บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 กัมมันตภาพรังสี (Radioactivity) และธาตุกัมมันตรังสี (Radioactive)

ในปี พ.ศ. 2439 อองตวน อองรี แบ็กเคอแรล นักเคมีชาวฝรั่งเศส เป็นคนแรกที่ค้นพบว่าธาตุบางชนิดโดยเฉพาะอย่างยิ่งธาตุที่มีมวลอะตอมมาก สามารถปล่อยรังสีบางชนิดออกมา การค้นพบของแบ็กเคอแรลเป็นการค้นพบโดยบังเอิญ คือ เมื่อเขานำฟิล์มถ่ายรูปไว้ใกล้ๆ เกลือโพแทสเซียมยูเรนิลซัลเฟต และมีกระดาษดำหุ้มปรากฏว่าเกิดรอยดำบนแผ่นฟิล์มเหมือนถูกแสง เขาให้เหตุผลกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นว่า จะต้องมีรังสีที่มีพลังงานสูงบางอย่างออกมาจากเกลือยูเรเนียมนี้ เมื่อไปกระทบกับฟิล์ม ทำให้ฟิล์มกลายเป็นสีดำ และต่อมาเขายังพบว่าอัตราการปล่อยรังสีของเกลือนี้แปรผันตรงกับปริมาณของเกลือ หลังจากนั้นไม่นาน ปีแอร์ กูรี และมารี กูรี ได้ค้นพบว่าพอโลเนียม เรเดียม และทอเรียม ก็สามารถแผ่รังสีได้ ปรากฏการณ์ที่ธาตุแผ่รังสีได้เองอย่างต่อเนื่องเรียกว่า กัมมันตภาพรังสี (radioactivity) ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงภายในนิวเคลียสของไอโซโทปที่ไม่เสถียร และเรียกธาตุที่สามารถแผ่รังสีได้ว่า ธาตุกัมมันตรังสี (radioactive) ดังนั้นสรุปได้ว่า กัมมันตรังสี หมายถึง ปรากฏการณ์ที่ธาตุสามารถแผ่รังสีได้เองอย่างต่อเนื่อง ส่วนธาตุกัมมันตรังสี หมายถึง ธาตุที่มีสมบัติในการแผ่รังสีได้เอง ในเวลาต่อมาพบว่ารังสีที่พบโดยแบ็กเคอเรลเป็นคนละชนิดกับรังสีเอกซ์ รังสีดังกล่าวเป็นรังสีที่ถูกปล่อยออกมาจากนิวเคลียสของธาตุ เมื่อนิวเคลียสของธาตุนั้นอยู่ในสภาวะไม่เสถียร สภาวะไม่เสถียรเกิดจากส่วนประกอบภายในของนิวเคลียสไม่เหมาะสม หมายความว่า ในนิวเคลียสประกอบด้วยโปรตอนซึ่งมีประจุบวก และนิวตรอนซึ่งเป็นกลางทางไฟฟ้า สัดส่วนของจำนวนโปรตอนต่อจำนวนนิวตรอนไม่เหมาะสมจนทำให้ธาตุนั้นไม่เสถียร ธาตุ นั้นจึงปล่อยรังสีออกมาเพื่อปรับตัวเองให้เสถียร ต่อมาได้มีการพิสูจน์ ทราบว่า รังสีที่แผ่ออกมาในขบวนการสลายตัวของธาตุ หรือไอโซโทปรังสีนั้นประกอบด้วย

รังสีแอลฟา (Alpha) เป็นนิวเคลียสของธาตุฮีเลียมมีมวล 4 หน่วย ประจุไฟฟ้าบวก 2 หน่วย มีพลังงานมากดังนั้นเมื่อมีการสลายตัวให้รังสีแอลฟาเกิดขึ้น สารตั้งต้นจะมีมวลลดลง 4 หน่วย และประจุไฟฟ้าลดลง 2 หน่วยดังสมการ

$$ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He $$

$$ {}^{239}_{94}Pu \longrightarrow {}^{235}_{92}U + {}^{4}_{2}He $$

รังสีแอลฟานี้จะถูกกั้นไว้ด้วยแผ่นกระดาษหรือเพียงแค่ผิวหนังชั้นนอกของคนเราเท่านั้น

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 กัมมันตภาพรังสี (Radioactivity) และธาตุกัมมันตรังสี (Radioactive)

ในปี พ.ศ. 2439 อองตวน อองรี แบ็กเคอแรล นักเคมีชาวฝรั่งเศส เป็นคนแรกที่ค้นพบว่าธาตุบางชนิดโดยเฉพาะอย่างยิ่งธาตุที่มีมวลอะตอมมาก สามารถปล่อยรังสีบางชนิดออกมา การค้นพบของแบ็กเคอแรลเป็นการค้นพบโดยบังเอิญ คือ เมื่อเขานำฟิล์มถ่ายรูปไว้ใกล้ๆ เกลือโพแทสเซียมยูเรนิลซัลเฟต และมีกระดาษดำหุ้มปรากฏว่าเกิดรอยดำบนแผ่นฟิล์มเหมือนถูกแสง เขาให้เหตุผลกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นว่า จะต้องมีรังสีที่มีพลังงานสูงบางอย่างออกมาจากเกลือยูเรเนียมนี้ เมื่อไปกระทบกับฟิล์ม ทำให้ฟิล์มกลายเป็นสีดำ และต่อมาเขายังพบว่าอัตราการปล่อยรังสีของเกลือนี้แปรผันตรงกับปริมาณของเกลือ หลังจากนั้นไม่นาน ปีแอร์ กูรี และมารี กูรี ได้ค้นพบว่าพอโลเนียม เรเดียม และทอเรียม ก็สามารถแผ่รังสีได้ ปรากฏการณ์ที่ธาตุแผ่รังสีได้เองอย่างต่อเนื่องเรียกว่า กัมมันตภาพรังสี (radioactivity) ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงภายในนิวเคลียสของไอโซโทปที่ไม่เสถียร และเรียกธาตุที่สามารถแผ่รังสีได้ว่า ธาตุกัมมันตรังสี (radioactive) ดังนั้นสรุปได้ว่า กัมมันตรังสี หมายถึง ปรากฏการณ์ที่ธาตุสามารถแผ่รังสีได้เองอย่างต่อเนื่อง ส่วนธาตุกัมมันตรังสี หมายถึง ธาตุที่มีสมบัติในการแผ่รังสีได้เอง ในเวลาต่อมาพบว่ารังสีที่พบโดยแบ็กเคอเรลเป็นคนละชนิดกับรังสีเอกซ์ รังสีดังกล่าวเป็นรังสีที่ถูกปล่อยออกมาจากนิวเคลียสของธาตุ เมื่อนิวเคลียสของธาตุนั้นอยู่ในสภาวะไม่เสถียร สภาวะไม่เสถียรเกิดจากส่วนประกอบภายในของนิวเคลียสไม่เหมาะสม หมายความว่า ในนิวเคลียสประกอบด้วยโปรตอนซึ่งมีประจุบวก และนิวตรอนซึ่งเป็นกลางทางไฟฟ้า สัดส่วนของจำนวนโปรตอนต่อจำนวนนิวตรอนไม่เหมาะสมจนทำให้ธาตุนั้นไม่เสถียร ธาตุ นั้นจึงปล่อยรังสีออกมาเพื่อปรับตัวเองให้เสถียร ต่อมาได้มีการพิสูจน์ ทราบว่า รังสีที่แผ่ออกมาในขบวนการสลายตัวของธาตุ หรือไอโซโทปรังสีนั้นประกอบด้วย

