นที่ถูกดูดกลืนไว้ โดยหน่วยของปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืนเดิมนั้นใช้ Radiation absorbed dose (rad) ซึ่งเท่ากับพลังงานรังสีที่ถูกดูดกลืน 100 ergs ในวัตถุมวล 1 g

$$1 \text{ rad} = 100 \text{ ergs/g} \tag{2.8}$$

ในปัจจุบันหน่วยเปลี่ยนเป็นระบบ SI โดยใช้ mks เป็นมาตรฐาน ทำให้หน่วยปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืนเปลี่ยนไปเป็นหน่วยเกรย์ (Gy)

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 100 \text{ rads} \tag{2.9}$$

3. ปริมาณรังสีที่ทำให้อากาศแตกตัว (Exposure)

ปริมาณรังสีที่ทำให้อากาศแตกตัวเป็นปริมาณรังสีที่ไม่เกี่ยวข้องโดยตรงกับผลของรังสี เพราะเพียงแต่วัดว่ามีการแตกตัวของอากาศมากน้อยเพียงใดเท่านั้น ซึ่งการวัดรังสีในรูปแบบนี้นิยมใช้กันมากเนื่องจากเป็นวิธีที่มีความไวสูง และสามารถวัดค่าได้ถูกต้องแม่นยำ โดยหน่วยเดิมของปริมาณรังสีที่ทำให้อากาศแตกตัวคือ เรินเกนท์ (R) ซึ่งมีค่าเท่ากับพลังงานรังสีที่ทำให้อากาศ

แตกตัวให้ประจุ 1 e.s.u. ในอากาศแห้ง 1 cm^3 ที่ ATP หรืออากาศมวล 1.293×10^{-3} g สำหรับในหน่วย SI ใช้เป็นคูลอมบ์ต่อกิโลกรัม (C/kg) โดยประจุ 1 e.s.u. มีค่าเท่ากับ 3.335×10^{-10} C

$$1\ R = 2.58 \times 10^{-4}\ C/kg \qquad (2.10)$$

4. ปริมาณรังสีสมมูล (Dose equivalent)

แม้ว่ารังสีแต่ละประเภทจะถ่ายเทพลังงานให้กับตัวกลางเท่ากันก็ตาม หากตัวกลางเป็นเนื้อเยื่อสิ่งมีชีวิต ผลทางชีวภาพที่เกิดขึ้นจะแตกต่างกัน โดยปริมาณรังสีสมมูลเป็นหน่วยที่นำเอาผลทางชีววิทยาของรังสีเข้ามาเกี่ยวข้อง โดยอาศัยค่าปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืนเฉลี่ยทั่วกลุ่มของเนื้อเยื่อหรืออวัยวะร่วมกับ Radiation Weighting Factor (W_R) ตามชนิด และพลังงานของรังสี ซึ่งสามารถหาค่าปริมาณรังสีสมมูล (H_T) ของกลุ่มเนื้อเยื่อ และอวัยวะต่างๆ ได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$H_{T,R} = W_R \times D_{T,R} \qquad (2.11)$$

เมื่อ $D_{T,R}$ คือ รังสีที่ถูกดูดกลืนเฉลี่ยทั่วกลุ่มเนื้อเยื่อหรืออวัยวะ (T) เนื่องจากรังสี (R) และค่า W_R จะมีความสัมพันธ์กับค่า Relative Biological Effectiveness (RBE) โดยอาศัยการเปรียบเทียบความเสียหายของเนื้อเยื่อ เมื่อเนื้อเยื่อดูดกลืนรังสีที่ต่างชนิด และต่างพลังงานกัน ในหน่วยเดิมของปริมาณรังสีสมมูลเรียกว่า rem มีค่าเท่ากับ

$$\text{Absorbed dose (rad)} \times W_R \qquad (2.12)$$

สำหรับในปัจจุบันหน่วยของปริมาณรังสีสมมูล ซึ่งเป็นหน่วย SI เปลี่ยนเป็นซีเวิร์ต (Sv) และมีค่าเท่ากับ

$$\text{Absorbed dose (Gy)} \times W_R \qquad (2.13)$$

ดังนั้น

$$1\ Sv = 100\ rem \qquad (2.14)$$

แต่หน่วยซีเวิร์ต (Sv) เป็นหน่วยที่ใหญ่มาก ค่าปริมาณรังสีสมมูลส่วนมากจึงนิยมใช้เป็นมิลลิซีเวิร์ต (mSv) แทน

