

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงเอกสาร แนวคิด และผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรต่างๆ ซึ่งครอบคลุมจุดมุ่งหมายของการวิจัย ดังที่ได้รวบรวมมาตามลำดับดังนี้

#### เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. แนวคิดในการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์
3. องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์
4. ขั้นตอนในการสอนการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์
5. สาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์

#### งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสำเร็จในการแก้ไข้ปัญหาคณิตศาสตร์

#### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะคณิตศาสตร์

1. ทักษะคณิตศาสตร์
2. ขั้นตอนการฝึกทักษะคณิตศาสตร์
3. ทักษะการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. ทักษะการแปลงภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์
5. ทักษะการคิดคำนวณ
6. ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์

## เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

### 1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

อดัมส์ (Adams, 1977 : 17) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาว่าหมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและต้องมีการตัดสินใจ ลงมือกระทำเพื่อหาคำตอบ โดยที่ปัญหานั้นจะเป็นปัญหาที่เป็นภาษา (Word Problem) ปัญหาที่เป็นเรื่องราว (Story Problem) ปัญหาที่เป็นคำพูด (Verbal Problem) นอกจากนี้ยังมีความแตกต่างระหว่างปัญหาและแบบฝึกหัดคือ ในการแก้ปัญหานั้นจะต้องมีการตัดสินใจ และลงมือทำ ส่วนแบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจทำเท่ากับปัญหา

แตรมเมอร์ (Kramer, 1978 : 478) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาว่าเป็นปัญหาเชิงปริมาณที่ใช้ภาษาอธิบายสถานการณ์ โดยในสถานการณ์นั้นประกอบด้วยคำถามที่บุคคลไม่สามารถตอบได้เลยในขณะนั้น

แอนเดอร์สันและพินกรี (Anderson and Pingry, 1973 : 228) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาว่า หมายถึงสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหานั้นทำได้ดีเพียงใดนั้น ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องมีวิธีการที่เหมาะสมรวมทั้งใช้ความรู้และประสบการณ์ และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

นวลจิต ธีรพัฒน์พันธ์ (2533 : 55) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาว่า หมายถึงคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยข้อความและตัวเลขที่จะต้องตีความหมายของข้อความนั้นเสียก่อนจึงจะดำเนินการหาคำตอบ

จำลอง มาศจิตต์ (2535 : 38) ให้ความหมายไว้ว่า หมายถึงคำถามทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะต้องแปลความออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งจะประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่โจทย์กำหนดให้และส่วนที่โจทย์ให้หาคำตอบ

จากการให้นิยามโจทย์ปัญหาข้างต้นพอสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคือสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งใช้ภาษาอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเชิงปริมาณที่ผู้แก้ปัญหานั้นต้องอ่านเก็บรายละเอียดเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ หรือเหตุการณ์ที่กำหนดให้และพิจารณาเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ ที่เคยเรียนรู้มาแล้วมาคิดคำนวณหาคำตอบ

## 2 แนวคิดในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สตีฟ ครูลิก และอินกริด ไวส์ (Steve Krulik and Ingrid Weise, 1980 : 251) ได้เสนอแนวคิดในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการใช้คำถามดังต่อไปนี้

- 1) เข้าใจปัญหาหรือไม่ว่า โจทย์ต้องการอะไร โจทย์กำหนดอะไรบ้าง เงื่อนไขใดจะนำมาใช้ได้บ้าง วาดภาพแสดงโจทย์ปัญหาได้หรือไม่
- 2) มีแผนในการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่ เคยพบการแก้โจทย์ปัญหาลักษณะนี้หรือไม่ สมมุติว่าเคยแก้โจทย์ปัญหาที่ง่ายกว่านี้ ลองวางแผนแก้โจทย์ปัญหาได้หรือไม่ ลิสรายละเอียดที่จำเป็นไปหรือเปล่า
- 3) ทำตามแผนที่กำหนดไว้ได้หรือไม่ มีวิธีอะไรหรือเรื่องใดที่ยังยาก ทำให้ดำเนินการตามแผนที่ไม่ได้และทดสอบขั้นตอนแล้วหรือยัง
- 4) เมื่อแก้ปัญหาได้แล้วทดสอบว่า คำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ มีวิธีสั้นๆ กว่านี้หรือไม่

