

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงเอกสาร และผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรต่าง ๆ ดังนี้

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ลักษณะ ของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เทคนิคในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะ ในการสอนแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการอ่าน

ความหมายของการอ่าน

ทฤษฎีการอ่าน

การกำหนดพฤติกรรมการเรียนรู้ของ Bloom ที่เป็นแนวคิดในการอ่าน

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องความสามารถในการอ่านขั้นความเข้าใจ

ความหมายของความเข้าใจ

ลักษณะ ของความเข้าใจ

ความหมายของความเข้าใจในการอ่าน

ระดับความเข้าใจในการอ่าน

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการสอนความเข้าใจในการอ่าน

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการอ่านขั้นการวิเคราะห์

ความหมายของการวิเคราะห์

ลักษณะ ของการวิเคราะห์

ความสามารถทางการอ่านในวิชาภาษาไทยขั้นการวิเคราะห์

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

อดัมส์ (Adams, 1977 : 17) ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและต้องมีการตัดสินใจ ลงมือกระทำเพื่อหาคำตอบ โดยที่ปัญหานั้นจะเป็นปัญหาที่เป็นภาษา (Word Problem) ปัญหาที่เป็นเรื่องราว (Story Problem) ปัญหาที่เป็นคำพูด (Verbal Problem) นอกจากนี้ยังมีความแตกต่างระหว่างปัญหา และแบบฝึกหัด คือ ในการแก้ปัญหามันจะต้องมีการตัดสินใจและลงมือกระทำ ส่วนแบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจเท่ากับปัญหา

แครมเมอร์ (Kramer , 1978 : 478) ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาว่า เป็นปัญหาเชิงปริมาณที่ใช้ภาษาอธิบายสถานการณ์ โดยในสถานการณ์นั้นประกอบด้วยคำถามที่บุคคลไม่สามารถตอบได้เลยในขณะนั้น

นวลจิต ภิรมพัฒน์ (2533 : 55) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาว่า หมายถึง คำถามทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยข้อความ และตัวเลขที่จะต้องตีความหมายของข้อความนั้นเสียก่อนจึงจะดำเนินการหาคำตอบ

จำลอง มาสจิตต์ (2535 : 38) ให้ความหมายไว้ว่า หมายถึงคำถามทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องแปลออกมา เป็นประโยคสัญลักษณ์ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่โจทย์กำหนดให้ และส่วนที่โจทย์ให้หาคำตอบ

อุบลรัตน์ แซ่คำน (2538 : 9) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคือสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งใช้ภาษาอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเชิงปริมาณที่ผู้แก้ปัญหามันจะต้องอ่านเก็บรายละเอียดเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ หรือเหตุการณ์ที่กำหนดให้ และพิจารณาเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เขารู้มาแล้วคิดคำนวณหาคำตอบ

จากการให้นิยามโจทย์ปัญหาข้างต้น พอสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยตัวเลขและข้อความ ที่ก่อให้เกิดปัญหา โดยผู้เรียนต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน การตัดสินใจ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ประกอบในการแก้ปัญหามัน

2. ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการศึกษาวิทยาการต่าง ๆ จุดมุ่งหมายที่สำคัญอันหนึ่งของการศึกษา ก็คือ เพื่อใช้แก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นปัญหาทางวิทยาศาสตร์ สังคม เศรษฐกิจ เป็นต้น ลักษณะปัญหา และวิธี

แก้ปัญหาในแต่ละศาสตร์อาจจะแตกต่างกันออกไป แต่ขั้นก่อนในการแก้ปัญหามีความคล้ายคลึงกัน และเนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานการศึกษาวิชาการแขนงอื่น ๆ ทั้งยังเป็นศาสตร์เกี่ยวกับการคิดและเหตุผล ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้เกี่ยวกับลักษณะของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชัยเชนทร์ เมืองแมน (2533 : 7) กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น

2 ลักษณะ คือ

- 1) ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ
- 2) ปัญหาที่ให้พิสูจน์

สำหรับโจทย์ปัญหาของวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาจะเป็นโจทย์ปัญหาที่อยู่ในลักษณะปัญหาให้ค้นหาคำตอบ เพราะวุฒิภาวะของนักเรียนในระดับประถมศึกษา ยังไม่พร้อมที่จะแก้ปัญหาคือต้องการให้พิสูจน์

ปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบ เป็นปัญหาประเภทที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม เช่น เลขคณิต สิ่งที่ต้องการให้หาอาจได้แก่ ผลบวก ผลต่าง ผลคูณ หรือผลหารของจำนวน เศษที่ได้จากการหาร การแปลงเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยม กำไร ขาดทุน ในพีชคณิต สิ่งที่ต้องการให้หาอาจเป็นค่าของตัวแปร จำนวนที่มีสมบัติเฉพาะบางประการ ในเรขาคณิต สิ่งที่ต้องการให้หาอาจเป็นการสร้างต่าง ๆ ทางเรขาคณิต การหาพื้นที่ ปริมาตร และการวัดต่าง ๆ เป็นต้น

ส่วนสำคัญของปัญหาให้ค้นหาคำตอบ แบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ

- 1) สิ่งที่ต้องการหา
- 2) ข้อมูลที่กำหนดให้
- 3) เงื่อนไขเชื่อมโยง ระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับข้อมูลที่กำหนดให้

ตัวอย่าง ซื้อของมาชิ้นหนึ่งราคา 50 บาท ขายไป 56 บาท จงหาว่ากำไรกี่บาท

สิ่งที่ต้องการหา : กำไร

ข้อมูลที่กำหนด : ราคาทุน 50 บาท ราคาขาย 56 บาท

เงื่อนไข : กำไร = ราคาขาย - ราคาทุน

ตัวอย่าง ซื้อมะม่วงมา 4 กิโลกรัม กิโลกรัมละ 5 ผล ได้มะม่วงมาทั้งหมดกี่ผล

สิ่งที่ต้องการหา : จำนวนมะม่วงที่ซื้อมา

ข้อมูลที่กำหนด : ซื้อมะม่วงมา 4 กิโลกรัม

: มะม่วงกิโลกรัมละ 5 ผล

เงื่อนไข : มะม่วงแต่ละกิโลกรัมมีจำนวนเท่ากัน

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2537 : 1) กล่าวถึงลักษณะของปัญหา
คณิตศาสตร์ว่ามี 6 ประเภท คือ

1) แบบฝึกหัดสำหรับการคิดคำนวณ เป็นแบบฝึกหัดสำหรับการคิดคำนวณที่
ต้องอาศัยความรวดเร็วและแม่นยำในการหาคำตอบ เช่น $5 + 2$, $56 - 23$, 34×17 , 16%
ของ 56 เป็นต้น

2) โจทย์ปัญหาอย่างง่ายหรือโจทย์ปัญหาชั้นเดียว เป็นโจทย์ปัญหาที่ใช้กันทั่ว ๆ
ไป ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ เช่น

- ส้ม 440 ผล น้ำเสี้ยว $\frac{1}{5}$ คิดเป็นส้มเน่ากี่ผล

- ปลาทุ 50 เซ่ง เซ่งละ 5 ตัว รวมเป็นปลาทุทั้งหมดกี่ตัว

3) โจทย์ปัญหาเชิงซ้อนหรือโจทย์ปัญหาหลายชั้น เช่น ไข่ไก่ 40 ไข่แดง
10 ฟอง นำมาจัดเป็นไข่แดงไข่ขาว 8 ฟอง จะได้กี่ไข่แดง จากการติดตามและประเมินผลพบว่า
นักเรียนจะมีปัญหาหรือประสบความยุ่งยากในการทำโจทย์ปัญหาประเภทนี้ค่อนข้างมาก

4) ปัญหาประยุกต์ เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการฝึกหรือส่งเสริมให้นักเรียนนำ
ปัญหาคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จัดว่าเป็นปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อน
กว่าโจทย์ปัญหาในข้อ 2 และ ข้อ 3 ตัวอย่างเช่น ถ้าวางว่า นักเรียนทราบหรือไม่ว่าในระยะ
เวลา 1 ปี ที่ผ่านมานี้ น้ำที่ใช้ในโรงเรียนของเราหมดไปเท่าใด เราสามารถลดปริมาณการใช้น้ำ
ได้น้ำไหม การลดปริมาณการใช้น้ำดังกล่าว น่าจะช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายได้ประมาณปีละ
เท่าใด เป็นต้น

