

## บทที่ 2

### ทฤษฎี

ในบทที่ 2 นี้กล่าวถึงรายละเอียดของประวัติการค้นพบปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริก ทฤษฎีของค่าคงที่ไพโซอิเล็กทริกที่เกี่ยวข้องกับการทดลอง โดยเฉพาะเทนเซอร์ความเค้น (stress tensor) และเทนเซอร์ความเครียด (strain tensor) ประวัติและวิธีการวัดค่าคงที่ไพโซอิเล็กทริก กล่าวถึงทฤษฎีของระบบอินเทอร์เฟอร์โรมิเตอร์ เสถียรภาพและกำลังแยกกระยะทางของระบบอินเทอร์เฟอร์โรมิเตอร์ การนำระบบอินเทอร์เฟอร์โรมิเตอร์มาประยุกต์ใช้วัดค่าคงที่ไพโซอิเล็กทริกของสาร กล่าวถึงสมบัติพื้นฐานของสารตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย โดยแยกเป็นหัวข้อ ดังนี้

#### 1. ทฤษฎีของไพโซอิเล็กทริก

##### 1.1 ประวัติการค้นพบปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริก

คำว่า “piezo” ในภาษาอังกฤษ มาจากภาษากรีกซึ่งหมายถึง “to press” การนำคำว่า “piezo” มาใช้กับคำว่า “electric” เป็น “piezoelectric” หรือ “ไพโซอิเล็กทริก” จึงเกี่ยวข้องกับสมบัติทางกลและสมบัติทางไฟฟ้า มีการค้นพบปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric effect) เป็นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1880 โดยสองพี่น้องชื่อ ปีแอร์ กูรี (Pierre Curie) และ แจ็ก กูรี (Jacques Curie) ทั้งสองพบว่าเมื่อให้แรงกดแก่ผลึกบางชนิด เช่น ทัวร์มาลีน (tourmaline) ควอตซ์ (quartz) โทปาซ (topaz) และเกลือโรเชลล์ (Rochelle salt) จะมีประจุบวกที่ผิวหน้าด้านหนึ่งและมีประจุลบที่อีกด้านหนึ่งของผลึก โดยที่ปริมาณประจุเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงกดเมื่อเอาแรงกดออกประจุที่ผิวหน้าทั้งสองจะหายไป ปรากฏการณ์ที่พบในลักษณะนี้ถูกนิยามให้เป็นปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริกแบบตรง (direct piezoelectric effect) ต่อมาในปี ค.ศ. 1881 ลิปแมนน์ (Lippmann) คือผู้ที่ทำนายโดยอาศัยทฤษฎีเทอร์โมไดนามิกว่ามีปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริกแบบกลับ (converse piezoelectric effect) ด้วย และพี่น้องตระกูลคูรีก็ได้ทำการทดลองพิสูจน์คำทำนายดังกล่าวนี้ได้สำเร็จในปี ค.ศ. 1881 เช่นกัน

นับตั้งแต่การค้นพบปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริกในปี ค.ศ. 1880 20 ปี ต่อมาเป็นช่วงของการศึกษาค้นคว้าเพื่อวางรากฐานทางด้านไพโซอิเล็กทริก มีนักวิจัยหลายกลุ่มที่มีส่วนในการศึกษาค้นคว้า นักวิจัยที่มีชื่อเสียง เช่น ลอร์ด เคลวิน (Lord Kelvin) โวลต์มาร์ วอยท์ (Woldemar Voigt) ร่วมกันวางกฎเกณฑ์และทฤษฎีเพื่ออธิบายปรากฏการณ์ไพโซอิเล็กทริกอย่างเป็นระบบ มีการจัดกลุ่มผลึกโดยละเอียดตามความสมมาตร (symmetry) ของผลึกเป็น 32 กลุ่มผลึก (crystal class หรือ point group) จากกลุ่ม

ผลึกทั้งหมด มี 21 กลุ่มผลึกที่ขาดจุดศูนย์กลางความสมมาตร (centre of symmetry) และในจำนวนนี้มี 20 กลุ่ม ที่แสดงสมบัติพิโซอิเล็กทริก การประยุกต์ใช้งานผลึกที่มีสมบัติพิโซอิเล็กทริกเริ่มเป็นรูปเป็นร่างในปี 1917 โดย พอล แลงจีวิน (Paul Langevin) ชาวฝรั่งเศส ซึ่งประสบความสำเร็จจากการใช้ผลึกควอทซ์เป็นตัวส่ง (transmitter) และตัวรับ (receiver) คลื่นเสียง (acoustic wave) ที่เดินทางในน้ำ ซึ่งเป็นหลักการของเครื่องโซนาร์ (sonar) ในเวลาต่อมา

ความสำเร็จของเครื่องโซนาร์ทำให้การวิจัยด้านการประยุกต์ใช้งานด้านพิโซอิเล็กทริกพัฒนาอย่างรวดเร็ว การค้นคว้าวิจัยที่เด่นมากคืองานของ เคดี (W. G. Cady) และมาสัน (W.P. Mason) แห่งห้องปฏิบัติการเบลล์ (Bell laboratory) ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้ริเริ่มประยุกต์ใช้ผลึกควอทซ์เป็นตัวส่งและตัวกรองความถี่ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ จากนั้นมาผลึกพิโซอิเล็กทริกโดยเฉพาะควอทซ์กลายเป็นชิ้นส่วนในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์และเครื่องใช้ไฟฟ้าแทบทุกชนิดไม่ว่าจะเป็น โทรทัศน์ นาฬิกา คอมพิวเตอร์ ฯลฯ และเริ่มยุคของการศึกษาค้นคว้าทางพิโซอิเล็กทริกทางการค้าและอุตสาหกรรมอย่างจริงจัง

ในช่วง ค.ศ.1940 - ค.ศ.1965 ประเทศสหรัฐอเมริกา ญี่ปุ่น และสหภาพโซเวียตรัสเซีย ได้ตั้งกลุ่มวิจัยเพื่อพัฒนาทางด้านพิโซอิเล็กทริกชนิดใหม่ๆ การพัฒนาที่สำคัญมากคือการค้นพบสมบัติ พิโซอิเล็กทริกของวัสดุเซรามิก พิโซเซรามิก (piezoceramic) ชนิดแรกที่ได้รับการพัฒนาคือแบเรียมไทเทเนต (barium titanate,  $BaTiO_3$ ) ซึ่งมีโครงสร้างผลึกเพอโรฟสไกต์ (perovskite) ภายใต้อุณหภูมิสูง จะทำให้โครงสร้างผลึกขาดจุดศูนย์กลางความสมมาตร และแสดงสมบัติ พิโซอิเล็กทริกได้ การเติมอะตอมของธาตุ เช่น ตะกั่ว (Pb) สตรอนเตียม (Sr) หรือ แคลเซียม (Ca) ลงไปแทนที่อะตอมของแบเรียม (Ba) และ การเติม เซอร์โคเนียม (Zr) หรือ ดีบุก (Sn) ลงไปแทนที่อะตอมไทเทเนียม (Ti) ทำให้ได้เซรามิกชนิดใหม่ เช่น กลุ่ม เลดเซอร์โคเนตไทเทเนต ซึ่งเป็นเป้าหมายหนึ่งของวิทยานิพนธ์นี้

หลังจากปี ค.ศ.1965 การวิจัยเพื่อประยุกต์ใช้วัสดุพิโซเซรามิก มีความก้าวหน้าอย่างรวดเร็วและแพร่หลายไปทั่วโลก มีการผลิตวัสดุพิโซอิเล็กทริกใหม่ๆ เช่น ไมโครโฟนขนาดจิ๋วความไวสูง (small sensitive microphone) ไฮโดรโฟน (hydrophone) ทรานสดิวเซอร์ (transducer) อุปกรณ์จัดตำแหน่งระดับจุลภาค (micropositionor) เป็นต้น

ในปัจจุบันการวิจัยทางด้านพิโซอิเล็กทริกได้มุ่งไปที่การประยุกต์ใช้งานวัสดุที่มีสมบัติพิโซอิเล็กทริกชนิดต่างๆ มากขึ้น โดยเฉพาะด้านอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการลดขนาดของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ลงโดยอาศัยสมบัติพิโซอิเล็กทริกของสารซึ่งมีการพัฒนาควบคู่กันไปกับการเพิ่มประสิทธิภาพของอุปกรณ์ นอกจากนี้ การวิจัยพื้นฐานทางด้านพิโซอิเล็กทริกก็ยังมีความสำคัญและยังสร้างความท้าทายให้กับนักวิจัยรุ่นใหม่อยู่เนื่องจากวิทยาการด้านอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องมีการพัฒนาอย่างรวดเร็ว เช่น วิศวกรรมของเครื่องมือวัดและเครื่องมือตรวจสอบชิ้นงาน หรือกระบวนการเตรียมสารตัวอย่างที่อาศัยเทคโนโลยี



ที่สามารถควบคุมคุณภาพของสารตัวอย่างได้อย่างสม่ำเสมอ จึงส่งผลให้การวิจัยทางด้านพิโซอิเล็กทริกก้าวหน้าตามไปด้วย และค้นพบปรากฏการณ์ใหม่ๆ ที่เกี่ยวข้องกับสมบัติพิโซอิเล็กทริกมากขึ้น

## 1.2 ค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก

ปรากฏการณ์พิโซอิเล็กทริกเกี่ยวข้องกับสมบัติทางกลและทางไฟฟ้าของวัสดุ กล่าวคือเมื่อให้ความเค้นกลแก่วัสดุพิโซอิเล็กทริกจะเกิดการกระจัดทางไฟฟ้าขึ้นในทางกลับกันเมื่อให้สนามไฟฟ้าแก่วัสดุพิโซอิเล็กทริกจะเหนี่ยวนำให้เกิดความเครียดขึ้น ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเหล่านี้แสดงในสมการ ดังนี้

$$D = dT + \epsilon^T E \quad (2.1)$$

$$S = s^E T + dE \quad (2.2)$$

$D$  คือ การกระจัดทางไฟฟ้า<sup>1</sup> (electric displacement)

$T$  คือ ความเค้นกล (mechanical stress) มีหน่วยเป็น  $N/m^2$

$S$  คือ ความเครียดคดกล (mechanical strain)

$E$  คือ สนามไฟฟ้า (electric field) มีหน่วยเป็น  $V/m$

$d$  คือ ค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก (piezoelectric coefficient) ในที่นี้มีหน่วยเป็น  $m/V$

$s^E$  คือ ค่าคงที่ยืดหยุ่น (elastic constant หรือ elastic compliance) มีหน่วยเป็น  $m^2/N$  ภายใต้อสนามไฟฟ้าคงที่

$\epsilon^T$  คือ สภาพยอมรับได้ (permittivity) มีหน่วยเป็น  $F/m$  ภายใต้อสนามคงที่

จากสมการที่ 2.1 และ 2.2 เมื่อวัสดุพิโซอิเล็กทริก อยู่ในสนามไฟฟ้า  $E$  คงที่ ในที่นี้ให้  $E = 0$  สมการที่ 2.1 ลดรูปเป็น

$$D = dT \quad (2.3)$$

ทำนองเดียวกันกับสมการที่ 2.3 กรณีที่ความเค้นกลที่กระทำต่อวัสดุพิโซอิเล็กทริกมีค่าคงที่หรือมีค่าเป็นศูนย์ สมการที่ 2.2 ลดรูปเป็น

<sup>1</sup> การกระจัดทางไฟฟ้า ( $D$ ) มีความสัมพันธ์กับความเข้มสนามไฟฟ้า ( $E$ ) และโพลาริเซชัน ( $P$ ) ของวัสดุดังสมการ  $D = \epsilon E + P$  เมื่อ  $\epsilon$  คือสภาพยอมรับได้ทางไฟฟ้าของตัวกลางสำหรับตัวกลางที่เป็นสุญญากาศ  $\epsilon = 8.854 \times 10^{-12}$  มีหน่วยเป็น  $F/m$  (Nye, 1987:68)

$$S = dE \quad (2.4)$$

ค่าคงที่พีโซอิเล็กทริก  $d$  ในสมการที่ 2.3 และสมการที่ 2.4 เป็นค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกที่ได้จากปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบตรงและแบบผกกลับและถ้าหากสารตัวอย่างไม่มีสมบัติพีโซอิเล็กทริก ( $d = 0$ ) สมการที่ 2.1 และ 2.2 หมายถึงสมบัติทางกลและทางไฟฟ้าของสารทั่วไปดังสมการ

$$D = \epsilon^T E \quad (2.5)$$

$$S = s^E T \quad (2.6)$$

จากสมการที่ 2.5 อัตราส่วนระหว่างการกระจัดทางไฟฟ้าต่อสนามไฟฟ้า ( $\epsilon^T = \frac{D}{E}$ ) คือค่าสภาพยอมรับไว้ได้ทางไฟฟ้า และจากสมการที่ 2.6 อัตราส่วนระหว่างค่าความเครียดต่อค่าความเค้นกล ( $s^E = \frac{S}{T}$ ) คือส่วนกลับของค่ายังมอดุลัส (Young's modulus)

นอกจากนี้ยังมีความสัมพันธ์อื่นๆ อีกที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขต่างๆ เช่น เมื่อ  $D = 0$  สมการที่ 2.1 จะอยู่ในรูปของ  $E = -\frac{d}{\epsilon^T} T$  และเมื่อ  $S = 0$  สมการที่ 2.2 จะอยู่ในรูปของ  $E = -\frac{d}{s^E} T$  นิยามให้  $g = -\frac{d}{\epsilon^T} = -\frac{d}{s^E}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกอีกรูปแบบหนึ่งเป็นต้น ค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกในแต่ละเงื่อนไข มีความสัมพันธ์กับตัวแปรต่างๆ ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ของค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกกับตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง

ค่าคงที่พีโซอิเล็กทริก	นิยาม	หน่วย SI
$d$	$\frac{D}{T}$ (ปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบตรง $E$ คงที่)	$\frac{(C/m^2)}{(N/m^2)} = \frac{C}{N}$
	$\frac{S}{E}$ (ปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบกลับ $T$ คงที่)	$\frac{1}{(V/m)} = \frac{m}{V}$
$g$	$\frac{E}{T}$ (ปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบตรง $D$ คงที่)	$\frac{(V/m)}{(N/m^2)} = \frac{Vm}{N}$
	$\frac{S}{D}$ (ปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบกลับ $T$ คงที่)	$\frac{1}{(C/m^2)} = \frac{m^2}{C}$