ตาราง 2.1 ค่า Radiation weighting factor (W_R)

ที่มา : ICRP, 1991

Type and energy range	Radiation weighting factor : W_R
Photons from all energy sources	1
Electrons and muons from all energy sources	1
Energy neutrons < 10 keV	5
10 - 100 keV	10
100 keV - 2MeV	20
2 MeV - 20 MeV	10
> 20 MeV	5
Protons other than recoil protons, energy > 2 MeV	5
Alpha, fission fragments, heavy nuclei	20

2.5 การสลายตัวแบบต่อเนื่อง

การสลายตัวต่อเนื่อง (Chain disintegration) เป็นการสลายตัวต่อๆ กัน โดยที่นิวไคลด์ N_1 สลายตัวเป็นนิวไคลด์ N_2 นิวไคลด์ N_2 สลายตัวเป็นนิวไคลด์ N_3 นิวไคลด์ N_3 สลายตัวต่อไปเป็นเช่นนี้เรื่อยๆ จนกว่าจะได้นิวไคลด์เสถียร ที่จะไม่สลายตัวอีก ในขั้นต้นจะพิจารณาการสลายตัวของนิวไคลด์ N_1 เป็นนิวไคลด์ N_2 และนิวไคลด์ N_2 เป็นนิวไคลด์ N_3 ซึ่งเป็นนิวไคลด์เสถียร เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$N_1 \xrightarrow{\lambda_1} N_2 \xrightarrow{\lambda_2} N_3 \ (stable)$$

โดยที่ λ_1 และ λ_2 เป็นค่าคงที่ของการสลายตัวจาก N_1 ไป N_2 และจาก N_2 ไป N_3 ตามลำดับ

ให้ N_1 แทนจำนวนอะตอมของนิวไคลด์ 1

N_2 แทนจำนวนอะตอมของนิวไคลด์ 2

N_1^0 แทนจำนวนอะตอมของนิวไคลด์ 1 ณ เวลาเริ่มต้น *(t = 0)*

N_2^0 แทนจำนวนอะตอมของนิวไคลด์ 2 ณ เวลาเริ่มต้น *(t = 0)*

จาก

$$N_1 = N_1^0 e^{-\lambda t} \qquad (2.15)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \tag{2.16}$$

แทนสมการ (2.15) ลงใน (2.16)

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$$

$$dN_2 + \lambda_2 N_2 dt = N_1^0 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt$$

$$(e^{\lambda_2 t})(dN_2 + \lambda_2 N_2 dt) = (N_1^0 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt)(e^{\lambda_2 t})$$

$$e^{\lambda_2 t} dN_2 + \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} dt = N_1^0 \lambda_1 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} dt$$

$$d\,(N_2 e^{\lambda_2 t}) = N_1^0 \lambda_1 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} dt$$

$$\int d(N_2 e^{\lambda_2 t}) = \int N_1^0 \lambda_1 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} dt$$

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + c \tag{2.17}$$

ในการหาค่าคงที่ c จะใช้เงื่อนไข ในเวลาเริ่มต้นไม่มีอะตอมลูกในระบบ $T = 0 \rightarrow N_2 = N_2^0 = 0$ แทนค่าในสมการที่ (2.17) จะได้

$$0 = N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} + c$$

$$c = -N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \tag{2.18}$$

สมการที่ (2.17) เขียนใหม่เป็น

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$= N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1)$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right] \tag{2.19}$$

ในกรณีที่นิวไคลด์กัมมันตรังสีมีการสลายตัวต่อเนื่องตั้งแต่สามตัวขึ้นไปจนถึง n ตัว ดังแผนภาพที่เขียนได้ในรูปทั่วๆ ไปดังนี้

$$N_1 \xrightarrow{\lambda_1} N_2 \xrightarrow{\lambda_2} N_3 ... N_n$$

สมการที่ใช้หาจำนวนอะตอมของธาตุ n ภายใต้เงื่อนไข $N_0^2 = N_0^3 = ... = N_0^n = 0$ เป็นไปตามสมการ

$$N_n = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + ... + C_n e^{-\lambda_n t} \tag{2.20}$$

โดย

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 ... \lambda_{n-1} N_1^0}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)...(\lambda_n - \lambda_1)}$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 ... \lambda_{n-1} N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)...(\lambda_n - \lambda_2)}$$

$$C_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 ... \lambda_{n-1} N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n)...(\lambda_{n-1} - \lambda_n)}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงจำนวนอะตอมของธาตุต่างๆ ในอนุกรม คือ

