

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาของปัญหาและปัญหา

ในชีวิตประจำวันของคนเราตั้งแต่เริ่มพูดได้ก็มีความสัมพันธ์กับคณิตศาสตร์แล้ว โดยเริ่มจากครอบครัวสอนให้หัดนับเลขหนึ่ง สองสามและต่อไปเรื่อย ๆ เมื่อเด็กเริ่มเข้าใจมโนทัศน์ (Concepts) ของจำนวนนับเหล่านั้นแล้ว ก็จะได้รับการสอนให้เรียนรู้เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร ทั้งจากที่บ้านและจากโรงเรียน เมื่อโตขึ้นกว่านั้นก็ต้องเอาคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันต่อไป คณิตศาสตร์จึงมีบทบาทสำคัญต่อชีวิตมนุษย์มาก ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่นำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์ เศรษฐกิจ สังคมและการศึกษา ตลอดทั้งเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท จึงสามารถกล่าวได้ว่า ความเจริญในวิทยาการทุกแขนงจำเป็นต้องอาศัยหลักการคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น ในวงการศึกษาก็ยอมรับว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือของการเรียนรู้ เพราะคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนคิดเป็น และมีเหตุผล นอกจากนั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาคุณภาพมนุษย์ เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียน ให้สามารถคิดได้อย่างเป็นระบบและสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (บุญทัน อยู่ชมบุญ, 2529 : 1) อาจกล่าวได้ว่าคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอยู่เบื้องหลังการค้นพบความรู้ใหม่ ๆ และสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ อย่างมากมาย ซึ่งปัจจุบันมีการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ศึกษาปัญหาต่าง ๆ ในด้านวิทยาการจัดการ เศรษฐศาสตร์ พฤติกรรมศาสตร์ และอื่น ๆ โดยการศึกษาค้นคว้าวิจัยทางคณิตศาสตร์ คงต้องมีต่อไปเรื่อย ๆ คู่กับการพัฒนาความรู้ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเพราะการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ยังคงอาศัยความรู้จากคณิตศาสตร์อยู่เสมอ

นักการศึกษาของไทยได้ตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ โดยได้บรรจุไว้ในหลักสูตร ซึ่งจัดให้มีการเรียนการสอนตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับอุดมศึกษา สำหรับในระดับประถมศึกษานั้น ตามหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้จัดวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในกลุ่มทักษะที่เป็นเครื่องมือการเรียนรู้ เพื่อให้

ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ จึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้ (กรมวิชาการ, 2532 : 18)

1. มีความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีระบบชัดเจนและรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตรประจำวัน

จากจุดประสงค์ของหลักสูตรดังกล่าวจะเห็นว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นมุ่งเน้นให้ผู้เรียนนำความรู้ ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียน ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันให้มากที่สุด ซึ่งมีความจำเป็นอย่างมากในอันที่จะช่วยให้การดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข ดังนั้นความสามารถในการแก้ปัญหาจึงเป็นพฤติกรรมที่มีความสำคัญและจำเป็นสำหรับมนุษย์ทุกคน กานเย่ และบริกส์ (Gagné and Briggs, 1974 : 121) ได้จัดความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ว่า เป็นทักษะทางสติปัญญา (Intellectual Skill) และกลวิธีการคิด (Cognitive Strategy) ที่สามารถสอนกันได้ ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาจึงควรให้ความสำคัญกับทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยฝึกฝนให้นักเรียนรู้จักคิดหาเหตุผลตั้งแต่เล็ก ๆ

การเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการประเมินคุณภาพนักเรียนเป็นรายสมรรถภาพชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระดับประเทศของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ ตั้งแต่ปีการศึกษา 2527 เป็นต้นมา พบว่า คะแนนเฉลี่ยของทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำสุด โดยคิดจากคะแนนเฉลี่ยเทียบ 10 ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ยตามปีการศึกษาดังนี้ 2.57 (ปี 2527) 3.14 (ปี 2528) 4.32 (ปี 2529)

3.54 (ปี 2530) และ 3.50 (ปี 2531) ส่วนนักเรียนที่มีผลการประเมินเป็นที่น่าพอใจ โดยถือเกณฑ์ที่น่าพอใจตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ไม่ถึงร้อยละ 50 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทั้งประเทศ ซึ่งพบว่าร้อยละของนักเรียนที่มีผลการประเมินเป็นที่น่าพอใจมีดังนี้ 11 (ปี 2527) 15 (ปี 2528) 39 (ปี 2529) 23 (ปี 2530) และ 23 (ปี 2531) (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2533 : 27-42)

สำหรับผลการประเมินคุณภาพนักเรียนเป็นรายสมรรถภาพ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ระดับประเทศของสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ พบว่าคะแนนเฉลี่ยของทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำเช่นกัน โดยคิดจากคะแนนเฉลี่ยเทียบ 10 ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ยตามปีการศึกษาดังนี้ 3.66 (ปี 2530) 4.36 (ปี 2531) และร้อยละของนักเรียนที่มีผลการประเมินเป็นที่น่าพอใจมีดังนี้ 30 (ปี 2530) 49 (ปี 2531) ซึ่งไม่ถึงร้อยละ 50 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ทั้งประเทศ เมื่อพิจารณาผลการประเมินคุณภาพตามกลุ่มประสบการณ์ในระดับเขตการศึกษา พบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในเขตการศึกษา 4 ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละของกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ ในปีการศึกษา 2531 ร้อยละ 54.26 และร้อยละของนักเรียนที่มีผลการประเมินน่าพอใจ 59 ซึ่งนับว่ายังต่ำอยู่ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในจังหวัดกระบี่ พบว่าคะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยคิดจากคะแนนเฉลี่ยเทียบ 10 ได้คะแนนเฉลี่ยในปีการศึกษา 2531 เท่ากับ 3.79 และร้อยละของนักเรียนที่มีผลการประเมินน่าพอใจ 31 ซึ่งนับว่าต่ำมาก (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2533 : 18-64) ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ปัญหาสำคัญอย่างหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของจังหวัดกระบี่ก็คือ การสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเป้าหมายสำคัญอย่างยิ่งในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาดังกล่าวแล้ว

สาเหตุที่ส่งผลทำให้ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำนั้น ได้มีผู้ศึกษาและสรุปสาเหตุเอาไว้หลายท่าน ดังนี้ พัวพรรณ เหล่าวาณิชย์ (2522 : 5) กล่าวถึงสาเหตุที่นักเรียนขาดความสามารถในการแก้

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เนื่องมาจากสาเหตุ 2 ประการ คือ นักเรียนไม่สามารถมองเห็นปัญหาและไม่ทราบวิธีการการแก้ปัญหาบางครั้งนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้แต่ไม่สามารถอธิบายได้ว่า ทำไมต้องทำอย่างนั้นหรือมีวิธีอื่นอีกหรือไม่สำหรับแก้ปัญหา นั้น ๆ นั่นคือ นักเรียนเข้าใจไม่ชัดเจนนั่นเอง สุมนมาศ สันโดษ (2520 : 21) กล่าวว่า มีปัญหามากมายในการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พอจะแยกได้ 2 ประการคือ ปัญหาอันเนื่องมาจากผู้เรียน และปัญหาอันเนื่องมาจากผู้สอนในแง่ปัญหาอันเนื่องมาจากผู้เรียน มีปัญหาคือ ผู้เรียนมักจะเดาวิธีทำโดยไม่พิจารณาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง ผู้เรียนขาดความเข้าใจ ขาดการฝึกฝนในการแก้ปัญหา และโจทย์ปัญหายากเกินระดับความสามารถของผู้เรียน ส่วนปัญหาจากตัวผู้สอนนั้นก็ คือ การขาดความรู้ความเข้าใจในวิธีสอน บรูคเนอร์ และกรอสส์นิกเกิล (Brueckner and Grossnicle, 1974 : 425-453) ได้สรุปสาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดมโนทัศน์ในสภาพของโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่าน และทำความเข้าใจ เช่นไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำ จัดระบบสิ่งที่ได้อ่านมาและหาวางละเอียดของเนื้อหาได้
3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลทำให้ นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีเดาสุ่ม
5. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องความสัมพันธ์ กฎเกณฑ์ สูตร เช่นไม่ทราบว่าหนึ่งหลามมีกี่ฟุต หรือไม่ทราบสูตรการหาเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็นต้น
6. นักเรียนขาดความสนใจเนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งมีความยากหรือโจทย์ปัญหาไม่สนใจและไม่ได้รับประโยชน์อะไรเป็นการตลบตบถ

7. ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา

8. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2529 : 49-54) ได้วิเคราะห์จุดอ่อนด้านทักษะเบื้องต้นทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการที่นักเรียนตอบข้อสอบเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาผิดกันมาก เนื่องมาจากนักเรียนยังแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ได้ คือ ไม่รู้ว่าโจทย์ปัญหาอย่างไร จึงจะใช้วิธีการบวก ลบ คูณ หรือ หาร นอกจากนั้น กรมวิชาการ (2532 : ค) ได้วิเคราะห์ลักษณะและสาเหตุของข้อบกพร่องในการเรียนของเด็กทางด้านคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่บกพร่องในการด้านการคิดคำนวณมากที่สุด รองลงมาคือ บกพร่องในด้านการแก้โจทย์ปัญหาและมโนทัศน์ทางด้านคณิตศาสตร์ตามลำดับ สาเหตุของข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา คือ นักเรียนไม่มีความสามารถในการแปลงภาษาโจทย์เป็นภาษาคณิตศาสตร์ หรือ ภาษาสัญลักษณ์ ซึ่งวินัย เกษมเศรษฐ (2532 : คำนำ) กล่าวว่าปัจจุบันนักเรียนมีแนวโน้มอ่อนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ หากปัญหาดังกล่าวนี้ไม่ได้รับการแก้ไข จะเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาประเทศเป็นอย่างยิ่ง

จากที่กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่า การที่นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ เนื่องมาจากการที่นักเรียนไม่มีความเข้าใจในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และวิธีการที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นั้นเอง เกี่ยวกับเรื่องนี้ เทราก์แมน และลิชเทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1974 : 591-592) กล่าวว่า ลักษณะความสามารถเฉพาะเกี่ยวกับการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก็คือ ความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อันมีความสำคัญ และจำเป็นมากสำหรับผู้แก้ปัญหา สอดคล้องกับที่ เวล (Whirl, 1973 : 551) กล่าวว่า คำตอบหรือการคำนวณในการการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ไม่มีความสำคัญเท่ากับวิธีการที่นำมาใช้ในการหาคำตอบ กล่าวคือ การคำนวณจะไม่มีประโยชน์เลย ถ้านักเรียนไม่เข้าใจว่าจะต้องใช้วิธีการใดในการ

แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้นจะเห็นว่า ในการเรียนการสอนแนวแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์นั้น ครูจึงควรสนใจความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับการนำวิธีการมาใช้ ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจจะศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยวัดความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จากการศึกษา ที่นักเรียนแปลความจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ เพราะบลูม โทมัส และจอร์จ (Bloom, Thomas and George, 1971 : 271-277) กล่าวว่า ความเข้าใจ คือ ความสามารถในการแปลความ ตีความ และขยายความ ซึ่ง การแปลความหมายถึง ความสามารถในการสื่อภาษาจากภาษาหนึ่งหรือแบบฟอร์มหนึ่ง ไปสู่อีกภาษาหนึ่ง หรืออีกแบบฟอร์มหนึ่ง (ภัทรา นิคมานนท์, 2529 : 107) และ การแปลความโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก็คือ ความสามารถในการแปลความจากโจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ไปสู่อีกรูปแบบหนึ่ง (Wilson, 1971 : 660-664) ดังนั้น การที่นักเรียน สามารถแปลความจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ก็แสดงว่า นักเรียนมีความ เข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งต่อการเรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ เด็ก คือ กลวิธีการคิดแก้ปัญหา ซึ่งการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ ขึ้นคล้ายมีประสิทธิภาพนั้น ผู้เรียนจะต้องมีกลวิธีการติดต่อสิ่งที่เรียนลงถูกต้อง เหมาะสมเสียก่อน จึงจะเกิดการเรียนรู้ต่อไปได้ นักเรียนประถมศึกษาหลายคนที่ไม่ชอบคณิตศาสตร์ เพราะเรียนไม่รู้เรื่อง ส่วนนักเรียนที่ชอบจะเรียนรู้เรื่อง และ ทำคะแนนได้ดี ซึ่งนักเรียนที่เรียนรู้เรื่องมักจะได้อรรถรสที่สอนเก่ง ที่ไม่เพียงแต่อธิบาย ให้นักเรียนเข้าใจวิธีการทำโจทย์ต่าง ๆ ให้ได้เท่านั้น แต่ครูเหล่านั้นยังสามารถ อธิบายให้นักเรียนเข้าใจลึกซึ้งไปถึงกลวิธีการคิดที่แฝงอยู่เบื้องหลังของวิธีทำเหล่านั้น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียน พร้อมทั้งเหตุผลว่าทำไมเราจึงต้องทำอย่างนั้น (สุพจน์ ไชยสังข์, 2531 : 45)

กรมวิชาการ (2532 : 4) กล่าวถึง การจัดการศึกษาตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ให้ประสบความสำเร็จตามจุด มุ่งหมายนั้น ครูจะต้องจัดการเรียนการสอน โดยเน้นกระบวนการเรียนรู้ กระบวนการ

คิดอย่างมีเหตุผลและสร้างสรรค์ และกระบวนการกลุ่ม ทั้งนี้เพราะหลักสูตรดังกล่าวมีความคาดหวังให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และทำงานอย่างเป็นระบบ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาคุณภาพชีวิตให้พร้อมที่จะทำประโยชน์กับสังคมตามบทบาทหน้าที่ของตน (กรมวิชาการ, 2533 : 1) ซึ่งสอดคล้องกับแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติฉบับที่ 7 (พ.ศ. 2535 - พ.ศ. 2539) ที่มีนโยบายและมาตรการในการพัฒนาการศึกษา เพื่อพัฒนาบุคคล ด้วยการเร่งพัฒนาคุณภาพการศึกษาทุกระดับ โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีคุณธรรม จริยธรรม ปัญญา และมีความสามารถพื้นฐานในการคิดแก้ไขปัญหา ซึ่งมาตรการพัฒนาหลักสูตร เนื้อหาสาระ และกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ในทุกระดับการศึกษาให้ทันต่อความก้าวหน้าทางวิชาการและได้มาตรฐานสากล โดยเฉพาะในกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ให้เน้นกระบวนการคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหา (กองบรรณาธิการ, 2534 : 34-35) นอกจากนี้ โฮวาร์ด และดูมาส (Howard and Dumas, 1963 : 339) ได้กล่าวถึงผลจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่า จะมีเป้าหมายที่สำคัญอยู่ 2 ประการ คือ ให้นักเรียนรู้จักใช้วิธีการคิด และมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งเครื่องมือหรือวิธีการที่จะเสริมสร้างให้นักเรียนเกิดคุณลักษณะตามเป้าหมายทั้ง 2 ประการดังกล่าว คือ การฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนนั่นเอง

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในอดีต ได้เน้นการฝึกทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณ อันได้แก่ การบวก การลบ การคูณและการหารให้แม่นยำ รวดเร็ว ซึ่งไม่สามารถทำให้เด็กคิดอย่างมีเหตุผล ดังนั้นการเรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงเปลี่ยนมาเน้นที่กระบวนการคิด และความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนสามารถสรุปกฎ และหลักการได้ด้วยตนเอง (อุทัย เพชรช่วย, 2532 : 37-38) อย่างไรก็ตาม ครูจำนวนไม่น้อยยังติดอยู่กับวิธีสอนคณิตศาสตร์แบบเดิมที่เคยเรียนมา คือ อธิบายคำจำกัดความ ให้ตัวอย่างแล้วทำแบบฝึกหัดและการบ้าน ซึ่งเป็นการสอนที่ยึดครูเป็นศูนย์กลาง โดยครูเป็นผู้บอกความรู้ให้แก่นักเรียนจดจำจากตัวอย่างไปใช้ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน จะต้องเปลี่ยนแปลงวิธีสอนโดยให้

นักเรียนรู้ฝึกการเรียนรู้ด้วยวิธีคิด และค้นพบความรู้ด้วยตนเอง (ช. ชนบท (นามแฝง), 2529 : 7-10)

ตามทฤษฎีเครือข่ายความคิดและการเรียนรู้ (Net Work Theory of Cognition and Learning) (สุรศักดิ์ หลาบมาลา, 2532 : 92-96 อ้างอิงมาจาก Peterson; Fennema and Carpenter, 1989) เชื่อว่า การเรียนรู้ในปัจจุบัน ความรู้ถูกเก็บไว้ในหัวของเด็กในรูปของเครือข่าย (Net Work) หรือ โครงสร้าง (Construct) การเรียนรู้จึงเป็นการสร้างความเกี่ยวพันระหว่างข้อมูลใหม่เข้ากับเครือข่ายของความรู้เดิมของเด็ก ซึ่งเรียกว่าการสร้างความรู้ของเด็ก เด็กส่วนมากจะหาข้อเท็จจริงใหม่ โดยการประยุกต์ใช้ข้อเท็จจริงเท่าที่ตนเคยเรียนมา แม้ว่าครูอาจจะไม่สอนโดยตรงก็ตาม ดังเช่นการบวกและการลบของเด็ก กลวิธีการคิดของเด็กจะต่างไปจากที่เราคิด โดยเด็กจะคิดออกมาเป็น 4 แบบ คือ

1. การรวม (Join) เช่น

1.1 ยูปามีลูกแก้ว 5 ลูก ยูปินให้เชอ 8 ลูก ขณะนี้ยูปามีลูกแก้วกี่ลูก (ถามผลรวม)

1.2 สมัครมีลูกแก้ว 5 ลูก ถ้าหากสมัครต้องการ 13 ลูก สมัครต้องหามาเพิ่มอีกกี่ลูก (ถามส่วนที่เหลือ)

1.3 นิดมให้ลูกแก้วแก่บุนุเกอ 5 ลูก ขณะนี้บุนุเกอมีลูกแก้ว 13 ลูก เดิมบุนุเกอมีลูกแก้วกี่ลูก (ถามข้อมูลตอนเริ่มต้น)

2. การแยก (Separate) เช่น

2.1 นิดมีลูกแก้ว 13 ลูก เชอให้ปิวไป 5 ลูก ขณะนี้เชอเหลือลูกแก้วอยู่กี่ลูก (ถามผลลัพธ์)

2.2 นิดมีลูกแก้ว 13 ลูก เชอให้ปิวไปจำนวนหนึ่ง ขณะนี้นิดมีลูกแก้ว 5 ลูก นิดให้ปิวไปกี่ลูก (ถามส่วนที่เหลือ)

2.3 นิดมีลูกแก้วอยู่จำนวนหนึ่ง เชอให้ปิวไป 5 ลูก ขณะนี้เชอมีอยู่ 8 ลูก ตอนแรกนิตมีลูกแก้วกี่ลูก (ถามข้อมูลตอนเริ่มต้น)

3. การหาส่วนย่อย - ส่วนรวม (Part - Whole) เช่น

3.1 บัญล้ามีลูกแก้วสีแดง 5 ลูก สีเขียว 8 ลูก บัญล้ามีลูกแก้ว
ทั้งหมดกี่ลูก

3.2 พนมมีลูกแก้ว 13 ลูก 5 ลูกเป็นสีแดง ที่เหลือเป็นสีน้ำเงิน
พนมมีลูกแก้วสีน้ำเงินกี่ลูก

4. การเปรียบเทียบ (Compare) เช่น

4.1 แจ่มมีลูกแก้ว 13 ลูก เล็กมีลูกแก้ว 5 ลูก แจ่มมีลูกแก้วมาก
กว่าเล็กกี่ลูก

4.2 เล็กมีลูกแก้ว 5 ลูก แจ่มมีลูกแก้วมากกว่าเล็ก 8 ลูก แจ่มมี
ลูกแก้วกี่ลูก

4.3 แจ่มมีลูกแก้ว 13 ลูก เขมมีลูกแก้วมากกว่าเล็ก 5 ลูก เล็ก
มีลูกแก้วกี่ลูก

หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องการบวก การลบ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปัจจุบัน ส่วนมากจะสอนกลวิธีการคิดแก้ปัญหาแบบการรวม และการแยก ส่วนวิธีการหาส่วนย่อย - ส่วนรวม และวิธีการเปรียบเทียบนั้นมีน้อย ซึ่ง การเรียนการสอนเรื่องการแก้โจทย์ปัญหา การบวกลบที่ดีนั้น จะต้องสอนให้นักเรียนได้ ใช้กลวิธีการคิดแก้ปัญหาหลายวิธี เพื่อให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลวิธีการคิดแก้ปัญหา ตามความเหมาะสมต่อไป