รังสีแอลฟา (Alpha) เป็นนิวเคลียสของธาตุฮีเลียมมีมวล 4 หน่วย ประจุไฟฟ้าบวก 2 หน่วย มีพลังงานมากดังนั้นเมื่อมีการสลายตัวให้รังสีแอลฟาเกิดขึ้น สารตั้งต้นจะมีมวลลดลง 4 หน่วย และประจุไฟฟ้าลดลง 2 หน่วยดังสมการ

$$ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He $$

$$ {}^{239}_{94}Pu \longrightarrow {}^{235}_{92}U + {}^{4}_{2}He $$

รังสีแอลฟานี้จะถูกกั้นไว้ด้วยแผ่นกระดาษหรือเพียงแค่ผิวหนังชั้นนอกของคนเราเท่านั้น

รังสีบีตา (Beta) เป็นรังสีที่ประกอบด้วยอนุภาคอิเล็กตรอน (${}^{0}_{-1}e$) หรือโพซิตรอน (${}^{0}_{+1}e$) ดังสมการ

$$ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e $$
$$ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e $$

เช่น
$$ {}^{198}_{79}Au \longrightarrow {}^{198}_{80}Hg + {}^{0}_{-1}e $$
$$ {}^{13}_{7}N \longrightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{+1}e $$

รังสีนี้มีคุณสมบัติทะลุทะลวงตัวกลางได้ดีกว่ารังสี แอลฟา สามารถทะลุผ่านน้ำที่ลึกประมาณ 1 นิ้ว หรือประมาณความหนาของผิวเนื้อที่ฝ่ามือได้ รังสีบีตาจะถูกกั้นได้โดยใช้แผ่นอะลูมิเนียม ชนิดบาง

รังสีแกมมา (Gamma) เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ออกมาจากนิวเคลียส เกิดจากนิวไคลด์สลายตัวให้รังสีแอลฟาหรือบีตา แล้วนิวไคลด์ที่เกิดขึ้นมีพลังงานมากเกินไป ทำให้อยู่ในสภาวะกระตุ้น (excited state) จึงปรับตัวโดยการให้รังสีแกมมาออกมา ดังสมการ

$$ {}^{60}_{27}Co \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{60}_{28}Ni \longrightarrow {}^{60}_{28}Ni + \gamma $$

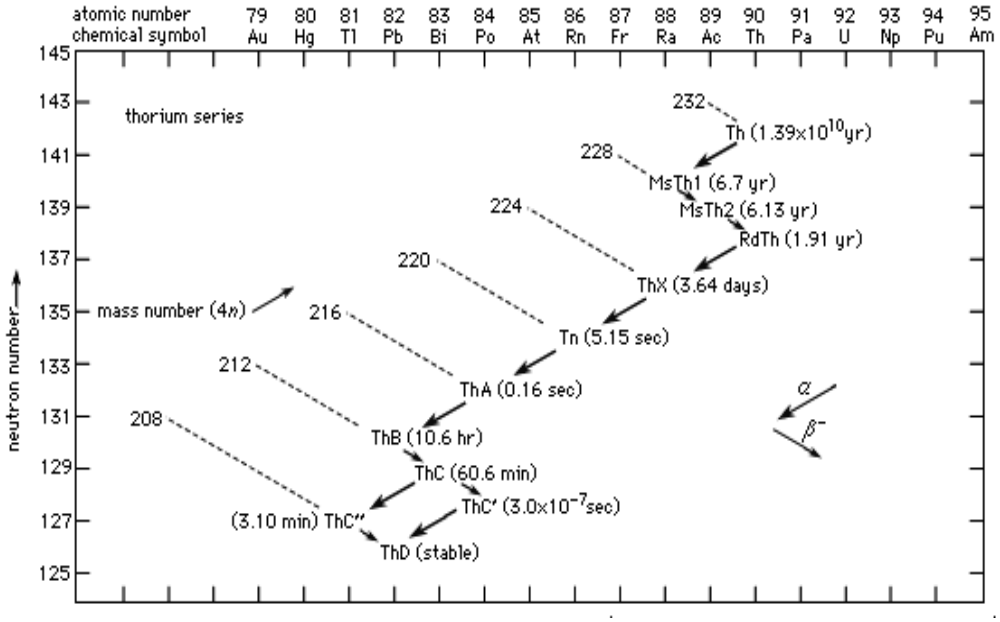
รังสีแกมมานี้ สามารถทะลุผ่านร่างกายได้ การกำบังรังสีแกมมาต้องใช้วัสดุที่มีความหนาแน่นสูง เช่น ตะกั่วหรือยูเรเนียม เป็นต้น

2.2 อนุกรมกัมมันตรังสีในธรรมชาติ (The natural radioactive series)