ค่าคงที่พีโซอิเล็กทริก	นิยาม	หน่วย SI
$e$	$\frac{D}{S}$ (ปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบตรง $E$ คงที่)	$\frac{C}{m^2}$
	$\frac{T}{E}$ (ปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบกลับ $S$ คงที่)	$\frac{(N/m^2)}{V/m} = \frac{N}{mV}$
$h$	$\frac{E}{S}$ (ปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบตรง $D$ คงที่)	$\frac{V}{m}$
	$\frac{T}{D}$ (ปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบกลับ $S$ คงที่)	$\frac{(N/m^2)}{(C/m^2)} = \frac{N}{C}$

ค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกในตารางที่ 2.1 นั้นมีความสัมพันธ์กันดังสมการที่ 2.7 และ 2.8 ดังนี้

$$e = cd \quad (2.7)$$

$$e = \varepsilon h \quad (2.8)$$

เมื่อ  $c$  คือค่าคงที่ความแข็งของวัสดุ (stiffness constant) และ  $\varepsilon$  คือค่าสภาพยอมรับได้ทางไฟฟ้าของวัสดุ

นอกจากค่าคงที่พีโซอิเล็กทริก  $d$ ,  $g$ ,  $e$  และ  $h$  แล้วยังมีค่าคงที่อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับสมบัติพีโซอิเล็กทริกของสารอีกคือ ค่าคงที่คัปปลิง (coupling coefficient,  $k$ ) ซึ่งสัมพันธ์กับค่าคงที่พีโซอิเล็กทริก ค่าคงที่ยืดหยุ่น และสภาพยอมรับได้ทางไฟฟ้าของวัสดุพีโซอิเล็กทริก ดังนี้

$$\frac{d^2}{s^E \varepsilon^T} = k^2 \quad (2.9)$$

สำหรับค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกที่สนใจในวิทยานิพนธ์นี้คือ ค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกความเครียด  $d$  ในปรากฏการณ์พีโซอิเล็กทริกแบบผันกลับ ซึ่งจะเรียกว่าค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกตลอดทั้งวิทยานิพนธ์ มีนิยามดังนี้

$$d = \left( \frac{S}{E} \right)_T \quad (2.10)$$



จะเห็นว่าความเป็นพิโซอิเล็กทริกเชื่อมโยงระหว่างปริมาณทางไฟฟ้า อันได้แก่ สนามไฟฟ้า โพลาริเซชัน การกระจัดทางไฟฟ้า กับปริมาณทางกลอันได้แก่ ความเค้น ความเครียด ปริมาณชุดแรก เป็นปริมาณเทนเซอร์อันดับหนึ่ง (first rank tensor) หรือที่รู้จักกันโดยทั่วไปว่าปริมาณเวกเตอร์ (vector) ชุดหลังเป็นปริมาณเทนเซอร์อันดับสอง (second rank tensor)

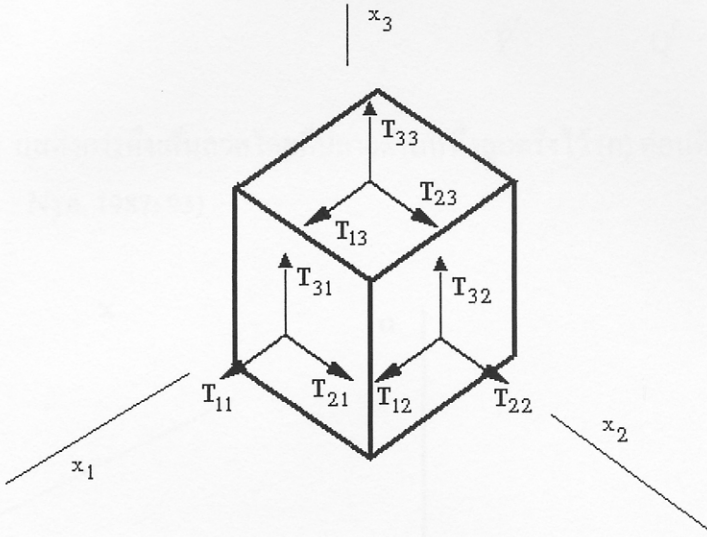
ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณทางฟิสิกส์ที่ต้องระบุทั้งขนาดและทิศทาง เช่น แรงที่กระทำต่อวัตถุ ความเข้มสนามไฟฟ้า เป็นต้น ปริมาณเทนเซอร์อันดับสองเป็นปริมาณที่ต้องระบุขนาดและทิศทาง โดยทิศทางนั้นอยู่ในรูปแบบของเมตริก เช่น แรงเฉือนในแนวแกน  $x_1$  และแกน  $x_2$  เป็นต้น ตัวแปรทางกลในปรากฏการณ์พิโซอิเล็กทริกในที่นี้คือความเค้นและความเครียด เป็นปริมาณเทนเซอร์อันดับสอง มีรายละเอียดดังนี้

ความเค้นและความเครียดเป็นสมบัติที่สำคัญมากอีกอย่างหนึ่งของวัสดุ สมบัติดังกล่าวนี้บ่งบอกถึงพฤติกรรมการตอบสนองต่อแรงกระทำภายนอก พิจารณาในรูปแบบอย่างง่ายคือ เมื่อออกแรง ( $F$ ) ดึงลวด (ในแนวความยาว) ที่มีขนาดพื้นที่หน้าตัด ( $A$ ) จนมีความยาวเพิ่มขึ้นเป็น  $l + \Delta l$  อัตราส่วนระหว่างแรงที่ดึงลวดต่อพื้นที่หน้าตัดของลวดถูกนิยามเป็นความเค้นดึง (tensile stress:  $T = \frac{F}{A}$ ) ซึ่งความเค้นดึงนี้เป็นสาเหตุให้วัสดุเกิดการเปลี่ยนแปลงความยาว หรือเกิดความเครียดขึ้นนิยามว่าอัตราส่วนของความยาวที่ยืดออกต่อความยาวเดิม (strain:  $S = \frac{\Delta l}{l}$ ) ระหว่างความเค้นและความเครียดมีความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้นแก่กันกล่าวคือ สำหรับวัสดุที่มีความเป็นเนื้อเดียวกันตลอดทั้งเนื้อสารอัตราส่วนระหว่างความเค้นต่อความเครียดมีค่าคงที่ตามกฎของฮุก (Hook's law) อย่างไรก็ตามกฎของฮุกใช้ได้เมื่อความเครียดมีค่าน้อยๆ ในกรณีที่ความเครียดมีค่ามากๆ มีการนิยามองค์ประกอบความเครียดในทิศทางต่างๆ ดังรายละเอียดต่อไปนี้ (Brown, 1967: 110)

สำหรับวัสดุที่มีลักษณะใดๆ ความเค้นและความเครียดในเชิงปริมาตรพิจารณาจากปริมาตรมูลฐาน (volume element) ที่มีแรงกระทำในทุกทิศทางเช่นกรณีของตัวกลางที่อยู่ภายใต้แรงดันของน้ำ ให้ปริมาตรมูลฐานดังกล่าวมีลักษณะเป็นลูกบาศก์ ได้รับความดัน ( $P = \frac{F}{A}$ ) ในทุกทิศทางทำให้ปริมาตรเปลี่ยนไป  $\Delta V$  ในกรณีนี้ให้นิยามให้อัตราส่วนระหว่างความเค้นต่อความเครียดที่เกิดขึ้นในปริมาตรมูลฐานคือ บัลค์มอดุลัส (bulk modulus)

ความเค้นและความเครียดที่กล่าวถึงข้างต้นเป็นเพียงภาพรวมของการตอบสนองต่อแรงภายนอกของวัสดุ ในกรณีที่แรงกระทำดังกล่าวมีทิศทางที่ทำให้เกิดความเค้นเฉือน (shear stress) แก้ววัสดุความเครียดที่เกิดขึ้นในปริมาตรมูลฐานจะเกิดขึ้นในทิศทางที่สอดคล้องกับความเค้นดังกล่าว พิจารณาปริมาตรมูลฐานที่ถูกกระทำจากแรงภายนอก หรืออาจกล่าวให้ง่ายขึ้นคือมีแรงกระทำจากปริมาตรมูล-

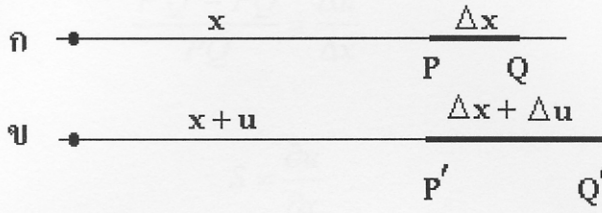
ฐานข้างเคียง อันเนื่องมาจากแรงโน้มถ่วงหรือแรงใดๆ ความเค้นในทิศทางต่างๆ ที่เกิดขึ้นแสดงในภาพประกอบที่ 2.1 ดังนี้



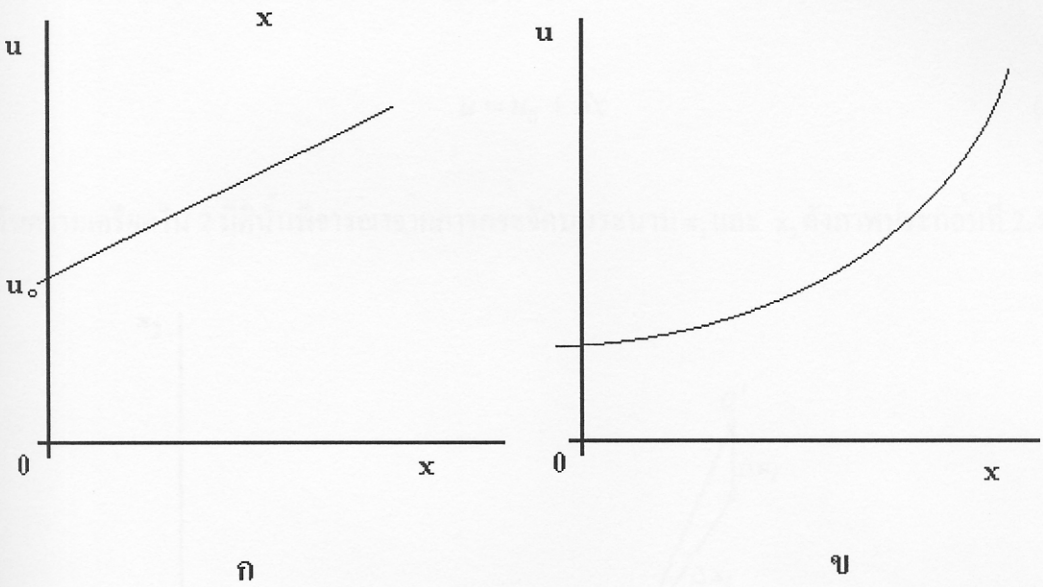
ภาพประกอบที่ 2.1 แสดงแรงบนพื้นผิวของตัวกลางรูปลูกบาศก์ แรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ในรูปแบบนี้ เรียกว่าเทนเซอร์ความเค้น

จากภาพประกอบที่ 2.1  $T_{12}$  คือความเค้นที่เกิดจาก แรงในทิศทาง  $x_1$  บนพื้นผิวที่มีระนาบตั้งฉากกับแกน  $x_2$  และเช่นเดียวกับองค์ประกอบอื่นๆ ตัวห้อยตัวแรกหมายถึงทิศทางของแรง และตัวห้อยที่สองคือระนาบที่แรงกระทำนั่นเอง และเมื่อตัวกลางมีความเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous medium) และอยู่ในสภาวะสมดุล เทนเซอร์ความเค้นที่กระทำต่อตัวกลางมีความสมมาตร จะทำให้  $T_{23} = T_{32}$  และ  $T_{12} = T_{21}$  หรืออยู่ในรูปทั่วไปคือ  $T_{ij} = T_{ji}$  เมื่อ  $i, j$  คือแกนในพิกัด ด้วยเหตุนี้จึงสามารถกล่าวได้ว่า เทนเซอร์ความเค้นมีความสมมาตร และเรียก  $T_{11}, T_{22}$  และ  $T_{33}$  ว่าองค์ประกอบของเทนเซอร์ความเค้นในแนวตั้งฉาก (normal component) และนอกเหนือจากนี้เช่น  $T_{12}, T_{21}, T_{32}$  และ  $T_{23}$  เป็นต้น ถูกเรียกว่าองค์ประกอบของเทนเซอร์ความเค้นในแนวเฉือน (shear component) (Brown, 1967: 112)

ในกรณีของความเครียดที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากความเค้นที่กล่าวถึงข้างต้นนั้น เมื่อพิจารณาในหนึ่งมิติ ความเครียดคืออัตราส่วนของความยาวที่เพิ่มขึ้นต่อความยาวเดิม พิจารณาภาพประกอบที่ 2.2 และ 2.3 ซึ่งอธิบายความเครียดใน 1 มิติ



ภาพประกอบที่ 2.2 แสดงการดึงเส้นลวดโดยที่ปลายด้านหนึ่งถูกตรึงไว้ (ก) ก่อนดึง (ข) หลังดึง (ที่มา: Nye, 1987: 93)



ภาพประกอบที่ 2.3 แสดงความยาวลวดโลหะ  $u$  กับระยะยืด  $x$  โดย (ก) ลวดโลหะยืดออกอย่างเท่าๆ กัน (ข) ลวดโลหะยืดออกไม่เท่ากัน (ที่มา: Nye, 1987: 93)

