

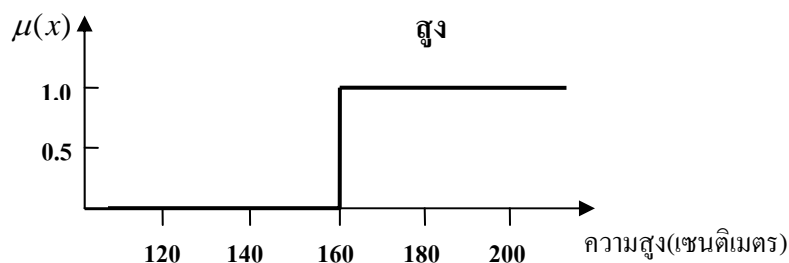
### บทที่ 3

#### ทฤษฎีฟัซซีลอจิก

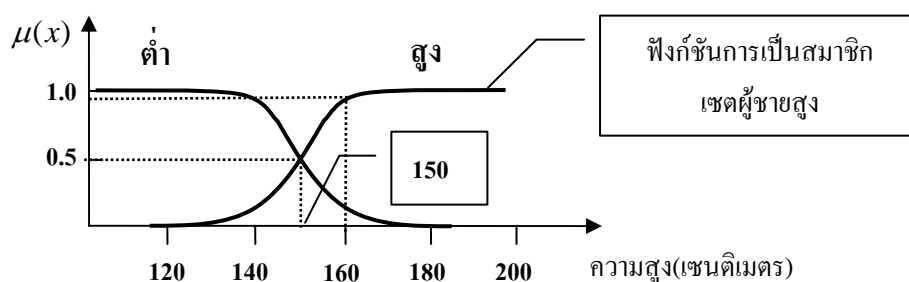
ในงานควบคุมแบบต่างๆ โดยอัตโนมัติ ระบบที่เราต้องการควบคุมโดยส่วนใหญ่มักจะเป็นระบบพลวัต (Dynamic System) ที่มีลักษณะความไม่แน่นอนสูงและยากแก่การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น เพื่อที่จะสามารถควบคุมระบบให้มีประสิทธิภาพจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการควบคุมที่สามารถอธิบายลักษณะของระบบดังกล่าวได้ดี ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้การควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy Logic Control)

ทฤษฎีการควบคุมแบบฟัซซีลอจิกได้ประยุกต์มาจากตรรกศาสตร์รูปแบบใหม่ที่เรียกว่า ฟัซซีลอจิก (Fuzzy Logic) ซึ่งนำเสนอโดย ล็อตฟี ซาเดห์ (Lotfi Zadeh) เมื่อกลางปี ค.ศ. 1960 ก่อนที่จะเผยแพร่ในวารสาร Information and Control ในปี ค.ศ. 1965 เพื่อที่สร้างแบบจำลองการให้เหตุผลของมนุษย์แต่ก็ไม่ประสบความสำเร็จนัก จนกระทั่งในปี ค.ศ. 1975 ได้มีการเผยแพร่ผลงานวิจัยเรื่อง “An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller” ซึ่งเป็นการประยุกต์ใช้ฟัซซีลอจิกในการควบคุมกระบวนการพลวัต (Dynamic Process) โดย Ebrahim Mamdani และ Seto Assilian (วิชชัย และคณะ, 2540) หลังการเผยแพร่ผลการวิจัยเรื่องนี้ประมาณ 10 ปี งานวิจัยและพัฒนาฟัซซีลอจิกในงานควบคุมจึงได้ดำเนินไปอย่างรวดเร็วและกว้างขวาง เนื่องจากฟัซซีลอจิกสามารถประยุกต์ใช้ได้กับระบบควบคุมที่มีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น, แปรเปลี่ยนตามเวลา และยากที่จะกำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ โดยที่ ฟัซซีลอจิกเป็นแนวคิดที่แตกต่างจากตรรกศาสตร์แบบเดิม ที่จะมีถูกกับผิด, ใช่หรือไม่ใช่ แต่มีเหตุการณ์หลายอย่างในความเป็นจริงแล้วสร้างความยุ่งยากแก่ผู้วิเคราะห์ว่าตรรกะควรเป็นอย่างไร เช่น หากมีคำถามว่ารู้สิกร้อนหรือหนาวคำตอบที่อยากจะตอบอาจเป็นร้อนนิดๆ หรือกำลังดี หรือคำถามที่ว่าสีที่เห็นอยู่นั้น (สมมุติว่าสีเทา) เป็นสีขาวหรือสีดำ คำตอบที่อยากจะตอบคง ไม่ใช่ทั้งขาวและดำ เพราะฉะนั้นการให้คำตอบที่ชัดเจนเกินไป ดังนั้นจะเห็นว่าในหลายๆ กรณีมนุษย์เรามีลักษณะการใช้ตรรกศาสตร์แบบมีน้ำหนักรวม คือ มีการให้ระดับความเป็นไปได้ของตรรกะว่ามีลักษณะเช่นนั้นมากน้อยเพียงใด ซึ่งการจะบอกค่าความเป็นไปได้ของเหตุการณ์จะถูกสร้างเป็นฟังก์ชันหรือเซต โดยเรียกว่า ฟัซซีเซต (Fuzzy Set) หลักการสำคัญของฟัซซีเซต คือ ขอมรับสมาชิกที่มีลักษณะตามเซตเพียงบางส่วนเข้ามาเป็นสมาชิกของเซต โดยสมาชิกแต่ละตัวจะมีค่าความเป็นสมาชิก (Grade of Membership:  $\mu$ ) ของเซตนั้นๆ สมาชิกที่มีคุณสมบัติครบถ้วนตามเซต 100 เปอร์เซ็นต์ จะมีค่าความ