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3$$

$$\vdots$$

$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{n-1} N_{n-1} - \lambda_n N_n$$

จากสมการ (2.20) จะได้ว่า

$$N_3 = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3 e^{-\lambda_3 t} \tag{2.21}$$

โดย

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)}$$

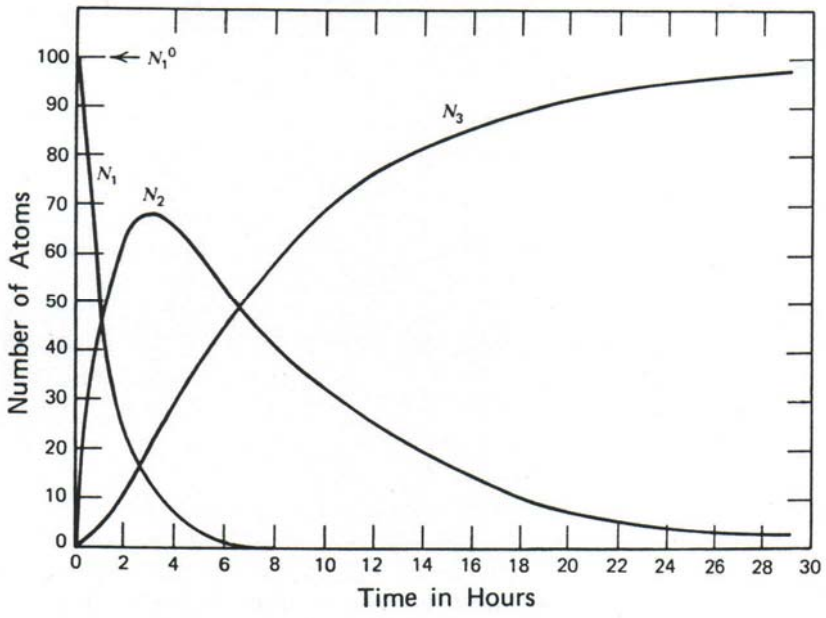
$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

$$C_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)}$$

แทน C_1, C_2, C_3 ลงในสมการ

จะได้

$$N_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \tag{2.22}$$



ภาพประกอบ 2.1 จำนวนอะตอมของการสลายตัวแบบต่อเนื่อง
ที่มา : Faure, 1986

2.6 สมดุลกัมมันตรังสี

นิวไคลด์กัมมันตรังสีที่มีการสลายตัวอย่างต่อเนื่อง ถ้านิวไคลด์แม่มีครึ่งชีวิตยาวกว่านิวไคลด์ลูก มีโอกาสที่จะเกิดสมดุลกัมมันตรังสีได้ 2 แบบ คือ

1. สมดุลแบบชั่วคราว (Transient Equilibrium)

สมดุลกัมมันตรังสีแบบนี้เกิดขึ้นเมื่อครึ่งชีวิตของนิวไคลด์แม่มีค่ามากกว่าครึ่งชีวิตของนิวไคลด์ลูกประมาณ 3-10 เท่า กล่าวคือ $\lambda_1 \langle \lambda_2$

เมื่อ λ_1 แทน ค่าคงที่การสลายตัวของนิวไคลด์แม่

λ_2 แทน ค่าคงที่การสลายตัวของนิวไคลด์ลูก

ถ้าเริ่มต้นที่เวลา $t = 0$ ไม่มีนิวไคลด์ลูกอยู่เลย จากสมการ (2.19)

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right]$$

เนื่องจาก $\lambda_1 \langle \lambda_2$ เมื่อ t มีค่ามากๆ ค่า $e^{-\lambda_2 t}$ จะเข้าใกล้ศูนย์เร็วกว่า $e^{-\lambda_1 t}$

ดังนั้น สมการ (2.19) จะได้เป็น

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} \tag{2.23}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1 \tag{2.24}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \tag{2.25}$$

ในขณะเดียวกัน อัตราส่วนระหว่างกัมมันตภาพของนิวไคลด์ลูกกับกัมมันตภาพของนิวไคลด์แม่ จะมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$\frac{dN_2/dt}{dN_1/dt} = \frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_1 N_1} \tag{2.26}$$