เกลนอนอนและฮันนิคัทท์ (Glenon and Hunnicutt, 1952 : 23 - 24) เสนอแนะแนวคิดในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

- 1) ควรเพิ่มพูนประสบการณ์ในโรงเรียน ที่จะช่วยให้นักเรียนเล็งเห็นความจำเป็นของการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น การซื้อสิ่งของ
- 2) ควรพัฒนาความเข้าใจเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับตัวเลขได้อย่างเฉลียวฉลาดและลดพฤติกรรมเดาสุ่ม
- 3) ควรใช้โจทย์ปัญหามตามระดับความสามารถของนักเรียน แต่ละบุคคลและใช้อุปกรณ์การสอนให้มากที่สุด
- 4) หาวิธีให้นักเรียนมีพัฒนาการอย่างกว้างขวางเกี่ยวกับศัพท์เฉพาะทางคณิตศาสตร์
- 5) ฝึกให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการที่จะกะประมาณคำตอบที่ถูกต้องหรือใกล้เคียงที่สุด

เฟร์และฟิลลิปส์ (Febr and Phillips, 1967 : 375 - 390) ได้เสนอแนะกิจกรรมสำหรับใช้ในการสอนวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) การแก้ปัญหาจากโจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ครูตั้งขึ้นเอง โดยให้แก้ปัญหาในเชิงตามตอบประกอบการปฏิบัติกิจกรรม อย่างสอดคล้องกับชีวิตจริงการฝึกกิจกรรมนี้จะทำได้เมื่อนักเรียนรู้จักการนับแล้วและกิจกรรมนี้สามารถเริ่มได้ก่อนที่นักเรียนจะอ่านหรือเขียนคำและตัวเลขได้

2) ให้ความสนใจกับการอ่านเพื่อความเข้าใจ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถอ่านและทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

3) สอนให้นักเรียนรู้ว่าควรใช้วิธีใด และทำไมจึงต้องทำอย่างนั้น

4) ฝึกให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ขึ้นเอง

5) ใช้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นคำหรือสัญลักษณ์แทนตัวเลขเพื่อสร้างความเข้าใจ

6) ใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งนักเรียนจะต้องเติมให้สมบูรณ์จึงจะหาคำตอบได้

7) ใช้โจทย์ที่ไม่ระบุสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนหาคำตอบ

8) ฝึกการคาดคะเนคำตอบจากโจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์

9) ฝึกให้นักเรียนใช้วิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลายๆ วิธี โดยไม่จำกัดรูปแบบหรือวิธีการใดวิธีการหนึ่งในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

10) ฝึกให้นักเรียนเขียนหรือตอบคำถามจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นข้อ ความไม่ไขว้ให้ตอบ แต่เฉพาะจำนวนตัวเลขอย่างเดียว

11) ฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้

12) สอนให้เข้าใจรูปแบบพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

น้อมศรี เภท (2521 : 19 - 23) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่าการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดี ครูควรคำนึงถึงหลักสำคัญ 8 ประการคือ

1) การวิเคราะห์ปัญหา ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถแยกแยะปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้น กำหนดสิ่งใดให้บ้างและโจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

2) การเขียนประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งประกอบด้วยตัวเลขและเครื่องหมายแทนข้อความ และจำนวนก่อนที่นักเรียนจะเรียนการเขียน ประโยคสัญลักษณ์นักเรียนควรจะได้เรียนเรื่องการใช้ตัวเลขแทนจำนวน เมื่อนักเรียนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์จาก โจทย์ปัญหาที่ง่ายได้แล้ว

ขั้นต่อไปจึงค่อยสอน โจทย์ปัญหาที่ยากหรือซับซ้อนขึ้นต่อ โจทย์ปัญหาที่มีสิ่งที่กำหนดให้มากกว่า 2 จำนวนขึ้นไปนักเรียนจะต้องใช้วิธีทำมากกว่า 1 วิธี หรือที่เรียกกันทั่วไปว่า โจทย์ระคนกิจกรรม ที่ครูอาจใช้ในการฝึกการเขียนประโยคสัญลักษณ์ เช่น

