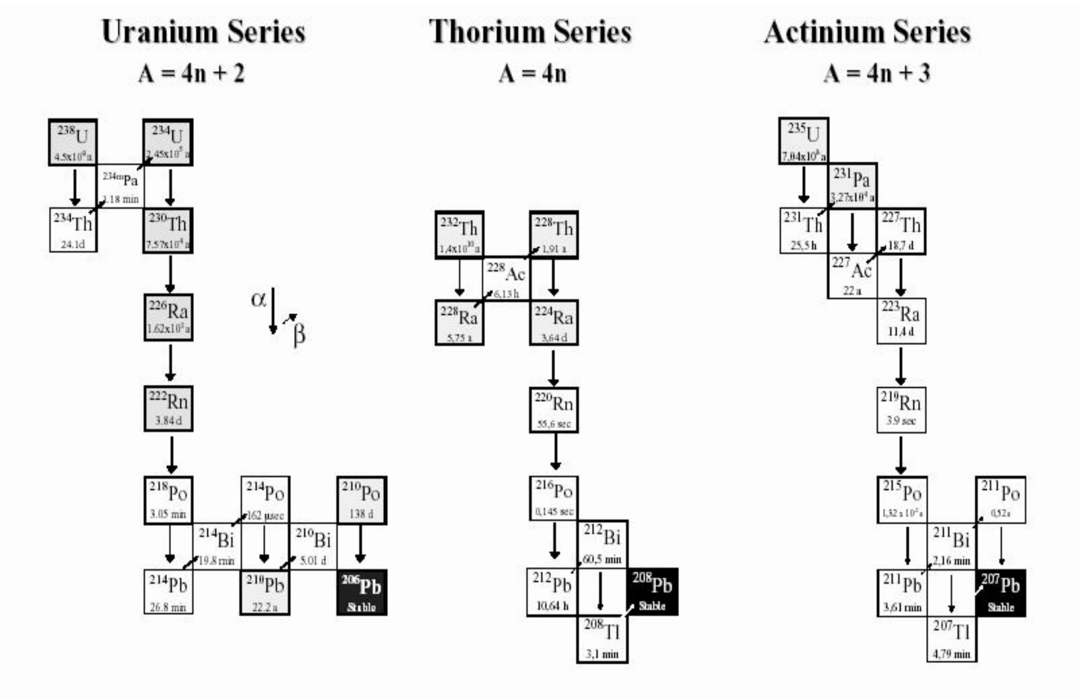
บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 อนุกรมกัมมันตรังสีและการสลายตัว

นิวเคลียสกัมมันตรังสีที่เป็นต้นกำเนิดรังสีมีการสลายตัวอย่างต่อเนื่องจนได้นิวเคลียสเสถียร การสลายตัวเป็นลำดับ นี้เรียกว่า “อนุกรมกัมมันตรังสี (Radioactivity Series)” โดยอนุกรมกัมมันตรังสีในธรรมชาติมีทั้งหมด 4 อนุกรม แต่ละอนุกรมมีการสลายตัวตามลักษณะเฉพาะ ขึ้นอยู่กับเลขมวล มีดังนี้



ภาพประกอบ 2.1 อนุกรมกัมมันตรังสีที่ปรากฏอยู่ในธรรมชาติ

1) อนุกรมทอเรียม (Thorium series) ได้แก่ นิวไคลด์กัมมันตรังสีที่มีเลขมวลเท่ากับ 4n

2) อนุกรมเนปทูเนียม (Neptunium series) ได้แก่ นิวไคลด์กัมมันตรังสีที่มีเลขมวลเท่ากับ 4n+1

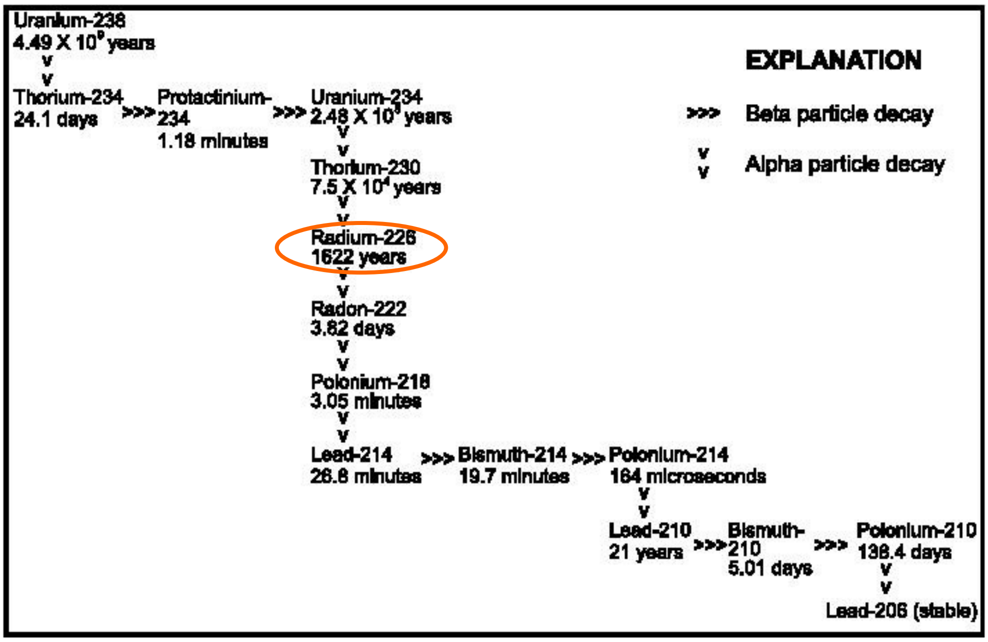
3) อนุกรมยูเรเนียม (Uranium series) ได้แก่ นิวไคลด์กัมมันตรังสีที่มีเลขมวลเท่ากับ 4n+2