จากภาพประกอบที่ 2.3 (ก) เมื่อลวดโลหะถูกดึงให้ขยายตัวในแนวความยาวเท่าๆ กันตลอด พบว่า ความยาวทั้งหมด ( $u$ ) จะเป็นเชิงเส้นกับระยะที่ยืดออก ( $\Delta x$ ) โดยความยาวเดิมคือ  $u_0$  แต่ในกรณีของ (ข) นั้นการยืดออกของลวดนั้นไม่เป็นเชิงเส้น กล่าวคือ ในแต่ละส่วนของความยาวของลวดนั้นถูกยืดออกไม่เท่ากัน ซึ่งเป็นกรณีทั่วไป จุด  $P$  เคลื่อนไปยังตำแหน่ง  $P'$  และจุด  $Q$  เคลื่อนไปยังตำแหน่ง  $Q'$  และเมื่อ  $PQ = \Delta x$  ดังนั้น  $P'Q' = \Delta x + \Delta u$  เป็นการเคลื่อนที่สัมพันธ์กันเนื่องจากแรงดึง ดังนั้นความเครียดที่เกิดขึ้นในช่วง  $PQ$  ถูกนิยามเป็น



$$\frac{P'Q' - PQ}{PQ} = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (2.11)$$

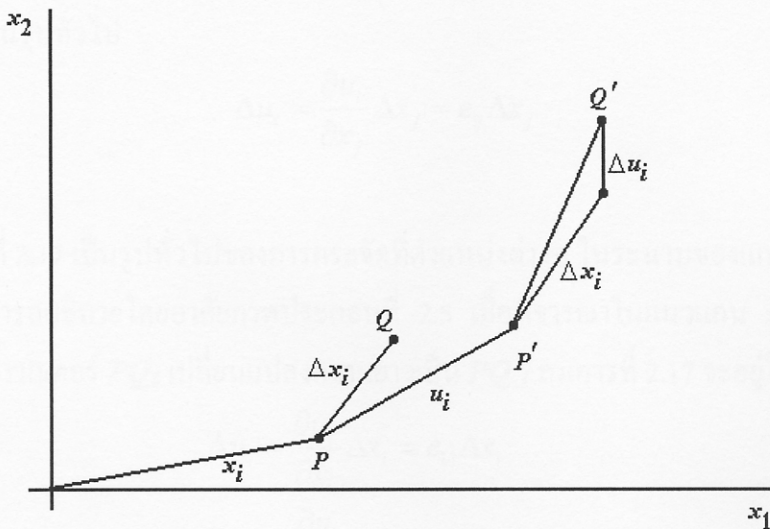
หรือ

$$S = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.12)$$

สมการที่ 2.12 เป็นสมการที่ใช้หาค่าความเครียดที่จุดใดๆ ในกรณีที่มีการยืดตัวของลวดมีค่าเท่าๆ กันในทุกๆ จุดความเครียดที่ได้จะมีค่าคงที่โดยจะมีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับความยาวเดิม ( $u_0$ ) ความยาวทั้งหมด ( $u$ ) และความยาวที่ยืดออก ( $x$ ) ดังสมการ

$$u = u_0 + Sx \quad (2.13)$$

สำหรับความเครียดใน 2 มิตินั้นพิจารณาจากการกระจัดบนระนาบ  $x_1$  และ  $x_2$  ดังภาพประกอบที่ 2.4



ภาพประกอบที่ 2.4 แสดงความเครียดที่เกิดขึ้นใน 2 มิติ (ที่มา: Nye, 1987: 94)

จากภาพประกอบที่ 2.4 จุด  $P$  ในภาพอยู่ที่ตำแหน่ง  $(x_1, x_2)$  ก่อนที่จะถูกแรงดึงให้เคลื่อนที่ไปยังจุด  $P'$  ซึ่งอยู่บนตำแหน่ง  $(x_1 + u_1, x_2 + u_2)$  ในแกนพิกัด ดังภาพ เวกเตอร์  $u_i$  เป็นผลจากการเคลื่อนที่ตำแหน่งของจุด  $P$  นั้นเอง จากภาพประกอบที่ 2.4 นิยามปริมาณต่างๆ ดังนี้

$$e_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad e_{12} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2}, \quad e_{21} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1}, \quad e_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}$$

หรือเขียนในรูปทั่วไปคือ

$$e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (i, j = 1, 2) \quad (2.14)$$

ปริมาณ  $e_{ij}$  ที่นิยามขึ้นเรียกว่า เทนเซอร์การกระจัด (displacement tensor) ซึ่งปริมาณนี้ไม่มีหน่วย พิจารณาเวกเตอร์  $PQ$  ซึ่งจากภาพคือ  $\Delta x_i$  นั้นเอง จากภาพหลังจากเกิดการเคลื่อนที่ไปของตำแหน่ง  $PQ$  เป็น  $P'Q'$  ระยะเวลา  $P'Q'$  ได้จากเวกเตอร์  $\Delta x_i + \Delta u_i$  เมื่อเวกเตอร์  $\Delta u_i$  เป็นระยะเวกเตอร์ที่เพิ่มขึ้นจากระยะ  $PQ$  เดิม เป็นระยะ  $P'Q'$  ดังนั้นสามารถเขียนเวกเตอร์  $u_i$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันกับตำแหน่งได้ดังสมการ

$$\Delta u_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \Delta x_2 \quad (2.15)$$

$$\Delta u_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \Delta x_2 \quad (2.16)$$

หรือเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไป

$$\Delta u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \Delta x_j = e_{ij} \Delta x_j \quad (2.17)$$

สมการที่ 2.17 เป็นรูปทั่วไปของการกระจัดที่ตำแหน่งต่างๆ ในระนาบของแกนพิกัด เพื่อให้เกิดความชัดเจนสามารถอธิบายโดยอาศัยภาพประกอบที่ 2.5 เมื่อพิจารณาในแนวแกน  $x_1$  เพียงอย่างเดียว  $\Delta x_2 = 0$  พบว่า เวกเตอร์  $PQ_1$  เปลี่ยนแปลงความยาวเป็น  $PQ'_1$  สมการที่ 2.17 จะอยู่ในรูปของ

$$\Delta u_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Delta x_1 = e_{11} \Delta x_1$$

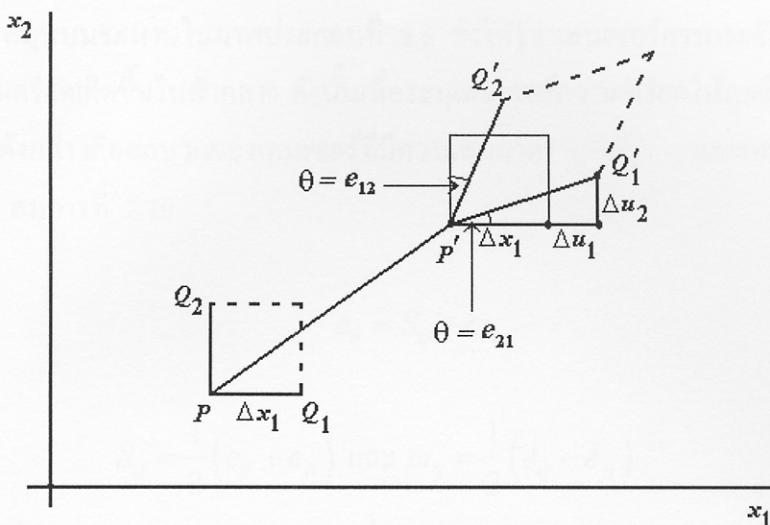
$$\Delta u_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \Delta x_1 = e_{21} \Delta x_1$$

และสำหรับกรณีนี้ การเปลี่ยนแปลงความยาวเทียบกับความยาวเดิมในแนวแกน  $x_1$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของปริมาณเทนเซอร์ของการกระจัด ดังนี้

$$\frac{\Delta u_1}{\Delta x_1} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = e_{11}$$

และสำหรับ  $e_{21}$  นั้น คือการกระจัดที่เกิดขึ้นในแนวแกน  $x_2$  เทียบกับแกน  $x_1$  หรือเมื่อพิจารณาจากภาพประกอบที่ 2.5 แล้วพบว่า  $e_{21}$  คือมุมเล็กๆ ที่ระบุในภาพนั่นเอง ซึ่งมุมนี้มีค่าดังนี้

$$e_{21} = \theta \cong \frac{\Delta u_2}{\Delta x_1 + \Delta u_1}$$

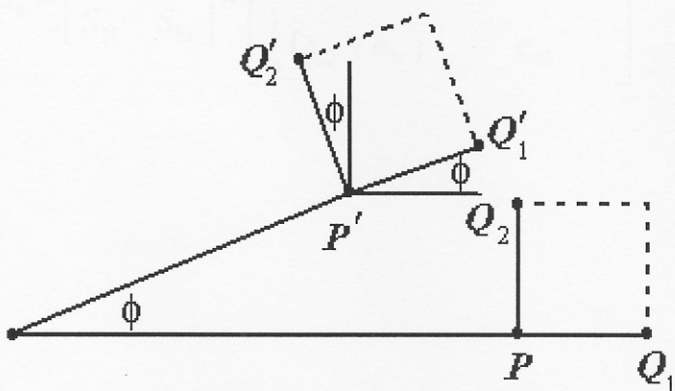


ภาพประกอบที่ 2.5 แสดงองค์ประกอบความเครียดใน 2 มิติ (ที่มา: Nye, 1987: 95)

และสำหรับ  $e_{12}$  และ  $e_{22}$  ก็พิจารณาในทำนองเดียวกัน พบว่า  $e_{22} = \frac{\Delta u_2}{\Delta x_2}$  และ  $e_{12} = \frac{\Delta u_1}{\Delta x_2 + \Delta u_2}$

สำหรับเทนเซอร์การกระจัดนี้ไม่ได้เป็นเทนเซอร์ความเครียดของตัวกลางเพราะว่าเมื่อแผ่นตัวกลางที่พิจารณานั้นหมุนหรือเอียงท่ามุมกับแกนพิกัดเดิมโดยไม่มีการบิดหรือไม่ได้รับความเค้น องค์ประกอบความเครียดจะต้องเป็นศูนย์ในทุกองค์ประกอบ ดังภาพประกอบที่ 2.6 และองค์ประกอบของเทนเซอร์การกระจัดในภาพประกอบที่ 2.6 นี้แสดงในสมการที่ 2.18

$$[e_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & -\phi \\ \phi & 0 \end{bmatrix} \tag{2.18}$$



ภาพประกอบที่ 2.6 แสดงการกระจัดที่เกิดขึ้นของการหมุนในระนาบ 2 มิติ (ที่มา: Nye, 1987: 96)



จากการหมุนบนระนาบในภาพประกอบที่ 2.6 ทำให้รู้ว่าเทนเซอร์การกระจัดจะไม่ใช่ศูนย์ในขณะที่ไม่มีความเครียดเกิดขึ้นในตัวกลาง ดังนั้นเพื่อระบุเทนเซอร์ความเครียดให้ถูกต้องจึงนิยามให้เทนเซอร์การกระจัดดังกล่าวคือผลบวกของเทนเซอร์ที่มีความสมมาตร  $S_{ij}$  และเทนเซอร์ที่ไม่มีความสมมาตร  $\varpi_{ij}$  ดัง สมการที่<sup>2</sup> 2.19

$$e_{ij} = S_{ij} + \varpi_{ij} \quad (2.19)$$

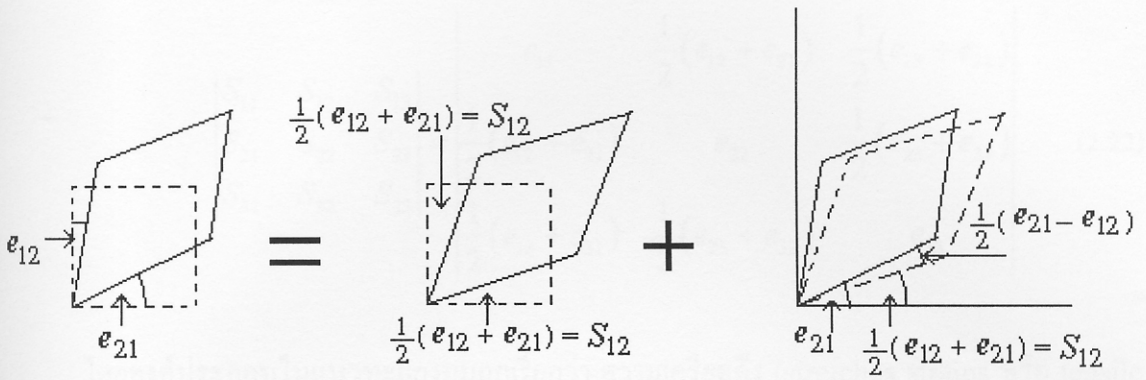
เมื่อ

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} + e_{ji}) \quad \text{และ} \quad \varpi_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} - e_{ji})$$

สำหรับเทนเซอร์ที่มีความสมมาตร พบว่า  $S_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} + e_{ji}) = S_{ji}$  และเทนเซอร์ที่ไม่มีความสมมาตร พบว่า  $\varpi_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} - e_{ji}) = -\varpi_{ji}$  เมื่อแผ่นระนาบใน 2 มิติ ถูกความเค้นดึงทำให้ผิดรูปไปจากเดิม การกระจัดที่เกิดขึ้น ประกอบด้วยการกระจัดที่เกิดจากความเครียด และการกระจัดที่เกิดจากการหมุนของระนาบ ภาพประกอบที่ 2.7 สามารถอธิบายลักษณะดังกล่าวได้ โดยภาพทางซ้ายมือเป็นการกระจัดรวมของแผ่นระนาบใน 2 มิติ แทนด้วยเทนเซอร์การกระจัด  $e_{ij}$  มีค่าเท่ากับความเครียดที่เกิดขึ้น  $S_{ij}$  บวกกับการกระจัดที่เกิดจากการหมุน  $\varpi_{ij}$  ลักษณะที่กล่าวถึงนี้สามารถนิยาม  $S_{ij}$  คือเทนเซอร์ความเครียด และสำหรับความเครียดใน 2 มิตินั้น  $S_{ij}$  มีความสัมพันธ์กับ  $e_{ij}$  ดังสมการที่ 2.20 และเรียก  $S_{12}$  และ  $S_{21}$  ว่าองค์ประกอบของเทนเซอร์ความเครียดในแนวเฉือน (tensor shear strain)

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & \frac{1}{2}(e_{12} + e_{21}) \\ \frac{1}{2}(e_{12} + e_{21}) & e_{22} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

<sup>2</sup> โดยทั่วไปเทนเซอร์ความเครียดนิยมใช้สัญลักษณ์  $\varepsilon_{ij}$  (Nye, 1987; Brown, 1967) แต่เนื่องจากเกิดการซ้ำซ้อนกับค่าคงที่อื่นๆ สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงนิยามให้  $S_{ij}$  เป็นเทนเซอร์ความเครียด