2.1) อ่านโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ของ โจทย์ปัญหาแต่ละฝ่าย

2.2) เขียนโจทย์ปัญหาบนกระดานคำแล้วให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาตาม ประโยคสัญลักษณ์เหล่านั้น โดยการบอกหรือการเขียน โจทย์ปัญหาที่นักเรียนคิดได้ ประโยค สัญลักษณ์เดียวกันนักเรียนอาจแต่งเป็น โจทย์ปัญหาโดยใช้เรื่องต่างๆ กันไปได้

3) การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบการในการสอนการ แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ การใช้สื่อจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจสิ่งที่ เป็นนามธรรมใน โจทย์ปัญหา มากขึ้นสื่อการสอนอาจใช้ของจริง รูปภาพ หรือแผนภูมิก็ได้ สื่อเหล่านี้เป็นเครื่องช่วยในการ จินตนาการและคิดค้นหาคำตอบ สื่อที่เป็นของจริงมีประโยชน์ในการนำมาใช้เป็นตัวนับแทน จำนวนนับต่างๆสื่อที่เหมาะสมหาได้ง่ายและครูควรมีไว้เป็นจำนวนมาก สื่อที่เป็นรูปภาพ อาจเป็น รูปที่ตัดจากหนังสือปฏิทิน หรือหนังสือพิมพ์ นอกจากนั้นอาจเป็นรูปภาพที่ครู หรือนักเรียนวาด ขึ้นเองได้ สื่ออีกประเภทหนึ่งที่มีประโยชน์มากในการสอนการแก้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ การหาร ทั้งที่เป็นจำนวนนับ ทศนิยมและเศษส่วนได้ คือเส้นจำนวนหลังจากที่ครู สอนการแก้ โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อต่างๆ ประกอบการสอน เมื่อเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและ สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องแล้ว ขั้นต่อไปครูควรสนับสนุนให้นักเรียนฝึกแก้ โจทย์ปัญหาโดยการคิดใน ใจ ไม่ต้องวาดรูปหรือใช้ของจริงช่วย เพราะนักเรียนบางคนสามารถนึกรูปเส้นจำนวนหรือรูปภาพ ในใจได้ การฝึกให้นักเรียนได้แก้ โจทย์ปัญหาโดยการคิดในใจเป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากเราต้องให้อยู่เสมอ ในชีวิตประจำวัน

4) ความสามารถในการอ่าน สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้คือ นักเรียนขาดทักษะในการอ่าน เนื่องจาก โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ข้อความและตัวเลข ดังนั้น นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของ คำศัพท์ต่าง ๆ และสามารถตีความว่า โจทย์กำหนดสิ่งใดให้และต้องการทราบอะไร ซึ่งต่างจากการ อ่านโดยทั่วๆ ไปศัพท์บางคำใน โจทย์ปัญหา มักเป็นคำศัพท์ที่ใช้เฉพาะอยู่ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับ คณิตศาสตร์

5) ทักษะในการคำนวณ การมีทักษะในการคำนวณคือการที่นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ และหาร ได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว ดังนั้นเมื่อนักเรียนทราบประโยคสัญลักษณ์ โจทย์

ปัญหาแล้ว นักเรียนที่มีทักษะในการคำนวณจะสามารถหาคำตอบของปัญหานั้น ได้ถูกต้องและรวดเร็วกว่าผู้ที่ไม่มีทักษะในเวลาสอน เมื่อครูพบว่านักเรียนคนใดในชั้นยังขาดทักษะในการคำนวณควรหาทางช่วยนักเรียนจัดกิจกรรมหลาย ๆ อย่างที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะเพื่อ นักเรียนจะได้ใช้ทักษะในการคำนวณ ไปหาคำตอบในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว

6) การประมาณคำตอบจะช่วยทำให้นักเรียนทราบว่า วิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหและการคำนวณถูกหรือผิดได้โดยเปรียบเทียบคำตอบได้จากการประมาณกับคำตอบจริง ซึ่งควรใกล้เคียงกัน การประมาณคำตอบเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้กับนักเรียน

7) ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธี แก้ปัญหาหลายๆ วิธีเพราะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้าง ไม่ถูกจำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้คิดค้นหาวิธีแก้ปัญหามากๆ แบบจะได้รับการฝึกให้คิด มีใจฝึกให้ทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบจากตัวอย่าง นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ แล้วมีความรู้ความเข้าใจ และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้จะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาได้หลายวิธี

8) การเลือกโจทย์ปัญหา เพื่อนำไปสอนนักเรียน ครูควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้ คือ

8.1) ควรสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน เพื่อนักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ

8.2) สถานการณ์ในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อเป็นของจริงหรือของจำลองประกอบการสอนได้

8.3) เนื้อเรื่องในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8.4) ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียน และไม่ควรร ใช้ถ้อยคำฟุ่มเฟือย

### 3 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้ที่มีบทบาทที่สำคัญที่สุดคือ ครูจะต้องมีบทบาทสำคัญในการฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหามีความรู้ความสามารถพื้นฐาน และเจตคติที่ดีต่อการแก้โจทย์ปัญหา สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะส่งผลไปสู่การแก้ปัญหในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง รวดเร็ว ดังที่คณะอนุกรรมการการ

พัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141) ได้กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับการฝึกฝน ให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐาน และมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังสำคัญยิ่งในการแก้ปัญหาดังนี้

- 1) มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาที่มีความเข้าใจ มีมโนคติและทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นๆ
- 2) มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
- 3) มีความสามารถในการแปลข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนการ
- 4) มีความสามารถในการวิเคราะห์ ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม
- 5) มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบและหาข้อสรุป
- 6) มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
- 7) มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

เฮนนี่ (Henney, 1971 : 223 - 224) ได้รวบรวมองค์ประกอบต่างๆ ที่มีอิทธิพลถึงการประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการอ่าน ความเข้าใจในแนวคิดของปัญหา การตีความหมายอย่างมีเหตุผล การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ วิธีการคิดคำนวณที่ถูกต้องซึ่งองค์ประกอบเหล่านี้จะมีความสัมพันธ์กันในการเขียน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

จอห์นสัน และไรซิง (Johnson and Rising, 1969 : 108) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งจะต้องประกอบด้วย

- 1) การมองเห็นภาพ (Visualizing)
- 2) การจินตนาการ (Imagining)
- 3) การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating)
- 4) การวิเคราะห์ (Analyzing)
- 5) การสรุปในเชิงนามธรรม (Abstracting)
- 6) การเชื่อมโยงความคิด (Associating ideas)

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2537 : 22 - 27) กล่าวว่า นักเรียนส่วนมากมักจะกลัวโจทย์ปัญหาและจะต้องนำความสามารถในการคิดหาเหตุผลมาใช้ จึงจะช่วยให้สามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ แต่เนื่องจากความสามารถในการคิดหาเหตุผลของนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกัน ดังนั้น จึงถือเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องจัดประสบการณ์ให้แก่ นักเรียน เพื่อให้เกิดการพัฒนา การคิดหาเหตุผล ที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาคต่อไป โดยเสนอแนะเทคนิคต่างๆ ที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคของนักเรียนดังนี้