ปัญหาในลักษณะนี้จะเกี่ยวข้องกับทักษะทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง นักเรียนจะ
ต้องมีความสามารถในการวางแผนเก็บและรวบรวมข้อมูล จะเก็บข้อมูลอะไรบ้าง ใช้วิธีการ
อย่างไร และจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะที่จำเป็นต่าง ๆ เช่น ความรู้ในเรื่องการวัด การ
คิดคำนวณ เรขาคณิต การคาดคะเน สถิติ เป็นต้น การฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาในลักษณะนี้
จะช่วยส่งเสริมเจตคติหรือคุณค่าต่อคณิตศาสตร์ได้มาก

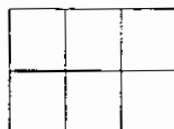
5) ปัญหาเชิงกระบวนการ เป็นปัญหาที่ฝึกให้นักเรียนคิดค้นหรือสร้างวิธีการคิด
ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้เร็วยิ่งขึ้น ปัญหาลักษณะนี้นักเรียนจะไม่เคยรู้
เทคนิคหรือวิธีการคิดดังกล่าวมาก่อนเลย ตัวอย่างเช่น การบวกจำนวน 1 ถึง 100 หรือการนับ
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในกระดานหมากรุก เป็นต้น การฝึกแก้ปัญหาในลักษณะนี้เป็นเรื่องยาก
สำหรับนักเรียน

6) ปัญหาเชิงปริศนา เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริศนาต่าง ๆ จะช่วยให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เสมอไป หรือไม่จำเป็นต้องใช้วิธีการใดวิธีการหนึ่ง และเมื่อพบวิธีการแก้ปัญหาอย่างหนึ่งอย่างใดแล้ว ก็ไม่จำเป็นต้องนำไปใช้แก้ปัญหาอื่นได้ด้วย ตัวอย่างเช่น

- จงลากเส้นตรง 4 เส้น ให้ผ่านจุดทุกจุด โดยไม่ต้องยกปากกาหรือดินสอ



- ให้เอาไม้จิ้มฟันออก 5 อัน โดยมีข้อแม้ว่าให้เหลือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพียง 3 รูปเท่านั้น



จากที่กล่าวมาได้แสดงให้เห็นว่า โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีหลายประเภท แต่สำหรับโจทย์ปัญหาที่ผู้วิจัยศึกษานั้นเป็น โจทย์ปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบหรือถ้าจะจัดให้เข้าประเภทของ โจทย์ปัญหาของกรมวิชาการก็จัดได้ว่าเป็น โจทย์ปัญหาเชิงซ้อนเป็นส่วนใหญ่

3. สาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ไซแคมและวีฟเวอร์ (Suydam and Weaver, 1977) กล่าวถึงสาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า

- 1) นักเรียนขาดทักษะในการอ่าน
- 2) นักเรียนขาดทักษะในการคิดคำนวณ
- 3) นักเรียนขาดความรู้เกี่ยวกับกฎ หลักเกณฑ์ และวิธีการทางคณิตศาสตร์
- 4) นักเรียนมีความเข้าใจคำศัพท์และตีความคำศัพท์ไม่ถูกต้อง และล้มเหลวต่อการอ่านเพื่อเก็บรายละเอียด

กรอสนิคเกิล และบรูคเนอร์ (Grossnickle and Brueckner, 1974 : 452 - 453)

ได้สรุปสาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

- 1) นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมด หรือบางส่วนเนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดความคิดรวบยอดในสภาพของโจทย์ปัญหา
- 2) นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำและจัดระบบสิ่งที่ได้อ่านมาและหารายละเอียดของเนื้อหาได้
- 3) นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน
- 4) นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลให้นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีเดาสุ่ม
- 5) นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องความสัมพันธ์ กฎเกณฑ์ สูตร เช่น ไม่ทราบสูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นต้น
- 6) นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงปริมาณวิเคราะห์ ทั้งนี้สาเหตุจากการรู้ค่าศัพท์เพียงจำนวนจำกัด หรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่าง ๆ เช่นความสัมพันธ์ระหว่างสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมที่มีส่วนสูง และฐานเดียวกัน เป็นต้น
- 7) นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
- 8) นักเรียนขาดความสนใจเนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาซึ่งมีความยาก หรือโจทย์ปัญหาไม่จูงใจและไม่ได้รับประโยชน์อะไรเป็นการตอบสนอง
- 9) ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2537:60) กล่าวว่า อุปสรรคของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหามีดังนี้

- 1) นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหานั้นทั้งหมด หรือเข้าใจโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน เนื่องจากมีความบกพร่องในการอ่านและการทำความเข้าใจ
- 2) นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการคิดคำนวณ เนื่องจากนักเรียนลืมวิธีการคิดนั้นหรือไม่เคยเรียนมาก่อน
- 3) นักเรียนขาดความรอบคอบในการอ่าน โจทย์ปัญหาและการคิด
- 4) นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการทำ วิธีการคิด ทำให้นักเรียนได้คำตอบมาโดยวิธีการเดาสุ่มที่ขาดเหตุผล

5) นักเรียนขาดความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดในเรื่องที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหานั้น
ลืมกฎเกณฑ์หรือสูตร

6) นักเรียนขาดความชัดเจนในการเขียนคำอธิบาย

7) นักเรียนขาดความสนใจในโจทย์ปัญหา ไม่มีแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

8) นักเรียนขาดความสามารถในการวิเคราะห์ให้เห็นความแตกต่างของสิ่งที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในโจทย์ปัญหา เช่น ความสัมพันธ์กันระหว่างราคาขาย ราคาซื้อ ต้นทุน กำไร และขาดทุน เป็นต้น

9) นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการแก้ปัญหานั้น

10) นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

จากที่หลายท่านได้กล่าวมาเกี่ยวกับอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหา จะเห็นได้ว่าอุปสรรคประการหนึ่งที่ทุกท่านกล่าวถึง ก็คือ เรื่องของความสามารถในการอ่านนั่นเอง เช่น นักเรียนไม่เข้าใจโจทย์ นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ เป็นต้น

4. องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

อุบลรัตน์ แซ่ด่าน (2538: 13) กล่าวว่า ในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้ที่มีบทบาทที่สำคัญที่สุดคือ ครู ครูจะต้องมีบทบาทที่สำคัญในการฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการทำ ความเข้าใจ โจทย์ปัญหา มีความรู้ความสามารถพื้นฐานและเจตคติที่ดีต่อการแก้โจทย์ปัญหา สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะส่งผลไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้องรวดเร็ว

คณะอนุกรรมการการพัฒนาและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141) ได้กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐาน และมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังสำคัญยิ่งในการแก้ปัญหาดังนี้

1) มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติและทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ

2) มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ

3) มีความสามารถในการแปลข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนการ

4) มีความสามารถในการวิเคราะห์ ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อความที่มีอยู่กับ
ประสบการณ์เดิม

5) มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ
และหาข้อสรุป

6) มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น

7) มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

เฮนนี่ (Henney, 1971 : 223 - 224) ได้รวบรวมองค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อ
การประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการอ่าน
ความเข้าใจในแนวคิดของปัญหา การตีความหมายอย่างมีเหตุผล การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ
วิธีคิดการคำนวณที่ถูกต้อง ซึ่งองค์ประกอบเหล่านี้จะมีความสัมพันธ์กันในการเขียนโจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์

จอห์นสัน และ ไรซิง (Johnson and Rising, 1969 : 108) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิต
ศาสตร์เป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งจะต้องประกอบด้วย

- 1) การมองเห็นภาพ (Visualising)
- 2) การจินตนาการ (Imagining)
- 3) การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating)
- 4) การวิเคราะห์ (Analysing)
- 5) การสรุปในเชิงนามธรรม (Abstracting)
- 6) การเชื่อมโยงความคิด (Associating ideas)

หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพิษณุโลก (2531 : 1) กล่าวว่า
ในการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละครั้งนักเรียนย่อมมีโอกาสฝึกฝนทักษะในด้านต่าง ๆ ทักษะที่สำคัญจำ
เป็นต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามีอยู่หลายประการ คือ

- 1) ทักษะการอ่าน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการเขียนรูปหรือแผนภาพ
- 3) ทักษะการหาความสัมพันธ์ในปริภูมิที่กำหนด
- 4) ทักษะการนำหลักการหรือทฤษฎีที่เรารู้แล้วมาใช้
- 5) ทักษะการแปลงภาษา โจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์
- 6) ทักษะการคิดคำนวณ
- 7) ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์

น้อมศรี เลข (2521 : 19-23) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่าการสอนคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดี ควรคำนึงถึงหลักสำคัญ 8 ประการ คือ

1) การวิเคราะห์ปัญหา ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถแยกแยะปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้น กำหนดสิ่งใดให้บ้างและโจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

2) การเขียนประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งประกอบด้วยตัวเลข และเครื่องหมายแทน ข้อความและจำนวน ก่อนที่นักเรียนจะเรียนการเขียนประโยคสัญลักษณ์ นักเรียนควรจะได้ เรียนเรื่องการใช้ตัวเลขแทนจำนวน เมื่อนักเรียนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์จากโจทย์ ปัญหาที่ง่ายได้แล้ว ขั้นต่อไปจึงค่อยสอน โจทย์ปัญหาที่ยากหรือซับซ้อนขึ้น โดยสอน โจทย์ ปัญหาที่มีสิ่งที่กำหนดให้มากกว่าสองจำนวนขึ้นไป นักเรียนจะต้องใช้วิธีทำมากกว่า 1 วิธี หรือที่เรียกกันทั่วไปว่า โจทย์ระคน กิจกรรมที่ครูอาจใช้ในการฝึกฝนการเขียนประโยค สัญลักษณ์ เช่น

2.1) อ่านโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยค สัญลักษณ์ของ โจทย์ปัญหาแต่ละฝ่าย

2.2) เขียนโจทย์ปัญหาบนกระดานดำแล้วให้นักเรียนแต่ง โจทย์ปัญหาตาม ประโยคสัญลักษณ์เหล่านั้น โดยการบอกหรือเขียน โจทย์ปัญหาที่นักเรียนคิดด้วยประโยค สัญลักษณ์เดียวกัน นักเรียนอาจแต่ง โจทย์ปัญหาโดยใช้เรื่องต่าง ๆ กันไปได้

3) การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบในการ สอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ การใช้สื่อจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมใน โจทย์ปัญหามากขึ้น สื่ออาจใช้ของจริง รูปภาพ หรือแผนภูมิก็ได้ สื่อเหล่านี้เป็นเครื่องช่วยใน การจินตนาการและการคิดค้นหาคำตอบ สื่อที่เป็นของจริงมีประโยชน์ในการนำมาใช้เป็นตัว นับแทนจำนวนนับต่าง ๆ สื่อที่เหมาะสมหาได้ง่าย และครูควรมีไว้จำนวนมาก คือ สื่อที่เป็น รูปภาพ อาจเป็นรูปที่ตัดจากหนังสือ ปฏิทิน หรือหนังสือพิมพ์ นอกจากนั้นอาจเป็นรูปภาพที่ ครูหรือนักเรียนวาดขึ้นเองได้ สื่ออีกประเภทหนึ่งที่มีประโยชน์มากในการสอนการแก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ การหาร ทั้งที่เป็นจำนวนนับ ทศนิยม และเศษส่วนได้ คือ เส้นจำนวน หลังจากทีครูสอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อต่าง ๆ ประกอบการสอน เมื่อ เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องแล้ว ขั้นต่อไปครูควรสนับสนุน ให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาโดยการคิดในใจ ไม่ต้องวาดรูปหรือใช้ของจริงช่วย เพราะนักเรียน

บางคนสามารถนึกรูปเส้นจำนวนหรือรูปภาพในใจได้ การฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยการคิดในใจเป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากเราต้องใช้อยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

4) ความสามารถในการอ่าน สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ คือ นักเรียนขาดทักษะในการอ่าน เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ และสามารถตีความว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดให้และต้องการทราบอะไร ซึ่งต่างจากการอ่านโดยทั่ว ๆ ไป ศัพท์บางคำในโจทย์ปัญหา มักเป็นคำศัพท์ที่ใช้เฉพาะอยู่ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

5) ทักษะในการคำนวณ การมีทักษะในการคำนวณคือการที่นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ หาร ได้ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว ดังนั้นเมื่อนักเรียนทราบประโยคสัญลักษณ์ของโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนที่มีทักษะในการคำนวณจะสามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นได้ถูกต้องและรวดเร็วกว่าผู้ที่ไม่มีทักษะในการคำนวณ ในเวลาสอน เมื่อครูพบว่านักเรียนคนใดในชั้นยังขาดทักษะในการคำนวณควรหาทางช่วยนักเรียนในการจัดกิจกรรมหลาย ๆ อย่างที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการคำนวณ ไปหาคำตอบในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว

6) การประมาณคำตอบ จะช่วยทำให้นักเรียนทราบว่า วิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาคำนวณถูกหรือผิดได้โดยเปรียบเทียบคำตอบได้โดยการประมาณจากคำตอบจริง ซึ่งควรใกล้เคียงกัน การประมาณคำตอบเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้กับนักเรียน

7) ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี เพราะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้าง ไม่ถูกจำกัดว่าต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้คิดแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ จะได้รับการฝึกให้คิด ไม่ใช่ฝึกให้ทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบจากตัวอย่าง นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แล้วมีความรู้ความเข้าใจ และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้จะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาได้หลายวิธี

8) การเลือกโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสอนนักเรียน ครูควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้คือ

8.1) ควรสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน เพื่อนักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ

8.2) สถานการณ์ในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อเป็นของจริงหรือของจำลองประกอบการสอนได้

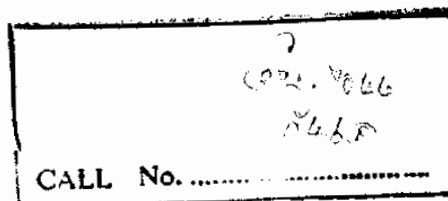
8.3) เนื้อเรื่องในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจ และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8.4) ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียน และไม่ควรรใช้ถ้อยคำฟุ่มเฟือย

5. เทคนิคในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2537 : 22 - 27) กล่าวว่านักเรียนส่วนมากมักจะกลัวโจทย์ปัญหาและจะต้องนำความสามารถในการคิดหาเหตุผลมาใช้ จึงจะช่วยให้สามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ แต่เนื่องจากความสามารถในการคิดหาเหตุผลของนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกัน ดังนั้น จึงถือเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องจัดประสบการณ์ให้แก่ นักเรียน เพื่อให้เกิดการพัฒนาการคิดหาเหตุผลที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาคือไป โดยเสนอแนะเทคนิคต่าง ๆ ที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนดังนี้

- 1) ใช้ปัญหาที่นักเรียนสนใจ เช่น ปัญหาที่มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริง ๆ หรือสภาพการณ์ที่นักเรียนนึกถึง
- 2) เปลี่ยนเรื่องราวโจทย์ปัญหาให้นักเรียนมองเห็นง่ายขึ้น เช่น ใช้เส้นจำนวน การวาดภาพ การเขียน
- 3) ใช้การแสดงบทบาทสมมุติ เพื่อให้สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหาเป็นจริงยิ่งขึ้น
- 4) ใช้วิธีการเปรียบเทียบโดยการให้นักเรียนมองเห็นวิธีการในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ยาก ด้วยการคิดแก้ปัญหาง่าย ๆ ที่คล้ายกับโจทย์ข้อนั้น
- 5) หาคำตอบโจทย์ปัญหาง่าย ๆ ด้วยการคิดในใจ โดยไม่ต้องใช้การเขียน ประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับจากการคิดแก้โจทย์ ปัญหาง่าย ๆ ในใจนี้จะช่วยให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งขึ้น และความสำเร็จนี้ จะช่วยเร้าให้อยากแก้โจทย์ปัญหาที่ยากขึ้น
- 6) นักเรียนควรได้รับการกระตุ้น และแนะนำให้ประมาณคำตอบก่อนการแก้ปัญหาคงคิดเป็นนิสัย
- 7) โจทย์ปัญหาบางชนิดมีรูปแบบการแก้ปัญหเฉพาะตัว จึงควรจดจำไว้ เพื่อจะนำไปแก้โจทย์ในลักษณะเดียวกันได้
- 8) การจดจำสูตรต่าง ๆ อย่างทราบความหมาย จะมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา



9) การใช้โจทย์ปัญหาหลายระดับ ครูต้องพยายามจัดโจทย์ปัญหาให้เหมาะสมกับ
ประสบการณ์ของนักเรียน โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนพบกับโจทย์ปัญหาในระดับต่าง ๆ กัน

10) ควรใช้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ แบบเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์โจทย์
หลาย ๆ แบบ เพิ่มความสนใจและประสบการณ์ เช่น โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลข โจทย์ปัญหาที่
ไม่ต้องการคำตอบแต่ต้องการวิธีการในการหาคำตอบ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ หรือมาก
เกินความจำเป็น

11) เปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงการแก้โจทย์ปัญหาคด้วยวิธีต่าง ๆ
หลายวิธี ช่อมทำให้นักเรียนเข้าใจสภาพของโจทย์ปัญหามากกว่าการแก้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ
ปัญหาคด้วยวิธีการเพียงอย่างเดียว

12) ใช้วิธีวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคือ แยกแยะดูว่าโจทย์กำหนดอะไร โจทย์ต้องการ
ให้หาอะไร ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ได้ดียิ่งขึ้น

13) การแปลงสภาพของโจทย์ปัญหาคด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่น สร้างจากประโยค
สัญลักษณ์ สร้างจากปัญหาเพียงบางส่วน และสร้างเองทั้งหมด

14) การสอนการอ่านที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อพัฒนาความเข้าใจใน
โจทย์ปัญหา

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2537 : 7) ได้เสนอเทคนิคการฝึกทักษะการ
แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) เทคนิคการอ่านโจทย์ปัญหา จะต้องอ่านแบ่งวรรคตอนถูกต้อง อ่านซ้ำเพื่อ
จับใจความสำคัญของโจทย์ว่า กล่าวถึงเรื่องอะไร อย่างไร

2) เทคนิคการใช้คำถาม จะต้องฝึกให้เป็นคนถามเก่ง ถามถึงประเด็นสำคัญว่า
ข้อความของโจทย์ปัญหาทั้งหมดนั้นมีกี่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่กำหนดให้ และตอนใดเป็นสิ่งที่
โจทย์ถามหรือ โจทย์ต้องการทราบ

3) เทคนิคการวาดภาพประกอบโจทย์ปัญหา เพื่อให้เข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหา
ชัดเจน และมีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น นักเรียนหลายคนจะเข้าใจข้อความของโจทย์ปัญหาเมื่อ
มีภาพหรือแผนภาพประกอบ

4) เทคนิคการแต่งโจทย์ปัญหา โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนและใช้ตัว
เลขมีค่าน้อย ๆ ก่อน แล้วค่อยแต่งโจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างซับซ้อนขึ้น ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากขึ้น
เพื่อให้นักเรียนตีความ แปลความและสรุปความ ตลอดจนวิเคราะห์ข้อความในโจทย์ได้ว่า

แก้ปัญหานั้นด้วยวิธีการใด หากว่านักเรียนสามารถคิดวิธีแก้โจทย์ปัญหาจากง่ายไปหายากได้ ก็จะทำให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตัวเองว่า แก้โจทย์ปัญหาเป็น

5) เทคนิคการแปลความและสรุปความเป็นประโยคสัญลักษณ์ ครูควรฝึกให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อความที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้ กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร จะมีคู่ทางในการหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ด้วยวิธีการใด โดยครูผู้สอนต้อง “ไม่บอกให้รู้ แต่หนูคิดวิธีได้เอง”

6) เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ ครูควรฝึกให้นักเรียนเขียนข้อความแสดงวิธีทำ ในแต่ละข้ออย่างสั้น ๆ แต่ต้องชัดเจนและรัดกุม สื่อความหมายได้ดีตามเจตนาของโจทย์ปัญหานั้น และหาวิธีหลาย ๆ วิธีเท่าที่จะสามารถคิดได้ เพื่อให้นักเรียนได้เทคนิคการเขียนหลาย ๆ รูปแบบ

จากที่กล่าวมาทั้งหมดจะเห็นได้ว่าในบรรดาเทคนิคต่าง ๆ ที่กล่าวถึงนั้น เทคนิคที่สำคัญที่สุดและต้องใช้เป็นอันดับแรกก็คือเทคนิคการอ่านโจทย์ปัญหานั้นเอง หากนักเรียนไม่มีเทคนิคนี้แล้วก็ไม่สามารถผ่านไปใช้เทคนิคอื่น ๆ ได้เลย

6. ขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาคือความสามารถทางเชาว์ปัญญาของมนุษย์ ซึ่งเพียเจต์เชื่อว่าโครงสร้างทางเชาว์ปัญญาไม่สามารถที่จะฝึกได้ แต่ความสามารถในการแก้ปัญหานั้นสามารถที่จะฝึกกันได้ ดังนั้นนักการศึกษาหลายท่าน ได้อธิบายขั้นตอนและวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาวี้มากมาย และในส่วนของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้มีผู้อธิบายขั้นตอนไว้ดังนี้

ดไวท์ (Dwight , 1986 : 47) เสนอแนะวิธีการทั่ว ๆ ไป ในการสอนนักเรียนให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ให้อ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์เพื่อทำความเข้าใจ
- 2) ทบทวนอีกครั้งและระบุให้ได้ว่า โจทย์ให้หาอะไร และให้ข้อมูลอะไรบ้าง
- 3) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่รู้ค่าและข้อมูลที่ไมู้ค่า
- 4) เขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาคำตอบ
- 5) กำหนดหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
- 6) ตรวจสอบคำตอบที่ได้
- 7) ใช้ค่าหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา

คไวท์ระบุว่า ชั้นตอนที่ 3, 4 และ 5 เป็นขั้นตอนสำคัญที่ทำให้นักเรียนสามารถแก้ โจทย์ปัญหาได้ดี กล่าวคือ จะต้องฝึกให้นักเรียนแยกแยะ และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของ โจทย์ ปัญหา ฝึกให้เขียนประโยคสัญลักษณ์และมีทักษะในการคิดคำนวณอย่างถูกต้อง

โพลยา (Polya, 1957 : 5-40) ได้จัดลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจคือ สัญลักษณ์ต่างๆ ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษา ของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่า ประเด็นใหญ่ของปัญหาอยู่ตรงไหน โจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้มา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องใช้ข้อมูลต่าง ๆ เขาควร จะเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจ ช้าแล้วช้าอีกหลาย ๆ แง่มุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาชัดเจนเสียก่อนว่าสิ่งที่ต้องการหา มีความสัมพันธ์กับข้อมูล ที่ได้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้ คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่า มี ความรู้อะไรบ้างที่เขามีซึ่งสัมพันธ์กับปัญหานั้น เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยวางแผนในการแก้ปัญหา ได้แก่การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัจจุบัน เพราะจะช่วย ให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่ง ออกเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในขั้นใหญ่แต่ละขั้นก็จะแบ่งเป็นขั้นเล็ก ๆ อีก นอกจากนี้ในขั้น นี้ นักเรียนจะต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อที่ จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นลงมือทำตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณ ตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้น นี้ คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นตรวจวิธีการและหาคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นตรวจสอบเพื่อความแน ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจเหตุผล ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อ ทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

ชัยยรินทร์ เมืองแมน (2533 : 8) กล่าวถึงวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีขั้นตอนดังนี้