แทนค่า N_2 / N_1 จากสมการ (2.25) จะได้

$$\frac{dN_2/dt}{dN_1/dt} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \tag{2.27}$$

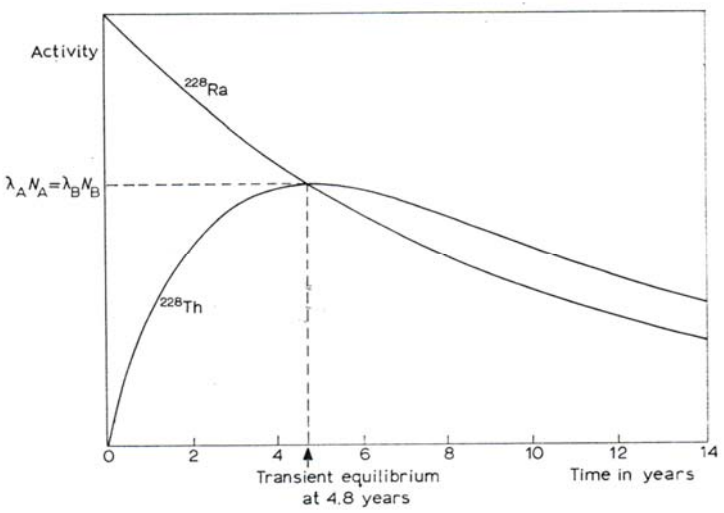
จะเห็นได้ว่าทั้งสมการ (2.24) และ (2.25) ต่างแสดงว่า N_2 / N_1 และ $\frac{dN_2/dt}{dN_1/dt}$ มีค่าคงตัว จากสมการ (2.23) คูณด้วย λ_2 จะได้

$$\lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1 \tag{2.28}$$

เนื่องจาก $\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$ เป็นค่าคงตัว สมการ (2.28) จะได้เป็น

$$\lambda_2 N_2 \; \alpha \; N_1$$

นั่นคือ หลังจากการเข้าสู่สมดุลทางรังสีแล้ว กัมมันตภาพของนิวไคลด์ลูกจะลดลงด้วยครึ่งชีวิตของนิวไคลด์แม่



ภาพประกอบ 2.2 สมดุลกัมมันตรังสีแบบชั่วคราว (Transient Equilibrium)
ที่มา : Paul, 1969

2. สมดุลแบบถาวร (Secular Equilibrium)

สมดุลกัมมันตรังสีแบบนี้เกิดขึ้นเมื่อ ครึ่งชีวิตของนิวไคลด์แม่มีค่ามากกว่าครึ่งชีวิตของนิวไคลด์ลูกมาก $((T_{1/2})_1 \rangle\rangle (T_{1/2})_2)$ ประมาณ 10^4 เท่า หรือมากกว่า กล่าวคือ $\lambda_1 \langle\langle \lambda_2$ ดังนั้นจึงดูคล้ายกับว่ากัมมันตภาพของนิวไคลด์แม่จะไม่เปลี่ยนแปลงไปเท่าไรแม้ว่าจะมีการสลายตัวไปนาน เนื่องจากครึ่งชีวิตของนิวไคลด์แม่มีค่ามากกว่าครึ่งชีวิตของนิวไคลด์ลูกมาก ทำให้ λ_1 มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ λ_2
ดังนั้น $e^{-\lambda_1 t} \approx 1$ และ $\lambda_2 - \lambda_1 \approx \lambda_2$
จากสมการ

$$N_1 = N_1^0 e^{-\lambda_1 t} \tag{2.29}$$

แทนค่า $e^{-\lambda_1 t} = 1$ ลงในสมการ (2.29)

ดังนั้น $N_1 = N_1^0$

หรือ

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1^0 \tag{2.30}$$

จากสมการ (2.30) กล่าวได้ว่า แม้จะมีการสลายตัวไปนาน แต่กัมมันตภาพของนิวไคลด์แม่หลังจากการสลายตัวมีค่าเท่ากับกัมมันตภาพเริ่มต้น

จากสมการ (2.19)

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

แทนค่า $e^{-\lambda_1 t} \approx 1$ และ $\lambda_2 - \lambda_1 \approx \lambda_2$ ลงในสมการ (2.19) จะได้

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1^0 (1 - e^{-\lambda_2 t}) \tag{2.31}$$

