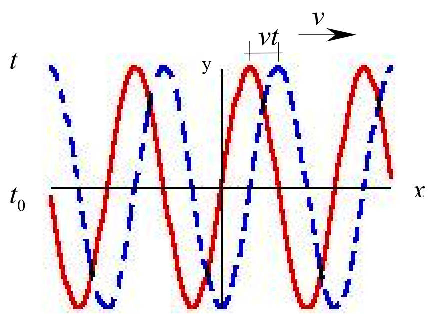
2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 คลื่นรูปไซน์

คลื่นรูปไซน์เป็นตัวอย่างสำคัญของคลื่น และสามารถใช้สร้างคลื่นในรูปแบบของการซ้อนกันได้ พิจารณาภาพของคลื่นไซน์ที่กำลังเดินทาง ณ เวลาเริ่มต้น (t_0) และภาพของคลื่นในเวลาต่อมา (t) รูปที่ 1

รูปที่ 1 การเคลื่อนที่ของคลื่นรูปไซน์ไปทางขวาด้วยอัตราเร็ว v

(ที่มา : Physics for Scientists and Engineers. 2000. p.503.)



ตำแหน่ง y (ตามแนวดิ่ง)ของอนุภาคของตัวกลางที่คลื่นผ่าน เขียนได้เป็น

$$y = A\sin(\frac{2\pi x}{\lambda} + \phi) \quad 2.1$$

โดยที่ A คือ แอมพลิจูด (amplitude) ของคลื่น

λ คือ ความยาวคลื่น

x คือ ตำแหน่งของคลื่นตามแนวราบ และมีมุมเฟสเริ่มต้นเท่ากับศูนย์ ($\phi = 0$)

ถ้าคลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยอัตราเร็ว v ตำแหน่ง(ตามแนวดิ่ง)ของอนุภาคของตัวกลางที่คลื่นผ่าน หรือฟังก์ชันคลื่น ณ เวลา t คือ

$$y = A\sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right\} \quad 2.2$$

จากนิยามของความเร็ว ถ้าคลื่นเดินทางได้ระยะทาง 1 ความยาวคลื่น(λ) ในระยะเวลาหนึ่งคาบ(T) ความเร็วคลื่นจึงเขียนได้เป็น

$$v = \frac{\lambda}{T} \tag{2.3}$$

แทนค่าสมการ 2.3 ลงในสมการ 2.2 จะได้เป็น

$$y = A\sin\left\{2\pi(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T})\right\} \tag{2.4}$$

จะสังเกตได้ว่าที่ตำแหน่งของคลื่นตามแนวราบเป็น x, x+λ , x+2λ,…ค่า y จะมีค่าเดียวกัน ยิ่งไปกว่านั้นที่ตำแหน่งตามแนวราบ x ใดๆ ค่าของ y จะมีค่าเดียวกันที่เวลา t,t+T,t+2T,…ด้วย

เราสามารถเขียนฟังก์ชันคลื่นได้อีกรูปแบบหนึ่ง โดยการกำหนดปริมาณทางฟิสิกส์ 2 ปริมาณขึ้นมาใหม่ คือ ความถี่เชิงมุม(angular frequency;ω) และเลขคลื่น(wave number;k)

เนื่องจาก

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} \tag{2.5}$$

และ

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2.6}$$

จากการใช้คำนิยามตามสมการที่ 2.5 และ 2.6 ฉะนั้นสมการที่ 2.4 จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$y = A\sin(kx - \omega t) \tag{2.7}$$

ความถี่ (f) ของคลื่นไซน์จะมีความสัมพันธ์กับคาบ(period;T) คือ

$$f \equiv \frac{1}{T} \tag{2.8}$$

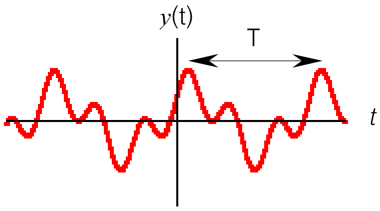
2.2 การแทนลักษณะสัญญาณซึ่งเป็นคาบด้วยอนุกรมฟูริเยร์และการแปลงฟูริเยร์