เป็นสมาชิกเท่ากับ 1 แต่หากมีคุณสมบัติของเซตแค่ 40 เปอร์เซ็นต์ ก็จะมีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.4 ซึ่งจะเห็นว่าแตกต่างจากทฤษฎีเซตดั้งเดิมที่เน้นชัดเจนว่าเป็นสมาชิกหรือไม่เท่านั้น



(ก)



(ข)

ภาพประกอบ 3-1 ฟัซซีเซตและฟังก์ชันการเป็นสมาชิก

พิจารณากรณีเซตของผู้ชายสูง จากภาพประกอบ 3-1 จะเห็นว่าหากเป็นเซตแบบเก่า (ภาพประกอบ 3-1 (ก)) ผู้ชายที่มีความสูงน้อยกว่า 160 เซนติเมตรจะไม่เป็นสมาชิกของเซตผู้ชายสูง แต่หากมีความสูงตั้งแต่ 160 เซนติเมตรขึ้นไปจะเป็นสมาชิกของเซตผู้ชายสูง หากพิจารณาฟัซซีเซต (ภาพประกอบ 3-1 (ข)) ผู้ชายที่มีความสูง 160 เซนติเมตรจะเป็นสมาชิกของเซตผู้ชายสูงโดยมีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.9 ในขณะที่ผู้ชายสูง 150 เซนติเมตร นั้นจะเป็นสมาชิกทั้งของเซตผู้ชายต่ำและเซตของผู้ชายสูงโดยมีค่าความเป็นสมาชิกเท่ากับ 0.5 ทั้งสองเซตนี้ค่าความเป็นสมาชิกจะขึ้นอยู่กับกำหนัดฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership Function)

### 3.1 นิยามเบื้องต้นของฟัซซีเซต

นิยามฟัซซีเซต  $A$  ของเอกภพสัมพัทธ์ที่กล่าวถึง  $U$  (Universe of Discourse) ถูกแสดงถึงคุณลักษณะโดยฟังก์ชันความเป็นสมาชิก  $\mu_A(u)$  และกำหนดว่าแต่ละสมาชิก  $u \in U$  ค่าของ  $\mu_A(u)$  มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่งแทนระดับความเป็นสมาชิกของ  $A$  นั่นคือ

$$A = \{(u, \mu_A(u)) \mid u \in U\} \quad (3.1)$$

### 3.2 การดำเนินการเบื้องต้นของฟัซซีลอจิก

การดำเนินการเชิงตรรกะของฟัซซีลอจิกจะมีลักษณะเช่นเดียวกับทฤษฎีเซตแบบดั้งเดิม โดยการดำเนินการพื้นฐานที่ใช้บ่อยๆ ได้แก่ ยูเนียน (Union), อินเตอร์เซกชัน (Intersection) และคอมพลีเมนต์ (Complement)

สมมติให้  $A$  และ  $B$  เป็นเซตภายในเอกภพสัมพัทธ์ที่กล่าวถึง  $U$  โดยมีค่าฟังก์ชันความเป็นสมาชิก  $\mu_A$  และ  $\mu_B$  ตามลำดับ