จากการศึกษาสารกัมมันตรังสีในธรรมชาติโดยใช้ความรู้ทางฟิสิกส์และเคมี พบว่าเมื่อนิวเคลียสกัมมันตรังสีที่เป็นต้นกำเนิดรังสีมีการสลายตัว อย่างต่อเนื่องจนได้นิวเคลียสเสถียร การสลายตัวเป็นลำดับนี้เรียกว่า “อนุกรมกัมมันตรังสี” โดยอนุกรมกัมมันตรังสีในธรรมชาติมีทั้งหมด 4 อนุกรม แต่ละอนุกรมจะมีการสลายตัวตามลักษณะของการสลายตัวจากสารต้นกำเนิดดังนี้ คือ

2.2.1 อนุกรมทอเรียม (The thorium series, 4n-series)

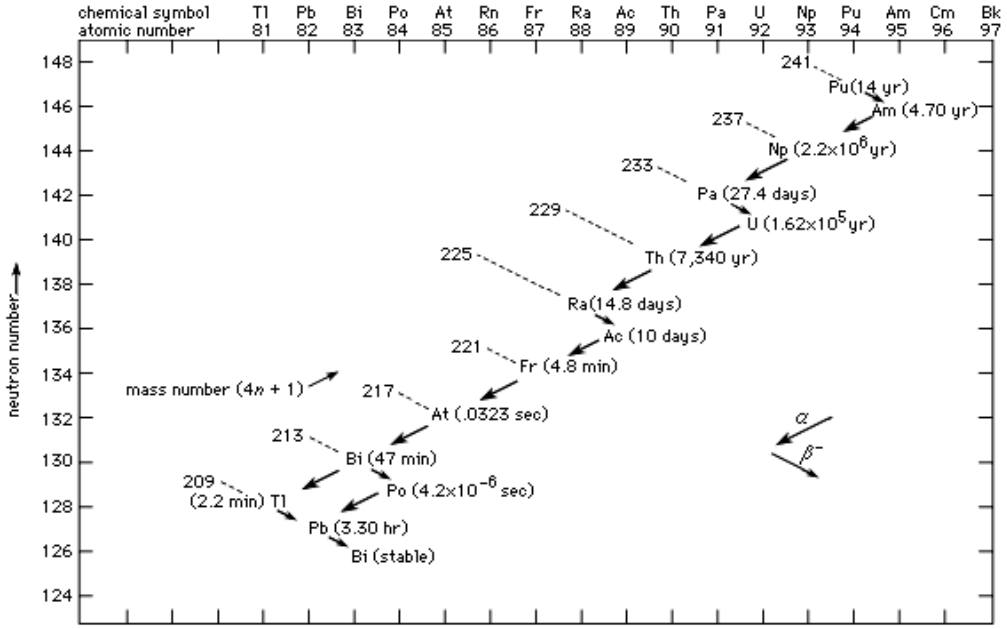
ธาตุกัมมันตรังสีในอนุกรมชุดนี้จะมีค่า เลขมวลหารด้วย 4 ลงตัว จึงมักเรียกสั้นๆ ว่า อนุกรม 4n เริ่มต้นจาก (${}^{232}_{90}Th$) ซึ่งมีค่าครึ่งชีวิต 1.39×10^{10} ปี แล้วสลายตัวไปจนเป็นธาตุที่เสถียร (stable) (${}^{208}_{82}Pb$) ดังภาพประกอบ 2.1 ในแผนภาพเป็นชื่อเดิม ซึ่งเขียนชื่อตั้งแต่เริ่มค้นพบมักจะเป็นชื่อที่แสดงความสัมพันธ์กับธาตุกำเนิด ส่วนชื่อธาตุในปัจจุบันสามารถจะดูได้จากแกนนอนซึ่งเป็นแกนของเลขอะตอม



ภาพประกอบ 2.1 อนุกรมทอเรียม

2.2.2 อนุกรมเนปทูเนียม (The Neptunium series or 4n+1 series)

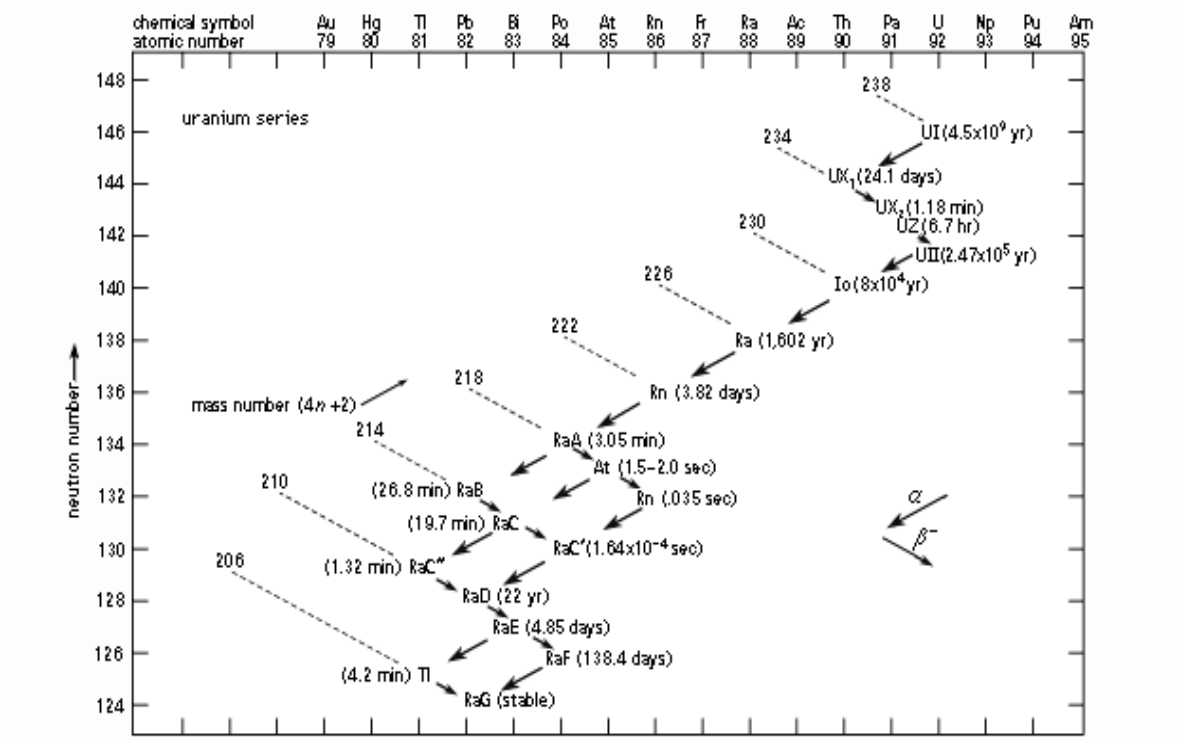
ค่าเลขมวลของธาตุในอนุกรมชุดนี้หารด้วย 4 เหลือเศษ 1 ทุกธาตุ เริ่มต้นจากธาตุ (${}^{241}_{94}Pb$) ซึ่งมีครึ่งชีวิต 13 ปี สลายตัวจนกลายเป็นธาตุเสถียรที่ (${}^{209}_{83}Bi$) ธาตุที่มีครึ่งชีวิตยาวที่สุดในอนุกรมชุดนี้ คือ (${}^{237}_{93}Np$) คือ 2.2×10^{6} ปี ดังภาพประกอบ 2.2