ดูรูปที่ 2 แสดงตัวอย่างของสัญญาณซึ่งเป็นคาบ สัญญาณซึ่งเป็นคาบ y(t) จะมีคุณสมบัติดังนี้คือ

$$y(t) = y(t+T), \text{โดย T ไม่เท่ากับศูนย์} \qquad 2.9$$

โดย T คือคาบ (period) ของคลื่น

รูปที่ 2 สัญญาณซึ่งมีลักษณะเป็นคาบ



พิจารณาสัญญาณ y(t) ซึ่งได้มาจากการรวมลักษณะของสัญญาณรูปไซน์(sinusoidal) ซึ่งมีความถี่เป็น $0,f,2f,3f,\ldots,kf$ จะเขียนเป็นอนุกรมได้ว่า

$$y(t) = a_0 + a_1 \cos 2\pi ft + a_2 \cos 2(2\pi f)t + \ldots + a_k \cos 2\pi kft + b_1 \sin 2\pi ft + b_2 \sin 2(2\pi f)t + \ldots$$

$$+ b_k \sin 2\pi kft$$

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{k} \{a_n \cos 2\pi nft + b_n \sin 2\pi nft\} \qquad 2.10$$

ความถี่ f เรียกว่าความถี่มูลฐาน (fundamental frequency) และ nf เรียกว่า ความถี่ฮาร์มอนิกลำดับที่ n (n^{th} harmonic frequency) สมการที่ 2.10 เรียกว่า อนุกรมฟูริเยร์ (Fourier series) และจากสมการที่ 2.5 และ 2.8 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่เชิงเส้นกับความถี่เชิงมุม คือ

$$\omega = 2\pi f \qquad 2.11$$

แทนค่าสมการที่ 2.11 ลงในสมการที่ 2.10 จะได้ว่า

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{k} \{a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t\} \qquad 2.12$$

โดย a_0, a_n และ b_n สามารถหาได้จากสูตรของฟูริเยร์(Fourier formula) ดังนี้

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) dt \qquad 2.13$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \cos(n\omega t) dt \qquad 2.14$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \sin(n\omega t) dt \qquad 2.15$$

โดย t_0 เป็นค่าเวลาใดๆ

จากสมการ 2.12 สามารถเขียนให้กระทัดรัดขึ้นเป็น

$$y(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{k} C_n (\cos n\omega t + \theta_n) \qquad 2.16$$

โดย
$$C_0 = a_0$$
$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

และ
$$\theta_n = -\arctan \frac{b_n}{a_n} \qquad 2.17$$

สัญญาณรูปไซน์ ที่มีความถี่เชิงมุม $n\omega$ (ดูสมการที่ 2.12)สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมของเอกซ์โปเนนเชียลได้เป็น

$$y(t) = C_0 + C_1 e^{i\omega t} + C_2 e^{i2\omega t} + \ldots + C_n e^{in\omega t} + C_{-1} e^{-i\omega t} + C_{-2} e^{-i2\omega t} + \ldots + C_{-n} e^{-in\omega t} + \ldots$$

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n e^{in\omega t} \qquad 2.18$$

โดย

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} y(t)e^{-in\omega t}\,dt \qquad 2.19$$

C_n เป็นสัมประสิทธิ์ (เป็นจำนวนเชิงซ้อน)

การแปลงจาก y(t) ซึ่งขึ้นอยู่กับเวลา ไปเป็น $G(\omega)$ ซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่ เราเรียกว่า การแปลงฟูริเยร์ ซึ่งจะได้ว่า

$$y(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} G(\omega)e^{i\omega t}\,d\omega \qquad 2.20$$