**3.2.1 การเท่ากัน (Equality)** ฟัซซีเซต  $A$  และ  $B$  จะเท่ากันก็ต่อเมื่อ

$$\mu_A(u) = \mu_B(u) \quad (3.2)$$

สำหรับทุกๆ  $u \in U$

**3.2.2 ยูเนียน (Union)** การยูเนียนระหว่างเซต  $A$  และ  $B$  จะเหมือนกับการใช้ตัวดำเนินการ *OR* ทางตรรกศาสตร์

$$\mu_{A \cup B}(u) = \mu_{A \text{ OR } B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (3.3)$$

สำหรับทุกๆ  $u \in U$

**3.2.3 อินเตอร์เซกชัน (Intersection)** การอินเตอร์เซกชันระหว่างเซต  $A$  กับ  $B$  จะเหมือนกับการใช้ตัวดำเนินการ *AND* ทางตรรกศาสตร์

$$\mu_{A \cap B}(u) = \mu_{A \text{ AND } B} = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (3.4)$$

สำหรับทุกๆ  $u \in U$

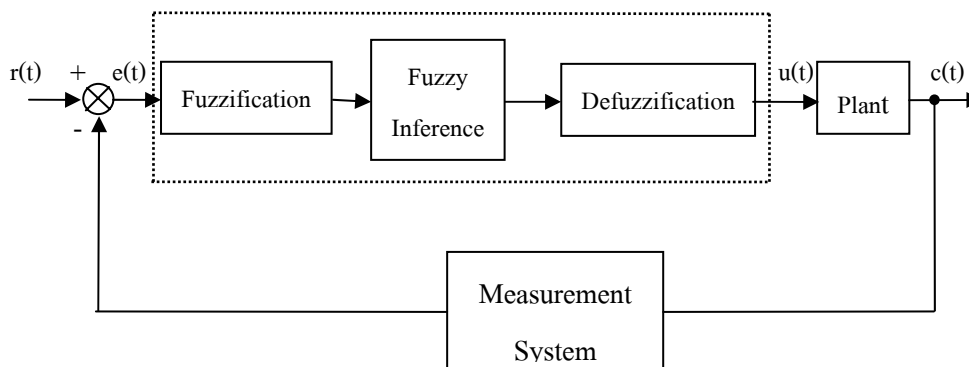
**3.2.4 คอมพลีเมนต์ (Complement)** การคอมพลีเมนต์ของเซต  $A$  จะเหมือนกับการใช้ตัวดำเนินการ *NOT* ทางตรรกศาสตร์

$$\mu_{\neg A}(u) = \mu_{\text{NOT } A} = 1 - \mu_A(u) \quad (3.5)$$

สำหรับทุกๆ  $u \in U$

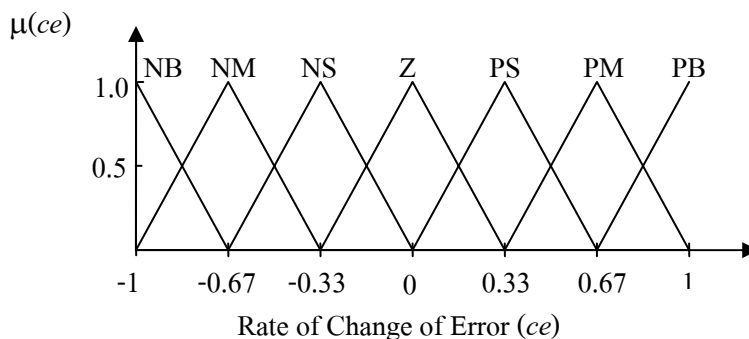
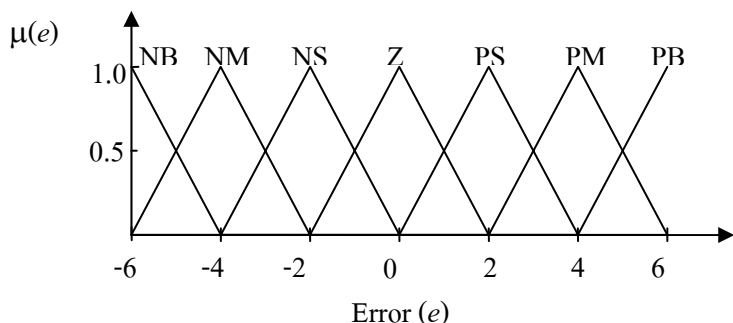
### 3.3 ฟuzzyลอจิกกับการควบคุม

การควบคุมแบบฟuzzyลอจิกจะมีส่วนประกอบอยู่สามขั้นตอนนี้ดังภาพประกอบ 3-2



ภาพประกอบ 3-2 ระบบควบคุมแบบฟuzzyลอจิก (ที่มา: Roland, 2001)