ภาพประกอบที่ 2.7 แสดงระนาบของการกระจัด โดยเทนเซอร์การกระจัด  $e_{ij}$  มีค่าเท่ากับความเครียดที่เกิดขึ้น  $S_{ij}$  บวกกับการกระจัดที่เกิดจากการหมุน  $\omega_{ij}$  (ที่มา: Nye, 1987:97)

สำหรับความเครียดที่เกิดขึ้นในระบบพอลิกอนเป็นความเครียดที่เกิดขึ้นใน 3 มิติ การอธิบายความเครียดดังกล่าวนี้อาศัยวิธีเดียวกันกับการอธิบายความเครียดใน 2 มิติ กล่าวคือนิยามให้การเปลี่ยนแปลงการกระจัดที่เกิดขึ้นคือ  $u_i$  และตำแหน่งใดๆ ในระบบพอลิกอนคือ  $x_j$  มีความสัมพันธ์กับเทนเซอร์การกระจัด  $e_{ij}$  ดังสมการที่ 2.21

$$e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.21)$$

ดังนั้นองค์ประกอบของ  $e_{ij}$  จึงมีนิยามดังนี้

$e_{11}, e_{22}$  และ  $e_{33}$  คือการขยายตัวในแนวความยาวที่ขนานกับแกน  $x_1, x_2$  และ  $x_3$  ตามลำดับ

$e_{12}$  คือการกระจัดที่เกิดขึ้นจากการหมุนรอบแกน  $x_3$  จากแกน  $x_1$  ไปหาแกน  $x_2$

$e_{21}$  คือการกระจัดที่เกิดขึ้นจากการหมุนรอบแกน  $x_3$  จากแกน  $x_2$  ไปหาแกน  $x_1$

และสำหรับองค์ประกอบอื่นๆ ของ  $e_{ij}$  ถูกนิยามในทำนองเดียวกัน (Nye, 1987: 98) และโดยเงื่อนไขของการหมุนที่ไม่ทำให้เกิดความเครียดในสมการที่ 2.19 นั้น ทำให้องค์ประกอบของเทนเซอร์ความเครียดใน 3 มิติมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบเทนเซอร์การกระจัดดังสมการที่ 2.22 ดังนี้

$$\begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_{11} & \frac{1}{2}(e_{12} + e_{21}) & \frac{1}{2}(e_{13} + e_{31}) \\ \frac{1}{2}(e_{12} + e_{21}) & e_{22} & \frac{1}{2}(e_{23} + e_{32}) \\ \frac{1}{2}(e_{13} + e_{31}) & \frac{1}{2}(e_{23} + e_{32}) & e_{33} \end{vmatrix} \quad (2.22)$$

โดยองค์ประกอบในแนวทแยงมุมถูกเรียกว่า ความเครียดดึง (stretches strains หรือ tensile strains) และองค์ประกอบอื่นๆ เรียกว่าความเครียดเฉือน ในกรณีที่องค์ประกอบของความเครียดเฉือนเป็นศูนย์ทุกองค์ประกอบ เทนเซอร์ความเครียดจะอยู่ในรูปแบบ

$$S_{ij} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 \end{vmatrix}$$

เรียกความเครียดลักษณะนี้ว่า principal strains จะเกิดขึ้นในกรณีที่ผลลึกรูปลูกบาศก์เกิดการขยายตัวเพิ่มความยาวในแนวขนานกับแกนของระบบผลึก (Brown, 1967: 115) ปริมาตรที่เปลี่ยนไปต่อหนึ่งหน่วยลูกบาศก์คือ

$$\Delta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{[(1+S_1) + (1+S_2) + (1+S_3)] - 1}{1} \cong S_1 + S_2 + S_3 \quad (2.23)$$

พิโซอิเล็กทริกเทนเซอร์ (piezoelectric tensor) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นหรือความเครียดที่เกิดขึ้นในผลึกกับสนามไฟฟ้าหรือการกระจัดทางไฟฟ้า โดยที่ความเค้นหรือความเครียดเป็นปริมาณเทนเซอร์ดั่งที่ได้กล่าวไว้แล้วข้างต้น ส่วนสนามไฟฟ้าหรือการกระจัดทางไฟฟ้าเป็นปริมาณเวกเตอร์ อัตราส่วนระหว่างความเครียดต่อสนามไฟฟ้า หรือค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกแบบกลับนั้นจึงเป็นปริมาณที่ขึ้นอยู่กับทิศทางในระบบผลึกเช่นเดียวกันกับสนามไฟฟ้าและความเครียดอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ (เช่นเดียวกันกับอัตราส่วนของความเค้นต่อการกระจัดทางไฟฟ้า หรือค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกแบบตรง) ค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกจึงเป็นปริมาณเทนเซอร์อันดับที่ 3 (third rank tensor) มีองค์ประกอบ 27 องค์ประกอบ สำหรับค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกแบบกลับในวิทยานิพนธ์นี้คือความสัมพันธ์ของความเครียดที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเหนี่ยวนำด้วยสนามไฟฟ้า ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้



ในปรากฏการณ์พิโซอิเล็กตริกแบบกลับสามารถเขียนความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้ากับความเครียดที่เกิดขึ้นได้ดังสมการ

$$S_{jk} = d_{ijk} E_i \quad i,j,k = 1,2,3 \quad (2.24)$$

โดยใช้ตัวห้อยแบบเมตริกในการระบุปริมาณเทนเซอร์

ตัวห้อยแบบเทนเซอร์	11	22	33	23 หรือ 32	13 หรือ 31	12 หรือ 21
ตัวห้อยแบบเมตริก	1	2	3	4	5	6

เนื่องจากความสมมาตรของเทนเซอร์ความเครียดในสมการที่ 2.19 ทำให้สามารถเขียนเทนเซอร์ความเครียดให้อยู่ในรูปของเมตริกได้ดังนี้

$$\begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_1 & \frac{1}{2}S_6 & \frac{1}{2}S_5 \\ \frac{1}{2}S_6 & S_2 & \frac{1}{2}S_4 \\ \frac{1}{2}S_5 & \frac{1}{2}S_4 & S_3 \end{vmatrix} \quad (2.25)$$

จากสมการที่ 2.24 กระจายพจน์ของความเครียดตามสัญลักษณ์ของเมตริกของเทนเซอร์ความเครียดต่างๆ ดังนี้

$$S_{11} = d_{111}E_1 + d_{211}E_2 + d_{311}E_3 \quad \text{หรือ} \quad S_1 = d_{11}E_1 + d_{21}E_2 + d_{31}E_3$$

$$S_{23} = d_{123}E_1 + d_{223}E_2 + d_{323}E_3 \quad \text{หรือ} \quad \frac{1}{2}S_4 = \frac{1}{2}d_{14}E_1 + \frac{1}{2}d_{24}E_2 + \frac{1}{2}d_{34}E_3$$

และทำนองเดียวกันกับองค์ประกอบของเทนเซอร์ความเครียดอื่นๆ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังสมการ

$$S_j = d_{ij}E_i \quad (2.26)$$

งานวิจัยนี้ใช้ปรากฏการณ์พิโซอิเล็กตริกแบบกลับวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กตริก  $d$  โดยให้สนามไฟฟ้าแก่สารตัวอย่าง วัดความเครียดของสารโดยเทคนิคอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์ สมการที่ 2.24 มีองค์ประกอบของเทนเซอร์ของค่าคงที่พิโซอิเล็กตริก  $d_{ijk}$  อยู่ 27 องค์ประกอบ เนื่องจากความสมมาตรของเทนเซอร์ความเครียด ทำให้องค์ประกอบของ  $d_{ijk}$  จะลดลงเหลือ 18 องค์ประกอบ และเขียนสัญลักษณ์

พิโซอิเล็กทริกเทนเซอร์ใหม่ในรูปแบบของตัวห้อยเมตริกเช่นเดียวกับเทนเซอร์ความเครียดได้ตั้งสมการที่ 2.26 และยิ่งผลึกมีความสมมาตรสูงขึ้น องค์ประกอบของ  $d_{ij}$  ก็จะต้องลดลงองค์ประกอบที่ไม่เป็นศูนย์ของค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก  $d_{ij}$  ในแต่ละกลุ่มของผลึกแสดงในภาคผนวก ก (หน้าที่ 74)

ในงานวิจัยนี้สนใจค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกในแนวความหนาของสารตัวอย่าง จึงได้ออกแบบการทดลองให้สนามไฟฟ้าตกคร่อมในแนวความหนาของสารตัวอย่างและใช้ระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์วัดความเครียดที่เกิดขึ้นหรือการกระจัดที่เกิดขึ้นในแนวความหนาของสารตัวอย่าง หากกำหนดให้ทิศทางของสนามไฟฟ้าที่ตกคร่อมสารตัวอย่างคือทิศ  $z$  หรือแกน [001] ในระบบผลึก ค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกที่ได้คือ  $d_{33}$  ซึ่งค่านี้จะใช้ได้กับสารตัวอย่าง PZT และ  $\text{LiNbO}_3$  ซึ่งความหนาของสารตัวอย่างอยู่ในแนวเดียวกันกับแกน [001] แต่สำหรับสารตัวอย่าง GaAs ที่ระนาบของการปลูกผลึกมีผลต่อค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกที่ได้ กล่าวคือ ความหนาของสารตัวอย่างอยู่ในแนวระนาบ (111) ของสารตัวอย่าง ค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกที่ได้จึงเป็นอัตราส่วนของการกระจัดต่อสนามไฟฟ้าในทิศของระนาบ (111) สำหรับ GaAs มีค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกเพียงค่าเดียว คือ  $d_{14}$  (Cady, 1964:192) ค่าที่วัดได้ในการทดลองหรือ  $d'_{33}$  มีความสัมพันธ์กับค่า  $d_{14}$  ตามกฎการแปลงแกนพิกัด (ดูภาคผนวก ค หน้า 83) ดังสมการ

$$d_{14} = \sqrt{3}d'_{33} \quad (2.27)$$

สำหรับ  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ซึ่งไม่ทราบระนาบของการปลูกผลึกโดยอาศัยการวัดในลักษณะเดียวกันกับ GaAs ทำให้ได้ค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกในแนวความหนา

### 1.3 วิธีการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก

ในยุคของการวางรากฐานทางด้านพิโซอิเล็กทริกนั้น (ประมาณปี ค.ศ. 1880 – ค.ศ.1944) สารตัวอย่างที่ถูกเลือกมาศึกษาสมบัติพิโซอิเล็กทริกมากที่สุดคือเกลือโรเชลล์ และควอทซ์ วิธีการศึกษาปรากฏการณ์พิโซอิเล็กทริกในช่วงเริ่มต้นคือการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกทั้งปรากฏการณ์พิโซอิเล็กทริกแบบตรงและแบบกลับ ขึ้นอยู่กับความสะดวก ต่อมาเมื่อมีการค้นพบวัสดุที่เรียกว่า พิโซเซรามิก (piezoceramic) ซึ่งพบว่าเป็นวัสดุประเภทเซรามิกที่แสดงสมบัติพิโซอิเล็กทริกได้เด่นชัดมาก การศึกษาสมบัติทางด้านพิโซอิเล็กทริกของวัสดุพิโซเซรามิกดังกล่าวจึงกว้างขึ้นโดยมีการศึกษาสมบัติไดอิเล็กทริก และสมบัติความยืดหยุ่นของวัสดุด้วย และเนื่องจากค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก ค่าคงที่ไดอิเล็กทริก และค่าคงที่ยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชนิดมีความเกี่ยวเนื่องกัน การวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกของ

<sup>3</sup> แนวความหนา (thickness mode) แนวรัศมี (radial mode) และ แนวด้านข้าง (lateral extensional mode) คือ 3 แนวหลักที่นิยมใช้ในการหาค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก (IEEE Std., 176-1987)

พิโซเซรามิกจึงสามารถทำได้หลายวิธี (Jaffe et al., 1971: 23-39) ในหัวข้อ 1.3 นี้จึงกล่าวถึงวิธีการวัดค่าคงที่ พิโซอิเล็กตริกโดยสังเขป

วิธีการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกครั้งแรกเกิดขึ้นพร้อมกับการค้นพบปรากฏการณ์พิโซอิเล็กตริกเริ่มจาก ปีแอร์ และ แจ็ค ได้นำอิเล็กโตรมิเตอร์วัดประจุที่เกิดขึ้นในขณะที่ออกแรงกดผลึกควอทซ์และคำนวณอัตราส่วนระหว่างประจุที่เกิดขึ้นต่อแรงกดบนผลึก ทั้งสองได้นิยามอัตราส่วนนี้ว่าค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกแบบตรงของวัสดุและหลังจาก ลิปแมนน์ อาศัยทฤษฎีและใช้สมการทางเทอร์โมไดนามิกทำนายการเกิดปรากฏการณ์พิโซอิเล็กตริกแบบกลับ ปีแอร์ และ แจ็ค ได้ทำการทดลองวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกแบบกลับของผลึกควอทซ์ได้สำเร็จในปีเดียวกันและพบว่าค่าที่คงที่พิโซอิเล็กตริกที่วัดได้จากปรากฏการณ์พิโซอิเล็กตริกแบบตรงและแบบกลับนั้นมีค่าเท่ากันทั้งสองจึงสรุปว่าปรากฏการณ์พิโซอิเล็กตริกเป็นปรากฏการณ์ที่ผันกลับได้ (reversible effect)

วิธีการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกที่มีในรายงานทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์มีหลายวิธี เช่น วิธีการเรโซแนนซ์ (resonance method) วิธีวัดความจุไฟฟ้า (capacitance method) วิธีวางน้ำหนักโดยตรง (direct load method) วิธีการแทรกสอดของแสง (interference method) เป็นต้น ทั้งนี้ไม่ว่าจะเป็นวิธีการใด มีทั้งข้อดีและข้อเสียซึ่งจำเป็นต้องพิจารณาร่วมกันกับลักษณะและชนิดของสารตัวอย่างก่อนทำการทดสอบ รายละเอียดของวิธีสถิตและกึ่งสถิต วิธีการเรโซแนนซ์ และวิธีการแทรกสอดของแสงมีรายละเอียดดังนี้