และ

$$G(\omega) = \int_{t=-\infty}^{t=\infty} y(t)e^{-i\omega t}\,dt \qquad 2.21$$

อาจเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า

$$y(t) \longleftrightarrow G(\omega)$$

$G(\omega)$ แทนสเปกตรัมความถี่ของ y(t)

2.3 วิธีการฟาสฟูริเยร์ทรานส์ฟอร์ม (Fast Fourier Transform;FFT)

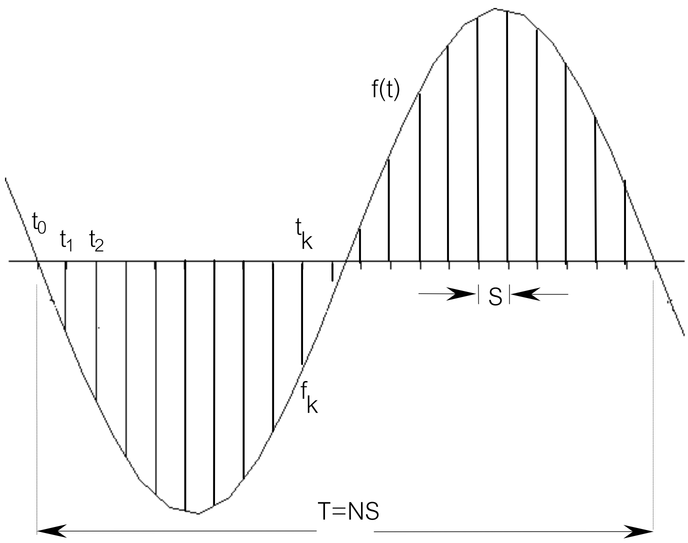
ก่อนที่จะอธิบายถึงวิธีการ FFT จะต้องเข้าใจวิธีการ Discrete Fourier Transform ก่อน

2.3.1 วิธีการ discrete Fourier transform (DFT)

วิธีการ discrete Fourier transform ใช้คำนวณหาองค์ประกอบหรือสัมประสิทธิ์ของค่า sine และ cosine ของรูปแบบคลื่น f(t) ซึ่งมีลักษณะเป็นคาบ (period) โดยสัญญาณ f(t) ถูกสุ่ม N ครั้ง โดยแต่ละครั้งใช้เวลาห่างกัน S เพราะฉะนั้นเวลาของการสุ่มทั้งหมดจะเป็น NS และครั้งแรกของการสุ่ม (k=0) ที่เวลา $t_0 = 0$,ครั้งที่สองของการสุ่ม (k=1) ที่เวลา $t_1 = 1S$,การสุ่มครั้งที่สาม (k=2) ที่เวลา $t_2 = 2S$,การสุ่มครั้งที่ k-1ของการสุ่ม (k=k) ที่เวลา $t_k = kS$,ไปจนถึงการสุ่มครั้งสุดท้าย $t_{N-1} = (N-1)S$

รูปที่ 3 รูปแบบคลื่น (waveform) ซึ่งถูกสุ่ม N ครั้ง โดยแต่ละครั้งใช้เวลาห่างกัน S

(ที่มา : Interfacing a Laboratory Approach Using the Computer for Instrumentation, Data Analysis and Control. 1990. p 259.)



โดยการใช้สัญลักษณ์ f_k คือ $f(t_k)$ เรานิยาม discrete Fourier transform ของ f_k คือ

$$F_n = \sum_{k=0}^{k=N-1} f_k e^{-i\omega t_k} \qquad 2.22$$

โดยสมการที่ 2.22 นั้นก็คือสมการที่ 2.21 (การแปลงฟูริเยร์แบบดั้งเดิม) โดย

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{n}{T} = 2\pi \frac{n}{NS} \qquad 2.23$$

n คือ จำนวนรอบ (cycle) ของการสุ่ม

T คือ เวลาของการสุ่มทั้งหมด (full sampling interval) ซึ่ง T = NS

และ

$$t_k = kS \qquad 2.24$$

แทนค่าสมการที่ 2.23 และ 2.24 ลงในสมการที่ 2.22 จะได้

$$F_n = \sum_{k=0}^{k=N-1} f_k e^{-i2\pi\frac{nk}{N}} \qquad 2.25$$

จากสูตรของออยเลอร์

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta \qquad 2.26$$

จะได้ว่า

$$F_n = \sum_{k=0}^{k=N-1} f_k \left\{ \cos(2\pi \frac{nk}{N}) - i\sin(2\pi \frac{nk}{N}) \right\} \qquad 2.27$$