4) อนุกรมแอกทิเนียม (Actinium series) ได้แก่ นิวไคลด์กัมมันตรังสีที่มีเลขมวลเท่ากับ 4n+3

เมื่อ n คือเลขจำนวนเต็มบวก

อนุกรมเนปทูเนียมมีครึ่งชีวิตสั้น (2.2 × 10^6 ปี) ได้สลายตัวไปหมดแล้วจึงไม่พบในปัจจุบันซึ่งเริ่มจาก เนปทูเนียม-237 (Np-237) สลายตัวให้นิวไคลด์สุดท้าย คือ บิสมัท-209 (Bi-209) อนุกรมทอเรียม อนุกรมยูเรเนียม อนุกรมแอกทิเนียม (ภาพประกอบ 2.1) ทั้งสามอนุกรมมีคุณสมบัติที่คล้ายคลึงกันคือ มีครึ่งชีวิตที่ยาวนาน นิวไคลด์สุดท้ายสลายตัวให้ตะกั่วเหมือนกันแต่ต่างไอโซโทปกัน ในทุกอนุกรมจะมีแก๊สเฉื่อยเกิดขึ้นที่เลขอะตอม 86

เรเดียม-226 เกิดจากการสลายตัวของอนุกรมยูเรเนียม-238 (U-238) ขณะสลายตัวให้รังสีแอลฟาและสลายตัวต่อไปเป็นก๊าซกัมมันตรังสีเรดอน-222 (Rn-222) มีครึ่งชีวิต 3.82 วัน ผลผลิตจากก๊าซเรดอน-222 สลายตัวให้รังสีแอลฟาเช่นกัน คือ พอโลเนียม-218 (Po-218) มีครึ่งชีวิต 3.05 นาที พอโลเนียม-214 (Po-214) มีครึ่งชีวิต 164 ไมโครวินาที และพอโลเนียม-210 (Po-210) มีครึ่งชีวิต 138.4 วัน จากนิวไคลด์เรเดียม-226 สลายตัวจนถึงนิวไคลด์สุดท้ายได้ตะกั่ว-206 (Pb-206) มีนิวไคลด์ถึง 5 นิวไคลด์ ที่สลายตัวให้รังสีแอลฟาซึ่งเป็นรังสีที่มีมวลหนัก และวิ่งด้วยความเร็วสูงเมื่อเข้าไปภายในร่างกายก็จะไปชนกับเนื้อเยื่อทำให้เกิดการระคายเคือง เป็นต้นเหตุของการเกิดโรคมะเร็ง



ภาพประกอบ 2.2 อนุกรมการสลายตัวของเรเดียม-226

2.2 กฎการสลายตัวของนิวไคลด์

เมื่อนิวเคลียสของนิวไคลด์กัมมันตรังสีเปลี่ยนสภาพเป็นนิวเคลียสของธาตุใหม่จะปลดปล่อยพลังงานออกมาในรูปของรังสีชนิดต่างๆ เช่น แอลฟา บีตาหรือแกมมา ซึ่งการสลายตัวดังกล่าวเป็นแบบสุ่ม โดยขึ้นอยู่กับจำนวนนิวเคลียสหรือจำนวนอะตอมที่มีอยู่เดิมในขณะนั้น

กำหนดให้ N คือ จำนวนอะตอมที่มีอยู่ในขณะใดขณะหนึ่ง อัตราการสลายตัวคือ

$$-\frac{dN}{dt} \alpha N$$

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad (2.1)$$

เมื่อ λ คือ ค่าคงที่การสลายตัว (Decay constant) มีหน่วยเป็น s^{-1}

ถ้า N_0 เป็นจำนวนอะตอมที่มีอยู่เดิมเมื่อเวลาเริ่มต้น t = 0 สมการ (2.1) เขียนได้ใหม่เป็น

