ภาคผนวก ก

สเปกตรัมคลื่นแผ่นดินไหว (seismic spectrum)

พิจารณาการแปลงฟูเรียร์ (Fourier transform) ของฟังก์ชันเวลาบ๊อกคาร์ (boxcar) ที่มีขนาดความกว้าง T และความสูง 1/T หน่วย โดยเป็นตัวแทนของพัลส์ (pulses) ของกราฟคลื่นแผ่นดินไหว (seismogram) จะได้เป็น

$$F(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1}{T} e^{i\omega t} dt = \frac{1}{i\omega T}\left(e^{i\omega T/2} - e^{-i\omega T/2}\right) = \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2}$$

ซึ่งค่าดังกล่าวอยู่ในรูปของ sinc x = (sin x)/x และจากแบบจำลองรอยเลื่อนของเฮสเคลล์ (Haskell fault model) โดยแอมปริจูดสเปกตรัม $A(\omega)$ของสัญญาณจากแหล่งกำเนิดแผ่นดินไหว เป็นผลคูณระหว่างค่าโมเมนต์แผ่นดินไหว (M_0) กับค่า sinc ของ T_R และ T_D แสดงดังนี้

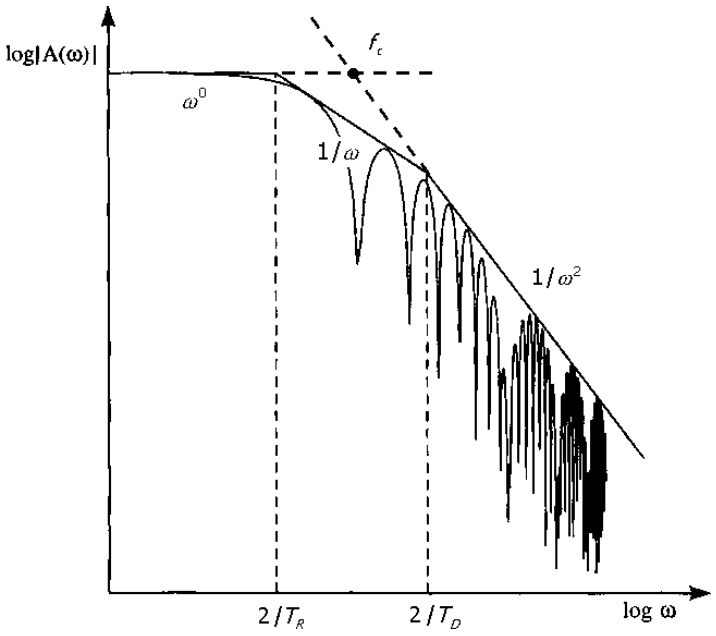
$$A(\omega) = M_0\left(\frac{\sin(\omega T_R/2)}{\omega T_R/2}\right)\left(\frac{\sin(\omega T_D/2)}{\omega T_D/2}\right)$$

เมื่อ T_R คือเวลาของการแตก (rupture time) และ T_D คือเวลาของการเกิด (rise time) และเมื่อใส่ log เข้าไปทั้งสองข้างของสมการ จะได้เป็น

$$\log A(\omega) = \log M_0 + \log\left[\sin c(\omega T_R/2)\right] + \log\left[\sin c(\omega T_D/2)\right]$$

และเมื่อนำไปเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\log|A(\omega)|$ กับค่า $\log\omega$ ดังภาพประกอบ 5.1 พบว่ามี 3 บริเวณที่มีแสดงลักษณะของสเปกตรัมแตกต่างกันในช่วงของค่าความถี่ต่างๆ ได้แก่

$$\begin{aligned}
\log A(\omega) &= \log M_0 && \omega < 2/T_R \\
&= \log M_0 - \log(T_R/2) - \log\omega && 2/T_R < \omega < 2/T_D \\
&= \log M_0 - \log(T_R T_D/4) - 2\log\omega && 2/T_D < \omega
\end{aligned}$$



ภาพประกอบ 5.1 แอมปริจูดสเปกตรัม sinc x = (sin x)/x ของแบบจำลอง $1/\omega^2$
(ดัดแปลงจาก: Shearer, 1999 และ Stein and Wysession, 2003)

จากภาพประกอบ 5.1 พบว่าสามารถแบ่งสเปกตรัมออกได้เป็น 3 บริเวณ จากค่าความถี่ที่ $2/T_R$ กับ $2/T_D$ เรียกว่าค่า corner frequency สเปกตรัมจะมีลักษณะเรียบ (flat) ที่ค่าความถี่น้อยกว่าค่า corner frequency แรก $(2/T_R)$ และมีความชันเท่ากับ $1/\omega$ ในระหว่างค่า corner frequency ทั้งสอง และจะลดลงเป็น $1/\omega^2$ ที่ช่วงค่าความถี่สูง ซึ่งลักษณะของสเปกตรัมดังกล่าวเป็นผลมาจากเฟคเตอร์ 3 ตัว ได้แก่ ค่าโมเมนต์แผ่นดินไหว ค่าเวลาของการแตก และค่าเวลาของการเกิด และในบางแบบจำลองของรอยเลื่อนค่า corner frequency (f_c) จะมีค่าเพียงค่าเดียวโดยเป็นผลจากการรวมเข้าด้วยกันของค่าเวลาของการแตกและเวลาของการเกิด และมีความชันเท่ากับ $1/\omega^2$ แสดงดังภาพประกอบ 5.1