2.3.2 วิธีการ Fast Fourier Transform (FFT)

วิธีการ Fast Fourier Transform คือ วิธีการคำนวณแบบ DFT ให้เร็วขึ้น คิดโดย Cooley and Tukey (1965) โดยการใช้เทคนิคการสลับแถว (row) ของเมตริกซ์เข้ามาช่วย เดิมวิธีการ DFT จะใช้จำนวนครั้งในการคำนวณเป็น N^2 ครั้ง โดย N คือจำนวนตัวอย่างที่สุ่ม (samples) เช่น มีจำนวนตัวอย่างที่สุ่ม N = 1,024 จะต้องใช้จำนวนครั้งในการคำนวณ $N^2 = (1,024)^2 = 1,048,576$ ครั้ง ซึ่งต้องใช้เวลานานกว่าจะคำนวณเสร็จ

แต่ถ้าเป็นวิธีการ FFT จะใช้จำนวนครั้งในการคำนวณเป็น $N\log_2 N$ ครั้ง เช่น ถ้ามีจำนวนตัวอย่างที่สุ่ม N = 1,024 จะใช้จำนวนครั้งในการคำนวณ เป็น $N\log_2 N = 1,024 \times \log_2 1,024 = 1,024 \times \log_2 2^{10} = 1,024 \times 10 = 10,240$ ครั้ง ซึ่งใช้เวลาน้อยกว่าการคำนวณโดยวิธีการ DFT มาก

2.4 คลื่นนิ่งในท่ออากาศ

คลื่นนิ่ง (standing waves) เป็นคลื่นที่เกิดจากการซ้อนทับกันของสองคลื่นที่มี ความเร็ว ความยาวคลื่น และความถี่เท่ากันแต่มีทิศทางตรงกันข้าม สามารถทำให้เกิดได้ในท่อที่มีอากาศ เช่น ในเครื่องดนตรีประเภทเป่า ซึ่งคลื่นนิ่งนี้เป็นผลของการแทรกสอดระหว่างคลื่นเสียง(ซึ่งเป็นคลื่นตามยาว)เดินทางในทิศทางตรงกันข้าม ความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นตกกระทบกับคลื่นสะท้อนในท่ออากาศ ขึ้นอยู่กับว่าปลายของท่อนั้นเปิดหรือปิด

ในท่อปลายปิด(closed pipe) บริเวณที่ปลายปิดนั้นจะเป็นบริเวณที่มีการกระจัดน้อย (displacement node) เพราะผนังของปลายด้านนี้ไม่ยอมให้เกิดการเคลื่อนที่ของโมเลกุลอากาศ ผลก็คือที่บริเวณส่วนของปลายปิดของท่ออากาศนั้น คลื่นเสียงจะสะท้อนกลับด้วยมุม 180 องศากับคลื่นเสียงตกกระทบ และจะทำให้บริเวณนั้นมีความดันของอากาศสูง เรียกว่า จุดปฏิบัพของความดัน (pressure antinode)

ในท่อปลายเปิด(open end) บริเวณที่เป็นปลายเปิดนั้น จะเป็นบริเวณที่โมเลกุลของอากาศมีการกระจัดมาก (displacement antinode) เพราะไม่มีผนังกั้น ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของโมเลกุลอากาศได้มาก ผลก็คือที่บริเวณส่วนของปลายเปิดของท่ออากาศนั้น คลื่นเสียงจะสะท้อนกลับด้วยมุมศูนย์องศากับคลื่นเสียงตกกระทบ และจะทำให้บริเวณนั้นมีความดันของอากาศต่ำ ซึ่งเรียกว่า จุดบัพของความดัน (pressure node) จะเห็นได้ว่าเมื่อโมเลกุลของอากาศสั่นมาก ความดันของอากาศจะต่ำ และถ้าโมเลกุลของอากาศสั่นน้อย ความดันของอากาศจะสูง ดูรูปที่ 6 ประกอบ