### 1.3.1 วิธีสถิตและกึ่งสถิต (static and quasi-static methods)

หลังจากค้นพบปรากฏการณ์พิโซอิเล็กตริก และวัดอัตราส่วนระหว่างประจุไฟฟ้าที่เกิดขึ้นต่อแรงกด ปีแอร์และแจ็คได้ใช้วิธีเดียวกันนี้วัดค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกของผลึกอื่นๆ นอกเหนือจากควอทซ์ โดยเฉพาะผลึกของเกลือ โรเชลล์วิธีการดังกล่าวนี้เป็นการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกแบบสถิต ที่อาศัยการทำนายโดยทฤษฎีของลิปแมนน์ (Jaffe et al., 1971: 296) ดังสมการ

$$d_{33} = \left( \frac{\partial D_3}{\partial T_3} \right)_E = \left( \frac{\partial S_3}{\partial E_3} \right)_T \quad (2.28)$$

$$d_{31} = \left( \frac{\partial D_3}{\partial T_1} \right)_E = \left( \frac{\partial S_1}{\partial E_3} \right)_T \quad (2.29)$$

ค่าคงที่พิโซอิเล็กตริก  $d_{33}$  และ  $d_{31}$  ในสมการข้างบนเกิดจากการเหนี่ยวนำให้เกิดการกระจัดทางไฟฟ้าด้วยความเค้นหรือเหนี่ยวนำให้เกิดความเครียดด้วยสนามไฟฟ้า ซึ่งเป็นวิธีสถิต ในการให้ความเค้นแก่ผลึกทำได้โดยวางน้ำหนักลงบนสารตัวอย่างโดยตรง วัดประจุที่เกิดขึ้นอัตราส่วนระหว่างแรงกดต่อประจุที่เกิดขึ้นคือค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกแบบตรง ข้อด้อยของวิธีนี้คือเกิดการรบกวนไหลของประจุ



เนื่องจากความชื้น วิธีนี้ใช้กับสารตัวอย่างที่มีค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกมากกว่า  $10 \text{ pC/N}$  มีการปรับปรุงวิธีนี้โดยการวางน้ำหนักลงบนสารตัวอย่างและวัดประจุที่เกิดขึ้นอย่างทันทีทันใด ใช้ออสซิลโลสโคปบันทึกสัญญาณที่ผ่านวงจรหน่วงเวลา การวัดค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกแบบกลับทำได้โดยการใช้กล้องจุลทรรศน์ดูการขยายตัวของสารตัวอย่างซึ่งพบว่า ค่าที่ได้พบว่ามีค่าแม่นยำน้อย มีการพัฒนาวิธีกึ่งสถิตในการวัดค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกด้วยอุปกรณ์ที่เรียกว่า Berlincourt meter วัดค่า  $d_{33}$  ของสารตัวอย่างโดยการให้แรงที่เป็นฟังก์ชันรูปไซน์ (sinusoidal force) ด้วยความถี่ที่ต่ำกว่าความถี่กำทอนของสารตัวอย่างมากๆ วัดประจุที่เกิดขึ้นและคำนวณค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกในทำนองเดียวกันกับวิธีสถิต (Berlincourt Piezo  $d_{33}$  meter manual, 1974)

วิธีการวัดค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกแบบผันกลับ หรือการวัดการกระจัดปริมาณน้อยๆ ในยุคแรกๆ มีการใช้กล้องจุลทรรศน์ ส่องดูการกระจัดดังกล่าว ต่อมาจึงมีการใช้สมบัติการแทรกสอดของแสงมาประยุกต์ใช้ พบว่ามีหลายวิธี วิธีนี้กำลังเป็นที่นิยมอย่างแพร่หลาย เพราะมีความแม่นยำสูง ไม่ทำลายสารตัวอย่าง (non - destructive testing) วิธีการแทรกสอดของแสงมีสามแบบคือ แบบที่มีการแทรกสอดของแสงเลเซอร์ที่มีความถี่ต่างกันตกกระทบผิวหน้าสารตัวอย่างและกระจกอ้างอิง การกระจัดของผิวหน้าสารตัวอย่างเนื่องจากสนามไฟฟ้าหาได้จากการเปลี่ยนแปลงความถี่ซึ่งตรวจวัดได้จาก spectrum analyzer (Royer et al., 1992; Lueng et al., 1999) เรียกว่า Mach-Zender Heterodyne Interferometer แบบที่สองเป็นวิธีที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ ถ้าแสงเลเซอร์ความถี่เดียวตกกระทบบนผิวหน้าด้านหนึ่งของสารตัวอย่าง ผิวหน้าอีกด้านถูกยึดไว้กับที่จับยึด การกระจัดของผิวหน้าสารตัวอย่างเนื่องจากสนามไฟฟ้าหาได้จากการเปลี่ยนแปลงความเข้มแสงซึ่งแปรผันตรงกับความต่างศักย์ที่ตรวจวัดโดยหัววัดแสง (Zhang et al., 1988) เรียกว่า Single Beam Homodyne Interferometer จะกล่าวละเอียดอีกครั้งในหัวข้อถัดไป แบบที่สามคือถ้าแสงเลเซอร์ความถี่เดียวตกกระทบบนผิวหน้าทั้งสองของสารตัวอย่างและแทรกสอดกัน การกระจัดของผิวหน้าสารตัวอย่างเนื่องจากสนามไฟฟ้าหาได้จากการเปลี่ยนแปลงความเข้มแสงซึ่งแปรผันตรงกับความต่างศักย์ของหัววัดแสงเช่นเดียวกับแบบที่สอง (Pan and Cross , 1989; Kholkin et al., 1996) เรียกว่า Double Beam Interferometer

อย่างไรก็ตามวิธีการแทรกสอดของแสงมีข้อด้อยคือ ความยุ่งยากในการเตรียมสารตัวอย่างให้ผิวหน้าของสารตัวอย่างมีความแวววาวสามารถสะท้อนแสงเลเซอร์ได้ดี ซึ่งเป็นไปได้ยากกรณีที่สารตัวอย่างเป็นเซรามิกหรือวัสดุประกอบ แต่จะเหมาะสมกับสารตัวอย่างประเภทฟิล์มบางสารกึ่งตัวนำหรือผลึกเดี่ยวของสารกึ่งตัวนำซึ่งมีความแวววาวอยู่แล้ว นอกจากนี้ความแม่นยำของผลการวัดขึ้นอยู่กับเสถียรภาพของระบบหมายความว่าระบบต้องทำงานด้วยความเร็วสูงและต้องสม่ำเสมอตลอดเวลา

ยังมีวิธีทางแสงอื่นๆ ที่ใช้วัดค่าคงที่พีโซอิเล็กทริกของสาร คือ วิธีที่เรียกว่า optical lever วัดความเครียดของสารตัวอย่าง โดยใช้ลำแสงผ่านแท่งปริซึมตกกระทบสารตัวอย่าง วัดการกระจัดของผิวหน้าสารตัวอย่างจาก Charge Coupled Device หรือ CCD (Wiederick, 1996) ในระดับที่น้อยกว่า



$10^9$  เมตร นอกจากนี้ยังมีการใช้ระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์ชนิดที่เรียกว่า Fabry-Perot Interferometer วัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกของควอทซ์ ค่าที่ได้มีความใกล้เคียงกับที่มีในรายงาน (Bottom, 1970) งานวิจัยนี้ได้เลือกใช้ระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์แบบโมเดิลสันตัดแปลงวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกของสารตัวอย่างประเภทเซรามิก และฟิล์มบางของสารกึ่งตัวนำ

### 1.3.2 วิธีการเรโซแนนซ์ (resonance methods)

วิธีการแทรกสอดของแสงเข้ามามีบทบาทต่อการพัฒนาการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกเป็นอย่างมาก เพราะว่าวิธีการนี้สามารถแก้ปัญหาการวัดการกระจัดปริมาณน้อยๆ ได้ และมีความแม่นยำสูง แต่สำหรับสารตัวอย่างพิโซเซรามิกนั้น ค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกมีค่าอยู่ในระดับ  $100 \text{ pC/N}$  ผลที่ตามมาคือความยุ่งยากในการเตรียมสารตัวอย่างสำหรับการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกโดยวิธีการแทรกสอดของแสง ค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกที่มีค่ามากจนสามารถวัดโดยวิธีวางน้ำหนักโดยตรงได้ ความต้องการวัดค่าคงที่ของสารตัวอย่างในปริมาณมากๆ เหตุผลที่กล่าวมาทั้งหมดทำให้วิธีการแทรกสอดของแสงไม่เป็นที่นิยมใช้วัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกของสารตัวอย่างประเภทพิโซเซรามิก วิธีการเรโซแนนซ์จึงมีบทบาทต่อการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกของสารตัวอย่างพิโซเซรามิกมากขึ้น

วิธีเรโซแนนซ์เป็นวิธีการที่ใช้สมบัติทางไฟฟ้ากระแสสลับของสารตัวอย่าง คือสารตัวอย่างมีสมบัติเป็นตัวเก็บประจุ (capacitor) ตัวต้านทาน (resistor) และตัวเหนี่ยวนำ (inductor) ในตัวเดียวกัน ความต้านทานเชิงซ้อน (impedance,  $Z(f)$ ) ของสารตัวอย่างขึ้นอยู่กับความถี่ (frequency,  $f$ ) ของสัญญาณ วิธีนี้เหมาะสำหรับสารตัวอย่างที่มีลักษณะเป็นแท่งยาวหรือแผ่นกลมแบน วัดในแนวความหนาของสารตัวอย่าง ค่าคงที่ที่วัดได้ขึ้นอยู่กับการวางตัวของสารตัวอย่างและทิศทางของสนามไฟฟ้าในการโพลิง

วิธีการเรโซแนนซ์ทำได้โดยการป้อนสัญญาณที่ความถี่ต่างๆ แก่สารตัวอย่างที่อยู่ในวงจรแบบอนุกรมกับความต้านทานภายนอก ( $R_r$ ) บันทึกความถี่ที่ทำให้สารตัวอย่างมีค่าความต้านทานเชิงซ้อนมากที่สุดและน้อยที่สุด เรียกความถี่นั้นว่า ความถี่เรโซแนนซ์ (resonance frequency,  $f_r$ ) และความถี่แอนติเรโซแนนซ์ (antiresonance frequency,  $f_a$ ) ตามลำดับ ความถี่ที่บันทึกได้นี้นำไปแทนในสมการความสัมพันธ์ของความต้านทานเชิงซ้อน ( $Z(f)$ ) กับความถี่ของสารตัวอย่างดังสมการต่อไปนี้

$$k_{33}^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_r}{f_a} \tan \left( \frac{\pi}{2} \frac{f_r - f_a}{f_r} \right) \quad (2.30)$$

$$k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2}{\epsilon_{33}^T s_{33}^E} \quad (2.31)$$

สมการข้างต้นใช้คำนวณหาค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก  $d_{33}$  ได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก  $d_{33}$  กับค่าคงที่คัปปลิง (coupling factor)  $k_{33}^2$  <sup>4</sup>

วิธีการเรโซแนนซ์ที่กล่าวมาเหมาะสำหรับสารตัวอย่างประเภทเซรามิกที่มีการสูญเสียสัญญาณเมื่อใช้งานในสนามไฟฟ้าน้อย มีการพัฒนาวิธีการเรโซแนนซ์สำหรับวัดค่าคงที่ของสารตัวอย่างที่เป็นประเภทวัสดุประกอบระหว่างเซรามิก PZT กับพอลิเมอร์บางชนิดซึ่งเป็นสารตัวอย่างที่มีการสูญเสียสัญญาณสูง (lossy materials) เพื่อให้ได้ผลที่เป็นทั้งค่าจริงและค่าจินตภาพโดยการใช้จำนวนเชิงซ้อนในสมการทั้งหมด (Kwok et al., 2000)

## 2. ทฤษฎีของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์

### 2.1 การแทรกสอดของแสงและการประยุกต์ใช้ระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์วัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก

อินเทอร์เฟอโรมิเตอร์แบบไมเคลสันเป็นระบบทางแสงที่มีรูปแบบเรียบง่ายในการจัดวางอุปกรณ์ ในงานวิจัยนี้ใช้ลำแสงและความถี่เดียวกัน ตกกระทบผิวหน้าสารตัวอย่างและกระจกอ้างอิงก่อนที่จะแทรกสอดกัน หลักการเบื้องต้นคือลำแสงจากแหล่งกำเนิดจะถูกแบ่งที่ตัวแบ่งแสง (beam splitter) ออกเป็นสองลำแสงย่อยเดินทางตั้งฉากซึ่งกันและกันไปตกกระทบผิวหน้ากระจกเรียบและสะท้อนกลับมาที่ตัวแบ่งแสงอันเดิม ลำแสงทั้งสองจะมีการแทรกสอดกัน (interference) เกิดริ้ว (fringe) รูปวงกลมหลายวงที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน (fringe of equal inclination) เส้นทางที่แต่ละลำแสงเดินทาง (optical path length) จะแตกต่างกันเล็กน้อย ถ้า  $\Delta d$  เป็นผลต่างของทางเดินแสงทั้งสอง  $I$  คือความเข้มแสงของริ้วแทรกสอด (Hariharan, 1991) จะได้ว่า

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{4\pi\Delta d}{\lambda}\right) \quad (2.32)$$

เมื่อ  $\lambda$  คือความยาวคลื่นแสงเลเซอร์ สมการที่ 2.32 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของความเข้มแสงที่มีค่าสูงสุด ( $I_{\max}$ ) และต่ำสุด ( $I_{\min}$ ) ได้ดังนี้

$$I = \frac{1}{2}(I_{\max} + I_{\min}) + \frac{1}{2}(I_{\max} - I_{\min}) \cos\left(\frac{4\pi\Delta d}{\lambda}\right) \quad (2.33)$$

<sup>4</sup> ค่าคงที่คัปปลิงในแนวยาว (longitudinal coupling factor) ในที่นี้คือ  $k_{33}$  หมายถึง โพลาริเซชันอยู่ในทิศเดียวกันกับความหนาสารตัวอย่าง ซึ่งเป็นการสั้นในเดียวกันกับสนามไฟฟ้าและทิศของโพลาริเซชัน