ภาพประกอบ 2.2 อนุกรมเนปทูเนียม

2.2.3 อนุกรมยูเรเนียม (The Uranium series , 4n+2 series)

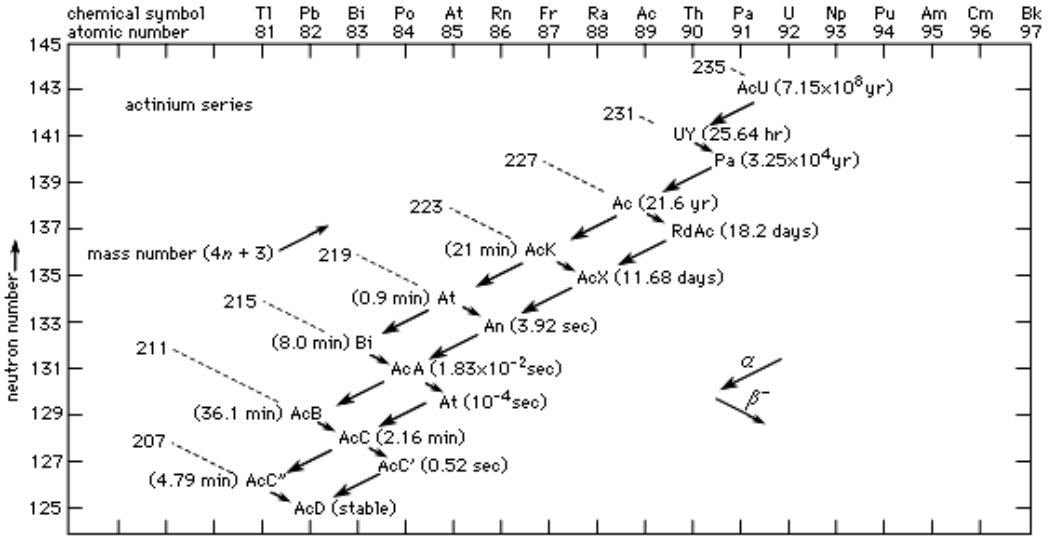
ค่าเลขมวลของธาตุในอนุกรมชุดนี้ หารด้วย 4 เหลือเศษ 2 ทุกธาตุ จึงเรียกสั้นๆ ว่า อนุกรม 4n +2 เริ่มต้นจาก ($^{238}_{92}U$) ซึ่งมีครึ่งชีวิต 4.5×10^{9} ปี แล้วสลายตัวไปเรื่อยๆ จนเสถียรที่ ($^{206}_{82}Pb$) ดังภาพประกอบ 2.3



ภาพประกอบ 2.3 อนุกรมยูเรเนียม

2.2.4 อนุกรมแอกทิเนียม (The Actinium series or 4n+3 series)

ธาตุต่างๆ ในอนุกรมชุดนี้ ถ้าหารค่าเลขมวลด้วย 4 จะเหลือเศษ 3 เสมอ จึงเรียกสั้นๆ ว่า 4n+3 เริ่มต้นจาก ($^{235}_{82}U$) ซึ่งมีครึ่งชีวิต 7.1×10^{8} ปี แล้วสลายตัวไปเรื่อยๆ จนเป็นธาตุที่เสถียรที่ ($^{207}_{82}Pb$) ดังภาพประกอบ 2.4



ภาพประกอบ 2.4 อนุกรมแอกทิเนียม

2.3 กฎการสลายตัวของนิวไคลด์ (Law of Radioactive Decay)

การที่นิวเคลียสของนิวไคลด์กัมมันตรังสีเปลี่ยนสภาพเป็นนิวเคลียสของธาตุใหม่ และมีการปล่อยพลังงานในรูปของกัมมันตรังสีชนิดต่างๆ นั้นเรียกว่า “การสลาย” (decay) นิวเคลียสกัมมันตรังสีเริ่มต้นเรียกว่า “นิวเคลียสแม่” (parent) และนิวเคลียสใหม่ที่เกิดขึ้นเรียกว่า “นิวเคลียสลูก” (daughter) นิวเคลียสลูกที่ได้จากการสลายอาจจะเสถียรหรือไม่ก็ได้ ถ้าไม่เสถียรก็จะมีการสลายตัวต่อไปอีกจนกว่าจะเสถียร การสลายตัวของนิวไคลด์กัมมันตรังสีนั้น อัตราการสลายตัวของนิวไคลด์กัมมันตรังสีจะแปรผันตามกับจำนวนนิวเคลียสอะตอมที่มีอยู่เดิมในขณะนั้น