เมื่อระยะเวลาการสลายตัวผ่านไปนานๆ $(t = \infty)$ ดังนั้น $e^{-\lambda_2 t} = 0$

ดังนั้น

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1^0$$

$$\lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1^0 = \lambda_1 N_1 \tag{2.32}$$

จากสมการ (2.32) แสดงว่า กัมมันตภาพของนิวไคลด์ลูกเท่ากับของนิวไคลด์แม่ เป็นผลให้กัมมันตภาพรวมมีค่าเป็นสองเท่าของกัมมันตภาพเดิม ซึ่งเขียนได้เป็น

$$A_t = \lambda_1 N_1 + \lambda_2 N_2$$

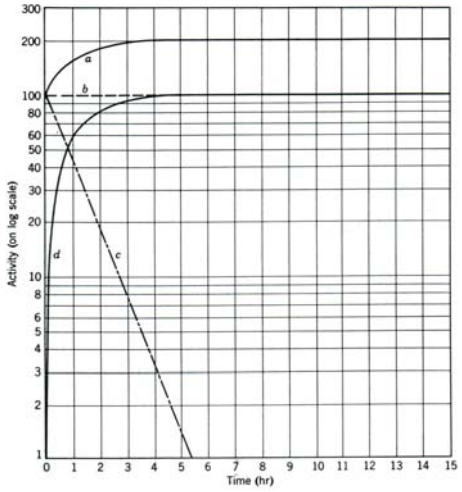
$$A_t = 2\lambda_1 N_1$$

A_t คือ กัมมันตภาพรวมของนิวไคลด์แม่และลูก

ในกรณีนิวไคลด์กัมมันตรังสีมีการสลายตัวต่อเนื่องหลายๆ ครั้ง จะได้ความสัมพันธ์ว่า

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \lambda_4 N_4 = \ldots \tag{2.33}$$

สภาวะที่กัมมันตภาพของนิวไคลด์ลูกเท่ากับของนิวไคลด์แม่ หลังจากผ่านการสลายตัวไปนานระยะหนึ่งนั้น เรียกว่า สมดุลถาวร (Secular Equilibrium)



ภาพประกอบ 2.3 สมดุลกัมมันตรังสีแบบถาวร (Secular Equilibrium)