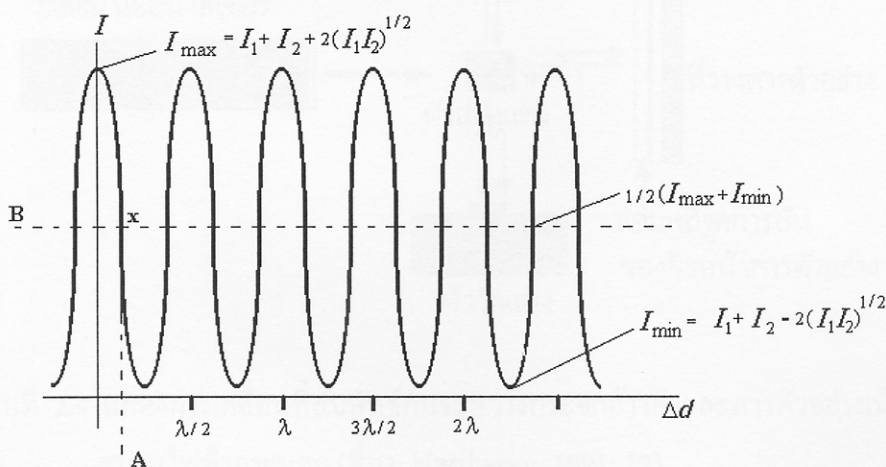
จากสมการที่ 2.33 เมื่อ  $\cos\left(\frac{4\pi\Delta d}{\lambda}\right) = 0$  ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงที่มากที่สุด (maximum change) ของความเข้มแสง ค่าความเข้มแสงที่เงื่อนไขนี้คือ

$$I = \frac{1}{2}(I_{\max} + I_{\min}) \quad (2.34)$$

และค่า  $\Delta d$  ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าว คือ

$$\Delta d = (2n+1)\frac{\lambda}{8} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.35)$$

สามารถเขียนรูปเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มแสงและ  $\Delta d$  ได้ดังภาพประกอบที่ 2.8



ภาพประกอบที่ 2.8 แสดงความเข้มแสงที่จุดศูนย์กลางของริ้วแทรกสอด ที่  $\Delta d$  ต่างๆ จุด  $x$  ในภาพคือ

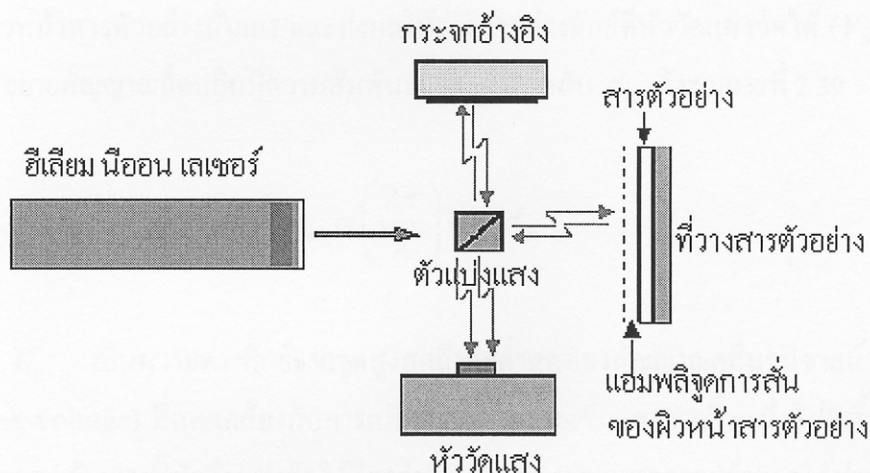
จุดกึ่งกลางของความเข้มแสง สอดคล้องกับ  $\Delta d = \frac{\lambda}{8}$  (ที่มา: Kwaaitaal et al.,

1980)

จากหลักการของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์ดังกล่าว มีการพัฒนาระบบ โดยให้ลำแสงหนึ่ง ตกกระทบกับสารที่ต้องการวัดค่าคงที่ไพโซอิเล็กทริก อีกลำแสงหนึ่งตกกระทบกับแผ่นทรานส์ดิวเซอร์ไพโซอิเล็กทริก (piezoelectric transducer) เมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอกสารตัวอย่างและแผ่นทรานส์ดิว-



เซอร์ (พร้อมทั้งกระจกอ้างอิง) จะสั่นและเคลื่อนที่สัมพันธ์กัน แสดงในภาพประกอบที่ 2.9 ด้วยเหตุนี้จำเป็นต้องปรับให้ระบบทำงานสอดคล้องกับสมการที่ 2.34 ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่แสดงว่าระบบมีสภาพไวต่อการเปลี่ยนแปลงความเข้มแสงมากที่สุด จากภาพประกอบที่ 2.8 สภาพที่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงความเข้มแสงคือจุด  $x$  ซึ่งมีความชันมากที่สุด (ความชัน  $= \frac{\Delta I}{\Delta d}$ ) (Vilkomerson, 1976) ถ้าค่า  $\Delta d$  เปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยก็จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเข้มแสงทันที ค่า  $\Delta d$  ที่เกิดขึ้นนี้จะอยู่ในระดับเศษส่วนของ  $\lambda$  ของแหล่งกำเนิดแสงที่ใช้สามารถบ่งชี้กำลังแยกการกระจัด (displacement resolution) ของระบบได้จากค่า  $\Delta d$  ถ้าระบบทำงานด้วยความเร็วสูงสุดคงที่สม่ำเสมอตลอดเวลาในขณะบันทึกผลการทดลองแสดงว่าระบบมีเสถียรภาพ



ภาพประกอบที่ 2.9 แสดงการเคลื่อนที่สัมพันธ์กันระหว่างกระจกอ้างอิงและสารตัวอย่างเนื่องจากสนามไฟฟ้าภายนอก (ที่มา: Hariharan, 1991: 19)

จากรูป  $d_{ac}$  คือแอมพลิฟิเคชันการสั้นของผิวหน้าสารตัวอย่างเนื่องจากสนามไฟฟ้าภายนอก การเปลี่ยนแปลงของผิวหน้าสารตัวอย่างทำให้ค่า  $\Delta d$  ในสมการที่ 2.35 เปลี่ยนไปดังสมการที่ 2.36

$$\Delta d = d_{ac} + \frac{(2n+1)\lambda}{8} \quad (2.36)$$

เมื่อ  $d_{ac} = d_0 \cos \omega t$  (Zhang et al., 1987) ดังนั้นความเข้มแสงที่ขึ้นอยู่กับ  $\Delta d$  ในสมการที่ 2.33 สามารถเขียนใหม่ให้ขึ้นอยู่กับ  $d_{ac}$  ได้ดังนี้



$$I = \frac{1}{2}(I_{\max} + I_{\min}) + \frac{1}{2}(I_{\max} - I_{\min}) \sin\left(\frac{4\pi d_{ac}}{\lambda}\right) \quad (2.37)$$

ถ้าการกระจัดของผิวหน้าสารตัวอย่างมีค่าน้อยกว่าระยะที่ทำให้เกิดการเลื่อนร้าวแทรกสอดมากๆ สามารถประมาณค่า  $\sin\left(\frac{4\pi d_{ac}}{\lambda}\right) \approx \frac{4\pi d_{ac}}{\lambda}$  ได้ และสมการที่ 2.37 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$I = \frac{1}{2}(I_{\max} + I_{\min}) + \frac{1}{2}(I_{\max} - I_{\min})\left(\frac{4\pi d_{ac}}{\lambda}\right) \quad (2.38)$$

จากสมการที่ 2.40 จะเห็นได้ว่าความเข้มแสงแปรผันโดยตรงกับค่า  $d_{ac}$  หรือแปรผันกับการกระจัดของผิวหน้าสารตัวอย่างนั่นเอง และส่งผลให้ค่าความต่างศักย์ที่หัววัดแสงวัดได้ ( $V_{out}$ ) ซึ่งบันทึกค่าโดยเครื่องขยายสัญญาณลืออกอินมีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับ  $d_{ac}$  ดังสมการที่ 2.39

$$V_{out} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) V_{p-p} d_{ac} \quad (2.39)$$

เมื่อ  $V_{p-p}$  เป็นความต่างศักย์จากจุดสูงสุดถึงจุดต่ำสุดของสัญญาณคลื่นรูปไซน์ (sinusoidal peak-to-peak voltage) ที่สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงความเข้มแสงจากรีวหนึ่งไปยังรีวถัดไป อย่างไรก็ตาม ค่าความเข้มแสงที่หัววัดแสงวัดได้มีองค์ประกอบของกระแสตรงอยู่ด้วย องค์ประกอบนี้คือค่าความเข้มแสงในพจน์แรกของสมการที่ 2.38 นั่นเอง ความต่างศักย์ที่ปรากฏบนเครื่องขยายสัญญาณลืออกอินเป็นความต่างศักย์กระแสสลับเท่านั้น ค่าที่อ่านได้จึงเป็นค่าความต่างศักย์ของพจน์ที่สองในสมการที่ 2.38 ซึ่งสอดคล้องกับ  $d_{ac}$  จากคำนิยามของค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกในแนวความหนาคืออัตราส่วนระหว่างการกระจัดต่อศักย์ไฟฟ้าที่ป้อนจะได้สมการที่ใช้คำนวณหาค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกดังกล่าว ดังนี้

$$d_{ii} = \frac{d_{ac}}{V_{rms}} \quad (2.40)$$

เมื่อ  $V_{rms}$  คือศักย์ไฟฟ้าที่ป้อนให้กับสารตัวอย่าง สมการที่ 2.39 และสมการที่ 2.40 สามารถเขียนรวมกันเพื่อนำไปใช้งานจริง ดังนี้

$$d_{ii} = \frac{\lambda V_{out}}{2\pi V_{p-p} V_{rms}} \quad (2.41)$$

ในงานวิจัยนี้ใช้ระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์วัดการกระจัดในแนวความหนาของสารตัวอย่าง เนื่องจากสนามไฟฟ้าโดยการบันทึกค่า  $V_{out}$  จากเครื่องขยายสัญญาณล็อกอิน และใช้สมการที่ 2.41 ในการคำนวณค่าคงที่พิโซอิเล็กทริก ( $d_{33}$ ) ของสารตัวอย่าง

## 2.2 สัญญาณรบกวนของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์

สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในการทดลองในระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์ เกิดจากหลายสาเหตุ เช่นการรบกวนจากสิ่งแวดล้อม การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ สัญญาณรบกวนที่เกิดจากเครื่องมือวัด สัญญาณรบกวนเหล่านี้แบ่งเป็น 2 ชนิดคือ สัญญาณรบกวนทางอิเล็กทรอนิกส์ และสัญญาณรบกวนทางกล สัญญาณรบกวนทั้ง 2 ชนิดมีผลโดยตรงต่อการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กทริกของสาร คือ ถ้าสัญญาณรบกวนมีค่ามากในระดับหนึ่งสัญญาณที่วัดได้จริงก็มีโอกาสคลาดเคลื่อนได้ ผลการวัดจะมีความผิดพลาดสูง ในหัวข้อนี้จะแสดงการคำนวณและทดลองหาระดับของสัญญาณรบกวน

สัญญาณรบกวนทางอิเล็กทรอนิกส์ที่กล่าวถึงนี้ ประกอบด้วยสัญญาณรบกวนที่มาจากอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่เกี่ยวข้องในการทดลอง เช่นหัววัดสัญญาณ เครื่องขยายสัญญาณล็อกอิน และเลเซอร์ ซีเลียม-นियोอน สัญญาณรบกวนเหล่านี้สามารถคำนวณได้จากคู่มือของอุปกรณ์ แสดงการคำนวณได้ดังนี้

สัญญาณรบกวนที่มาจากหัววัดสัญญาณมี 2 ประเภทคือ shot noise และ Johnson noise โดย shot noise เกิดจากความไม่คงที่ของกระแสไฟฟ้าตรงที่ไหลผ่านหัววัด กระแส shot noise, ( $i_n$ ) มีค่าดังสมการ

$$i_n = \sqrt{2qI\Delta f} \quad (2.42)$$

$q$	คือ	ประจุของอิเล็กตรอน ( $1.6 \times 10^{-19} C$ )
$I$	คือ	กระแสไฟฟ้าตรงที่ไหลผ่านตัวต้านทานในวงจร photodiode
$\Delta f$	คือ	ช่วงกว้างของความถี่ที่ใช้วัด หาได้จากค่าคงที่เวลาในล็อกอิน

ค่ากระแสไฟฟ้าตรง  $I$  อ่านได้จากออสซิลโลสโคปโดยอ่านความต่างศักย์ไฟฟ้าตรงหารด้วยความต้านทานในหัววัดเมื่อความต้านทานในหัววัดมีค่า  $2 k\Omega$  จากการทดลองอ่านได้  $1.2 V$  ดังนั้นกระแสไฟฟ้าตรงที่วัดได้ในหัววัดมีค่า  $0.60 mA$  ส่วน  $\Delta f$  อ่านได้จากการกำหนด filter slope ที่เครื่องขยายสัญญาณล็อกอินเป็น  $12 dB$  และ ค่าคงที่เวลาที่กำหนดในเครื่องล็อกอินเป็น  $10$  วินาทีสอดคล้อง

กับช่วงกว้างของความถี่  $\Delta f = 0.0125 \text{ Hz}$  แทนค่าลงในสมการที่ 2.42 ได้ ความต่างศักย์ที่รบกวนเป็น  $27.7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  สำหรับค่าความต้านทาน  $2 \text{ k}\Omega$

ความต่างศักย์ที่เป็นสัญญาณรบกวนระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์ ที่เกิดจาก Johnson noise หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า thermal noise เกิดจากความต่างศักย์ที่คร่อมตัวต้านทานมีค่าเปลี่ยนแปลงเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลง สามารถคำนวณหาความต่างศักย์นี้จากสมการ

$$V_{\text{Johnson}} = \sqrt{4kTR\Delta f} \quad (2.43)$$

$k$	คือ	ค่าคงที่ Boltzmann ( $1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ )
$T$	คือ	อุณหภูมิสัมบูรณ์ในขณะทดลอง เท่ากับ $300 \text{ K}$
$R$	คือ	ค่าความต้านทานในหัววัด $2 \text{ k}\Omega$
$\Delta f$	คือ	ช่วงกว้างของความถี่ที่ใช้วัด หาได้จากค่าคงที่เวลาในล็อกอิน