ตัวแปรที่มีความสำคัญและมีผลต่อการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อีกตัวแปร หนึ่ง คือ ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เนื่องจากการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาทั้งด้านการสอนของครูและตัวนักเรียน ครูส่วนใหญ่จะรู้จักนักเรียน เพียงแต่ว่านักเรียนเรียนเก่งหรือเรียนอ่อน โดยพิจารณาจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนเท่านั้น ครูไม่สามารถใช้วิธีสอนที่แตกต่างกันกับนักเรียนซึ่งมีความแตกต่าง ระหว่างบุคคลในด้านต่าง ๆ ทั้งชั้นเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งความแตกต่างด้านสติปัญญา ซึ่งมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนมากและการที่ครูจะคาดหวังให้นักเรียนทุกคนเกิดการ

เรียนรู้ได้เหมือนกันหมดย่อมเป็นไปได้ นักเรียนที่เก่งย่อมจะเกิดการเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็ว แต่นักเรียนที่เรียนอ่อนย่อมต้องการเวลาเพื่อทำความเข้าใจในเรื่องที่เรียนมากขึ้น ดังเช่น ผลการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่า นักเรียนที่เรียนอ่อนต้องใช้เวลาในการเรียนมากถึง 3.4 เท่า จึงจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงเท่ากับนักเรียนที่เรียนเก่ง (Maribeth and Alice, 1979 : 405 Citing Arlin, 1973; Block, 1970; Carrol and Spearitt, 1969) ดังนั้นในห้องเรียนหนึ่ง ๆ จะประกอบไปด้วยนักเรียนที่เรียนเก่งและเรียนอ่อนต่างกันเสมอ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของคณะกรรมการดำเนินงานระหว่างชาติ (2520 : 20-21) ที่พบว่าความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนในชั้นเรียนที่มีทั้งนักเรียนที่เรียนเก่ง นักเรียนที่เรียนอ่อน และมีความพร้อมต่างกันนั้น กำลังเป็นปัญหาที่ครูประสบในการจัดการเรียนการสอน นอกจากนี้จากผลการวิจัยของ อุไรวรรณ อินทรีย์ (2520 : 27) ก็พบว่า ความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนด้านความสามารถ อัตราการเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ ความสนใจและสิ่งที่ชอบมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน นิพนธ์ ศุภปริดี (2525 : 2) ก็ได้กล่าวสนับสนุนว่า นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีที่สุดเมื่อได้เรียนตามความแตกต่างระหว่างบุคคล ได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้รู้ประสบการณ์แห่งความสำเร็จ และได้รับการเสริมแรงอย่างเหมาะสม ดังนั้นจะเห็นว่าวิธีสอนของครูจึงมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีสอนและเทคนิคที่ทันสมัย จะสามารถช่วยให้นักเรียนทุกคนเรียนรู้ได้ดีขึ้น (สุวัฒนา อุทัยรัตน์, 2524 : 35) ครูควรจะค้นหาวิธีสอนใหม่ ๆ มาประยุกต์ใช้เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น (สำเริง บุญเรืองรัตน์, 2520 : 9)

จากปัญหาที่กล่าวมาจะเห็นว่า ในชั้นเรียนหนึ่ง ๆ นั้น จะประกอบไปด้วยนักเรียนที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคลในด้านต่าง ๆ เสมอ ในการสอนครูจึงควรเลือกใช้วิธีการที่ช่วยให้นักเรียนทุกคนบรรลุจุดประสงค์ของการเรียนรู้ ซึ่งยุพิน พิพิธกุล (2523 : 3-4) ได้กล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์ว่า ครูส่วนใหญ่ยังคงสอนคณิตศาสตร์

ด้วยการอธิบาย โดยยึดเนื้อหาและตัวครูเป็นศูนย์กลาง ไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูจึงจำเป็นต้องค้นหาวิธีการที่สามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างทั่วถึง ทั้งนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำในด้านคณิตศาสตร์

จากเหตุผลที่กล่าวมาทั้งหมด ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาดูว่ากลวิธีการคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวกลบทั้ง 4 วิธีคือ กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการรวม วิธีการแยก วิธีการหาส่วนย่อย-ส่วนรวม และวิธีการเปรียบเทียบ วิธีการใดที่จะส่งผลต่อความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและต่ำได้ดีที่สุด

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กลวิธีการคิดและระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ดังที่ได้รวบรวมมาเสนอตามลำดับต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถวิเคราะห์ออกมาเป็นกระบวนการที่สำคัญได้ 2 กระบวนการคือ กระบวนการทำความเข้าใจปัญหา และกระบวนการแก้ปัญหา (Lewis and Mayer, 1987 : 363 Citing Mayer, 1985, 1986; Mayer, Larkin and Kadane, 1984) ซึ่งกระบวนการทำความเข้าใจปัญหาประกอบด้วย การแปลแต่ละประโยคของปัญหาและการรวบรวมสารเป็นโครงสร้างหนึ่ง ๆ ในขณะที่กระบวนการแก้ปัญหาเกี่ยวข้องกับการวางแผน การหาวิธีการ และการคิดคำนวณ ดังนั้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาจะต้องมีความสามารถในการทำความเข้าใจภาษา

ที่เขาสามารถแปลแต่ละประโยคของปัญหา สามารถตีความได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการทราบอะไร และสามารถขยายความจากโจทย์ได้ว่าข้อมูลที่โจทย์ให้มานั้น จะทำให้ผู้แก้ปัญหาสามารถรู้อะไรเพิ่มเติมขึ้นบ้าง ซึ่งจะเห็นว่า ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถทำความเข้าใจต่อปัญหาแล้ว เขาก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้เลย แคมป์เบลล์ (Campbell, 1984 : 11 Citing Krulik and Rudnick, 1980) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นการนำความรู้ความเข้าใจและประสบการณ์ที่เคยเรียนรู้ มาใช้ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหาเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ ซึ่งผลของการแก้ปัญหาได้สำเร็จไม่เพียงแต่ผู้เรียนแก้ปัญหาได้เท่านั้น เขายังเกิดการเรียนรู้ที่สูง (Higher - order - rule) ขึ้นอีกด้วย

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่างช่วยให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ องค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหานั้นควรได้รับการสอน ฝึกฝนและพัฒนาดังที่อนุกรมการพัฒนการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141) ได้กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ จะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ ความสามารถพื้นฐาน และมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังสำคัญยิ่งในการแก้ปัญหาดังนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนทัศน์และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน และการวิเคราะห์หารูปแบบแก้ปัญหา
6. มีความใส่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อขากรู้อหากเห็น
7. มีศรัทธา มีกำลังใจและมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2531 : 22-27) กล่าวว่า นักเรียนส่วนมาก มักจะกลัวโจทย์ปัญหา เพราะจะต้องนำความสามารถในการคิดหาเหตุผลมาใช้ จึงจะช่วยให้สามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ แต่เนื่องจากความสามารถในการคิดหาเหตุผล ของนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกัน ดังนั้นจึงถือเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องจัดประสบการณ์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้เกิดการพัฒนาการคิดหาเหตุผล ที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาคือ โดยเสนอแนะเทคนิคต่าง ๆ ที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคือ

1. ใช้ปัญหาที่นักเรียนสนใจ เช่น ปัญหาที่มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริง ๆ หรือสภาพการณ์ที่นักเรียนนึกถึง นึกได้
2. เปลี่ยนเรื่องราวของโจทย์ปัญหาให้มองเห็นง่ายขึ้น เช่น ใช้เส้นจำนวน การวาดภาพ การเขียน
3. ใช้การแสดงบทบาทสมมุติ เพื่อให้สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหาเป็นจริงยิ่งขึ้น
4. ใช้วิธีเปรียบเทียบ โดยการให้นักเรียนมองเห็นวิธีการในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ยาก ด้วยการคิดปัญหาง่าย ๆ ที่คล้ายกับโจทย์ข้อนั้น
5. หาคำตอบโจทย์ปัญหาง่าย ๆ ด้วยการคิดในใจ โดยไม่ต้องใช้การเขียนประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับจากการคิดแก้โจทย์ปัญหาง่าย ๆ ในใจนี้ จะช่วยให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งขึ้น และความสำเร็จนี้ จะช่วยเร้าให้อยากแก้โจทย์ปัญหาที่ยากขึ้น
6. นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นและแนะนำให้ประมาณคำตอบก่อนการแก้ปัญหาคิดเป็นนิสัย
7. โจทย์ปัญหาบางชนิดมีรูปแบบในการแก้ปัญหาเฉพาะตัว จึงควรจดจำไว้เพื่อจะนำไปแก้ปัญหาโจทย์ในลักษณะเดียวกันได้
8. การจดจำสูตรต่าง ๆ อย่างทราบความหมาย จะมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

9. การใช้โจทย์ปัญหาหลายระดับ ครูต้องพยายามจัดโจทย์ปัญหาให้
 เหมาะกับประสบการณ์ของนักเรียน โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนพบกับโจทย์ปัญหาใน
 ระดับต่าง ๆ กัน

10. ควรใช้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ แบบ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์
 โจทย์หลาย ๆ แบบ เพิ่มความสนใจและประสบการณ์ เช่น

- โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลข
- โจทย์ปัญหาที่ไม่ต้องการคำตอบ แต่ต้องการหาวิธีการในการ
 หาคำตอบ

- โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบหรือมากเกินไปจนจำเป็น

11. เปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน ถึงการแก้โจทย์ปัญหา ด้วย
 วิธีต่าง ๆ หลาย ๆ วิธี ย่อมทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสภาพของโจทย์ปัญหามากกว่า
 การแก้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาด้วยวิธีการเพียงอย่างเดียว

12. ใช้วิธีวิเคราะห์โจทย์ปัญหา คือ แยกแยะดูว่าโจทย์กำหนดอะไร
 ให้บ้าง โจทย์ต้องการให้หาอะไร ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ได้ดียิ่งขึ้น

13. การแปลงสภาพของโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

14. การสร้างโจทย์ปัญหาด้วยวิธีต่าง ๆ เช่น สร้างจากประโยค
 สัญลักษณ์ สร้างจากปัญหาเพียงบางส่วน และสร้างเองทั้งหมด

15. การสอนทักษะการอ่านที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อพัฒนา
 ความเข้าใจในโจทย์ปัญหา

จอห์นสัน และไรซิง (Johnson and Rising, 1969 : 108)
 กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ (Visualizing)
2. การจินตนาการ (Imagining)
3. การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating)
4. การวิเคราะห์ (Analyzing)
5. การสรุปในเชิงนามธรรม (Abstracting)
6. การเชื่อมโยงความคิด (Associating ideas)

เฮนนี่ (Henney, 1971 : 223-224) ได้รวบรวมองค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อการประสบความสำเร็จในการการแก้ปัญหาภาคคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการอ่าน ความเข้าใจในแนวคิดของปัญหา การตีความหมายอย่างมีเหตุผล การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ วิธีการคิดคำนวณที่ถูกต้อง ซึ่งองค์ประกอบเหล่านี้จะมีความสัมพันธ์กันในการ เรียนโจทย์ปัญหาภาคคณิตศาสตร์

จากองค์ประกอบข้างต้นสรุปได้ว่า การสอนโจทย์ปัญหาภาคคณิตศาสตร์ ครูจะต้องมีบทบาทสำคัญในการฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะส่งผลไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันอย่างถูกต้องรวดเร็ว

นอกจากองค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีส่วนสำคัญในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาแล้ว กระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Process) ก็เป็นสิ่งสำคัญ และจำเป็นที่จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเพิ่มขึ้น การฝึกแก้โจทย์ปัญหาอย่างมีขั้นตอนจะช่วยให้นักเรียนไม่สับสน มองเห็นแนวทางแก้ปัญหาก็ถูกต้อง ค้นพบวิธีการรวดเร็วขึ้น ดังมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาก็สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ดังนี้

เอิร์ล (Earle, 1976 : 51-57) ได้เสนอรูปแบบการฝึกแก้โจทย์ปัญหาที่มุ่งเสริมความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหา ด้วยการวิเคราะห์โจทย์จากคำถาม โดยครูเป็นผู้เตรียมตัวเลือก เป็นประโยคทั่วไป และประโยคสัญลักษณ์จากโจทย์ข้อนั้น ๆ ซึ่งมุ่งตอบคำถามดังนี้

1. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
2. โจทย์ถามหาอะไร
3. จากโจทย์ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ตรงกับข้อใด
4. คำตอบที่ถูกต้องคือข้อใด

ในขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน แต่ละขั้นจะมีประโยคที่อธิบายโจทย์หรือสถานการณ์ของปัญหา ให้นักเรียนเลือกตอบว่าประโยคนั้นถูกหรือผิด สอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ ซึ่งประโยคที่ใช้ในการอธิบายต้องเพียงพอที่จะให้นักเรียนสามารถสรุปตอบปัญหาได้ที่ละขั้นตอนจนครบทั้ง 4 ขั้นตอนดังกล่าวข้างต้น

เลอ บล็องค์ (Le Blance, 1977 : 17-25) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า จะต้องประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหา ครูควรจะถามให้นักเรียนหาว่า อะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องทราบได้ว่า ปัญหาถามอะไร

ขั้นที่ 2 เลือกวิธีการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูควรจะนำอภิปราย กลวิธี ซึ่งจะใช้ในการแก้ปัญหา และครูควรจะเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่งเอง

ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหา กลวิธีที่คิดเอาไว้ในขั้นที่ 2 จะถูกนำออกมาใช้ ในบางครั้งแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 อาจจะไม่นำไปสู่คำตอบเลย ถ้าเป็นเช่นนั้นนักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและคำตอบ ขั้นนี้แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่าง ๆ ย้อนกลับและลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ของปัญหา เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 147) ได้สรุปวิธีการสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาดังนี้

1. อ่านปัญหา ทำความเข้าใจกับข้อความในปัญหานั้น แล้วหาว่า
 - 1.1 โจทย์กำหนดอะไรให้
 - 1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร
2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ลองเปลี่ยนเป็นรูปภาพ แผนภาพ เพื่อให้เป็นรูปธรรมเท่าที่จะทำได้
3. จากรูปภาพในข้อ 2 ทำให้ได้เงื่อนไขอะไรเพิ่มเติมอีกบ้าง โดยอาศัยนิยาม คุณสมบัติ ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เคยเรียนรู้มาแล้ว
4. ใบบรรดาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเงื่อนไขเพิ่มเติมในข้อ 3 มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือมีเงื่อนไขใหม่เพิ่มขึ้นอีก

5. คิดหาวิธีแก้ปัญห โดยนึกถึงปัญหาที่คล้าย ๆ อย่างนี้ว่า เคยทำมาหรือเปล่า ถ้าเคยทำ ลองใช้วิธีการนั้น ๆ มาทดลองดู ถ้าไม่เคยแก้ปัญหแบบนี้มาก่อน ก็วิเคราะห์จากสิ่งที่โจทย์ต้องการว่า ต้องมีเงื่อนไขอะไรบ้าง เงื่อนไขนั้นมีในข้อ 3 และ 4 หรือไม่ ถ้ามีก็แสดงว่าจะแก้ปัญหได้ ถ้ายังไม่มีก็ต้องพิจารณาต่อไปว่า จากเงื่อนไข 3, 4 จะมีอะไรเพิ่มเติมอีก จึงจะนำไปสู่เหตุเพื่อให้สรุปผลได้ตามที่โจทย์ต้องการ

6. เรียบเรียงจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญห

7. ทดสอบคำตอบว่าถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่

8. ถ้าการแก้ปัญหโจทย์ทำได้หลายวิธี ก็พิจารณาวิธีที่สั้นที่สุด และง่ายที่สุด

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ศึกษาไว้ดังนี้
 สมาน ศีกดิ์เรืองรอง (2533 : ก-ข) ได้ศึกษานผลของวิธีสอน โดยมีเพื่อนช่วยสอน การให้ข้อมูลย้อนกลับพร้อมการอธิบาย ไม่มีการอธิบายและไม่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำในวิชาคณิตศาสตร์ จากโรงเรียนประถมศึกษาขนาดกลางขึ้นไปในจังหวัดปัตตานี จำนวน 180 คน สุ่มเข้ารับการทดลอง 6 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน และให้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งอยู่ในระดับชั้นและโรงเรียนเดียวกันเป็นเพื่อนช่วยสอนผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยมีเพื่อนช่วยสอน มีความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยไม่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. นักเรียนกลุ่มที่ให้ข้อมูลย้อนกลับพร้อมการอธิบาย มีความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่ให้ข้อมูลย้อนกลับโดยไม่มีการอธิบายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. นักเรียนกลุ่มที่ให้ข้อมูลย้อนกลับพร้อมการอธิบาย มีความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ให้ข้อมูลย้อนกลับอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. นักเรียนกลุ่มที่ให้ข้อมูลย้อนกลับโดยไม่มี การอธิบาย มีความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ให้ข้อมูลย้อนกลับอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

5. มีกิริยาร่วมระหว่างวิธีสอนกับการให้ข้อมูลย้อนกลับอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นวลจิต ธิรพัฒน์พันธ์ (2533 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดอภิปรายกลุ่มและเงื่อนไขการเสริมแรงที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2533 สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพังงา จำนวน 216 คน สุ่มเข้ารับการทดลอง 6 กลุ่ม ๆ ละ 36 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยวิธีอภิปรายกลุ่ม 6 คน และอภิปรายกลุ่ม 3 คน มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่จัดอภิปรายกลุ่ม แต่ทั้งสองกลุ่ม คือ อภิปรายกลุ่ม 6 คน และอภิปราย 3 คน มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับเงื่อนไขการเสริมแรงแบบร่วมมือ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับเงื่อนไขการเสริมแรงแบบแข่งขัน

3. ไม่มีกิริยาร่วมระหว่างการจัดอภิปรายกลุ่มและเงื่อนไขการเสริมแรง

เสาวนิตย์ ทวีสินทนนกุล (2533 : ก-ข) ได้ศึกษาผลของวิธีการฝึกแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และจำนวนคนในกลุ่มที่ต่างกันต่อผลสัมฤทธิ์ในการฝึกแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนประถมศึกษาสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดยะลา จำนวน 216 คน สุ่มเข้ารับการทดลอง 6 กลุ่ม ๆ ละ 36 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ฝึกแก้โจทย์ปัญหาโดยการสร้างโจทย์ปัญหาเองกับนักเรียนกลุ่มที่ฝึกแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้โจทย์ปัญหาในหนังสือเรียน มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาไม่แตกต่างกัน

2. นักเรียนกลุ่มที่ฝึกแก้โจทย์ปัญหาเป็นกลุ่ม ที่มีจำนวนคนในกลุ่ม 4 คน กับการฝึกแก้โจทย์ปัญหารายบุคคล มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. มีกิริยาร่วมระหว่างวิธีการฝึกแก้โจทย์ปัญหา กับจำนวนคนในด้านผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เกศณี สุนาพันธ์ (2533 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของประเภทของโจทย์ปัญหาและวิธีเสนอโจทย์ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2531 รวม 192 คน สุ่มเข้ารับการทดลองจำนวน 12 กลุ่ม ๆ ละ 32 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูง ได้คะแนนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ต่ำ

2. นักเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาที่ใช้สถานการณ์แวดล้อมงานอดิเรก แก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาที่ใช้สถานการณ์แวดล้อมอาชีพ และนักเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาที่ใช้สถานการณ์แวดล้อมกีฬา ส่วนนักเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาที่ใช้สถานการณ์แวดล้อมอาชีพ และนักเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาที่ใช้สถานการณ์แวดล้อมกีฬาได้คะแนนแก้โจทย์ปัญหาไม่แตกต่างกัน

3. นักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้วิธีเลือกสถานการณ์แวดล้อมโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง แก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่แก้ปัญหาโดยวิธีครูเป็นผู้เลือกสถานการณ์แวดล้อมในโจทย์ปัญหาให้

4. มีกิริยาร่วมระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับประเภทของโจทย์ปัญหา และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับวิธีเสนอโจทย์ปัญหา ไม่มีกิริยาร่วมระหว่างประเภทของโจทย์ปัญหา กับวิธีเสนอโจทย์ปัญหา