- 1) ใช้ปัญหาที่นักเรียนสนใจ เช่น ปัญหาที่มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริงๆ หรือสภาพการณ์ที่นักเรียนนึกถึง
- 2) เปลี่ยนเรื่องราวของโจทย์ ปัญหาให้มองเห็นง่ายขึ้น เช่น ใช้เส้นจำนวนการวาดภาพ การเขียน
- 3) ใช้การแสดงบทบาทสมมุติ เพื่อให้สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหาเป็นจริงยิ่งขึ้น
- 4) ใช้วิธีเปรียบเทียบ โดยการให้นักเรียนมองเห็นวิธีการในการหาคำตอบของโจทย์ ปัญหาที่ยากด้วยการคิดปัญหาง่ายๆ ที่คล้ายกับโจทย์ข้อนั้น
- 5) หาคำตอบโจทย์ปัญหาง่ายๆ ด้วยการคิดในใจ โดยไม่ต้องใช้การเขียนประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับจากการคิดแก้โจทย์ ปัญหาต่างๆ ในใจนี้จะช่วยให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งขึ้น และความสำเรีงนี้ จะช่วยเร้าให้อยากแก้โจทย์ปัญหาที่ยากขึ้น
- 6) นักเรียนควรได้รับการกระตุ้น และแนะนำให้ประมาณคำตอบก่อนการแก้ปัญหาคจนคิดเป็นนิสัย
- 7) โจทย์ปัญหาคบางชนิดมีรูปแบบในการแก้ปัญหาคเฉพาะตัว จึงควรจดจำไว้ เพื่อจะนำไปแก้ปัญหาคโจทย์ในลักษณะเดียวกัน ได้
- 8) การจดจำสูตรต่างๆ อย่างทราบความหมาย จะมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาค
- 9) การใช้โจทย์ปัญหาคหลายระดับ ครูต้องพยายามจัดโจทย์ปัญหาคให้เหมาะสมกับประสบการณ์ของนักเรียน โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนพบกับโจทย์ปัญหาคในระดับต่างๆ กัน
- 10) ควรใช้โจทย์ปัญหาคหลายๆ แบบเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคหลายๆ แบบ เพิ่มความสนใจและประสบการณ์ เช่น โจทย์ปัญหาคที่ไม่มีตัวเลข โจทย์ปัญหาคที่ไม่ต้องการคำตอบ แต่ต้องการหาวิธีการ ในการหาคำตอบ โจทย์ปัญหาคที่มีข้อมูลไม่ครบหรือมากเกินไปจนความจำเกิน



11) เปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงการแก้โจทย์ปัญหา ด้วยวิธีต่างๆ หลายๆ วิธี ย่อมทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสภาพของโจทย์ปัญหามากกว่า การแก้โจทย์ปัญหาหลายๆ ปัญหา ด้วยวิธีการเพียงอย่างเดียว

12) ใช้วิธีวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคือ แยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไร โจทย์ต้องการให้หาอะไร ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ได้ดียิ่งขึ้น

13) การแปลงสภาพของโจทย์ปัญหาด้วยวิธีต่างๆ เช่น สร้างจากประโยคสัญลักษณ์ สร้างจากปัญหาเพียงบางส่วน และสร้างเองทั้งหมด

14) การสอนทักษะการอ่านที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อพัฒนาความเข้าใจในโจทย์ปัญหา

หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพิษณุโลก (2531 : 1) กล่าวว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละครั้งนักเรียนย่อมมีโอกาสฝึกฝนทักษะในด้านต่างๆ ทักษะที่สำคัญและจำเป็นจะต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามีอยู่หลายประการคือ

- 1) ทักษะการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการเขียนรูปหรือแผนภาพ
- 3) ทักษะการหาความสัมพันธ์ในปริภูมิที่กำหนด
- 4) ทักษะการนำหลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้
- 5) ทักษะการแปลงภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์
- 6) ทักษะการคิดคำนวณ
- 7) ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์

ชาลิวสกี (Zalewski, 1978 : 2804 - A) ได้ศึกษาองค์ประกอบ ที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่า สิ่งที่เป็นองค์ประกอบมีดังนี้

- 1) ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
- 2) ความสามารถในการจัดกระทำ
- 3) ความเข้าใจในการอ่านศัพท์ และการตีความหมายจากกราฟและตาราง
- 4) มโนคติทางคณิตศาสตร์

## 5) ทักษะในการคำนวณ

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer and Trueblood, 1977 : 32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

- 1) เทคนิคการรู้ค่าศัพท์
- 2) ทักษะการคำนวณ
- 3) การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
- 4) การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
- 5) การคาดคะเนคำตอบ
- 6) การเลือกใช้วิธีการจัดการกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง
- 7) ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
- 8) การแปลความหมายของโจทย์