ที่มา : Friedlander *et al*., 1964

2.7 อนุกรมกัมมันตรังสีในธรรมชาติ

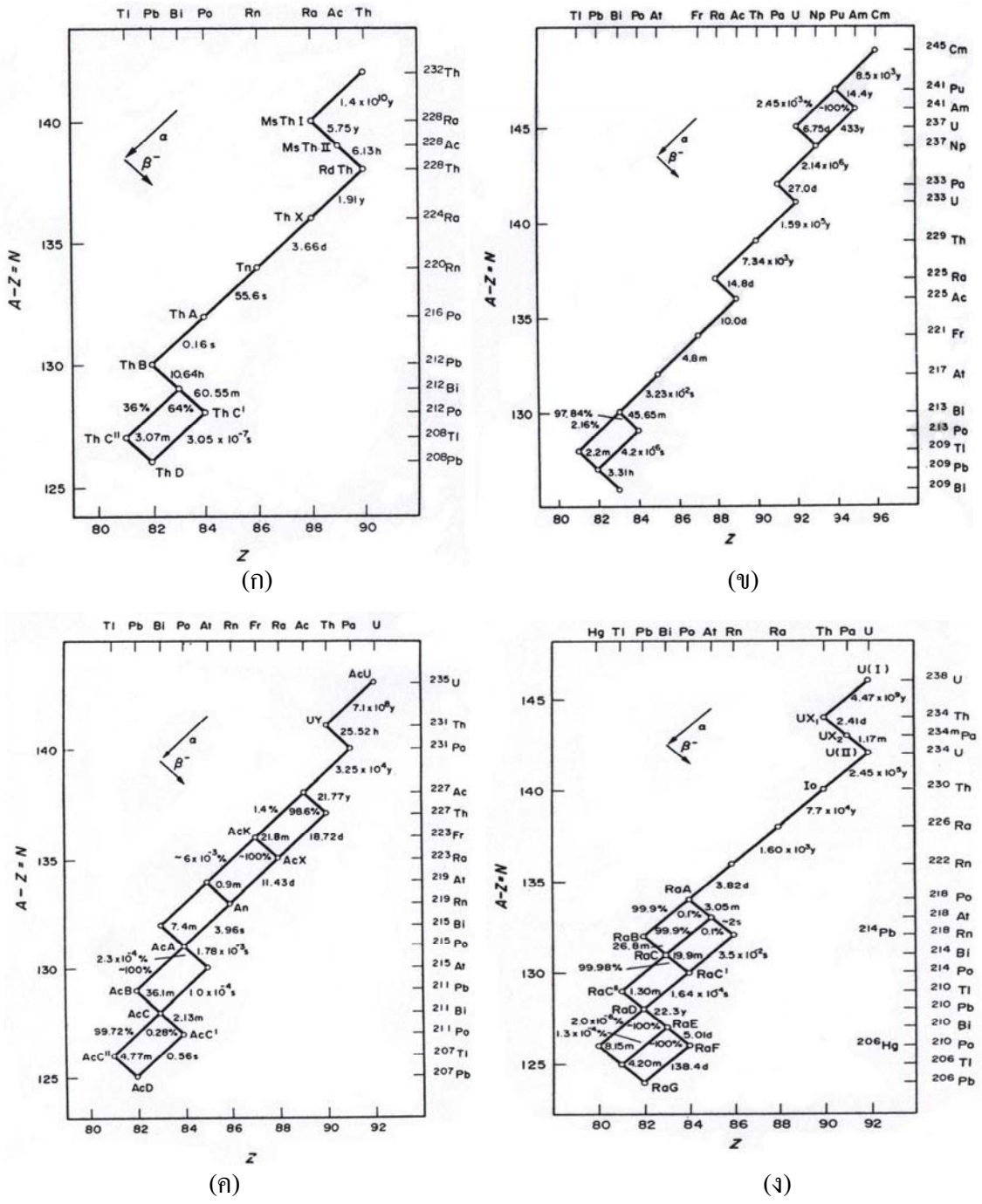
เมื่อนิวไคลด์กัมมันตรังสีที่เป็นต้นกำเนิดรังสีมีการสลายตัวอย่างต่อเนื่อง จนได้นิวไคลด์สุดท้ายที่เสถียร การสลายตัวเป็นลำดับนี้เรียกว่า “อนุกรมกัมมันตรังสี” (Radioactivity Series) โดยอนุกรมกัมมันตรังสีที่มีอยู่ในธรรมชาติมีทั้งหมด 4 อนุกรม ซึ่งในแต่ละอนุกรมก็จะมีการสลายตัวตามลักษณะเฉพาะของอนุกรมนั้น อนุกรมทั้ง 4 มีดังนี้

1. อนุกรมทอเรียม (Thorium Series, 4n Series) นิวไคลด์กัมมันตรังสีเริ่มต้นในอนุกรมนี้ คือ ^{232}Th มีการสลายตัวต่อเนื่องจนกระทั่งได้นิวไคลด์เสถียร คือ ^{208}Pb นิวไคลด์กัมมันตรังสีในอนุกรมชุดนี้ มีเลขมวล (A) เท่ากับ 4n จึงเรียกอนุกรมนี้ว่า 4n

2. อนุกรมเนปทูเนียม (Neptunium Series, 4n+1 Series) มี ^{241}Pu เป็นนิวไคลด์กัมมันตรังสีเริ่มต้น นิวไคลด์กัมมันตรังสีในอนุกรมชุดนี้ มีเลขมวล(A) เท่ากับ 4n+1 แต่เนื่องจาก ^{241}Pu มีครึ่งชีวิตเพียง 14.4 ปี และนิวไคลด์ส่วนใหญ่ที่เกิดจากการสลายตัวในอนุกรมนี้มีครึ่งชีวิตไม่ยาวนัก ปัจจุบันจึงไม่พบอนุกรมนี้ (n คือ เลขจำนวนเต็มบวก)

3. อนุกรมยูเรเนียม (Uranium Series, 4n+2 Series) นิวไคลด์กัมมันตรังสีในอนุกรมนี้ มีเลขมวลเท่ากับ 4n+2 นิวไคลด์เริ่มต้นในอนุกรมนี้คือ ^{238}U มีการสลายตัวต่อเนื่องจนกระทั่งได้นิวไคลด์เสถียร คือ ^{206}Pb

4. อนุกรมแอกทิเนียม (Actinium series, 4n+3 Series) มีนิวไคลด์กัมมันตรังสีเริ่มต้นในอนุกรมนี้คือ ^{235}U มีการสลายตัวต่อเนื่องจนกระทั่งได้นิวไคลด์เสถียร คือ ^{207}Pb นิวไคลด์กัมมันตรังสีในอนุกรมชุดนี้ มีเลขมวล (A) เท่ากับ 4n+3 จึงเรียกอนุกรมนี้ว่า 4n+3