จากการคำนวณได้  $V_{\text{Johnson}} = 5.75 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$

สัญญาณรบกวนของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์ ที่เกิดจากเครื่องขยายสัญญาณล็อกอินมีค่า  $6 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  (Princeton Lock-in amplifier manual) สัญญาณรบกวนนี้ขึ้นอยู่กับความถี่อ้างอิง ( $f_{\text{ref}}$ ) และความถี่ของสัญญาณที่ป้อนให้กับเครื่องล็อกอิน ( $f_{\text{sig}}$ ) ความถี่ที่อ่านได้จากล็อกอินคือ  $f = f_{\text{sig}} - f_{\text{ref}}$  สำหรับเครื่องขยายสัญญาณล็อกอิน

สัญญาณรบกวนระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์ ที่เกิดจากเลเซอร์ฮีเลียม-นีออนพบว่าสัญญาณรบกวนสูงสุดของเลเซอร์ เท่ากับ 1.0% ของสัญญาณที่น้อยที่สุด (Uniphase He-Ne Laser manual) เครื่องกำเนิดสัญญาณที่ใช้ในงานวิจัยให้กำเนิดสัญญาณที่น้อยที่สุดเท่ากับ  $10 \text{ mV}_{p-p}$  ดังนั้นสัญญาณรบกวนที่เกิดจากเลเซอร์มีค่าดังสมการที่ 2.44

$$V_{\text{Laser noise}} = \frac{2\sqrt{2}(0.01V_{\text{min}})\Delta f}{1000} \quad (2.44)$$

แทนค่าในสมการจะได้สัญญาณรบกวนที่เกิดจากเลเซอร์  $V_{\text{Laser noise}} = 0.35 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  สัญญาณรบกวนรวมหาได้จากการรวมสัญญาณรบกวนประเภทต่างๆ เข้าด้วยกันดังต่อไปนี้

$$V_{\text{total noise}} = \sqrt{V_{\text{shot noise}}^2 + V_{\text{Johnson noise}}^2 + V_{\text{Lock-in noise}}^2 + V_{\text{Laser noise}}^2} \quad (2.45)$$

แทนค่าสัญญาณรบกวนลงในสมการที่ 2.45 ได้  $V_{\text{total noise}} \cong 0.35 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$



สัญญาณรบกวนทางกล เกิดจากสิ่งแวดล้อมในขณะที่ทำการทดลอง เนื่องจากเป็นการทดลองวัดสัญญาณในระดับ  $10^{-5}$  โวลต์ (ค่าประมาณที่อ่านได้จากเครื่องขยายสัญญาณล็อกอินในระหว่างการทดลองตลอดการทำวิทยานิพนธ์) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ การวัดสัญญาณที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงกระจัดที่มีค่าน้อยมากๆ (ระดับ  $10^{-12}$  เมตร) การรบกวนระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์เพียงเล็กน้อยก็สามารถทำให้สัญญาณที่วัดหรือที่บันทึกได้ในขณะนั้นผิดเพี้ยนไปจากเดิมได้และส่งผลกระทบต่อความผิดพลาดได้ ในงานวิจัยนี้ได้วัดสัญญาณรบกวนรวมของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์กล่าวคือสัญญาณรบกวนทางกลและสัญญาณรบกวนทางอิเล็กทรอนิกส์ (ไม่สามารถแยกวัดได้เพราะในขณะที่วัดสัญญาณรบกวนทางกลต้องใช้อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์บางชิ้นซึ่งอาจเป็นแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวน) และนำมาพิจารณาถึงกำลังแยกการกระจัดและเสถียรภาพของระบบ ผลการทดลองของการวัดสัญญาณรบกวน ที่รวมสัญญาณรบกวนจากสิ่งแวดล้อมกับสัญญาณรบกวนจากระบบอิเล็กทรอนิกส์เข้าด้วยกันเสนอในบทที่ 4 และเปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้กับสัญญาณรบกวนที่คำนวณ

### 2.3 เสถียรภาพของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์

ความน่าเชื่อถือของผลการทดลองขึ้นอยู่กับความแม่นยำและความเที่ยงตรงของผลการทดลองที่ได้ นอกจากนี้ความน่าเชื่อถือของเครื่องมือวัดที่จะส่งผลถึงความเที่ยงตรงของผลการวัดก็เป็นส่วนสำคัญในการสร้างความน่าเชื่อถือให้กับผลการทดลอง ความน่าเชื่อถือของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์หมายถึงระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์มีความแม่นยำและเที่ยงตรงตลอดการบันทึกข้อมูล หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์มีเสถียรภาพ เสถียรภาพของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ กำลังแยกการกระจัดและความไวในการตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงความเข้มแสง

กำลังแยกความแตกต่างระยะทางของระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์โดยทฤษฎีหาได้จากเงื่อนไขในสมการที่ 2.38 แต่ในความเป็นจริงระบบอินเทอร์เฟอโรมิเตอร์มีกำลังแยกความแตกต่างของระยะทางไม่ถึงขีดจำกัดดังกล่าว เพราะในขณะที่ระบบกำลังวัดการกระจัดอยู่หากระบบถูกมีการรบกวนจากสิ่งแวดล้อมเพียงน้อยนิด ก็จะทำให้ระบบสูญเสียสถานะที่มีเสถียรภาพนั้นไป ในทางปฏิบัติการรักษาสถานะที่ระบบมีเสถียรภาพสังเกตได้จากค่า  $V_{p-p}$  ซึ่งค่า  $V_{p-p}$  จะเปลี่ยนไปเมื่อถูกรบกวน นอกจากนี้รูรับแสง (aperture) ของหัววัดแสงจะต้องมีขนาดเล็กกว่าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของรีวศูนย์กลางของการแทรกสอด (central fringe diameter) เพื่อหลีกเลี่ยงการรบกวนจากความเข้มแสงของรีวแทรกสอดถัดไป (Zhang et al., 1988)

สำหรับความไวต่อการตอบสนองความเข้มแสงนั้นขึ้นอยู่กับกำหนดค่า  $\Delta d$  และจุด  $x$  ในตอนเริ่มต้น (ภาพประกอบที่ 2.8) คุณภาพของหัววัดแสง และค่าคงที่เวลาที่กำหนดให้เครื่องขยายสัญญาณล็อกอินอ่านสัญญาณระยะทางเดินของแสงที่มีค่าน้อยๆ จะทำให้ระบบมีการตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงความเข้มแสงได้ดีกว่าระยะทางเดินแสงที่มาก และถ้ากำหนดให้ค่าคงที่เวลาน้อยๆ ก็จะทำให้



เครื่องขยายสัญญาณถืออีกอินตอบสนองต่อสัญญาณ (อ่านค่าสัญญาณ) เร็วกว่าค่าคงที่เวลาที่มืค่ามาก สำหรับงานวิจัยนี้ใช้ค่าคงที่เวลาที่แตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับสารตัวอย่างที่นำมาทดสอบ

### 3. สมบัติพื้นฐานของสารตัวอย่าง

#### 3.1 PZT

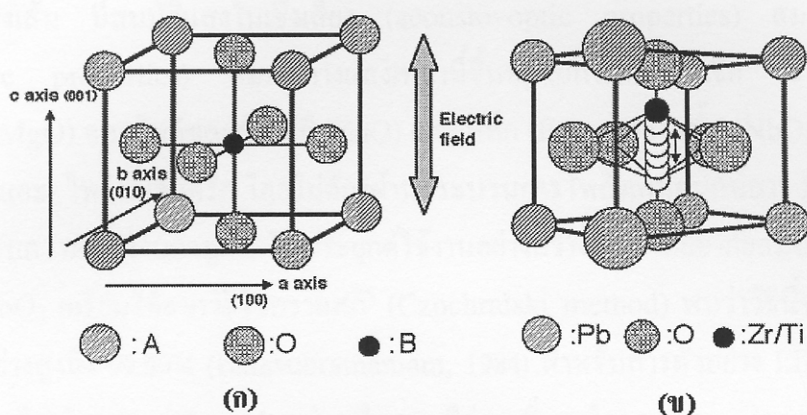
PZT หรือ เลดเซอร์โคเนตไทเทเนตซึ่งมีสูตรโครงสร้างทั่วไปเป็น  $Pb(Zr,Ti)O_3$  เป็นสารพิโซเซรามิกที่มีสมบัติที่น่าสนใจอื่นๆ ร่วมด้วยคือ ไพโรอิเล็กตริก (pyroelectricity) และ เฟอร์โรอิเล็กตริก (ferroelectricity) มีค่าคงที่ไดอิเล็กตริกสูงมีโครงสร้างผลึกแบบเพอโรฟสไกต์ (ภาพประกอบที่ 2.10) โดยทั่วไปมีค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกได้ 3 ค่า คือ  $d_{31} = d_{32}$ ,  $d_{33}$  และ  $d_{14} = d_{15}$  ค่าคงที่พิโซอิเล็กตริก  $d_{33}$  ประมาณ 180 – 750  $pC/N$  ขึ้นอยู่กับ อัตราส่วนระหว่าง Zr : Ti และวิธีการเตรียมสารตัวอย่าง จากสมบัติที่เป็นทั้งวัสดุเฟอร์โรอิเล็กตริก ไพโรอิเล็กตริก และพิโซอิเล็กตริก ทำให้ PZT เป็นสารตัวอย่างที่มีการศึกษาการประยุกต์ใช้งานในปัจจุบันอย่างกว้างขวาง เช่น เป็นตัวตรวจจับสัญญาณ (detector) แอคชูเอเตอร์ (actuator) และระบบเปลี่ยนแปลงไฟฟ้ากลขนาดเล็ก (microelectricmechanical system, MEMS) นอกจากนี้กระบวนการเตรียมสารตัวอย่างง่ายไม่ซับซ้อน ใช้ต้นทุนต่ำ จึงเป็นที่ดึงดูดให้นักวิจัยหันมาศึกษา PZT กันมาก

สารตัวอย่าง PZT สามารถเตรียมได้จากหลายวิธี (Kong et al., 2001) เช่นเตรียมโดยอาศัยปฏิกิริยาตรง (direct หรือ solid state reaction) เตรียมโดยวิธี sol-gel อาศัยปฏิกิริยาเคมีระหว่าง เลดอะซิเตตไตรไฮเดรต (lead acetate trihydrate,  $Pb(C_2H_3O_2)_2 \cdot 3H_2O$ ) เซอร์โคเนียม โปรออกไซด์ (zirconium prooxide) และไทเทเนียม ไอโซ - โปรออกไซด์ (titanium iso - prooxide) สารตัวอย่างที่ได้จากวิธี sol-gel จะมีความบริสุทธิ์และมีความเป็นเนื้อเดียวกันมากกว่าวิธีที่อาศัยปฏิกิริยาตรง นอกจากนี้ยังมีวิธีการเตรียมโดยอาศัยการตกตะกอนของไอเคมี (chemical vapor deposition, CVD) แต่เนื่องจากต้นทุนในการเตรียมสารตัวอย่างสูงมากเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการเตรียมโดยอาศัยปฏิกิริยาตรง ทำให้สารตัวอย่าง PZT ที่ใช้ในห้องปฏิบัติการและที่เป็นผลิตภัณฑ์ทางการค้าทั่วไปได้จากการเตรียมโดยอาศัยปฏิกิริยาตรง

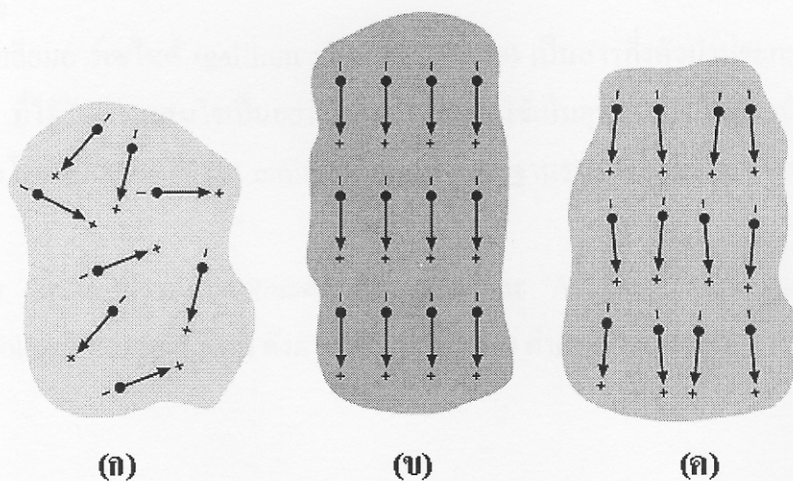
ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตค่าหนึ่งซึ่งเรียกว่าอุณหภูมิคูรี (Curie temperature) PZT มีโครงสร้างผลึกแบบเตตระโกนอล กลุ่มผลึกแบบ 4mm อย่างไรก็ตาม อีออนบวกและลบในเนื้อสาร PZT มีการเรียงตัวทำให้เกิดไดโพลอิสระขึ้นกระจายแบบสุ่ม PZT จะแสดงสมบัติพิโซอิเล็กตริกก็ต่อ

<sup>5</sup> ไพโรอิเล็กตริกคือปรากฏการณ์การเปลี่ยนแปลงโพลาริเซชันเมื่อสารมีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ เฟอร์โรอิเล็กตริกคือปรากฏการณ์ที่โพลาริเซชันในเนื้อสารกลับทิศได้ด้วยสนามไฟฟ้าภายนอก

เมื่อได้รับสนามไฟฟ้าความเข้มสูง (โดยทั่วไป มากกว่า  $2 \text{ kV/mm}$ ) เพื่อให้เกิดโพลาริเซชันสุทธิในทิศทางที่เด่นชัดทิศทางหนึ่งดังภาพประกอบที่ 2.11