1) ทำความเข้าใจกับปัญหา ในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง เราจำเป็นต้องทำความเข้าใจตัวปัญหาให้ชัดเจนก่อน มีบ่อยครั้งที่บางคนพยายามแก้ปัญหาโดยยังไม่เข้าใจตัวปัญหา บุคคลผู้นั้นมีปัญหาคือจะต้องแก้ก่อนที่จะแก้ปัญหานั้น คือ ต้องทำความเข้าใจในตัวปัญหานั้น

การเข้าใจปัญหา ในขั้นแรกต้องทำความเข้าใจกับคำ หรือวลี หรือประโยคย่อย ๆ ในตัวปัญหา และจะถือว่ามีความเข้าใจในตัวปัญหาก็คือเมื่อสามารถแยกแยะ ระบุส่วนสำคัญของปัญหาแต่ละส่วน เช่นปัญหาให้ค้นหา ต้องสามารถแยกแยะ ระบุสิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนด และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับข้อมูลที่กำหนดให้

2) การวางแผนในการแก้ปัญหา หลังจากทำความเข้าใจปัญหา จนสามารถแยกแยะระบุส่วนสำคัญของปัญหาแล้ว ก็ถึงขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ยากที่สุดใน การแก้ปัญหา ต้องฝึกฝนมาก ในขั้นนี้ต้องใช้กระบวนการที่เรียกว่า การสังเคราะห์และการวิเคราะห์ ซึ่งจะต้องพิจารณาว่า จากข้อมูลที่กำหนดให้หรือสมมติฐานจะนำไปสู่ผลใดได้บ้าง และมีข้อมูลใดบ้างที่จะนำไปสู่สิ่งที่ต้องการหา ซึ่งอาจไม่ใช่ข้อมูลที่กำหนดในตัวปัญหาโดยตรง การพิจารณาดังกล่าวจะต้องใช้ความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาก่อนแล้ว รวมทั้งใช้ประสบการณ์จากที่เคยแก้ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงมาแล้ว หรือ มีส่วนใกล้เคียงกับปัญหาที่ต้องการจะแก้

3) ดำเนินการตามแผน ในขั้นตอนที่ 2 คือการวางแผนในการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนที่ยาก ต้องอาศัยส่วนประกอบหลายประการ แต่เมื่อวางแผนสำเร็จ การดำเนินการตามแผนเป็นเรื่องง่าย สิ่งที่จะต้องทำก็คือ เรียบเรียงและเติมรายละเอียดตามแผนที่วางไว้ให้สมบูรณ์ชัดเจน พิจารณารายละเอียด ตรวจสอบความถูกต้องแต่ละขั้นตามลำดับ การใช้ภาษาที่ชัดเจน เข้าใจง่าย และสมเหตุสมผล เป็นสิ่งที่ช่วยให้เข้าใจวิธีการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ทั้งสำหรับตนเองและผู้อื่น โดยปกติแล้วขั้นตอนนี้ เป็นขั้นตอนที่จะแสดงให้เห็นในการแก้ปัญหา

4) ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา โดยทั่วไปเมื่อผ่านขั้นตอนที่ 3 แล้ว ผู้แก้ปัญหาก็จะหยุดเพียงแค่นี้ เพราะถือว่าสิ้นสุดกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว แต่ขั้นตอนที่ 4 เป็นการตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่มีประโยชน์อย่างยิ่ง เมื่อเราได้คิดและแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละขั้นโดยละเอียดแล้ว เราสมควรตรวจสอบกระบวนการที่สมบูรณ์ เพราะ

จะช่วยให้เราเข้าใจปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาโดยส่วนรวม ทำให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ขั้นตอนนี้จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา นอกจากนี้หากมีข้อบกพร่องตรงส่วนใด เราอาจพบและแก้ไข หรือแม้กระทั่งอาจเกิดความคิดที่จะคิดแปลงวิธีการแก้ปัญหา ให้ง่าย สั้น หรือชัดเจนยิ่งขึ้น รวมทั้งอาจเกิดความคิดที่จะแก้ปัญหาเดิม ซึ่งคิดแปลงข้อมูลไปบ้างอันนำไปสู่การแก้ปัญหาใหม่

ตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาอย่างง่าย ๆ

ก้านต้องการซื้อขนม 4 ชิ้น ชิ้นละ 3 บาท เขามีเงินอยู่ 10 บาท ก้านยังขาดเงินอยู่เท่าไร

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจกับปัญหา เมื่อวิเคราะห์แล้วจะได้ส่วนสำคัญของปัญหาดังนี้

สิ่งที่ต้องการหา	: จำนวนเงินที่ก้านยังขาดอยู่
ข้อมูลที่กำหนด	: จำนวนขนมที่ก้านต้องการซื้อ 4 ชิ้น
	: ราคาขนมชิ้นละ 3 บาท
	: จำนวนเงินที่ก้านมีอยู่ 10 บาท
เงื่อนไข	: จำนวนเงินที่ขาดไป = จำนวนเงินที่ต้องจ่ายเป็นค่าขนม - จำนวนเงินที่มีอยู่

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

- 1) จากส่วนสำคัญของปัญหา นักเรียนจะต้องหาจำนวนเงินที่จ่ายเป็นค่าขนมก่อน ซึ่งหาได้จาก การนำจำนวนขนมที่ต้องการซื้อ คูณด้วยราคาขนมต่อชิ้น
- 2) เมื่อได้จำนวนเงินที่ต้องจ่ายเป็นค่าขนมแล้วจึงนำจำนวนเงินดังกล่าวมาปฏิบัติตามเงื่อนไข โดยการนำเอาจำนวนเงินที่ต้องจ่ายเป็นค่าขนมตั้ง ลบด้วยจำนวนเงินที่ก้านมีอยู่ หาผลลัพธ์ที่ได้ก็จะเป็นสิ่งที่ต้องการ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ก้านต้องการซื้อขนม	4 ชิ้น
ขนมราคาชิ้นละ	3 บาท
ก้านต้องจ่ายเงินเป็นค่าขนม	12 บาท
ก้านมีเงินอยู่	10 บาท
ก้านยังขาดเงินอยู่	2 บาท

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

1) จากการพิจารณาขั้นที่ 3 จำนวนเงินที่ก้านต้องจ่ายเป็นค่าขนมเป็นเงิน 12 บาท ซึ่งได้จากการนำจำนวนขนมคูณด้วยราคาขนม ซึ่งอาจใช้วิธีบวกซ้ำ (นับเพิ่ม) เป็นการตรวจสอบแทนก็ได้ดังนี้

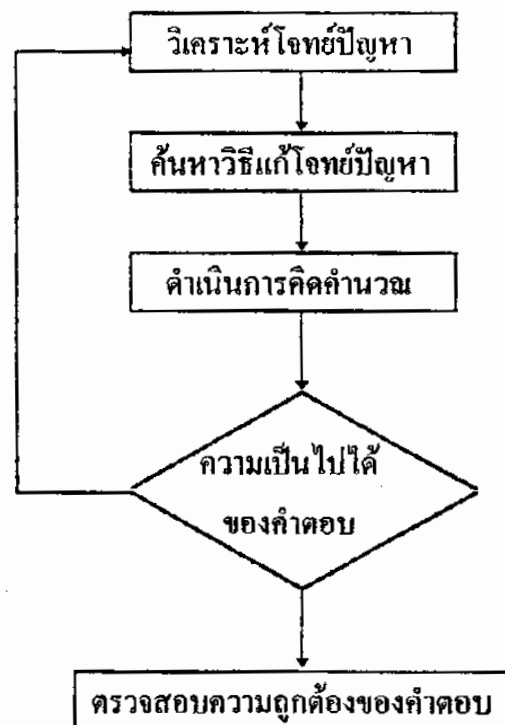
$$3+3+3+3 = 12$$

2) เนื่องจากเงินที่ก้านมีอยู่ 10 บาท และเงินที่ขาดไป 2 บาท เมื่อนำมารวมกันก็จะได้เท่ากับจำนวนเงินที่ต้องจ่ายเป็นค่าขนมพอดี

$$\text{นั่นคือ } 10+2 = 12$$

สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์ (2534 : 23) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังภาพประกอบ 1