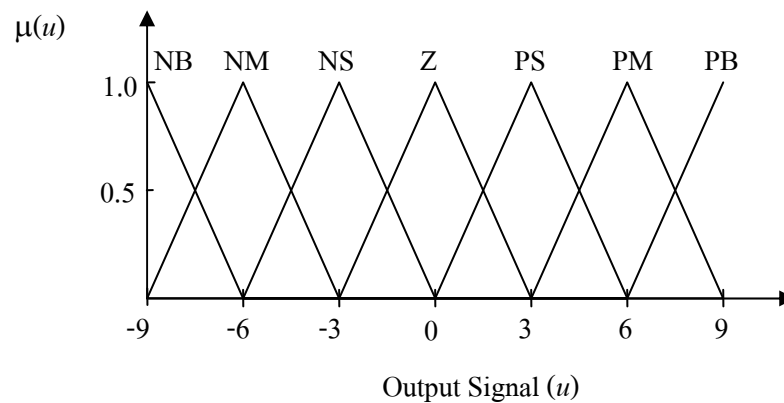
**3.3.1 ฟuzzyฟิเคชัน (Fuzzification)** ขั้นตอนนี้จะทำหน้าที่แปลงข้อมูลที่รับเข้ามา (มักเรียกว่า; Crisp Data) ให้เป็นอินพุตของระบบควบคุมแบบฟuzzy ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบของค่าความเป็นสมาชิก



ภาพประกอบ 3-3 ตัวอย่างฟuzzyเซตของอินพุตและกระบวนการฟuzzyฟิเคชัน

(ที่มา: Roland, 2001)

จากภาพประกอบ 3-3 อินพุตและเอาต์พุตประกอบด้วยฟัซซีเซตจำนวนเจ็ดเซต ซึ่งแทนด้วยตัวแปรเชิงภาษาเป็น Positive Big (PB), Positive Medium (PM), Positive Small (PS), Zero (Z), Negative Small (NS), Negative Medium (NM), และ Negative Big (NB) โดยกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกของอินพุตซึ่งมีสองอินพุต คือ ค่าผิดพลาด (Error;  $e(t)$ ) และอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าผิดพลาด (Rate of Change of Error;  $ce(t)$ ) ส่วนเอาต์พุตจะมีเพียงตัวเดียวเป็นสัญญาณควบคุม (Control Signal;  $u(t)$ ) ฟัซซีเซตของเอาต์พุตแสดงดังภาพประกอบ 3-4



ภาพประกอบ 3-4 ตัวอย่างฟัซซีเซตของสัญญาณควบคุม (ที่มา: Roland, 2001)

สมมติให้  $e(t) = 2.5$  และ  $ce(t) = -0.2$

จากภาพประกอบ 3-3 ค่าความผิดพลาดเท่ากับ 2.5 จะเป็นสมาชิกของสองเซต คือ PS และ PM และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดเท่ากับ -0.2 นั้นเป็นสมาชิกของฟัซซีเซต NS และ Z จะได้ค่าความเป็นสมาชิกของอินพุตแต่ละฟัซซีเซต ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \mu_{PS}(e) &= 0.7 \\
 \mu_{PM}(e) &= 0.4 \\
 \mu_{NS}(ce) &= 0.6 \\
 \mu_Z(ce) &= 0.3
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

**3.3.2 การวินิจฉัย (Fuzzy Inference)** เป็นส่วนของการประมวลผลจะมีการตีความและวิเคราะห์อินพุตตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ หรือเข้าสู่กฎพื้นฐานของฟัซซี (Fuzzy Rule Base) โดยกฎการควบคุมจะอยู่ในลักษณะ If Input = ... Then Output = ... ซึ่งประกอบด้วยสองส่วนคือ ส่วนที่เกิดขึ้นก่อน (Antecedent; If Part) และผลที่ตามมา (Consequent; Then Part) โดยที่อินพุตและเอาต์พุตนั้นอาจมีหลายตัวก็ได้ขึ้นอยู่กับวิธีการออกแบบ ผลที่ตามมาของแต่ละกฎจะถูกรวมกันด้วยวิธีการทางตรรกศาสตร์เพื่อให้ได้ค่าเอาต์พุตเพียงค่าเดียว ตัวอย่างข้อความคำสั่ง (Statement) ของกฎการควบคุม เช่น

If error is Positive Small and Change of error is Negative Small the control signal is Positive Small