รูปแบบของการสั่นของโมเลกุลอากาศซึ่งอยู่ในท่อปลายเปิดทั้งสองด้านนั้นเราประมาณได้ว่าที่ปลายทั้งสองด้านมีการกระจัดของโมเลกุลอากาศมาก หรือเป็นจุดปฏิบัพ (antinode) และทำให้เกิดคลื่นนิ่งระหว่างจุดปฏิบัพนั้น ซึ่งถ้าดูจากรูปที่ 4 (a) ระยะทางระหว่างจุดปฏิบัพมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น และในกรณีนี้ระยะทางระหว่างจุดปฏิบัพก็คือความยาวของท่อ เพราะฉะนั้น $L = \lambda / 2$ จากสมการที่ 2.3 และ 2.8 ความเร็วคลื่นคือ

$$v = \lambda f \qquad 2.28$$

ดังนั้นความถี่มูลฐาน (fundamental frequency) คือ

$$f_1 = \frac{v}{2L} \qquad 2.29$$

โดย v คืออัตราเร็วของเสียงในอากาศ

L คือความยาวของท่อ

และจากรูปที่ 4 (b) ระยะทางระหว่างจุดปฏิบัพเท่ากับ $\lambda / 2$ และการกระจัดมีจุดบัพ 2 จุด เพราะฉะนั้นความยาวของท่อ (L) จะเท่ากับ $2\left(\frac{\lambda}{2}\right) = \lambda$ ดังนั้นความถี่ฮาร์มอนิกที่ 2 จะเป็น

$$f_2 = \frac{v}{L} = 2f_1 \qquad 2.30$$

จากรูปที่ 4 (c) ระยะทางระหว่างจุดปฏิบัพเท่ากับ $\lambda / 2$ และการกระจัดมีจุดบัพ 3 จุด เพราะฉะนั้นความยาวของท่อ (L) จะเท่ากับ $3\left(\frac{\lambda}{2}\right) = \frac{3}{2}\lambda$ ดังนั้นความถี่ฮาร์มอนิกที่ 3 จะเป็น

$$f_3 = \frac{3v}{2L} = 3f_1 \qquad 2.31$$

จากสมการที่ 2.29 ถึง 2.31 สำหรับทุกๆรูปแบบของการกระจัดของโมเลกุลของอากาศภายในท่อปลายเปิดที่มีความยาว L จะได้ว่า

$$f_n = \frac{nv}{2L} = nf_1 \qquad 2.32$$

โดยที่ n คือลำดับของฮาร์มอนิก มีค่า 1,2,3,… และ f_1 คือความถี่มูลฐาน

รูปที่ 4 ภาคตัดขวางของท่อปลายเปิด แสดงรูปแบบการกระจัดของโมเลกุลอากาศ
(ที่มา : University Physics. 1996. p.634.)

ถ้าท่ออากาศนั้นถูกปิดไว้ข้างหนึ่งและเปิดข้างหนึ่ง (closed pipe) ดังรูปที่ 5 ด้านที่ถูกปิดจะเป็นบริเวณที่โมเลกุลอากาศมีการกระจัดน้อย หรือเรียกว่า จุดบัพ (node) ส่วนด้านที่เปิดมีการกระจัดมาก หรือเรียกว่า จุดปฏิบัพ (antinode) เพราะฉะนั้นคลื่นนิ่งที่ทำให้เกิดรูปแบบแรกของการ