ถ้าให้ N เป็นจำนวนอะตอมที่มีอยู่ ณ ขณะใดขณะหนึ่ง

อัตราการสลายตัวคือ

$$\frac{-dN}{dt} \quad \alpha \quad N$$

$$\frac{dN}{dt} \quad = \quad -\lambda N \qquad (2\text{-}1)$$

เมื่อ λ คือค่าคงตัวของการสลายตัว (decay constant) หน่วย วินาที$^{-1}$ ให้ N_0 เป็นจำนวนอะตอมที่มีอยู่เดิมเมื่อเริ่มต้น t = 0 สมการ (2-1) จะได้

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} \quad = \quad -\lambda \int_{0}^{t} dt$$

$$\ln \frac{N}{N_0} \quad = \quad -\lambda t$$

$$N \quad = \quad N_0 e^{-\lambda t} \qquad (2\text{-}2)$$

สมการ (2-2) เรียกว่า “กฎของการสลายตัวของนิวไคลด์กัมมันตรังสี” (law of radioactive decay)

2.4 ความแรงของสารกัมมันตรังสี (Activity, A)

ให้ A เป็นอัตราการสลายของนิวไคลด์กัมมันตรังสีหรือ “กัมมันตภาพ” หรือ “ความแรงรังสี” (activity) ฉะนั้นจะได้

$$A = -\frac{dN}{dt}$$

$$A = \lambda N \qquad (2\text{-}3)$$

กัมมันตภาพหรือความแรงรังสีหน่วยเป็น “ครั้งต่อวินาที” (disintergration per second,dps) หรือ คูรี (Curie, Ci)ในปัจจุบันใช้หน่วย SI คือ “เบ็กเคอเรล” (Becquerel, Bq)

จากสมการ (2-2) คูณด้วย λ จะได้

$$\lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \qquad (2\text{-}4)$$

เมื่อ A เป็นกัมมันตภาพที่เวลาใด ๆ

A_0 เป็นกัมมันตภาพที่เวลา t = 0

2.5 ครึ่งชีวิต (Half – life) และค่าชีวิตเฉลี่ย (Mean life)

ครึ่งชีวิต (Half – life) คือเวลาที่กัมมันตภาพรังสีใช้ในการสลายตัวเหลือครึ่งหนึ่งของที่มีอยู่เดิม ค่ากัมมันตรังสีจะลดลงเหลือครึ่งหนึ่งในเวลาเท่าๆ กันจึงตั้งค่าคงตัวของเวลาที่กัมมันตภาพหรือสารกัมมันตรังสีลดลงเหลือครึ่งหนึ่งว่า ค่าครึ่งชีวิต ให้ค่าครึ่งชีวิต (half life) , $T_{1/2}$ = ระยะเวลาที่สารกัมมันตรังสีลดลงเหลือครึ่งหนึ่ง

ดังนั้นที่ t = $T_{1/2}$; $N = N_0 / 2$; = $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2}$

จากสมการ (2-2) จะได้ว่า $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$
$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$
$$\ln\frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2}$$
$$\ln 2 = \lambda T_{1/2}$$
$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$
$$T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \quad (2\text{-}5)$$

สมการ (2-5) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าครึ่งชีวิต ($T_{1/2}$) และค่าคงที่ของการสลายตัว (λ) แต่เนื่องจากอะตอมในนิวไคลด์กัมมันตรังสีมีช่วงชีวิตไม่เท่ากัน ค่าเฉลี่ยของช่วงชีวิตนี้เรียกว่า “ชีวิตเฉลี่ย” (Mean life) τ ให้เป็นอัตราส่วนของเวลาที่ทุกอะตอมมีอยู่ต่อจำนวนอะตอมที่เริ่มต้น

จาก $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$diff;$ $dN = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$

จากคำจำกัดความจะได้

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t dN}{N_0}$$
$$\tau = \frac{-1}{N_0}\int_0^\infty t\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$
$$\tau = \frac{-\lambda N_0}{N_0}\int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt$$
$$\tau = -\lambda\left[\frac{-1}{\lambda^2}\right]$$
$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (2\text{-}6)$$

2.6 การสลายตัวแบบต่อเนื่อง (Chain disintegration)

การสลายต่อเนื่อง (chain disintegration) เป็นการสลายต่อๆ กัน นิวเคลียส A สลายเป็นนิวเคลียส B หลังจากนั้น นิวเคลียส B สลายเป็นนิวเคลียส C และนิวเคลียส C สลายต่อไปเป็นเช่นนี้เรื่อยไป จนกว่าได้นิวเคลียสเสถียร ในขั้นต้นนี้จะพิจารณาการสลายของนิวเคลียส A เป็นนิวเคลียส B และนิวเคลียส B สลายให้นิวเคลียส C เป็นนิวเคลียสที่เสถียร เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$A \xrightarrow{\lambda_A} B \xrightarrow{\lambda_B} C \text{ (เสถียร)}$$

ที่เวลาเริ่มต้น t = 0 A มีจำนวนอะตอมเท่ากับ N_A^0

เมื่อเวลาผ่านไป t A มีจำนวนอะตอมเท่ากับ N_A

B มีจำนวนอะตอมเท่ากับ N_B

C มีจำนวนอะตอมเท่ากับ N_C

จำนวนอะตอม A ที่เวลา t จะได้

$$N_A = N_A^0 e^{-\lambda t} \tag{2-7}$$

จำนวนอะตอมของ B ที่มีอยู่ต่อวินาทีเท่ากับอัตราการเกิด B ลบด้วยอัตราการสลายของ B แต่อัตราการเกิดของ B เท่ากับอัตราการสลายของ A จะได้

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B \tag{2-8}$$

แทน N_A ในสมการ (2-8) จะได้

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} - \lambda_B N_B$$

$$\lambda_B N_B + \frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} \tag{2-9}$$

$e^{\lambda_B t}$ คูณสมการ (2-9) จะได้

$$\frac{dN_B}{dt} e^{\lambda_B t} + \lambda_B N_B e^{\lambda_B t} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} e^{\lambda_B t}$$

$$e^{\lambda_B t} dN_B + \lambda_B N_B e^{\lambda_B t} dt = \lambda_A N_A^0 e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} dt$$

$$d(N_B e^{\lambda_B t}) = \lambda_A N_A^0 e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} dt$$

$$\int d(N_B e^{\lambda_B t}) = \int \lambda_A N_A^0 e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} dt$$

$$N_B e^{\lambda_B t} = \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} + C \tag{2-10}$$