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_{0}^{t} dt$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (2.2)$$

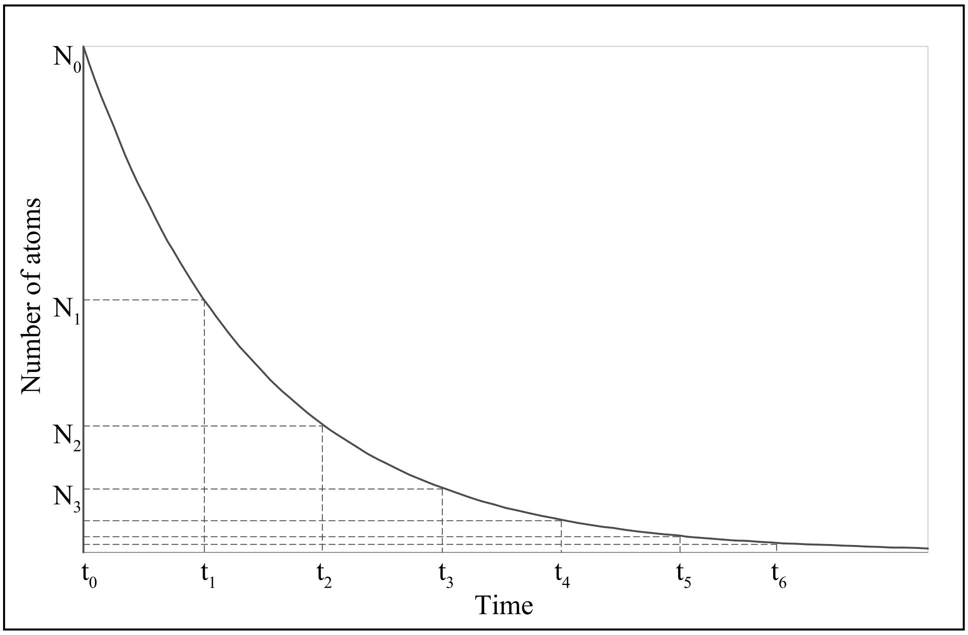
สมการ (2.2) คือ กฎการสลายตัวของนิวไคลด์กัมมันตรังสี

2.3 กัมมันตภาพรังสี

กำหนดให้ A เป็นกัมมันตภาพหรือความแรงรังสี (Activity) จะได้ว่า

$$A = \frac{dN}{dt}$$

$$A = \lambda N \qquad (2.3)$$



ภาพประกอบที่ 2.3 ความสัมพันธ์ของจำนวนอะตอมนิวไคลด์กัมมันตรังสี ที่ลดลงตามเวลาโดยลงจุดในกระดาษกราฟเชิงเส้น

ภาพประกอบที่ 2.4 ความสัมพันธ์เช่นเดียวกับภาพประกอบ 2.3 แต่ลงจุดในกระดาษกราฟกึ่งล็อก

จากสมการ (2.2) สามารถเขียนสมการ (2.3) ได้ใหม่เป็น

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$
$$A = A_0 e^{-\lambda t} \tag{2.4}$$

เมื่อ A_0 คือ กัมมันตภาพที่เวลาเริ่มต้น (t = 0)

A คือ กัมมันตภาพที่เวลาใดๆ มีหน่วยเป็น dps (Disintegration per second) ในปัจจุบันใช้หน่วย SI คือ Bq (Becquerel)

2.4 ครึ่งชีวิต ($t_{1/2}$) และ ชีวิตเฉลี่ย (τ)

ครึ่งชีวิต (Half-life) หมายถึง เวลาที่นิวไคลด์กัมมันตรังสีสลายตัวเหลือครึ่งหนึ่งจากจำนวนที่มีอยู่ในตอนเริ่มต้น นั่นคือ เมื่อเวลาผ่านไป t เท่ากับ $t_{1/2}$ จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสี N เหลือเท่ากับ $N_0/2$ และเมื่อแทนค่าเงื่อนไขดังกล่าวลงในสมการ (2.2) จะได้ว่า

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$$
$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda t_{1/2}$$
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$
$$t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \tag{2.5}$$

สมการ (2.5) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าครึ่งชีวิต ($t_{1/2}$) กับค่าคงที่การสลายตัว (λ) แต่เนื่องจากอะตอมในนิวไคลด์กัมมันตรังสีมีชีวิตไม่เท่ากัน โดยค่าเฉลี่ยช่วงชีวิตเรียกว่า ชีวิตเฉลี่ย (mean life : τ) ซึ่งหาได้จากการรวมชีวิตของอะตอมทั้งหมดแล้วหารด้วยจำนวนอะตอมที่มีอยู่