ภาพประกอบที่ 2.10 (ก) แสดงโครงสร้างอะตอมแบบเพอรอฟสไกต์ (ข) แสดงโครงสร้างอะตอมของ PZT เมื่อวางตัวอยู่ในสนามไฟฟ้า อะตอมสีดำในภาพคืออะตอมของ เซอร์โคเนียม หรือ ไทเทเนียม ส่วนอะตอมของ ออกซิเจน จะอยู่ที่บริเวณผิวหน้า ทั้ง 6 ของโครงสร้าง และอะตอม เลด จะอยู่ที่มุมทั้ง 8 ของโครงสร้างอะตอม (ที่มา: Jaffe et al., 1971: 49)



ภาพประกอบที่ 2.11 แสดง โดเมน (ก) เรียงตัวแบบสุ่มในขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้า (ข) เรียงตัวในทิศทางเดียวกันเมื่ออยู่ภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้าความเข้มสูง (ค) เมื่อนำสนามไฟฟ้าออก โดเมนจะยังคงเรียงตัวในทิศทางเดียวกัน

### 3.2 LiNbO<sub>3</sub>

สำหรับสารตัวอย่างลิเทียม นีโอเบต (lithium niobate, LiNbO<sub>3</sub>) ซึ่งมีลักษณะโปร่งใส มีสมบัติเป็นสารเฟอร์โรอิเล็กตริก เป็นสารที่มีลักษณะเด่นทางแสงมาก กล่าวคือมีดัชนีหักเหของแสงสูง และไม่เชิงเส้น มีสมบัติแสงในเชิงเสียง (acousto-optic properties) สมบัติโฟโตอีลาสติก (photoelastic properties) สมบัติทางแสงเหล่านี้ขึ้นอยู่กับ การเติมสารเจือ เช่น ออกไซด์ของ แมกนีเซียม (MgO) ออกไซด์ของสังกะสี (ZnO) และเหล็ก (Fe) นอกจากนี้ LiNbO<sub>3</sub> ยังแสดงสมบัติพิโซอิเล็กตริก และ ไพโรอิเล็กตริก โดยไม่ต้องผ่านกระบวนการโพลิงเหมือนกับสาร PZT จึงทำให้ผลึก LiNbO<sub>3</sub> ได้รับความสนใจและถูกนำไปประยุกต์ใช้งานอย่างกว้างขวางโดยอาศัยสมบัติทางแสง

LiNbO<sub>3</sub> เตรียมได้จากวิธีโซคราลสกี<sup>6</sup> (Czochralski method) พบว่าวิธีนี้จะได้ความบริสุทธิ์ของสารตัวอย่างสูงถึง 99.99% (Balasubramaniam, 1984) สำหรับสารตัวอย่าง LiNbO<sub>3</sub> ที่ได้มีโครงสร้างผลึกแบบไตรโกนอล (trigonal) กลุ่มผลึก 3m มีค่าคงที่ของโครงสร้างผลึก  $a = 5.148$  และ  $c = 13.863$  ในหน่วยอังสตรอม มีค่าคงที่ไดอิเล็กตริกและความหนาแน่นเท่ากับ 29 และ 4.644 กรัมต่อลูกบาศก์ เซนติเมตร

LiNbO<sub>3</sub> มีค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกแบ่งเป็น 2 กรณีคือ กรณีแรกเมื่อระนาบกระจก (mirror plane, m) ตั้งฉากกับแกน  $x_1$  ในระบบผลึกจะมี  $d_{31} = d_{32}, d_{33}, d_{14} = d_{15}$  และ  $-2d_{21} = 2d_{22} = d_{16}$  และกรณีที่ 2 ระนาบกระจกตั้งฉากกับแกน  $x_2$  จะมี  $d_{31} = d_{32}, d_{33}, d_{14} = d_{15}$  และ  $2d_{11} = -2d_{12} = d_{26}$  (Nye, 1987: 124)

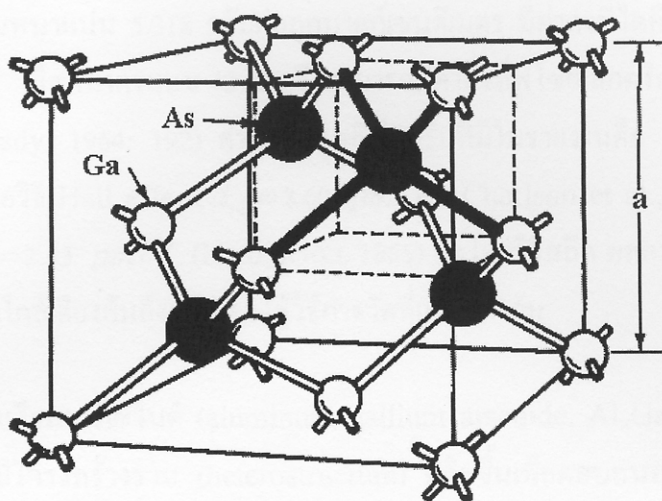
### 3.3 GaAs

แกเลียมอาร์เซไนด์ (gallium arsenide, GaAs) เป็นสารกึ่งตัวนำประกอบขึ้นจากธาตุในหมู่ 3 และหมู่ 5 ที่ได้รับความสนใจเป็นอย่างมากในการประยุกต์ใช้เป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์และอุปกรณ์ทางแสง เช่น ไดโอดเปล่งแสง (light emitting diode) เป็นฐานรอง (substrate) ของทรานซิสเตอร์และอื่นๆ

ผลึก GaAs ประกอบด้วยอะตอมของ Ga และ As มีโครงสร้างผลึกแบบลูกบาศก์ซิงค์เบลนด์ (cubic zincblend) กลุ่มผลึก  $\bar{4}3m$  ดังภาพประกอบที่ 2.12 ค่าคงที่โครงสร้างผลึก  $a = 5.653$  อังสตรอม

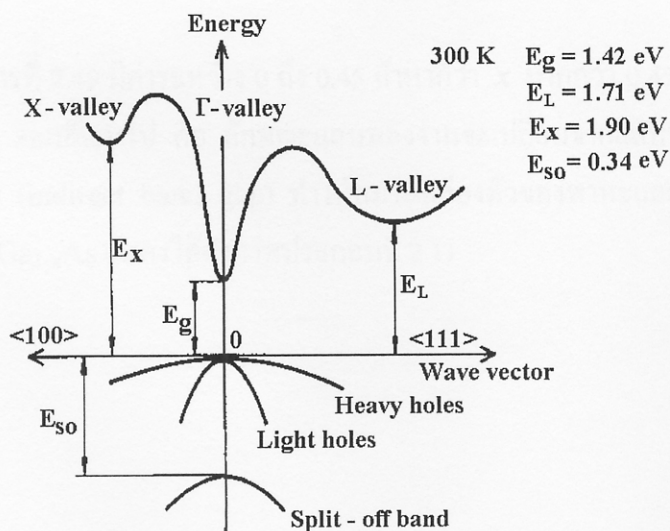
<sup>6</sup> วิธีโซคราลสกี (Czochralski method) เป็นวิธีการเตรียมผลึกเดี่ยวโดยการหลอมสารตั้งต้น กำจัดสิ่งปลอมปน และสร้างแว่นผลึก (wafer) โดยการจุ่มโลหะที่มีลักษณะแหลมดิ่งผลึกในขณะหลอมตัว ทิ้งให้เย็น จะได้แว่นผลึกของสาร





ภาพประกอบที่ 2.12 แสดงโครงสร้างอะตอมของ GaAs สีดำคือ อะตอมของ As ที่ถูกล้อมรอบด้วยอะตอมของ Ga (ที่มา: Singh, 1994: 55)

GaAs มีแถบพลังงานแบบตรง (direct band gap) (ภาพประกอบที่ 2.13) การที่ GaAs มีช่องว่างแถบพลังงานได้หลายค่าจึงทำให้การนำไปประยุกต์ใช้งานง่ายและกว้างมากขึ้น



ภาพประกอบที่ 2.13 แสดงลักษณะแถบพลังงานของ GaAs จากภาพ X - valley คือ แถบการนำที่  $k = \langle 100 \rangle$ ,  $\Gamma$  - valley คือ แถบการนำที่  $k = \langle 000 \rangle$  และ L - valley คือ แถบการนำที่  $k = \langle 111 \rangle$  ค่าของช่องว่างแถบพลังงานแสดงในภาพประกอบ (ที่มา: Singh, 1994: 81)



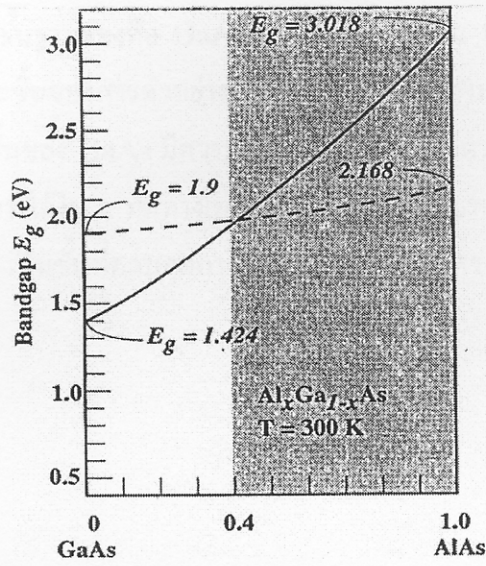
GaAs มีความหนาแน่น 5.318 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร มีค่าคงที่ไดอิเล็กตริกเท่ากับ 13.18 และเนื่องจาก GaAs มีสมมาตรแบบ  $\bar{4}3m$  จึงสามารถมีค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกได้ เพียงค่าเดียวคือ  $d_{14} = d_{25} = d_{36}$  (Cady, 1964: 192) ค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกที่มีในรายงานคือ  $d_{14} = 2.69 \text{ pm/V}$  (Arlt, 1986) ซึ่งวัดโดยวิธี Hall effect,  $d_{14} = 2.60 \text{ pm/V}$  (Charlson et al., 1963) วัดโดยวิธีการเรโซแนนซ์ และ  $d_{14} = 2.63 \text{ pm/V}$  (Hambleton, 1965) วัดโดยวิธีสถิต ผลการวัดค่าคงที่พิโซอิเล็กตริกที่มีในรายงานมีค่าใกล้เคียงกันถึงแม้ว่าจะใช้วิธีการวัดที่แตกต่างกัน

### 3.4 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$

อลูมิเนียมแกเลียมอาร์เซไนด์ (aluminum gallium arsenide,  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ) เป็นสารกึ่งตัวนำประเภทฟิล์มบางที่มีโครงสร้างรวม (heterostructure) ผลิตขึ้นเพื่อตอบสนองความต้องการในการพัฒนาอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ประกอบกับความก้าวหน้าในการเตรียมสารตัวอย่างประเภทฟิล์มบางสารกึ่งตัวนำ ทำให้เกิดการทดลองนำสารที่มีค่าคงที่โครงสร้างใกล้เคียงกันมาแทนที่สารกึ่งตัวนำบริสุทธิ์เพื่อที่จะได้สมบัติที่แตกต่างออกไป สำหรับ  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  เกิดจากการที่ GaAs และ AlAs มีค่าคงที่โครงสร้างแตกต่างกัน 0.14% เท่านั้น จึงมีการปลูกผลึกที่มีลักษณะผสมกันระหว่าง GaAs กับ AlAs เพื่อให้ได้ลักษณะของแถบพลังงานที่เปลี่ยนแปลงตามค่า  $x$  ในวัสดุระบบ  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ดังนี้

$$E_g(x) = 1.42 + 1.247x \quad (2.46)$$

ค่า  $x$  ในสมการที่ 2.49 มีค่าระหว่าง 0 ถึง 0.45 ถ้าหากว่า  $x$  มากกว่า 0.45 แล้ว สมบัติของสารตัวอย่าง  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  จะเปลี่ยนไป คือ ลักษณะแถบพลังงานจะเปลี่ยนจากแถบพลังงานแบบตรงเป็นแถบพลังงานแบบอ้อม (indirect band gap) ทำให้สภาพคล่องตัวของพาหะและสมบัติทางแสงต่ำลง แถบพลังงานของ  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  แสดงได้ดังภาพประกอบที่ 2.11



ภาพประกอบที่ 2.14 แสดงลักษณะแถบพลังงานของ  $Al_xGa_{1-x}As$  (ที่มา: Singh, 1994: 519)

สำหรับงานวิจัยนี้ใช้สารตัวอย่างประเภทฟิล์มบางของสารกึ่งตัวนำที่มีโครงสร้างชั้นซ้อน ที่มีรายละเอียด ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 แสดงรายละเอียดของสารตัวอย่าง  $Al_xGa_{1-x}As$  ที่ใช้ในงานวิจัย

ความหนา ( $10^{-10}$ เมตร)	ชั้นของสาร	(x)	ชนิด	ความเข้มข้นพาหะ ( $cm^{-3}$ )	หมายเหตุ
500	GaAs		n	$1.0 \times 10^{18}$	ชั้นหุ้ม
2000	$Al_xGa_{1-x}As$	0.1	n	$5.0 \times 10^{16}$	
1000	$Al_xGa_{1-x}As$	0.3			
100	GaAs				ชั้น QW
1000	$Al_xGa_{1-x}As$	0.3			
2000	$Al_xGa_{1-x}As$	0.3	p	$1.0 \times 10^{17}$	
3000	GaAs		p	$2.0 \times 10^{18}$	ชั้นหุ้ม

(ที่มา : EPSRC III-V Growth Facility มหาวิทยาลัย Sheffield ประเทศอังกฤษ)

จากข้อมูลในตาราง ชั้นฐานรองคือ GaAs ชนิด  $p^+$  และชั้น QW หมายถึง ชั้น Quantum Well ทำให้ทราบว่าในแต่ละชั้นของสารตัวอย่างมีแถบพลังงานและพาหะการนำในแต่ละชั้นไม่เท่ากัน ชั้นกลางของสารตัวอย่างคือชั้นของ GaAs มีความหนา  $100 \times 10^{-10}$  เมตร เป็นชั้น Quantum Well ซึ่งหมายถึงพาหะสามารถเคลื่อนที่ได้ใน 2 ทิศทางเท่านั้น และชั้นนี้มีแถบพลังงาน เท่ากับ  $1.424 \text{ eV}$  ซึ่งน้อยมากเมื่อเทียบกับชั้นอื่นๆ เป็นชั้นที่ควบคุมการไหลของพาหะในโครงสร้างนี้