เมื่อ t = 0 ; $N_B = N_B^0$ แทนในสมการ (2-10)

$$N_B^0 = \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} + C$$

$$C = N_B^0 - \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} \quad (2\text{-}11)$$

แทนค่า C ในสมการ (2-10) จะได้

$$N_B e^{\lambda_B t} = \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} - \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} + N_B^0$$

$$N_B e^{\lambda_B t} = \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} [e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} - 1] + N_B^0$$

$$N_B = \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} [e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}] + N_B^0 e^{-\lambda_B t} \quad (2\text{-}12)$$

ถ้าที่เวลา t = 0 คือก่อนที่ A จะสลาย จำนวนนิวเคลียสของ B เท่ากับศูนย์ คือ $N_B^0 = 0$

สมการ (2-12) จะเป็น

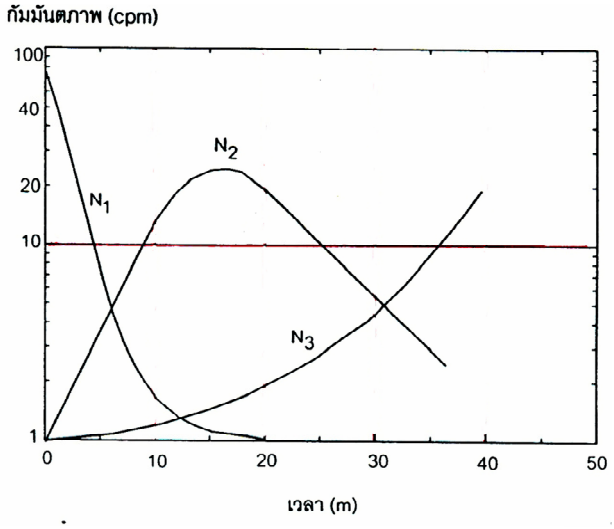
$$N_B = \frac{\lambda_A N_A^0}{\lambda_B - \lambda_A} [e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}] \quad (2\text{-}13)$$

ส่วนจำนวนอะตอมของ C ที่เวลาใดๆ หาได้จากสมการ (2-14)

$$N_C = N_A^0 - N_A - N_B \quad (2\text{-}14)$$

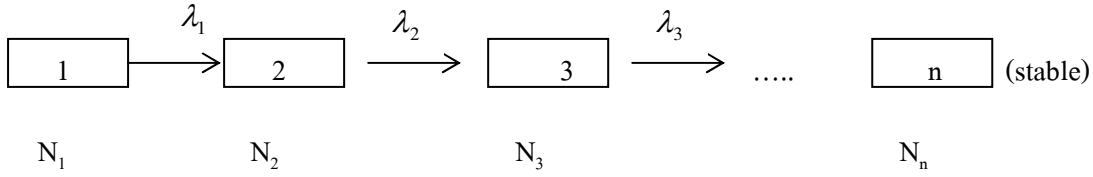
ถ้าที่เวลา t = 0 , $N_C = N_C^0$ สมการ (2-14) จะเป็น

$$N_C = N_A^0 - N_A - N_B + N_C^0 \quad (2\text{-}15)$$



ภาพประกอบ 2.5 แสดงจำนวนอะตอมของการสลายต่อเนื่อง

ในกรณีที่นิวไคลด์กัมมันตรังสีมีการสลายต่อเนื่องโดยมีผลผลิตนิวไคล์กัมมันตรังสีตั้งแต่สามตัวขึ้นไปจน n ดังตัวอย่างในภาพประกอบ 2.6



ภาพประกอบ 2.6 การสลายตัวแบบต่อเนื่อง

การหากัมมันตภาพของนิวไคลด์กัมมันตรังสีแต่ละตัวสามารถหาได้จากสมการของเบทแมน (Bateman equation)

สมมติว่าเวลา t = 0 มีเฉพาะนิวเคลียสแม่ N_1^0 สมการของเบทแมน คือ

$$N_n = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + ... + C_n e^{-\lambda_n t} \quad (2\text{-}16)$$

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 ... \lambda_{(n-1)} N_1^0}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)...(\lambda_n - \lambda_1)}$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 ... \lambda_{(n-1)} N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)...(\lambda_n - \lambda_2)}$$

$$C_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 ... \lambda_{(n-1)} N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n)...(\lambda_{(n-1)} - \lambda_n)}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงจำนวนอะตอม (กัมมันตภาพ) ของธาตุต่างๆ ในอนุกรม เป็นดังนี้

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3$$

ตัวอย่างอนุกรมการสลายต่อเนื่องดังนี้

$$N_1 \xrightarrow{\lambda_1} N_2 \xrightarrow{\lambda_2} N_3 \xrightarrow{\lambda_3} N_4 \text{ (stable)}$$

จากสมการ (2-16) คำนวณ N_1, N_2, N_3 และ N_4 ที่เวลาใด ๆ ดังนี้

$$N_1 = N_1^0 e^{-\lambda_1 t} \quad (2\text{-}17)$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (2\text{-}18)$$

$$N_3 = \lambda_1\lambda_2 N_1^0[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}+\frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}+\frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}]$$

$$N_4 = N_1^0 - N_1^0 e^{-\lambda_1 t} - N_2 - N_3$$

2.7 สมดุลแบบถาวร (Secular equilibrium)

เป็นสมดุลทางรังสีที่มีเงื่อนไขกำกับว่า ครึ่งชีวิตของพ่อแม่ จะต้องมีค่ามากกว่าครึ่งชีวิตของลูกหลายเท่า หรือมองอีกแง่หนึ่งคือ $\lambda_1 << \lambda_2$ ถ้าจะให้เห็นชัดของการสมดุลในแบบนี้แล้ว ความแตกต่างของค่าครึ่งชีวิตระหว่างพ่อแม่กับลูกจะต้องต่างกัน 10^4 เท่า หรือมากกว่านั้น ดังนั้นค่าความแรงรังสีของพ่อแม่จะไม่เปลี่ยนแปลงเท่าไร ในขณะที่ค่าความแรงรังสีของลูกเปลี่ยนแปลงไปหลายช่วงครึ่งชีวิต ตัวอย่างเช่นการสลายตัวของ ^{226}Ra ไปเป็น ^{222}Rn

$$^{226}\text{Ra} \longrightarrow ^{222}\text{Rn} \longrightarrow ^{218}\text{Po}$$