#### 4 ขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Process) เป็นความสามารถทางเชาว์ปัญญาของมนุษย์ ซึ่งเพียเจต์เชื่อว่าโครงสร้างทางเชาว์ปัญญาไม่สามารถที่จะฝึกได้ แต่ความสามารถในการแก้ปัญหานี้สามารถที่จะฝึกกันได้ (เพ็ญศิริ ชุตติกุล, 2522 : 3) การฝึกกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Process) เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นในการช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเพิ่มขึ้น การฝึกแก้โจทย์ปัญหาอย่างมีขั้นตอนจะช่วยให้นักเรียนไม่สับสน มองเห็นแนวทางแก้ปัญหาก็ได้ถูกต้อง ค้นพบวิธีการรวดเร็วขึ้น

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้อธิบายขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957 : 5 - 40) ได้จัดลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจในปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาเป็นขั้นตอนในการทำแบบจำลองของคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) พยายามเข้าใจสัญลักษณ์ต่างๆ ในปัญหาในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่า ประเด็นใหญ่

ของปัญหาอยู่ตรงไหน โจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้มา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้ชื่อกับข้อมูลต่าง ๆ เขาควรจะเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจ ซ้ำแล้วซ้ำอีกและหลายๆ แนวมุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ได้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่า มีความรู้อะไรบ้างที่เขามี ซึ่งสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้างเทคนิคหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหา ได้แก่ พยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบัน เพราะจะช่วยให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้น ควรแบ่งเป็นขั้นๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในขั้นใหญ่ แต่ละขั้นก็จะแบ่งออกเป็นขั้นเล็กๆ อีกมากมายนอกจากนั้นในขั้นนี้นักเรียนต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นลงมือทำตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นตรวจวิธีการและหาคำตอบ ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่า ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจเหตุผล ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

ดไวท์ (Dwight, 1986 : 47) เสนอแนะวิธีการต่างๆ ไปในการสอนนักเรียนให้สามารถแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

- 1)ให้อ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์เพื่อทำความเข้าใจ
- 2)อ่านทบทวนอีกครั้งและระบุให้ได้ว่า โจทย์ให้หาอะไร และให้ข้อมูลอะไรบ้าง
- 3)หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่รู้ค่าและข้อมูลที่ไม่รู้ค่า
- 4)เขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาคำตอบ
- 5)คำนวณหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง

6) ตรวจสอบคำตอบที่ได้

7) ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา

ดไวท์ ระบุว่า ขั้นตอนที่ 3, 4 และ 5 เป็นขั้นตอนสำคัญที่ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้คือ จะต้องฝึกให้นักเรียน แยกแยะ และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา ฝึกให้เขียนประโยคสัญลักษณ์และมีทักษะในการคิดคำนวณอย่างถูกต้อง

ครูลิก (Kwulik, 1980 : 650 - 651) กล่าวว่า การดำเนินการสอนโจทย์ปัญหาให้ได้ผลดี จะต้องเป็นไปตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1) อ่านโจทย์และทำความเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอกแล้วเริ่มเขียนรูป (Model) หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอก กับข้อมูลที่โจทย์ต้องการทราบ

3) คิดคำนวณหาคำตอบ

4) ตรวจสอบผล

สมิท (Smith, 1963 : 8) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการสอนโจทย์ปัญหาว่าเมื่อต้องการให้นักเรียนแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง โดยเฉพาะกระบวนการใหม่ๆ ต้องใช้วิธีการทำตามลำดับขั้นดังนี้

1) อ่านปัญหาทั้งหมดอย่างละเอียด พยายามทำความเข้าใจปัญหาซึ่งอาจต้องใช้เวลามากหน่อย

2) อ่านประโยคที่มีคำถามหรือคำบอกปัญหาอีกครั้ง

3) อ่านปัญหาทั้งหมดเพื่อตอบคำถามว่า โจทย์บอกอะไรที่เป็นประโยชน์บ้าง

4) ตัดสินหาวิธีการที่ถูกต้องมาใช้แก้ปัญหา เช่น จะต้องทำวิธี บวกลบ คูณ หรือหาร

5) คาคะเนคำตอบ โดยการกะประมาณจำนวนจากคำหรือประโยคที่จะบอก จำนวน  
แก่เรา

6) หลังจากทำตามขั้นตอนเหล่านี้แล้ว นักเรียนก็ควรพร้อมที่จะทำโจทย์ปัญหาได้ เขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนลงบนกระดาษ ลงมือคิดอย่างระมัดระวัง