5. มีสหสัมพันธ์ทางบวกระหว่างคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคะแนนความเข้าใจโจทย์ คะแนนการเลือกวิธีการคำนวณ และคะแนนคำตอบ

ประเมษฐ์ มณีแนม (2534 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของวิธีสอนของเลนฮาร์ท และกรีโนกับวิธีสอนของส่วท. และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่พูดสองภาษาและภาษาเดียวที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2533 โรงเรียนเมืองปัตตานี สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดปัตตานี จำนวน 48 คน เป็นนักเรียนที่พูดสองภาษา 24 คน และนักเรียนที่พูดภาษาเดียว 24 คน สุ่มเข้ารับการทดลองจำนวน 12 กลุ่ม ๆ ละ 4 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ไม่มีกิจกรรมระหว่างวิธีสอน ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และภาษาพูดของนักเรียน

2. มีกิจกรรมระหว่างวิธีสอนกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ลักษณะการเกิดกิจกรรมที่ระดับต่าง ๆ เป็นดังนี้

2.1 ที่ระดับวิธีสอนของเลนฮาร์ท และกรีโน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำไม่แตกต่างกัน

2.2 ที่ระดับวิธีสอนของ ส่วท. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูง และปานกลางไม่แตกต่างกัน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงและปานกลาง สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ

3. ไม่มีกิจกรรมระหว่างวิธีสอนและภาษาพูดของนักเรียน

4. ไม่มีกิจกรรมระหว่างความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และภาษาพูดของนักเรียน

5. นักเรียนกลุ่มที่พูดภาษาเดียว มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่พูดสองภาษา

แมคเคตัน (Mcketon, 1982 : 710-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบ
เจตคติและผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาปีที่ 1 มหาวิทยาลัย
ลินคอล์นที่ได้รับการสอนคณิตศาสตร์จากเพื่อน และไม่ได้รับการสอนคณิตศาสตร์จาก
เพื่อน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่อาสาสมัครเข้ารับการทดลอง 25 คน โดยจัดให้มี
การสอนกันเอง 14 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 50 นาที ผลการวิจัย พบว่า นักศึกษาที่ได้รับการ
การสอนจากเพื่อนกับนักศึกษาที่ไม่ได้รับการสอนจากเพื่อน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

ไวท์และไวท์ (Wright and Wright, 1986 : 358-362) ศึกษา
โจทย์ปัญหาโดยใช้ภาษาเกี่ยวกับข้อมูลส่วนบุคคลและประสบการณ์สิ่งแวดล้อมใกล้
ตัวเด็กมาสร้างเป็นโจทย์ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 จำนวน 99 คน แยก
เป็นเพศชาย 57 คน เพศหญิง 42 คน วัดอุปสรรคของการศึกษา เพื่อต้องการทราบ
ว่าความสนใจ ความคุ้นเคยของเด็กที่มีต่อสถานการณ์ปัญหาจะเกี่ยวข้องกับสัมพันธภาพกับความ
สามารถในการแก้ปัญหาหรือไม่ ผลการศึกษา พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้
ปัญหาสูงขึ้น เมื่อใช้โจทย์ปัญหา โดยการใช้ภาษาเกี่ยวกับข้อมูลส่วนบุคคล และเมื่อแยก
วิเคราะห์ตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า กลุ่มตัวอย่างที่มี
ความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างจากกลุ่มตัวอย่าง
ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

อนานด์ และรอสส์ (Anand and Ross, 1987 : 79) ศึกษาผล
ของการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ในการสร้างโจทย์ปัญหาส่วนบุคคล สำหรับนักเรียนใน
ระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นประถมศึกษา
ปีที่ 6 จำนวน 96 สุ่มเข้ารับการทดลองสี่เงื่อนไข คือ เงื่อนไขที่หนึ่ง กลุ่มตัวอย่าง
เรียนการหารเศษส่วนโดยใช้โจทย์ปัญหาที่สร้างจากข้อมูลส่วนตัวของนักเรียนแต่ละคน
เรียก กลุ่มสถานการณ์แวดล้อมส่วนบุคคล (Personalized Group) เงื่อนไขที่สอง
กลุ่มตัวอย่างเรียนการหารเศษส่วนโดยใช้โจทย์ปัญหาที่กล่าวถึงเรื่องทั่วไป เช่น ปริมาณ
มากน้อย ของแข็ง ของเหลว เป็นต้น เรียกว่า กลุ่มสถานการณ์แวดล้อมนามธรรม
(Abstract Context) เงื่อนไขที่สาม กลุ่มตัวอย่างเรียนการหารเศษส่วนโดยใช้

โจทย์ปัญหาที่กล่าวถึงบุคคล ครู นักเรียน ชนม เป็นต้น เร็วกว่ากลุ่มสถานการณ์แวดล้อม
รูปธรรม (Concrete Context) และกลุ่มควบคุม ซึ่งเรียนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า
นักเรียนที่เรียนการหารเศษส่วน โดยใช้โจทย์ปัญหาที่ให้ข้อมูลส่วนตัวของนักเรียนแต่ละ
คนเป็นสถานการณ์แวดล้อม มีคะแนนแก้ปัญหามากกว่านักเรียนกลุ่มอื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติ

พิปเพน และคาร์ (Pippen and Carr, 1989 : 89) ได้ศึกษาผล
ของวิธีการอ่าน 2 วิธีที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาพีชคณิต ของนักเรียน
เกรด 9 ซึ่งเรียนพีชคณิตเป็นปีแรก โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 115 คน กลุ่มแรก
อ่านปัญหาพีชคณิต โดยการแนะนำการอ่าน กลุ่มที่สองอ่านปัญหาพีชคณิตโดยการอ่าน
คำชี้แจงด้วยตนเอง แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหาพีชคณิต โดยการใช้แบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ของแคลิฟอร์เนีย จากการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่อ่านปัญหาพีชคณิตโดยได้รับคำแนะนำในการอ่าน
มีความสามารถในการแก้ปัญหาพีชคณิตสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่อ่านปัญหาพีชคณิต โดยอ่าน
คำชี้แจงด้วยตนเอง
2. นักเรียนกลุ่มที่มีความคิดเชิงเหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงและปานกลาง
มีความสามารถในการแก้ปัญหาพีชคณิตสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่มีความคิดเชิงเหตุผลทาง
คณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
3. นักเรียนกลุ่มที่มีความเข้าใจในการอ่านสูงและปานกลาง เมื่อใช้
วิธีการอ่านปัญหาพีชคณิตโดยการแนะนำการอ่าน จะมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาพีชคณิต
สูงกว่าการอ่านปัญหาพีชคณิตโดยการอ่านคำชี้แจงด้วยตนเอง ส่วนนักเรียนที่มีความเข้าใจ
ต่ำ เมื่อใช้วิธีการอ่านปัญหาพีชคณิต โดยการอ่านคำชี้แจงด้วยตนเอง จะมีประสิทธิภาพ
ในการแก้ปัญหาพีชคณิตสูงกว่าการอ่านปัญหาพีชคณิตโดยการแนะนำการอ่าน

แมคคอย (McCoy, 1990, : 7) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนเกรด 10 กลุ่มทดลอง
ให้เรียนโดยการใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อการเรียนทุก ๆ 2 สัปดาห์ตลอดปีการศึกษา
ส่วนกลุ่มควบคุมให้เรียนตามปกติแล้ววัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งก่อนและหลังการ

ทดลอง วิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Ancovas) ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และวิธีสอนแบบเดิมจะทำให้นักเรียนมีความรู้และความเข้าใจวิชาเรขาคณิตต่ำกว่าวิธีสอนแบบใหม่

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น จะเห็นได้ว่าองค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน คือ ความรู้พื้นฐาน ความสามารถในการแปลความหมายของโจทย์ ความเข้าใจโจทย์ และขั้นตอนในการแก้ปัญหา สิ่งเหล่านี้สามารถที่จะส่งเสริมให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนได้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะใช้กลวิธีการคิดแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล เพื่อหาทางแก้ปัญหานั้น ๆ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย อันจะเป็นการช่วยให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะนำไปสู่การคิดตัดสินใจในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียนต่อไป

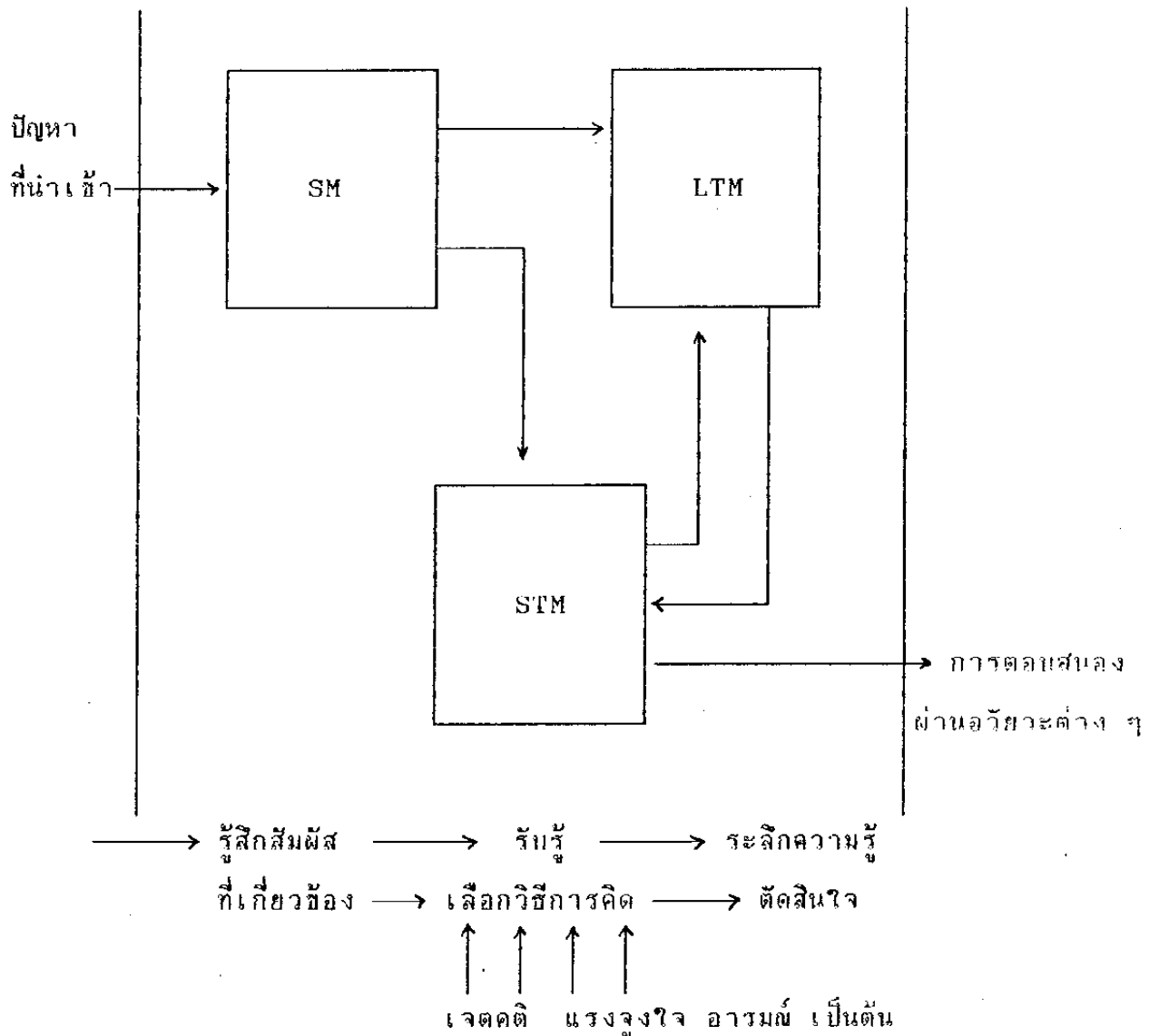
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีการคิด

การคิดเป็นพฤติกรรมภายในที่ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง แต่เราสามารถรู้ได้ว่าบุคคลคิดเช่นไร โดยการสันนิษฐานเอาจากพฤติกรรมภายนอกที่เขาแสดงออกมา เช่น เราจะรู้ว่าเด็กคิดเลขข้อนี้ได้อย่างไร เราก็ต้องให้เขาแสดงวิธีทำให้เราดู ในชีวิตมนุษย์นั้น จำเป็นจะต้องมีการคิด การตัดสินใจ การเลือก การแก้ปัญหา สิ่งเหล่านี้ไม่มีคำตอบอยู่ในตำราใด ๆ ทุกคนมีหน้าที่ต้องหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับตนเอง โรงเรียนจึงมีหน้าที่สร้างเสริมประสบการณ์ หรือฝึกฝนให้เด็กรู้จักคิดเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการดำรงชีวิตให้ดีขึ้น (กรมวิชาการ, 2534 : 30)

การคิดแก้ปัญหา เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นภายในสมองมนุษย์ เช่นเดียวกับกระบวนการของความจำ ที่นักจิตวิทยาากลุ่มพุทธินิยม (Cognitivism) ได้อธิบายโดยใช้ทฤษฎีการจัดกระบวนการสาร (Information - Processing Theory) ซึ่งแยกความคิดของมนุษย์ออกเป็นหน่วยต่าง ๆ คล้ายลักษณะของคอมพิวเตอร์ (Seifert, 1983 : 179 Citing Newell and Simon, 1972) แนวคิดตาม

ทฤษฎีนี้มีอิทธิพลแพร่หลายมาก คือ แนวคิดของแอตกินสัน และชิฟฟริน (ไฮว เลียมแก้ว, 2528 : 19 อ้างอิงมาจาก Atkinson and Shiffrin, 1968) จากแนวคิดนี้สามารถขยายไปอธิบายกระบวนการคิดแก้ปัญหาได้ดังนี้

กระบวนการคิดแก้ปัญหา



ภาพประกอบ 1 โครงแบบการคิดแก้ปัญหา (ดัดแปลงจากไฮว เลียมแก้ว, 2533 : 1)

กระบวนการคิดแก้ปัญหาเป็นหัวใจที่สำคัญที่สุดของวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนที่สามารถบอกคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หมายความว่าสามารถบอกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง กล่าวคือ เขาอาจคิดด้วยวิธีการที่ผิด แล้วได้คำตอบที่ถูกต้องก็ได้และสาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถทำข้อสอบที่เป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมีสาเหตุ 3 ประการ (West, 1977 : 57-58)

1. นักเรียนไม่เข้าใจในข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. นักเรียนไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้

การเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีปัญหาที่ครูไม่สามารถใช้วิธีการหรือ กลวิธีการคิดต่าง ๆ เพื่อช่วยเหลือนักเรียน ซึ่งมีความแตกต่างระหว่างบุคคลในด้านต่าง ๆ ครูจึงจำเป็นต้องหาวิธีที่จะต้องให้นักเรียนได้ใช้กลวิธีการคิดหลาย ๆ วิธีตามความเหมาะสม ซึ่งไสว เลี่ยมแก้ว (2527 : 25-26) กล่าวว่า กลวิธีการคิดหมายถึง การเลือกวิธีการแก้ปัญหาของคน ซึ่งใช้มากในวิชาคณิตศาสตร์ ปีเตอร์สัน และคนอื่น ๆ (สุรศักดิ์ หลาบมาลา, 2532 : 92 อ้างอิงมาจาก Peterson and Others, 1988) กล่าวถึงวิธีการคิดของเด็กว่า เมื่อเด็กเริ่มเรียนเลขบวกลบ เด็กต้องใช้วัตถุประกอบการคิด เช่น นิ้วมือ หรือ ลูกแก้วช่วย และเด็กจะมีวิธีการคิดเลขที่ซับซ้อนมากขึ้นเมื่อเด็กเพิ่มการเรียนรู้ สิ่งที่เป็นนามธรรมมากขึ้น สมมติว่า เด็กเรียนรู้การบวกเลขเท่ากัน $5 + 5 = 10$ แล้วเด็กสามารถใช้ความรู้ที่คิดเลขที่ใกล้เคียงกันต่อไปได้หลายวิธีเช่น

ครู : กบน้อย 6 ตัว กระโดดลงไปในบ่อ กบอีก 8 ตัว กระโดดตามลงไป ในบ่อมีกบกี่ตัว

เด็ก 4 คนตอบพร้อมกันว่า 14 ตัว

ครู : เธอคิดได้อย่างไรว่ามีกบ 14 ตัวในบ่อ

เด็กคนที่ 1 : 6 กับ 6 เป็น 12 เพิ่มอีก 2 ก็เป็น 14

เด็กคนที่ 2 : 8 กับ 8 ลดลงเสีย 2 ก็เป็น 14

เด็กคนที่ 3 : ผมเอา 1 จาก 8 มาบวกกับ 6 ก็ได้ $7 + 7 = 14$

เด็กคนที่ 4 : 8 กับ 2 ก็เป็น 10 เพิ่มอีก 4 ก็เป็น 14

การบวกและการลบของเด็กจากตัวอย่างดังกล่าวจะเห็นว่า โจทย์ปัญหาเดียวกันแต่เด็กสามารถคิดออกมาได้หลายแบบที่เดียว ซึ่งบุญมา จาริก (2530 : 33) กล่าวว่า การบวกและการลบเป็นระบบอย่างหนึ่งที่มีการย้อนกลับกันได้ แต่การลบทำ ความยุ่งยากให้แก่เด็กมากกว่าการบวก เช่น $2 + 3 = 5$ เป็นกระบวนการคิดที่มองไปทางขวา แต่ในการลบ $3 + \square = 5$ (หรือ $5 - 3 = \square$ นั้นเอง) เด็กจะต้องพิจารณาจำนวน 5 ที่อยู่ทางขวา แล้วจึงหาจำนวนบวกที่หายไป (\square) ที่อยู่ทางซ้าย โดยการนำ \square มารวมกับ 3 ดังนั้นจะเห็นว่า การลบเป็นการหาส่วนย่อยที่หายไป เมื่อทราบส่วนรวมทั้งหมดกับส่วนย่อยอีกส่วนหนึ่ง ฉะนั้นการพัฒนาแนวคิดเรื่อง การบวก การลบ จะต้องพิจารณาแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญ คือ การคิดย้อนกลับ ครูจึงจำเป็นต้องสอนให้นักเรียนมีกลวิธีการคิดหลาย ๆ วิธี ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีการคิดของเด็กนั้น ได้มีผู้วิจัยไว้ดังนี้
 วิชัย พานิชย์สวส (2522) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 8 โรงเรียน รวม 240 คน ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ต่อกันทางบวก ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .496 นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาด้านการนำไปใช้สูงกว่าด้านการวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนมีความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์ด้านความสัมพันธ์กับการแปลงรูป และด้านระบบกับการแปลงรูปแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01 และ .05 ตามลำดับ โดยนักเรียนมีความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์ด้านความสัมพันธ์มากที่สุด และด้านการแปลงรูปน้อยที่สุด

ชื่นจิต การบุญ (2525 : 45) ศึกษาอิทธิพลของการฝึกความสามารถทางการคิดแบบเอกนัยที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์และการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าของเด็กก่อนวัยเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กก่อนวัยเรียนของโรงเรียนพร้อมพรรณพิทยา อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี จำนวน 30 คน สุ่มเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 15 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. เด็กที่ได้รับการสอนโดยวิธีใช้คำถามแบบเอกนัยและเด็กที่ได้รับการสอนโดยวิธีใช้คำถามแบบเอกนัย สามารถแก้ปัญหาเฉพาะหน้าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. การแก้ปัญหาเฉพาะหน้าและความคิดสร้างสรรค์ด้านความคิดคล่องตัว ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดละออ ไม่มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นุสรา พิมพ์อาภรณ์ (2532 : 87) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดเชิงตรรกกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงตรรกระหว่างนักเรียนหญิงกับนักเรียนชาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษากรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการคิดตรรกกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีสหสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความคิดเชิงตรรกระหว่างนักเรียนชายและนักเรียนหญิงแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุมิตร อิกษิธีร์รักษ์ (2532 : 46-47) ศึกษาผลของการฝึกการคิดเลขในใจต่อสัมฤทธิ์ผลทางการคิดเลขของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า