กำหนดให้ อะตอม dN_n มีช่วงชีวิต t_n โดย n = 1, 2, 3, … จะได้

$$\tau = \frac{dN_1t_1 + dN_2t_2 + dN_3t_3 + ...}{dN_1 + dN_2 + dN_3 + ...}$$

$$= \frac{\int_0^{N_\infty} tdN}{\int_0^{N_\infty} dN} \qquad (2.6)$$

เมื่อ $dN = -\lambda Ndt = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}dt$ สมการ (2.6) เขียนได้ใหม่เป็น

$$\tau = -\int_0^\infty \lambda tN_0 e^{-\lambda t}\frac{dt}{N_0}$$

$$\tau = -\lambda\left(\frac{-1}{\lambda^2}\right)$$

$$\tau = \lambda^{-1} \qquad (2.7)$$

สมการ (2.7) แสดงให้เห็นว่าค่าชีวิตเฉลี่ย (τ) มีค่าแปรผกผันกับค่าคงที่การสลายตัว (λ)

2.5 สมดุลกัมมันตรังสี (Radioactive equilibrium)

มีสารกัมมันตรังสีหลายตัวที่เมื่อสลายตัวแล้วจะทำให้ได้นิวเคลียสของตัวลูกที่ยังคงเป็นสารกัมมันตรังสี ซึ่งก็จะสลายตัวต่อไปพร้อมกับก่อให้เกิดลูกของกัมมันตรังสีตัวใหม่ โดยตัวมันเองก็จะเปลี่ยนสถานะเป็นพ่อแม่ สมการทั่ว ๆ ไปสำหรับอนุกรมการสลายตัวแบบนี้คือ

$$A \xrightarrow{\lambda_1} B \xrightarrow{\lambda_2} C$$

เมื่อ A สลายตัวไปเป็น B และเมื่อ B สลายตัวต่อจะก่อให้เกิด C

λ_1 และ λ_2 คือ ค่าคงที่ของการสลายตัวในการเปลี่ยนแปลงของ A ไปเป็น B และ B ไป C ตามลำดับ

2.5.1 สมดุลเซคูลาร์ (Secular equilibrium)

เป็นสมดุลทางรังสีที่มีเงื่อนไขกำกับว่าครึ่งชีวิตของพ่อแม่จะต้องมีค่ามากกว่าครึ่งชีวิตของลูกหลายเท่าหรือมองอีกแง่หนึ่งคือ $\lambda_1 << \lambda_2$ ถ้าจะให้เห็นชัดของการสมดุลในแบบนี้แล้วความแตกต่างของค่าครึ่งชีวิตระหว่างพ่อแม่กับลูกจะต้องต่างกัน 10^4 เท่าหรือมากกว่านั้น ดังนั้นค่าความแรงรังสีของพ่อแม่จะไม่เปลี่ยนแปลงเท่าไร ในขณะที่ค่าความแรงรังสีของลูกเปลี่ยนแปลงไปหลายช่วงครึ่งชีวิต ตัวอย่างเช่นการสลายตัวของเรเดียม-226 ไปเป็นเรดอน-222

$$^{226}Ra \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=1602\ y]{} {}^{222}Rn \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=3.8d]{} {}^{218}Po$$

สำหรับสมดุลทางรังสีระหว่างเรเดียมและเรดอนเมื่อพิจารณาค่า λ สามารถตัด λ_1 ทิ้งได้เลย เมื่อเปรียบเทียบกับค่า λ_2 ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ตามสมการ

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = . . . = \lambda_{n-1} N_{n-1} = \lambda_n N_n \qquad (2.8)$$

2.5.2 สมดุลแบบทรานเซียนต์ (Transient equilibrium)

สมดุลนี้มีความคล้ายคลึงกับสมดุลแบบถาวรในกรณีที่ค่าครึ่งชีวิตของพ่อแม่มีค่ามากกว่าลูกแต่มากกว่าด้วยสัดส่วนเพียงเล็กน้อย (ประมาณ 10 เท่า) เมื่อเทียบกับตัวเลข 10^4 เท่าหรือมากกว่านั้น ดังนั้นค่า $\lambda_1 < \lambda_2$

เมื่อเวลา t มีค่ามาก ๆ ค่า $e^{-\lambda_2 t}$ จะตัดทิ้งได้เมื่อเทียบกับ $e^{-\lambda_1 t}$ เมื่อมองว่าเทอม $e^{-\lambda_2 t}$ มีค่าเข้าสู่ศูนย์ ดังนั้นจำนวนของอะตอมนิวไคลด์ลูกจะกลายเป็น

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} e^{-\lambda_1 t} \qquad (2.9)$$

ฉะนั้น
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} \qquad (2.10)$$