ภาพประกอบ 1 แสดงลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา



ที่มา : สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์, 2534 : 23

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ฝึกให้นักเรียนสังเกตและวิเคราะห์ว่า ส่วนใดของโจทย์คือสิ่งที่โจทย์ต้องการ ส่วนใดของโจทย์คือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หรือสิ่งที่โจทย์ให้มา พร้อมทั้งฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าโจทย์นั้นมีข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ข้อมูลใดจำเป็น ข้อมูลใดไม่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา ในการค้นหาข้อมูลที่จำเป็นนั้นฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงว่า โจทย์ต้องการอะไร และสิ่งที่โจทย์ต้องการสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ให้มาหรือไม่

ขั้นที่ 2 ขั้นหาวิธีแก้โจทย์ปัญหา ฝึกให้นักเรียนมีมโนคติ (Concept) เกี่ยวกับ การบวก การลบ การคูณ และการหาร สามารถวิเคราะห์โจทย์ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล ตีความโจทย์และแปลงโจทย์เป็นรูป แผนภาพ และประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง โดยไม่ควรให้นักเรียนจำคำหลัก ควรฝึกโดยอาศัยหลักเหตุผลและความจริงเป็นสำคัญ

ขั้นที่ 3 ขั้นคิดคำนวณ ฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ มีความแม่นยำ และมีความรอบคอบในการคิดคำนวณ

ขั้นที่ 4 ขั้นพิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบ หลังจากที่นักเรียนหาคำตอบได้แล้ว ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักสังเกต คิดวิเคราะห์ว่าคำตอบที่ได้นั้นมีความเป็นไปได้ และสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยพิจารณาเชื่อมโยงกับสิ่งที่โจทย์ให้มา ตัวอย่างเช่น น้อยมีเงิน 20 บาท มากกว่าแดง 5 บาท แดงมีเงินเท่าไร ถ้านักเรียนตอบว่าแดงมีเงินเท่ากับ $20 + 5 = 25$ บาท ให้นักเรียนสังเกตว่าคำตอบมีโอกาสถูกหรือไม่ ในเมื่อโจทย์บอกว่าน้อยมีเงินมากกว่าแดง แต่นักเรียนหาได้ว่า แดงมีเงิน 25 บาท ขณะที่น้อยมีเงิน 20 บาท เท่านั้น

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ โดยฝึกให้นักเรียนรู้จักตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ด้วย 3 วิธี คือ วิธีที่ 1 การประมาณคำตอบ คือการฝึกให้นักเรียนคิดประมาณคำตอบอย่างคร่าว ๆ โดยการคิดในใจ วิธีที่ 2 ใช้วิธีใหม่ และวิธีที่ 3 ใช้วิธีเดิม

จากขั้นตอนของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาที่กล่าวมาทั้งหมด สามารถสรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา โดยใช้ความสามารถในการอ่านโจทย์ขั้นสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการให้หา และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่ต้องการหา หากโจทย์ไม่กล่าวถึงสิ่งเหล่านี้ไว้ตรง ๆ ก็ต้องใช้การอ่านขั้นวิเคราะห์ เพื่อหาสิ่งเหล่านั้นให้ได้

ขั้นที่ 2 เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ขึ้นนี้อาจอาศัยความสามารถขั้นความเข้าใจ หากโจทย์ข้อนั้นผู้แก้ปัญหาคเคยประสบมาก่อนแล้ว หรือมีความคล้ายคลึงกับที่เคยทำมาก่อน แต่หากโจทย์ข้อนั้นมีความแปลกใหม่ก็ต้องใช้ความสามารถขั้นการวิเคราะห์ และสังเคราะห์ความคิดเพื่อหาหลักการและกฎเกณฑ์ที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 คำนวณหาคำตอบ ขั้นนี้ใช้ทักษะการคิดคำนวณตามวิธีการที่ได้คิดไว้ในขั้นที่ 2 หากผู้เรียนได้ฝึกมากก็ย่อมมีความคล่องแคล่วและแม่นยำในการคิดคำนวณ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและตรวจคำตอบ เป็นขั้นที่จะฝึกให้นักเรียนได้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ ในโอกาสต่อไป

7. ข้อเสนอแนะในการสอนเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ชัยเขนทร์ เมืองแมน (2533 : 11) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอนโจทย์ปัญหาดังนี้

- 1) จะต้องให้นักเรียนทำความเข้าใจ ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ดังต่อไปนี้
 - 1.1) ทำความเข้าใจกับคำ ประโยค หรือ วลี ในโจทย์ปัญหา โดยครูใช้วิธีซักถามและอธิบาย
 - 1.2) ให้นักเรียนเขียนออกมาว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการ และอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนด
 - 1.3) ซักถามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ
 - 1.4) ในกรณีที่โจทย์ปัญหามีวิธีแก้หลายชั้น อาจให้นักเรียนแตกโจทย์ปัญหานั้นออกเป็น โจทย์ปัญหาชั้นเดียว แต่หลาย ๆ ตอน
- 2) เมื่อนักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาแล้ว ขั้นต่อไปคือการวางแผนในการแก้ปัญหา โดยการให้นักเรียนคิดหาวิธีการในการแก้ปัญหาแต่ละตอน ในขั้นนี้ครูควรให้เวลานักเรียนคิดเอง หรืออาจแบ่งกลุ่มช่วยกันคิด ไม่ควรอธิบายวิธีแก้ปัญหาทันที และถ้ามีความจำเป็นควรใช้คำถามช่วยเพื่อให้นักเรียนได้ย้อนกลับไปคิดถึงความคิดรวบยอดและหลักการที่จะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
- 3) เมื่อนักเรียนคิดได้แล้ว ก็ให้นักเรียนเขียนออกมาในรูปประโยคสัญลักษณ์ และแสดงวิธีทำ ซึ่งขั้นนี้ปัญหาอยู่ที่การเรียบเรียงออกมาเป็นวิธีทำ มีนักเรียนหลายคนเขียนออกมาไม่ได้ หรือเริ่มต้นไม่ถูก ครูอาจให้นักเรียนเริ่มต้นที่ผลลัพธ์ที่นักเรียนหามาได้แล้ว ได้ไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้
- 4) หลังจากที่เขียนแสดงวิธีทำแล้ว นักเรียนควรจะได้ตรวจสอบคำตอบ สิ่งที่ยืนยันและอ่านให้ครูฟัง เพื่อว่าการเขียนเรียบเรียงออกมานั้นถูกต้องได้ความสมบูรณ์หรือไม่ แล้วครูอาจให้นักเรียนใช้วิธีอื่นในการตรวจสอบคำตอบ เช่น โจทย์การหาร เมื่อได้ผลลัพธ์ออก

มาแล้ว ควรนำผลลัพธ์ที่ได้ไปคุยกับตัวหารดูว่า ผลคูณจะมีค่าเท่ากับตัวตั้งหรือไม่ หรือโจทย์ปัญหาการคูณ ควรใช้วิธีการบวกซ้ำในการตรวจสอบคำตอบ ดังตัวอย่างที่แสดงมาแล้วข้างต้น

5) ในการสอนโจทย์ปัญหา ครูควรจะให้เวลานักเรียนสำหรับการคิดด้วยตนเอง อย่าพยายามอธิบายจนกว่าจะแน่ใจว่านักเรียนคิดด้วยตนเองไม่ได้

6) ในการสอนโจทย์ปัญหานั้นจำเป็นต้องใช้เทคนิคการใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเป็นอย่างมาก การที่นักเรียนคิดไม่ออกหรือคิดไม่ได้ในโจทย์แต่ละข้อ ไม่ใช่ปัญหาสำคัญ แต่ปัญหาสำคัญอยู่ที่ว่านักเรียนได้คิดหรือไม่

7) โจทย์ปัญหาบางข้อครูอาจแนะนำให้นักเรียนใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนภาพ การสร้างตาราง การทำย้อนกลับ

8) ในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนจะต้องอาศัยทักษะ ซึ่งเกิดจากการฝึกฝนในการแก้โจทย์ปัญหาบ่อย ๆ ซึ่งครูอาจฝึกได้ โดยให้ทำในตอนเช้า หรือตอนก่อนเลิกเรียนทุกวัน วันละข้อ โดยใช้เวลาเพียง 10 - 15 นาที