$T_{1/2}$ =1620y $\qquad$ $T_{1/2}$ =3.8d

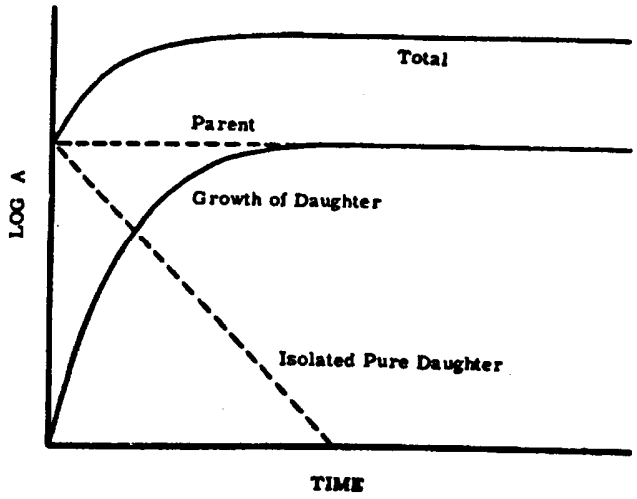
สำหรับสมดุลทางรังสีระหว่างเรเดียมและเรดอน ทำให้สมการ (2-18) เปลี่ยนแปลงง่ายขึ้น กล่าวคือ คือค่า λ_1 นั้นตัดทิ้งได้เลยเมื่อเปรียบเทียบกับค่า λ_2 และเช่นเดียวกันเมื่อเวลา t ผ่านไปนานหลายช่วงครึ่งชีวิตของเรดอน ผลคูณของ t และ λ_2 จะมีค่ามหาศาล ดังนั้น $e^{-\lambda_2 t}$ จะมีค่าเข้าสู่ศูนย์ดังนั้นสมการ (2-18) สามารถลดรูปได้เป็น

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} \qquad (2\text{-}19)$$

แทนค่า N_1 จาก (2-17) ลงใน (2-19) จะได้

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 \qquad (2\text{-}20)$$

สมการ (2-20) ได้แสดงความจริงว่าจำนวนอะตอมสัมพันธ์ของพ่อแม่ และลูกจะแปรผกผันกับค่าคงที่ของการสลายตัว และแนวคิดที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งก็คือในสมดุลของลูกจะมีค่าเท่ากับของพ่อแม่ซึ่งเป็นเรื่องที่มีความสำคัญมากๆ ในกรณีของสมดุลทางรังสีแบบถาวรเมื่อเกิดขึ้นแล้ว ความ ความแรงรังสีทั้งของพ่อแม่ และลูกจะลดลงด้วยอัตราที่เท่ากันและอัตราลดลงขึ้นอยู่กับครึ่งชีวิตของพ่อแม่ดังภาพประกอบ 2.7



ภาพประกอบ 2.7 แสดงภาพสมดุลแบบถาวร

2.8 หน่วยวัดกัมมันตภาพรังสี (Unit of radioactivity)

2.8.1 หน่วยวัดกัมมันตภาพรังสี (activity or source strength unit)

เนื่องจากเรเดียมเป็นสารกัมมันตรังสีตัวแรกที่รู้จัก และใช้งาน ดังนั้นจึงใช้หน่วยของกัมมันตภาพรังสีด้วยคูรีถือเป็นหน่วยเริ่มต้น โดยกำหนดอยู่ในเทอมของอัตราการสลายตัว ซึ่งเกี่ยวพันกับมวล 1 กรัมของเรเดียม การที่จะวัดให้ได้อัตราการสลายตัวที่แน่นอนนั้นยากมาก ดังนั้นจึงได้ตกลงยอมรับค่าการสลายตัว 3.7×10^{10} อะตอมต่อวินาทีต่อกรัมของเรเดียมเป็นค่าความแรงรังสี 1 คูรี แม้ว่าในตอนเริ่มแรกจะใช้กับเรเดียมเท่านั้น แต่ต่อมาได้นำไปใช้กับสารกัมมันตรังสีอื่นๆ ด้วย เช่น ขนาด 1 คูรี ของ ซัลเฟอร์-35 ที่ก่อให้เกิดการสลายตัว 3.7×10^{10} อะตอมต่อวินาที

ในปัจจุบันนี้การวัดความแรงรังสี ได้พัฒนามาใช้หน่วยใหม่ในระบบ SI ได้ใช้หน่วย “เบ็กเคอเรล” (Becquerel) ใช้สัญลักษณ์ย่อว่า “Bq” โดยที่

$$1Ci = 3.7\times10^{10}\,dps = 3.7\times10^{10}\,Bq$$

2.8.2 ปริมาณรังสีในอากาศ (Exposure Dose, X)

หมายถึงปริมาณรังสีที่ทำให้เกิดการแตกตัวโดยตรงหรือโดยอ้อม (Ionizing radiation) แผ่ออกมารอบๆ ตัว หรือพลังงานที่รังสีสูญเสียไปเมื่อผ่านเข้าไปในเนื้อสสาร หน่วยของปริมาณรังสีในอากาศ คือ เรินท์เกน (Roentgen)

เรินท์เกน (Roentgen, R) เป็นหน่วยวัดปริมาณรังสีในอากาศของรังสีเอ็กซ์ หรือรังสีแกมมาเมื่อผ่านอากาศ โดยกำหนดให้