(ก) (ข)

(ค) (ง)

ภาพประกอบ 2.4 อนุกรมกัมมันตรังสีในธรรมชาติ

(ก) อนุกรมทอเรียม (ข) อนุกรมเนปทูเนียม

(ค) อนุกรมยูเรเนียม (ง) อนุกรมแอกทิเนียม

ที่มา : Mann *et al*., 1980

ตาราง 2.2 ชนิดของนิวไคลด์ ครึ่งชีวิต รังสีและพลังงานที่ปล่อยของอนุกรมทอเรียม

ที่มา : Liverhant, 1960

Radioelement (classical name)	Nuclide	Modern Name	Half-Life	Disintegration Mode and Energy (Mev)		
				α	β	γ
Thorium (Th)	$_{90}Th^{232}$	Thorium	1.39×10^{10} yr	3.98		0.055
Mesothorium 1 (MsTh 1)	$_{88}Ra^{228}$	Radium	6.7 yr		0.012	0.03
Mesothorium 2 (MsTh 2)	$_{89}Ac^{228}$	Actinium	6.13 hr		2.18	Many groups
Radiothorium (RdTh)	$_{90}Th^{228}$	Thorium	1.90 yr	5.423 5.34		0.0843
Thorium X (Th X)	$_{88}Ra^{224}$	Radium	3.64 day	5.681		0.241
Thoron (Tn)	$_{86}Rn^{220}$	Radon	52 sec	6.282		
Thorium A (Th A)	$_{84}Po^{216}$	Polonium	0.16 sec	6.774	?	
Thorium B (Th B)	$_{82}Pb^{212}$	Lead	10.6 hr		0.589	0.115–0.299
Astatine-216 (0.014%)	$_{85}At^{216}$	Astatine	3×10^{-4} sec	7.79		
Thorium C (Th C) (66.3%)	$_{83}Bi^{212}$	Bismuth	60.5 min	6.086– 5.48	2.25	0.04–0.47 (α) 0.72; 2.20 (β)
Thorium C′ (Th C′) (33.7%)	$_{84}Po^{212}$	Polonium	3×10^{-7} sec	8.776		
Thorium C″ (Th C″)	$_{81}Tl^{208}$	Thallium	3.1 min		1.792	Many groups
Thorium D (Th D)	$_{82}Pb^{208}$	Lead	Stable			

ตาราง 2.3 ชนิดของนิวไคลด์ ครึ่งชีวิต รังสีและพลังงานที่ปล่อยของอนุกรมเนปทูเนียม

ที่มา : Liverhant, 1960

Radioelement	Nuclide	Half-Life	and Energy (Mev)		
			α	β	γ
Plutonium	$_{94}Pu^{241}$	13.2 yr		0.02	
Americium	$_{95}Am^{241}$	462 yr	5.546		0.062
Neptunium	$_{93}Np^{237}$	2.20×10^{6} yr	4.77		
Protactinium	$_{91}Pa^{233}$	27.4 day		0.53	0.31
Uranium	$_{92}U^{233}$	1.62×10^{5} yr	4.823		0.08; 0.04; 0.31
Thorium	$_{90}Th^{229}$	7340 yr	5.02		
Radium	$_{88}Ra^{225}$	14.8 day		0.3	
Actinium	$_{89}Ac^{225}$	10.0 day	5.80		
Francium	$_{87}Fr^{221}$	4.8 min	6.30		
Astatine	$_{85}At^{217}$	0.018 sec	7.02		
Bismuth	$_{83}Bi^{213}$	47 min	5.86	1.39	
Polonium	$_{84}Po^{213}$	4.2×10^{-6} sec	8.336		
Thallium	$_{81}Tl^{209}$	2.2 min		1.99	
Lead	$_{82}Pb^{209}$	3.32 hr		0.635	
Bismuth	$_{83}Bi^{209}$	Stable			