9) ครูอาจใช้กิจกรรมการแข่งขันการแก้โจทย์ปัญหา ในการสรุปบทเรียนแต่ละครั้ง โดยการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้หาวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 60) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอนแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

- 1) สร้างบรรยากาศในการแก้ปัญหา
 - 1.1) ให้ช่วงเวลาในการคิด การวิเคราะห์และการทดลอง
 - 1.2) ซอมรับคำถามที่นักเรียนถาม
 - 1.3) อย่าทำให้นักเรียนเกิดความกลัว
 - 1.4) ครูต้องมีความอดทนเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้
- 2) สร้างแรงจูงใจให้นักเรียน
 - 2.1) เน้นความสำคัญในการแก้ปัญหา โจทย์แบบฝึกหัดข้อแรก ๆ ควรจะเป็นโจทย์ที่นักเรียนทุกคนทำได้
 - 2.2) ให้โจทย์ที่ง่ายก่อนแล้วจึงให้ทำโจทย์ที่ยาก
 - 2.3) ให้นักเรียนมีโอกาสเตรียมตัวในการที่จะแก้ปัญหา โจทย์ที่ยาก
 - 2.4) ปลุกให้นักเรียนอยากรู้ อยากเห็นด้วยการ ใช้ปัญหาลับสมอง
- 3) วิธีที่จะเพิ่มความเข้าใจ

- 3.1) แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะอ่านปัญหาโจทย์อย่างไร อ่านแล้วต้องหยุดคิดแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้
- 3.2) ครูอ่านปัญหาอีกครั้งหนึ่งเพื่อนักเรียนจะได้เห็นปัญหาอย่างแจ่มชัด
- 3.3) ถามนักเรียนเพื่อจะตรวจดูให้แน่ว่านักเรียนเข้าใจข้อความ ศัพท์ และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับโจทย์หรือไม่
- 3.4) ช่วยนักเรียนในการพิจารณาข้อความที่สำคัญอันจะเป็นเหตุผลนำไปสู่การแก้ปัญหา
- 3.5) แยกปัญหานั้นออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่ง่ายขึ้น
- 3.6) ถ้านักเรียนไม่ทราบจะเริ่มคำที่ไหน ควรจะส่งเสริมให้นักเรียนเขียนความจริงที่ได้จากปัญหานั้นเพื่อจะได้มองเห็นแนวทาง
- 3.7) ให้นักเรียนเขียนปัญหาที่เกี่ยวข้องกันและให้พิจารณาตัวแปรในกรณีของโจทย์สมการ
- 4) เน้นถึงความยืดหยุ่นและเรื่องต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา
 - 4.1) อย่าเคร่งดัดกระบวนการทีละขั้นหรือแบบฟอร์มจนเกินไป
 - 4.2) แนะนำให้นักเรียนเปลี่ยนวิธีการเมื่อเจอปัญหายาก
 - 4.3) ให้รู้จักพิจารณาเปรียบเทียบปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ และปัญหาที่มีข้อมูลพิเศษเพิ่มเติม
 - 4.4) ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี ในโจทย์ข้อเดียวกัน
- 5) ให้คำแนะนำที่จะสร้างรูปแบบเพื่อการค้นคว้าหาคำตอบ
 - 5.1) ใช้แผนผังแสดงวิธีแก้
 - 5.2) ใช้ไคอะแกรม โมเดล หรือเขียนร่างเพื่อแยกดูโครงสร้าง
 - 5.3) ใช้สัญลักษณ์เขียนแทนตัวแปรของปัญหา
- 6) แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะตั้งคำถามถามตัวเองอย่างไร
 - 6.1) โจทย์กำหนดอะไร
 - 6.2) โจทย์ต้องการให้ทำอะไร
 - 6.3) ความคิดอะไรที่เคยเขียนมาแล้วและจะมาสัมพันธ์กับปัญหานี้
 - 6.4) ปัญหาอะไรที่เคยทำมาแล้วและคล้ายกับปัญหานี้ มีข้อแตกต่างอย่างไร
 - 6.5) จะเรียงลำดับขั้นการคิดอย่างไร จะหาอะไรก่อนหลัง และแยกแยะออกเป็นปัญหาย่อยอย่างไร

6.6) จะสรุปปัญหานั้นได้อย่างไร

6.7) เมื่อแก้ปัญหาแล้วจะมีวิธีการตรวจย้อนหรือตรวจคำตอบอย่างไร

7) เน้นวิธีการแก้ปัญหามากกว่าที่จะบอกว่าแก้อย่างไร

7.1) ตามนักเรียนในการที่จะหาวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

7.2) ให้การยอมรับในแต่ละส่วนที่ใช้วิธีการถูกต้องมากกว่าคำตอบถูกต้อง

แต่วิธีการผิด

7.3) การแก้โจทย์ปัญหาต้องดูที่วิธีการคิดของนักเรียนด้วย

7.4) ให้โอกาสแก่นักเรียนในการแสดงวิธีการแก้ปัญหา

7.5) ให้รู้จักวิเคราะห์วิธีทำ

8) ส่งเสริมการทดลอง การลองผิดลองถูก การคาดคะเน การเดาคำตอบอย่างมีเหตุผล ซึ่งจะนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหา

9) ควรจะให้มีการฝึกทำโจทย์ปัญหาบ่อย ๆ

10) ให้นักเรียนกล่าวหรือเขียนการแก้ปัญหามาในแบบฟอร์มที่ถูกต้อง

11) ใช้โจทย์ปัญหานั้นเพื่อค้นพบความคิดรวบยอดตามแนวคิดศาสตร์สมัยใหม่

12) ใช้โจทย์ปัญหานั้นเป็นแบบฝึกหัดไปในตัว

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 58) ให้ข้อเสนอแนะแก่ครูในฐานะผู้สอน ว่าสามารถเสริมสร้างทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดังนี้

1) เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน เป็น โจทย์ปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้น

2) ทดสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ ในที่นี้ได้แก่ ความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว และสามารถนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ ถ้านักเรียนมีความรู้ในเรื่องเหล่านี้ไม่เพียงพอ ครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนไปแล้ว

3) ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิด กระตุ้นให้นักเรียนคิดว่า นักเรียนจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะ และหลักการใดบ้างในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ

4) คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน แบบฝึกหัดหรือโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนทำจะต้องมีหลายระดับ ทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน

5) ทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยครูถามนักเรียนว่า โจทย์ต้องการถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

6) ฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบ โดยประมาณ ก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง เพราะในชีวิตประจำวันของคนเรานั้น เราต้องใช้การประมาณค่า เช่น การไปซื้อของในร้านสรรพสินค้า เราต้องกะประมาณราคาของสิ่งของที่เรารับใส่ตะกร้าอย่างคร่าว ๆ ก่อนที่เราจะ ไปจ่ายเงิน เพื่อตรวจสอบดูว่าเรามีเงินพอที่จะจ่ายในการซื้อสิ่งของเหล่านั้นหรือไม่ เป็นต้น

7) ช่วยนักเรียนคิดในการที่จะ ได้มาซึ่งความสัมพันธ์ของ โจทย์ปัญหา ครูแนะนำให้นักเรียนวาดภาพเขียนแผนผัง และการใช้คำถามเหล่านี้ถามนักเรียน เช่น สิ่งใด หรืออะไร ที่นักเรียนไม่ทราบจากโจทย์ สิ่งที่โจทย์ให้มานั้นเพียงพอหรือไม่ สิ่งที่ทำให้มาสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ถามอย่างไร มีข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ที่นักเรียนไม่จำเป็นต้องใช้ เป็นต้น นอกจากนี้ครูอาจจะทบทวนความคิดรวบยอดของสิ่งที่นักเรียนเรียนไปแล้วและสัมพันธ์กับ โจทย์ และเน้นให้นักเรียนอ่าน โจทย์อย่างระมัดระวัง

8) ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์ โจทย์ปัญหา เช่น การถามนักเรียนว่า นักเรียนเคยแก้ โจทย์ปัญหาข้อนี้หรือแก้ โจทย์ที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองคิดวิธีที่นักเรียนคิดว่าจะแก้ ปัญหา โจทย์ข้อนี้ได้ ลองแก้ โจทย์ปัญหา ดู ทำตาราง หรือวาดรูป ลองแตกปัญหาของ โจทย์นั้นเป็นปัญหาย่อย ๆ ลองอ่าน โจทย์แต่ละวรรคแล้วคิดว่า มันเกี่ยวข้องกับกันอย่างไร การอ่าน โจทย์จะอ่านออกเสียงให้ตนเอง ได้ยินก็ได้ ลองแก้ ปัญหา ส่วนที่นักเรียนคิดว่าตนเองทำได้ก่อน เป็นต้น

9) การแก้ปัญหา โจทย์ ครูอาจถามนักเรียนว่าการแก้ปัญหาแต่ละ ขั้นตอน ที่นักเรียนทำนั้น เชื่อถือได้หรือไม่ นักเรียนมีวิธีการอื่น ๆ ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์นั้นได้หรือไม่ วิธีการที่นักเรียนใช้แก้ นั้นถูกต้องหรือไม่เพียงใด ตลอดจนการทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละ ขั้นตอนเมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสนับสนุนให้นักเรียนตอบวิธีการที่นักเรียนคิด และทำในการแก้ปัญหา โจทย์นั้น ๆ

แฟร์ และฟิลลิปส์ (Fehr and Phillips, 1967 : 375 - 390) ได้เสนอแนะกิจกรรม สำหรับ ใช้ในการสอนวิธีการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) การแก้ปัญหาจาก โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ครูตั้งขึ้นเอง โดยให้แก้ปัญหาในเชิงถามตอบประกอบการปฏิบัติกิจกรรมอย่างสอดคล้องกับชีวิตจริง การฝึกกิจกรรมนี้จะทำได้

เมื่อนักเรียนรู้จักการนับแล้ว และกิจกรรมนี้สามารถเริ่มได้ก่อนที่นักเรียนจะอ่าน หรือเขียนคำ และตัวเลขได้

- 2) ให้ความสนใจกับการอ่านเพื่อความเข้าใจ ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนสามารถอ่าน และทำความเข้าใจกับ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี
- 3) สอนให้นักเรียนรู้ว่า ควรใช้วิธีใด และทำไมจึงต้องทำอย่างนั้น
- 4) ฝึกให้นักเรียนแต่ง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ขึ้นเอง
- 5) ใช้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นคำหรือสัญลักษณ์ แทนตัวเลขเพื่อสร้างความเข้าใจ
- 6) ใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งนักเรียนจะต้องเติมให้สมบูรณ์จึงจะหาคำตอบได้
- 7) ใช้โจทย์ที่ไม่ระบุสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนหาคำตอบ
- 8) ฝึกการคาดคะเนคำตอบจาก โจทย์
- 9) ฝึกให้นักเรียนใช้วิธีการในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลาย ๆ วิธี โดยไม่จำกัด รูปแบบ หรือวิธีการใดวิธีการหนึ่งในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 10) ฝึกให้นักเรียนเขียนหรือตอบคำถามจาก โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นข้อความ ไม่ใช่ให้ตอบแต่เฉพาะตัวเลขอย่างเดียว
- 11) ฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้
- 12) สอนให้เข้าใจรูปแบบพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

จากข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่หลายท่านได้กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยคิดว่า การสอนทักษะการอ่านให้นักเรียนสามารถอ่าน โจทย์ได้อย่างถูกต้องคล่องแคล่ว และเข้าใจเป็นอย่างดี เป็นสิ่งสำคัญมาก เมื่อนักเรียนเข้าใจ โจทย์ก็สามารถแปลงเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้อง สุดท้ายก็สามารถคิดคำนวณและหาคำตอบได้ และที่สำคัญอีกประการหนึ่ง การแก้ โจทย์ปัญหาเป็นวิชาทักษะ หากครูกระตุ้นให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ เป็นประจำสม่ำเสมอก็จะทำให้นักเรียนมีความชำนาญในการแก้ โจทย์ปัญหามากขึ้น

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการอ่าน

1. ความหมายของการอ่าน

มีผู้ให้ความหมายของการอ่านไว้หลายท่านดังนี้

นวิลักษณ์ บุญชะกาญจน (2525 : 2) ให้ความหมายว่า การอ่าน หมายถึง การแปลความหมายของตัวอักษรออกมาเป็นถ้อยคำและความคิด แล้วนำความคิดไปใช้ให้เป็นประโยชน์ ตัวอักษรเป็นเพียงเครื่องหมายแทนคำพูด และคำพูดก็เป็นเพียงเสียงที่ใช้นั้นของจริงอีกทอดหนึ่ง เพราะฉะนั้น หัวใจของการอ่านจึงอยู่ที่การเข้าใจความหมายของคำที่ปรากฏในข้อความนั้น ๆ

ประเทิน มหาจันทร์ (2530 :13) ให้ความหมายของการอ่านไว้ว่า เป็นกระบวนการในการแปลความหมายของตัวอักษรหรือสัญลักษณ์ที่มีการจดบันทึกไว้ การอ่านที่แท้จริงผู้อ่านจะต้องเข้าใจความหมายของเรื่องที่อ่าน ซึ่งจะต้องอาศัยประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานด้วย

บันลือ พฤษะวัน (2532 : 2) ได้ให้ความหมายของการอ่านไว้ดังนี้

1) การอ่านเป็นการแปลสัญลักษณ์ออกมาเป็นคำพูด โดยการผสมเสียง เพื่อใช้ในการออกเสียงให้ตรงกับคำพูด การอ่านแบบนี้มุ่งให้สะกดตัวประสมคำอ่านเป็นคำ ๆ ไม่สามารถใช้สื่อความ โดยการฟังได้ทันที เป็นการอ่านเพื่อการอ่านออก มุ่งให้อ่านหนังสือได้แตกฉานเท่านั้น

2) การอ่านเป็นการใช้ความสามารถในการผสมผสานของตัวอักษร ออกเสียงเป็นคำ หรือเป็นประโยค ทำให้เข้าใจความหมายโดยการสื่อความ โดยการอ่าน หรือฟังผู้อื่นอ่านแล้วรู้เรื่องราวเรียกว่า อ่านได้ ซึ่งมุ่งให้อ่านแล้วรู้เรื่องของสิ่งที่อ่าน

3) การอ่านเป็นการสื่อความหมายที่จะถ่ายทอดความคิดความรู้จากผู้เขียน (ผู้สื่อ) ถึงผู้อ่าน การอ่านลักษณะนี้เรียกว่า อ่านเป็น ผู้อ่านย่อมเข้าใจถึงความรู้สึกนึกคิดของผู้เขียน โดยอ่านแล้ว สามารถประเมินผลของสิ่งที่อ่านด้วย

4) การอ่านเป็นการพัฒนาความคิด โดยที่ผู้อ่านต้องใช้ความสามารถหลาย ๆ ด้าน เช่น ใช้การสังเกตจำรูปคำ ใช้สติปัญญา และประสบการณ์เดิมในการแปลความหรือถอดความให้เกิดความเข้าใจเรื่องราวที่อ่านได้ดี โดยวิธีอ่านแบบนี้จะต้องดำเนินการสี่ขั้นตอนและต่อเนื่อง (กระบวนการ) อาจต้องใช้ความหมายของการอ่านจากข้อ 1,2 และ3 (หรือไม่จำเป็นต้องครบทั้ง 3 ความหมายก็ได้) แล้วสามารถเข้าใจความหมายของสิ่งที่อ่าน และนำผลของสิ่งที่ได้จากการอ่านมาเป็นแนวคิด แนวปฏิบัติได้ เราเรียกว่า อ่านเป็น

จากการให้ความหมายทั้งหมดนี้อาจสรุปได้ว่า การอ่านคือ กระบวนการแปลความหมายของสัญลักษณ์โดยผ่านกระบวนการทางความคิด ไปสู่ความเข้าใจในสิ่งที่อ่าน ซึ่งต้องอาศัยทักษะการวิเคราะห์คำ ถอดความ ตีความ ขยายความ และประสบการณ์เดิมของผู้อ่าน