1. กลุ่มทดลอง 3 (ฝึกการคิดเลขในใจ 3 ครั้ง/สัปดาห์) กลุ่มทดลอง 4 (ฝึกการคิดเลขในใจ 4 ครั้ง/สัปดาห์) และกลุ่มทดลอง 5 (ฝึกการคิดเลขในใจ 5 ครั้ง/สัปดาห์) มีสัมฤทธิ์ผลการคิดเลขในใจเพิ่มขึ้นสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05, .01 และ .01 ตามลำดับ

2. กลุ่มทดลอง 5 สัมฤทธิ์ผลการคิดเลขในใจเพิ่มขึ้นสูงกว่ากลุ่มทดลอง 2 (ฝึกการคิดเลขในใจ 2 ครั้ง/สัปดาห์) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. กลุ่มทดลอง 5 มีสัมฤทธิ์ผลความเร็วในการคิดเลขเพิ่มขึ้นสูงกว่ากลุ่มควบคุม, กลุ่มทดลอง 1 (ฝึกการคิดเลขในใจ 1 ครั้ง/สัปดาห์) และกลุ่มทดลอง 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01, .05 และ .05 ตามลำดับ

4. ทุกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีสัมฤทธิ์ผลการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมฤทธิ์ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. สัมฤทธิ์ผลการคิดเลขในใจและความเร็วในการคิดเลขแปรผันตามจำนวนครั้งการฝึกการคิดเลขในใจเชิงเส้นตรงอย่างคงที่

พุท (Putt, 1979 : 5382-A) ได้ศึกษาถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนกลวิธีแก้ปัญหา อีกห้องหนึ่งให้นักเรียนได้รับประสบการณ์โดยตรงจากการพยายามให้แก้ปัญหาต่าง ๆ เอง ใช้เวลาทำการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ผลในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

ไรอันและคนอื่น ๆ (Ryan and Others, 1986 : 21-29) ได้ศึกษาบทบาทของการฝึกกลวิธีคิดในการปรับปรุงการเรียนรู้อ่านด้านคณิตศาสตร์ของเด็กเรียนอ่อนด้านคณิตศาสตร์ โดยการเปรียบเทียบการเรียนรู้อ่านด้านคณิตศาสตร์ของเด็กเหล่านี้ระหว่างการฝึกให้เด็กใช้กลวิธีการคิดในการเรียน และการฝึกให้นักเรียนพยายามเรียนรู้ด้วยตนเอง ผลการศึกษาพบว่า วิธีการฝึกให้เด็กให้ใช้กลวิธีการคิดในการเรียน และการฝึกให้เด็กพยายามเรียนรู้ด้วยตนเอง ทำให้เด็กเกิดการเรียนรู้แตกต่างกัน ทั้งในด้านศักยภาพ การปฏิบัติ พฤติกรรมความคิด ความมีระเบียบในตัวเองเกี่ยวกับการเรียน

มอนตาชและบอส (Montague and Bos, 1986 : 26-33) ได้ศึกษาผลของการฝึกกลวิธีแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่เรียนอ่อนด้านคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษา ซึ่งเรียนอ่อนด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 6 คน สุ่มเข้ารับการทดลองโดยการให้เข้าร่วมการฝึกกลวิธีคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ขั้นตอน โดยเน้นการอ่าน การทำ

ความเข้าใจ การฝึกปฏิบัติและการตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้องของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกกลวิธีคิดแก้ปัญหา สามารถแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

ปีเตอร์สันและคนอื่น ๆ (สุรศักดิ์ หลาบมาลา, 2532 : 95 อ้างอิงมาจาก Peterson and Others, 1988) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความรู้ของเด็กชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนจากครู 2 กลุ่ม คือ ครูกลุ่มควบคุมซึ่งได้เข้าร่วมสัมมนาเชิงปฏิบัติการเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Problem Solving) ครึ่งวัน และครูกลุ่มทดลองซึ่งเข้ารับการอบรม 4 สัปดาห์ในภาคฤดูร้อนเกี่ยวกับผลการวิจัยเรื่องการเรียนรู้และการคิด (Learning and Cognitive) การบวกและลบเลขของเด็ก วิธีการทดสอบความรู้ของเด็ก ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบของไอโอวาและแบบทดสอบคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า

1. เด็กในกลุ่มทดลองทำแบบทดสอบของไอโอวาและของคณะผู้วิจัยได้ดีกว่าเด็กในกลุ่มควบคุม
2. เด็กเรียนอ่อนในกลุ่มทดลองทำคะแนนได้ดีกว่าเด็กเรียนอ่อนในกลุ่มควบคุม
3. เมื่อทดสอบด้วยแบบวัดเจตคติ เด็กในกลุ่มทดลองมีความเชื่อมั่นในตนเองในการแก้ปัญหามากกว่าเด็กในกลุ่มควบคุม
4. การทำข้อทดสอบคณิตศาสตร์ที่มีแต่ตัวเลขและสัญลักษณ์ เด็กทั้ง 2 กลุ่มทำได้ดีพอๆกัน
5. เด็กในกลุ่มทดลองจดจำตัวเลขและข้อมูลต่าง ๆ ได้ดีกว่าเด็กในกลุ่มควบคุม

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีการคิดดังกล่าว จะเห็นว่าการสอนให้นักเรียนรู้จักคิด ตลอดจนสามารถใช้กลวิธีการคิดหลาย ๆ วิธี มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาเกี่ยวกับกลวิธีการคิดแก้ปัญหา เพื่อต้องการรู้ว่า กลวิธีการคิดแก้ปัญหาใดที่นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์

ความสามารถทางการเรียนเป็นตัวแปรหนึ่งที่มีผลต่อการเรียนรู้ของ
นักเรียนที่สามารถประเมินผลได้ในรูปของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีผลงานการวิจัย
สนับสนุน ดังนี้

ชะเอม ชาลิตชัยชาญ (2530 : 54-56) ได้ทดลองสอนคณิตศาสตร์
เรื่องการคูณและการหาร กับนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีระดับความสามารถทาง
การเรียนแตกต่างกัน โดยวิธีสอนแบบวอร์ณีย์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสำเร็จ
เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง
การคูณและการหาร ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง
และต่ำที่เรียนโดยวิธีสอนแบบวอร์ณีย์และวิธีสอนของ สสวท. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2530 โรงเรียนวัดมเหยงขันธ์ จังหวัด
สมุทรปราการจำนวน 60 คน ได้จากการสุ่มอย่างง่าย เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
ได้แก่ แผนการสอนแบบวอร์ณีย์ แผนการสอนของสสวท. และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหาร ดำเนินการทดลองโดยแบ่ง
กลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มทดลองสอนโดยวิธีสอนแบบวอร์ณีย์ กลุ่มควบคุมสอน
โดยวิธีสอนของสสวท. ใช้เวลาในการทดลองกลุ่มละ 51 คาบ คาบละ 20 นาที
ผลการศึกษา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่มีระดับ
ความสามารถทางการเรียนต่ำ ปานกลาง และสูงที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบวอร์ณีย์
กับวิธีสอนของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความคงทนใน
การเรียนรู้อีกครั้งระหว่างนักเรียนซึ่งมีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำ ปานกลางและสูง
ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบวอร์ณีย์กับวิธีสอนของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบ
วอร์ณีย์กับกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
ที่ระดับ .01

เสริม จันทร์ (2530 : 72-73) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยการสอนแบบระบบการสอนส่วนบุคคลกับการสอนตามปกติมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ ซึ่งเรียนโดยการสอนแบบระบบการสอนส่วนบุคคลกับการสอนตามปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2529 โรงเรียนนครราชสีมา จังหวัดราชบุรี จำนวน 2 กลุ่ม กลุ่มละ 30 คน ในแต่ละกลุ่มแบ่งเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถการเรียนสูง 10 คน ปานกลาง 10 คน และต่ำ 10 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ เอกสารประกอบบทเรียนแบบระบบการสอนส่วนบุคคล เอกสารประกอบบทเรียนซึ่งจัดกิจกรรมตามคู่มือครูของ สสวท. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดำเนินการทดลอง โดยให้นักเรียนแต่ละระดับความสามารถของกลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบระบบการสอนส่วนบุคคล โดยศึกษาเนื้อหาที่ใช้สำหรับทดลองด้วยตนเองจากเอกสารประกอบบทเรียนที่ผู้วิจัยจัดเตรียมไว้ ส่วนนักเรียนแต่ละระดับความสามารถของกลุ่มควบคุม ศึกษาเนื้อหาที่ใช้สำหรับการทดลองจากการสอนแบบการสอนตามปกติ ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนแบบระบบการสอนส่วนบุคคลกับการสอนตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลางและต่ำของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างการสอนกับระดับความสามารถทางการเรียนและเจตคติหลังการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนแบบระบบการสอนส่วนบุคคลกับการสอนตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บึงอร ช้วนน้ำ (2532 : 43) ได้ศึกษาเปรียบเทียบทักษะปฏิสัมพันธ์กลุ่มเล็ก และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มที่มีความสามารถแบบเอกพันธ์ และแบบวิวิธพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนในสภาพการณ์กลุ่มเล็กที่มีความสามารถแบบเอกพันธ์ และแบบวิวิธพันธ์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2. นักเรียนความสามารถสูงที่เรียนในสภาพการณ์กลุ่มเล็กแบบเอกพันธ์ และในสภาพการณ์กลุ่มเล็กแบบวิวิธพันธ์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

3. นักเรียนความสามารถปานกลาง ที่เรียนในสภาพการณ์กลุ่มเล็กแบบเอกพันธ์และในสภาพการณ์กลุ่มเล็กแบบวิวิธพันธ์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนความสามารถต่ำที่เรียนในสภาพการณ์กลุ่มเล็กแบบเอกพันธ์ และในสภาพการณ์กลุ่มเล็กแบบวิวิธพันธ์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. จากปฏิสัมพันธ์ทั้ง 7 ประเภท พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ระหว่างสภาพการณ์กลุ่มเล็กที่มีความสามารถแบบเอกพันธ์แบบวิวิธพันธ์ใน 2 ประเภท คือ การถามคำถามและได้รับคำตอบและการไม่ทำงานกลุ่ม สำหรับการถามคำถาม และได้รับคำตอบ นักเรียนในกลุ่มเล็กที่มีความสามารถแบบเอกพันธ์ มีปฏิสัมพันธ์มากกว่านักเรียนในกลุ่มเล็กที่มีความสามารถแบบวิวิธพันธ์ ส่วนการไม่ทำงานกลุ่ม นักเรียนในกลุ่มเล็กที่มีความสามารถแบบวิวิธพันธ์มีปฏิสัมพันธ์มากกว่านักเรียนในกลุ่มเล็กที่มีความสามารถแบบเอกพันธ์