กระจัดจะแผ่ขยายกว้างจากจุดที่มีการกระจัดมากถึงจุดที่มีการกระจัดน้อย ซึ่งระยะทางนี้เป็น ¼ ของความยาวคลื่น ดังนั้นความยาวคลื่นจะเท่ากับ 4 เท่าของความยาวท่ออากาศ L ดูรูปที่ 5 (a) จากสมการที่ 2.28 ความถี่มูลฐาน(fundamental frequency) จะเป็น

$$f_1 = \frac{v}{4L} \tag{2.33}$$

โดยความถี่นี้จะเป็นครึ่งหนึ่งของความถี่มูลฐานของท่อปลายเปิดทั้งสองด้าน โดยมีความยาวของท่อ L เท่ากัน

จากรูปที่ 5 (b) จะเห็นว่าระยะทางระหว่างจุดบัพกับจุดปฏิบัพเท่ากับหนึ่งส่วนสี่ของความยาวคลื่น และความยาวของท่อ L เท่ากับ $3\left(\frac{\lambda}{4}\right) = \frac{3}{4}\lambda$ ซึ่งสอดคล้องกับสามเท่าของความถี่มูลฐาน (f_1) หรือความถี่ฮาร์มอนิกที่ 3 คือ

$$f_3 = \frac{3v}{4L} = 3f_1 \tag{2.34}$$

จากรูปที่ 5 (c) จะเห็นว่าระยะทางระหว่างจุดบัพกับจุดปฏิบัพเท่ากับหนึ่งส่วนสี่ของความยาวคลื่น และความยาวของท่อ L เท่ากับ $5\left(\frac{\lambda}{4}\right) = \frac{5}{4}\lambda$ ซึ่งสอดคล้องกับห้าเท่าของความถี่มูลฐาน (f_1) หรือความถี่ฮาร์มอนิกที่ 5 คือ

$$f_5 = \frac{5v}{4L} = 5f_1 \tag{2.35}$$

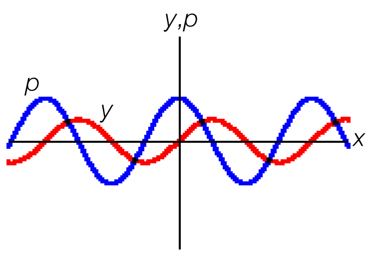
สำหรับทุกๆรูปแบบของการกระจัดของโมเลกุลของอากาศภายในท่อปลายปิดด้านหนึ่งและเปิดด้านหนึ่งที่มีความยาว L จะได้ว่า

$$f_n = \frac{nv}{4L} = nf_1 \tag{2.36}$$

โดยที่ n คือลำดับของฮาร์มอนิก มีค่า 1,3,5,… และ f_1 คือความถี่มูลฐานตามสมการที่ 2.33

รูปที่ 5 ภาคตัดขวางของท่อปลายปิด แสดงรูปแบบการกระจัดของโมเลกุลอากาศ
(ที่มา : University Physics. 1996. p.634.)

รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างความดัน(pressure;*p*) กับการกระจัด(displacement;*y*) ในคลื่นเสียงซึ่งเป็นฟังก์ชันของระยะ *x*
(ที่มา : University Physics. 1996. p.648.)



2.5 รูปแบบการสั่นของสาย(string)

พิจารณาสายที่มีความยาว L ซึ่งขึงที่ปลายทั้งสอง ซึ่งจะพบในเครื่องดนตรีประเภทเครื่องสาย อาทิเช่น เปียโน,ไวโอลิน,กีตาร์ และซอของไทย เมื่อสาย ถูกดีดตามขวาง จะทำให้เกิดคลื่นในสายนั้น คลื่นที่เกิดขึ้นนี้จะสะท้อนกลับไปกลับมา จากปลายด้านหนึ่งไปสู่อีกด้านหนึ่ง ทำให้เกิดคลื่นนิ่ง(standing wave) คลื่นนิ่งนี้จะทำให้เกิดคลื่นเสียงแผ่ไปในอากาศด้วยความถี่ซึ่งหาได้จากสมบัติของสายนั้น

พิจารณาคลื่นนิ่งในสาย จะเห็นว่าไม่มีการกระจัดของสายตรงบริเวณปลายสาย เพราะสายนั้นถูกตรึงไว้ เรียกว่าจุดบัพ (node) ของคลื่นนิ่ง

รูปที่ 7 รูปแบบการสั่นของสาย ซึ่งถูกตรึงไว้สองด้าน
(ที่มา : University Physics. 1996. p.628.)