1 เรินท์เกน เท่ากับปริมาณรังสีเอ็กซ์ หรือรังสีแกมมาที่ทำให้อากาศ 0.001293 กรัม ที่อุณหภูมิ และความดันมาตรฐาน เกิดการแตกตัวให้ประจุบวก (หรือลบ) 1 อี เอส ยู หรือ 1 เรินท์เกน เท่ากับปริมาณรังสีเอ็กซ์หรือแกมมาที่ทำให้อากาศปริมาตร 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร ที่อุณหภูมิ และความดันมาตรฐานแตกตัวเป็นไอออน 2.06×10^{9} ไอออนคู่

$$1\ \text{R} = 2.58 \times 10^{-4}\ \text{Coul/kg}$$

$$1\ \text{R} = 10^{3}\ \text{mR} \qquad (2\text{-}21)$$

2.8.3 อัตราปริมาณรังสีในอากาศ (Exposure Dose Rate, $\dot{X}$)

เป็นอัตราส่วนของการเพิ่ม ของปริมาณรังสีในอากาศในช่วงเวลา Δt

$$\dot{X} = \Delta X / \Delta t \qquad (2\text{-}22)$$

มีหน่วยเป็น R/sec,mR/hr เป็นต้น

2.8.4 ปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืน (Absorbed Dose, D)

หมายถึงปริมาณพลังงานถ่ายทอด (energy imparted) จากรังสีที่ทำให้เกิดการแตกตัวที่สสารได้รับ (ΔE_D) ต่อหนึ่งหน่วยมวลสาร (Δm) ณ บริเวณจุดที่พิจารณา

$$\text{D} = \Delta E_D / \Delta m \qquad (2.23)$$

2.8.5 แรด (Rad)

ย่อมาจาก " Radiation absorbed dose " เป็นหน่วยวัดปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืน โดยกำหนดว่า "วัตถุใดได้รับรังสีแล้วรังสีนั้นถ่ายเทพลังงานให้แก่วัตถุมีค่าเท่ากับ 100 เอิร์กต่อกรัมของวัตถุแสดงว่าวัตถุนั้นได้รับรังสี 1 Rad "

$$1\ \text{Rad} = 100\ \text{erg/g}$$

ในระบบ SI ปัจจุบันใช้หน่วยของปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืนเป็นเกรย์ (Gray, Gy)

$$1\ \text{Gy} = 1\ \text{J/kg} = 100\ \text{rad}$$

2.8.6 อัตราปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืน (Absorbed Dose Rate, $\dot{D}$)

เป็นอัตราส่วนระหว่างการเพิ่มปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืนในช่วงเวลา Δt

$$\dot{D} = D / \Delta t \qquad (2\text{-}24)$$

มีหน่วยเป็น Rad/sec, Rad/hr

ในระบบ SI ปัจจุบันใช้หน่วย Gray/sec

2.8.7 การถ่ายทอดพลังงานเชิงเส้น (Linear Energy Transfer,LET)

หมายถึงพลังงานที่รังสีสูญเสียให้กับสสารต่อหน่วยระยะทาง มีหน่วยเป็น erg/cm , keV/μm

2.8.8 ตัวประกอบคุณภาพ (Quality Factor, Q)

เนื่องจากเมื่อร่างกายได้รับรังสีต่างกันจะเกิดความผิดปกติทางชีววิทยาต่างกัน ICRU (International Commission on Radiation Units and Measurement) จึงได้กำหนดค่า Q ขึ้น ค่า Q นี้จะบ่งบอกถึงคุณภาพของรังสี ซึ่งรังสีแต่ละชนิดจะมีค่าเฉพาะของตนเอง ดังตาราง 2.1 แสดงค่า Q จำแนกตามค่า LET

ตาราง 2.1 แสดงค่า Qality factor จำแนกตามค่า LET
(ที่มา : Lamarch, J.R. 1983)

LET (keV/micron)	Q
3.5 หรือน้อยกว่า	1
7	2
23	5
53	10
175 หรือมากกว่า	20

2.8.9 ปริมาณรังสีสมมูล (Dose Equivalent , H)

รังสีชนิดต่างๆ ถึงแม้ว่าจะถ่ายเทพลังงานให้แก่เนื้อเยื่อของร่างกายจำนวนเท่ากันก็ตาม แต่ผลเสียหายทางชีววิทยาที่เกิดขึ้นกับเนื้อเยื่อไม่เหมือนกัน ดังนั้นการที่จะเปรียบเทียบปริมาณรังสีที่เนื้อเยื่อได้รับ โดยคิดในแง่ผลเสียหายทางชีววิทยา จากรังสีชนิดต่างๆ แล้ว จะคิดเฉพาะพลังงานที่รังสีถ่ายเทให้กับเนื้อเยื่ออย่างเดียวไม่ได้ จะต้องมีองค์ประกอบด้านชีววิทยาสำหรับรังสีแต่ละชนิดเข้าไปเกี่ยวข้องด้วย ICRU จึงได้กำหนดค่าปริมาณรังสีสมมูลขึ้น ซึ่งมีค่าเท่ากับผลคูณของปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืนกับตัวประกอบคุณภาพ ดังสมการ (2-23)

$$H = D \times Q \qquad (2\text{-}25)$$

ค่าปริมาณรังสีสมมูลนี้อาจจะเรียกได้ว่าปริมาณรังสีทางชีวภาพ (Biological dose) มีหน่วยเป็นเรม (Rem)

2.8.10 เรม (Rem)

เป็นหน่วยของปริมาณรังสีสมมูลย่อมาจาก " roentgen equivalent man " ดังนั้น ถ้ารังสีที่มีค่าตัวประกอบคุณภาพเท่ากับ 1 และค่าปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืน 1 แรด จะได้ค่าปริมาณรังสีสมมูล 1 เรม ในระบบ SI ปัจจุบันใช้หน่วยเป็น ซีเวิร์ต (Sievert , Sv)

1 Sv = 100 rem

2.8.11 อัตราปริมาณรังสีสมมูล (Dose Equivalent Rate, H)

เป็นอัตราของปริมาณรังสีสมมูลต่อหน่วยเวลา หรือเป็นค่าผลคูณของอัตราปริมาณรังสีที่ถูกดูดกลืนกับตัวประกอบคุณภาพดังสมการ (2-26)

$$\dot{H} = \dot{D} \times Q \qquad (2\text{-}26)$$

มีหน่วยเป็น Rem/sec, mRem/hr

ในระบบ SI ปัจจุบันใช้หน่วย Sievert/sec, Sv/s