แลคเนอร์ (Lackner, 1982 : 51-56) ได้ทดลองสอนแบบโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิต และอนุพันธ์ โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม ซึ่งมีการจัดลำดับขั้นการสอนแบบอุปนัย (ตัวอย่าง-กฎ) และแบบนิรนัย (กฎ-ตัวอย่าง) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 449 คน โดยแบ่งตามระดับ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นนักเรียนกลุ่มที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง และนักเรียนกลุ่มที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ดำเนินการทดลองโดยให้นักเรียนในแต่ละระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเข้ารับการทดลองกลุ่มใดหนึ่งในสองกลุ่ม ผลการศึกษา พบว่า

1. กลุ่มที่เรียนบทเรียนแบบโปรแกรม ซึ่งจัดลำดับชั้นการสอนแบบนิรนัย มีผลการเรียนรู้โมทอร์นในเรื่องอนุพันธ์ดีกว่า กลุ่มที่เรียน จากบทเรียนแบบโปรแกรม ซึ่งมีการจัดลำดับชั้นการสอนแบบอุปนัยอย่างนัยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001
 2. กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง เรียนรู้โมทอร์นเรื่องลิมิตได้ดีกว่ากลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001
 3. ไม่มีกิริยาร่วมระหว่างวิธีสอนกับระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- การ์ราเกอร์ (Karraker, 1986 : 11-14) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการเรียนจากการทดสอบและการเฉลยแบบทดสอบ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ที่เรียนจิตวิทยาจำนวน 72 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ทำการทดลองโดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มออกเป็น 3 กลุ่มย่อย คือ กลุ่มที่ได้รับการทดสอบย่อยพร้อมทั้งมีการเฉลยคำตอบที่ถูกต้องทันที กลุ่มที่ได้รับการทดสอบย่อยแต่ไม่มีการเฉลยคำตอบและกลุ่มที่ไม่ได้รับการทดสอบย่อยเลย ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มที่ได้รับการทดสอบย่อยแล้วมีการเฉลยคำตอบที่ถูกต้องทันที ได้คะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มที่มีการทดสอบย่อยแล้วไม่มีการเฉลยคำตอบ และกลุ่มที่ไม่มีการทดสอบย่อยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนในด้านความผิดพลาดในการตอบ พบว่า กลุ่มที่มีการทดสอบย่อย แต่ไม่มีการเฉลยคำตอบมีความผิดพลาดมากกว่ากลุ่มที่มีการทดสอบย่อยพร้อมทั้งมีการเฉลยคำตอบที่ถูกต้องทันที อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 กลุ่มที่มีการทดสอบย่อยแล้วเฉลยคำตอบทันทีกับกลุ่มที่ไม่มีการทดสอบย่อยมีความผิดพลาดในการตอบไม่แตกต่างกัน และกลุ่มที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีความผิดพลาดในการตอบมากกว่ากลุ่มที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลงานการวิจัยแสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกัน ควรจะให้เทคนิคการเรียนการสอนที่แตกต่างกัน เนื่องจากเทคนิคการเรียนการสอนแบบหนึ่งอาจจะเหมาะสมกับนักเรียนประเภทหนึ่งแต่ไม่เหมาะสมกับนักเรียนอีกประเภทหนึ่ง แต่บางเทคนิคก็สามารถใช้กับนักเรียนหลายประเภท ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจ และจัดให้ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นตัวแปรอิสระตัวหนึ่งที่จะทำการวิจัยในครั้งนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลของกลวิธีการคิดแก้ปัญหาที่มีต่อความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน ตลอดจนปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ระหว่างตัวแปรกลวิธีการคิดแก้ปัญหาและระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สมมติฐานการวิจัย

1. ถ้าให้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน คือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ฝึกกลวิธีการคิดแก้ปัญหา 4 วิธีแล้ว นักเรียนจะมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน
2. ถ้าให้นักเรียนฝึกกลวิธีการคิดแก้ปัญหา 4 วิธี คือ กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการรวม กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการแยก กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการหาส่วนย่อย-ส่วนรวม และกลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการเปรียบเทียบแล้ว นักเรียนจะมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

3. ถ้าให้นักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน คือ นักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ฝึกกลวิธีการคิดแก้ปัญหา 4 วิธีคือ กลวิธีการคิดแก้ปัญหา โดยวิธีการรวม กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการแยก กลวิธีการคิดแก้ปัญหา โดยวิธีการหาส่วนย่อย-ส่วนรวม และกลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการเปรียบเทียบ แล้ว ความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ระดับกลวิธีการคิดแก้ปัญหาจะแตกต่างกันออกไปตามระดับของระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หรือมีกิจกรรมระหว่างระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับกลวิธีการคิดแก้ปัญหา

ความสำคัญและประโยชน์ของการวิจัย

1. ด้านความรู้

1.1 ทำให้รู้ว่านักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ เมื่อฝึกกลวิธีการคิดแก้ปัญหา 4 วิธีแล้ว นักเรียนจะมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันหรือไม่

1.2 ทำให้รู้ว่ากลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการรวม กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการแยก กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการหาส่วนย่อย-ส่วนรวมและกลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการเปรียบเทียบ จะมีผลทำให้ความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างกันหรือไม่

1.3 ทำให้รู้ว่ามามีกิจกรรมระหว่างระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับกลวิธีการคิดแก้ปัญหา ที่จะมีผลต่อความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่

2. ด้านการนำไปใช้

2.1 ช่วยให้ผู้ครูสามารถนำวิธีการฝึกกลวิธีการคิดแก้ปัญหาไปใช้ เพื่อช่วยเพิ่มความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำได้อย่างเหมาะสม

2.2 ช่วยให้นักศึกษานิเทศก์นำไปใช้ในนิเทศครู ผู้บริหารโรงเรียน สำหรับการเลือกใช้กลวิธีการคิดแก้ปัญหา เพื่อช่วยเพิ่มความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกันในวิชาคณิตศาสตร์

2.3 ช่วยให้ผู้บริหารโรงเรียนนำไปใช้ในนิเทศภายใน สำหรับการเลือกใช้กลวิธีการคิดแก้ปัญหา เพื่อช่วยเพิ่มความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกันในวิชาคณิตศาสตร์

2.4 เป็นแนวทางในการค้นคว้าวิจัยเพิ่มเติมสำหรับผู้สนใจต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2535 จากโรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ จังหวัดกระบี่ ซึ่งมีลักษณะเป็นโรงเรียนแบบ 2 (จำนวนนักเรียน 121-300 คน) จำนวน 136 โรงเรียน จำนวนนักเรียน 4,322 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2535 จากโรงเรียนในสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา จังหวัดกระบี่ ซึ่งมีลักษณะเป็นโรงเรียนแบบ 2 ซึ่งสุ่มมาจากประชากร รวมนักเรียนทั้งชายและหญิง 240 คน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวกและการลบ ซึ่งมีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

4. ตัวแปรที่ศึกษา

4.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่

4.1.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แปรค่า

ออกเป็น 2 ระดับ คือ

4.1.1.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

4.1.1.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

4.1.2 กลวิธีการคิดแก้ปัญหา แปรค่าออกเป็น 4 ระดับ คือ

4.1.2.1 กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการรวม

4.1.2.2 กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการแยก

4.1.2.3 กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการหาส่วนต่อ- ส่วนรวม

4.1.2.4 กลวิธีการคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการเปรียบเทียบ

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ ความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ได้จากคะแนนการตอบแบบทดสอบวัดความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง หมายถึง คะแนนซึ่งวัดได้จากการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และอยู่ในกลุ่มผู้ได้คะแนนตั้งแต่สูงสุดลงมาร้อยละ 50 ของจำนวนคนทั้งหมด

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง คะแนนซึ่งวัดได้จากการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และอยู่ในกลุ่มผู้ได้คะแนนตั้งแต่ต่ำสุดขึ้นไปร้อยละ 50 ของจำนวนคนทั้งหมด

3. กลวิธีการคิดแก้ปัญหา หมายถึง วิธีการเลือกแก้ปัญหาของนักเรียนซึ่งมี 4 วิธีคือ วิธีการรวม วิธีการแยก วิธีการหาส่วนย่อย-ส่วนรวม และวิธีการเปรียบเทียบ

3.1 วิธีการรวม หมายถึง วิธีการคิดหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยการคิดหาผลรวม คิดหาส่วนที่เหลือและคิดหาข้อมูลตอนเริ่มต้น ซึ่งอาศัยกระบวนการคิดที่มองไปทางขวา และการคิดย้อนกลับโดยที่โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นสามารถแปลความเป็นประโยคสัญลักษณ์ในรูปของการบวกและการลบ

3.2 วิธีการแยก หมายถึง วิธีการคิดหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยการคิดหาผลลบ คิดหาส่วนที่เหลือและคิดหาข้อมูลตอนเริ่มต้น ซึ่งอาศัยกระบวนการคิดที่มองไปทางขวา และการคิดย้อนกลับ โดยที่โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถแปลความเป็นประโยคสัญลักษณ์ในรูปของการบวกและการลบ

3.3 วิธีการหาส่วนย่อย-ส่วนรวม หมายถึง วิธีการคิดหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการคิดหาส่วนรวมทั้งหมด เพื่อรู้ส่วนย่อยสองส่วน หรือการคิดหาส่วนย่อยที่หายไป เมื่อรู้ส่วนรวมทั้งหมดกับส่วนย่อยอีกส่วนหนึ่ง ซึ่งอาศัยกระบวนการคิดที่มองไปทางขวาและการคิดย้อนกลับ

3.4 วิธีการเปรียบเทียบ หมายถึง วิธีการคิดหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งอาศัยกระบวนการคิดที่มองไปทางขวา เพื่อเปรียบเทียบความมากน้อยระหว่างส่วนย่อยสองส่วน

4. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะต้องแปลความออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งจะประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่โจทย์กำหนดให้และส่วนที่โจทย์ให้หาคำตอบ

5. ความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการตอบแบบทดสอบวัดความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการแปลความจากโจทย์ปัญหาการบวกลบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นประโยคสัญลักษณ์และวัดออกมาเป็นคะแนน