พิจารณารูปที่ 7 (a) จะเห็นว่าคลื่นนิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างจุดบัพ 2 จุดนี้มีระยะทางเป็นครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น หรือ

$$\lambda = 2L \qquad 2.37$$

จากนิยามของความถี่

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad 2.38$$

โดย v คืออัตราเร็วของคลื่นในสาย

ดังนั้นความถี่มูลฐาน (fundamental frequency) ของสาย คือ

$$f_1 = \frac{v}{2L} \quad 2.39$$

จากรูปที่ 7(b), 7(c) และ 7(d) ความยาวคลื่นมีค่าเป็น (2/2)L ,(2/3)L และ (2/4)L ตามลำดับ ดังนั้นรูปแบบของความถี่ที่เป็นไปได้ของสายซึ่งถูกตรึงไว้สองข้าง คือ

$$f_n = \frac{nv}{2L} = nf_1, n = 1,2,3,... \quad 2.40$$

โดย f_1 คือความถี่มูลฐาน กำหนดตามสมการที่ 2.39 และความถี่เหล่านี้เรียกว่าฮาร์มอนิก (harmonics) และชุดของฮาร์มอนิกเหล่านี้ เรียกว่า อนุกรมฮาร์มอนิก (harmonic series)

2.6 คลื่นนิ่งในสองมิติ

การสั่นแบบสองมิติสามารถทำให้เกิดขึ้นได้บนวัตถุที่มีลักษณะเป็นแผ่นบาง (membrane) เช่น หน้ากลอง (drumhead) โดยเมื่อหน้ากลองถูกตีลงบนจุดใดจุดหนึ่ง คลื่นจะเดินทางแผ่ออกไปสู่ขอบของหน้ากลองที่ขึงไว้และสะท้อนกลับหลายๆ ครั้ง ผลก็คือเกิดเสียงที่ไม่เป็นฮาร์มอนิก เพราะเกิดการสั่นร่วมกันของหน้ากลองกับโมเลกุลอากาศภายในที่ว่างของกลองนั้น ทำให้เกิดคลื่นนิ่งที่มีความถี่ที่ไม่สัมพันธ์กัน เสียงที่ได้จากปรากฏการณ์ในลักษณะนี้อาจจะเรียกได้ว่าเป็นเสียงรบกวน (noise) มากกว่าเป็นเสียงดนตรี (music) ที่ได้จากเครื่องดนตรีที่มีท่อกำทอนของอากาศ

รูปแบบการสั่นที่เป็นไปได้ของแผ่นบางแสดงไว้ในรูปที่ 8 โดยรูปแบบแรกจะมีความถี่ f_1 ซึ่งดูจากรูปแล้วจะเห็นเฉพาะรูปทรงโค้งคว่ำอันเดียว รูปทรงโค้งนี้จะเลื่อนไปรอบๆ แผ่นบาง ส่วนรูปแบบอื่นจะเกิดรูปทรงโค้งเป็นวงกลมและเป็นเส้นตรงตามแนวเส้นผ่าศูนย์กลางของแผ่นบาง ซึ่งความถี่ของการสั่นจากแผ่นบางนี้จะไม่เป็นฮาร์มอนิก

รูปที่ 8 รูปแบบการสั่นที่เป็นไปได้ของแผ่นบาง ซึ่งมีจุดยึดที่ขอบ

(ที่มา : Physics for Scientists and Engineers. 2000. p.564.)