ตาราง 2.4 ชนิดของนิวไคลด์ ครึ่งชีวิต รังสีและพลังงานที่ปล่อยของอนุกรมยูเรเนียม

ที่มา : Liverhant, 1960

Radioelement (classical name)	Nuclide	Modern Name	Half-Life	Disintegration Mode and Energy (Mev)		
				α	β	γ
Uranium I (UI)	$_{92}U^{238}$	Uranium	4.51×10^9 yr	4.18		0.045
Uranium X_1	$_{90}Th^{234}$	Thorium	24.1 day		0.205	0.09
Uranium X_2	$_{91}Pa^{234}$	Protactinium	1.175 min		2.32	0.817
Uranium Z (UZ)	$_{91}Pa^{234}$	Protactinium	6.7 hr		1.2	
Uranium II (UII)	$_{92}U^{234}$	Uranium	2.48×10^5 yr	4.763		0.05; 0.117
Ionium (Io)	$_{90}Th^{230}$	Thorium	8.0×10^4 yr	4.68 4.61		0.068; 0.228
Radium (Ra)	$_{88}Ra^{226}$	Radium	1620 yr	4.777		0.186
Ra Emanation (Rn)	$_{86}Rn^{222}$	Radon	3.825 day	5.486		
Radium A (Ra A)	$_{84}Po^{218}$	Polonium	3.05 min	5.998		
0.02% Radium B (Ra B)	$_{82}Pb^{214}$	Lead	26.8 min		0.65	0.29 (many more)
Astatine-218	$_{85}At^{218}$	Astatine	2 sec	6.63		
Radium C (Ra C)	$_{83}Bi^{214}$	Bismuth	19.7 min	5.505 5.444	3.17	0.0625; 0.6091 (α) 0.606; 2.42 (β)
0.04% Radium C′ (Ra C′)	$_{84}Po^{214}$	Polonium	1.64×10^{-4} sec	7.680		
Radium C″ (Ra C″)	$_{81}Tl^{210}$	Thallium	1.32 min		1.8	?
Radium D (Ra D)	$_{82}Pb^{210}$	Lead	19.4 yr		0.018	0.0465
Radium E (Ra E)	$_{83}Bi^{210}$	Bismuth	5.0 day		1.17	
5×10^{-4}% Radium F (Ra F)	$_{84}Po^{210}$	Polonium	138.3 day	5.298		0.800
Thallium-206	$_{81}Tl^{206}$	Thallium	4.20 min		1.51	
Radium G (Ra G)	$_{82}Pb^{206}$	Lead	Stable			

ตาราง 2.5 ชนิดของนิวไคลด์ ครึ่งชีวิต รังสีและพลังงานที่ปล่อยของอนุกรมแอกทิเนียม

ที่มา : Liverhant, 1960

Radioelement (classical name)	Nuclide	Modern Name	Half-Life	Disintegration Mode and Energy (Mev)		
				α	β	γ
Actinouranium (AcU)	$_{92}U^{235}$	Uranium	7.13×10^8 yr	4.58 4.40		Many groups
Uranium Y (UY)	$_{90}Th^{231}$	Thorium	25.64 hr		0.302	0.030 0.022
Protactinium (Pa)	$_{91}Pa^{231}$	Protactinium	3.43×10^4 yr	5.042 4.66		0.32 Many groups
Actinium (Ac)	$_{89}Ac^{227}$	Actinium	21.8 yr	4.94	0.04	0.37
1.2% Radioactinium (RdAc)	$_{90}Th^{227}$	Thorium	18.4 day	6.03 5.65		0.258 0.50
Actinium K (Ac K)	$_{87}Fr^{223}$	Francium	21 min		1.2	0.09
Actinium X (Ac X)	$_{88}Ra^{223}$	Radium	11.7 day	5.86 5.42		Many groups
Ac Emanation (An)	$_{86}Rn^{219}$	Radon	3.92 sec	6.824 6.56		Many groups
Actinium A (Ac A)	$_{84}Po^{215}$	Polonium	1.83×10^{-3} sec	7.365		
5×10^{-4}% Actinium B (Ac B)	$_{82}Pb^{211}$	Lead	36.1 min		1.39	Many groups
Astatine-215	$_{85}At^{215}$	Astatine	10^{-4} sec	8.00		
Actinium C (Ac C)	$_{83}Bi^{211}$	Bismuth	2.16 min	6.618 6.272	?	0.350
0.3% Actinium C′ (Ac C′)	$_{84}Po^{211}$	Polonium	0.52 sec	7.434		
Actinium C″ (Ac C″)	$_{81}Tl^{207}$	Thallium	4.78 min		1.44	0.87
Actinium D (Ac D)	$_{82}Pb^{207}$	Lead	Stable			