จากตัวอย่างมีอินพุตสองตัวทำให้ส่วนที่เกิดขึ้นก่อนมีสองส่วนซึ่งในที่นี้ได้เชื่อมด้วยตัวดำเนินการ AND โดยกฎการควบคุมทั้งหมดสามารถเขียนในรูปของตาราง เช่น

ตาราง 3-1 แสดงตัวอย่างกฎการควบคุมในรูปแบบตาราง (ที่มา: Roland, 2001)

$ce$ \ $e$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NM	Z	PM	PB
NM	NB	NB	NB	NM	PS	PM	PB
NS	NB	NB	NM	NS	PS	PM	PB
Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
PS	NB	NM	NS	PS	PM	PB	PB
PM	NB	NM	NS	PM	PB	PB	PB
PB	NB	NM	Z	PM	PB	PB	PB

ตัวอย่างการวินิจฉัย เช่น การควบคุมอ่านค่าความผิดพลาดได้เท่ากับ 2.5 และสามารถคำนวณค่าการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดเท่ากับ -0.2 ถ้าพิจารณาฟัซซีเซตตามภาพประกอบ 3-3 จะได้ว่า

$$e(t) = 2.5 \text{ เป็นสมาชิกของฟัซซีเซต PS และ PM}$$

$$ce(t) = -0.2 \text{ เป็นสมาชิกของฟัซซีเซต NS และ Z}$$

ซึ่งสอดคล้องกับกฎการควบคุมที่กฎดังนี้

If  $e$  is PS AND  $ce$  is NS

OR IF  $e$  is PS AND  $ce$  is Z

Then  $u$  is PS

If  $e$  is PM AND  $ce$  is NS

OR If  $e$  is PM AND  $ce$  is Z

Then  $u$  is PM

สามารถคำนวณค่าความเป็นสมาชิกของเอาต์พุตได้ดังนี้

$$\mu_{PS}(u) = \max[\min(\mu_{PS}(e), \mu_{NS}(ce)), \min(\mu_{PS}(e), \mu_Z(ce))] \quad (3.7)$$

จากสมการ(3.6) จะได้

$$\mu_{PS}(u) = \max[\min(0.7, 0.6), \min(0.7, 0.3)]$$

$$\mu_{PS}(u) = \max[0.6, 0.3] = 0.6 \quad (3.8)$$

และ

$$\mu_{PM}(u) = \max[\min(\mu_{PM}(e), \mu_{NS}(ce)), \min(\mu_{PM}(e), \mu_Z(ce))] \quad (3.9)$$

จากสมการ(3.6) จะได้

$$\mu_{PM}(u) = \max[\min(0.4, 0.6), \min(0.4, 0.3)]$$

$$\mu_{PM}(u) = \max[0.4, 0.3] = 0.4 \quad (3.10)$$

**3.3.3 ดีฟัซซิฟิเคชัน (Defuzzification)** เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้จากส่วนที่สองนั้นยังอยู่ในรูปแบบของฟัซซี ในส่วนนี้จะทำการแปลงค่าจากเอาต์พุตแบบฟัซซีให้เป็นเอาต์พุตที่เป็นค่าเดียวและสามารถนำไปควบคุมระบบได้ คือ เป็นข้อมูลแบบคลิซตามเดิม

$$Y = \frac{\sum \mu_n y_n}{\sum \mu_n} \quad (3.11)$$

โดยที่

$Y$  คือ เอาต์พุตของระบบควบคุม

$y_n$  คือ เอาต์พุตที่ได้จากแต่ละกฎ(จุดศูนย์กลาง)

$\mu_n$  คือ ค่าความเป็นสมาชิกของแต่ละเอาต์พุต

จากสมการ (3.11) แทนค่า  $\mu_{PS}(u)$  และ  $\mu_{PM}(u)$  จะได้

$$\text{Control Signal}(u) = \frac{(0.6)(3) + (0.4)(6)}{0.6 + 0.4} = 4.2$$

เมื่อเราได้ค่า  $u$  ซึ่งเป็นค่าที่จะนำไปเปลี่ยนแปลงค่าเอาต์พุตในการควบคุมต่อไปซึ่งการนำค่านี้นี้ไปใช้จะขึ้นอยู่กับสิ่งที่เราจะควบคุม และฮาร์ดแวร์ของระบบ ซึ่งในการออกแบบนั้นทั้งส่วนที่เป็นซอฟต์แวร์และฮาร์ดแวร์จะต้องสอดคล้องกัน ในการออกแบบทั้งสองส่วนในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงในหัวข้อวิธีการวิจัย