7) เปรียบเทียบคำตอบกับที่คาคะเนไว้

8) ตรวจสอบคำตอบ

น้อมศรี เกท (2537 : 19) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ คือ

- 1) ทำความเข้าใจสภาพและลักษณะของปัญหา
- 2) ศึกษาปัญหาว่ามีความแตกต่างหรือคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาแล้วอย่างไร
- 3) เลือกกระบวนการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
- 4) แสดงวิธีทำ
- 5) พิจารณาและตรวจคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

พัทพรรณ เหล่าวณิชย์ (2522 : 21 อ้างจาก Grossnickle, 1974) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) แยกคำถามของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ออกว่าเป็นอย่างไร
- 2) รู้วิธีการที่จะใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 3) เขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขในโจทย์ปัญหา
- 4) หาดตัวเลขที่จะทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
- 5) ตรวจสอบคำตอบโดยการประเมินคำตอบ
- 6) ให้คำตอบ

เลอบลองค์ (Le Blance, 1977 : 17 - 25) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า จะต้องประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 เลือกวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและคำตอบ

กล่าวได้ว่าในการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้น ขั้นที่ 4 เป็นขั้นที่มีความสำคัญมากที่สุด ขั้นนี้แบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่างๆ ย้อนกลับ และลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ของปัญหาเพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

แอนโทนี และฮัดจินส์ (Antony and Hudgins, 1978 : 66) เสนอขั้นตอนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อจะช่วยเหลือผู้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไม่ค่อยจะได้ว่า

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้ผู้แก้ปัญหาก็จะต้องสามารถที่จะจัดเซตของตัวแปรเป็น 2 ประเภท ได้คือ ตัวแปรที่กำหนดมาให้และตัวแปรที่ยังไม่รู้ นอกจากนั้นผู้แก้ปัญหาก็จะต้องบอกได้ว่าข้อมูลใดที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม นักเรียนสามารถที่จะเลือกตัวแนะนำจากปัญหาที่ถูกต้อง กล่าวคือ เป็นตัวแนะนำที่เป็นข้อมูลสำคัญและตรงกับที่โจทย์ต้องการทราบคำตอบ และรู้ว่าตัวแนะนำเหล่านั้นจะใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์วิธีใด

ขั้นที่ 3 กำหนดหาคำตอบ ขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องเข้าใจว่า ปัญหานั้นมีวิธีคิดกี่ขั้นตอน จะต้องหาอะไรก่อน และนักเรียนจะต้องรู้หรือเข้าใจว่าวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมีวิธีการมากกว่า 1 วิธี สุดแท้แต่ว่าวิธีใดจะง่ายและสั้นกว่า

#### 5 สาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ไซแคมและวีฟเวอร์ (Suydam and Weaver, 1977) กล่าวถึงสาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า

- 1) นักเรียนขาดทักษะในการอ่าน
- 2) นักเรียนขาดทักษะในการคิดคำนวณ
- 3) นักเรียนขาดความรู้เกี่ยวกับกฎ หลักเกณฑ์ และวิธีการทางคณิตศาสตร์
- 4) นักเรียนมีความเข้าใจคำศัพท์และตีความคำศัพท์ไม่ถูกต้อง และล้มเหลวต่อการอ่านเพื่อเก็บรายละเอียด

กรอสนิคเกิล และบรูคเนอร์ (Grossnickle and Brueckner, 1974 : 452 - 453) ได้สรุปสาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนไว้ดังนี้

- 1) นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมด หรือบางส่วนเนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดความคิดรวบยอด ในสภาพของโจทย์ปัญหา
- 2) นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำและจัดระบบสิ่งที่ได้อ่านมาและหารายละเอียดของเนื้อหาได้

ACC. No	75096
DATE RECEIVED	15 ก.ค. 2539
CALL No	.....

๗  
๑๗/๗/๓๙  
๑๕/๗/๓๙

- 3) นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนลืมวิธีทำ หรือไม่เคยเรียนมาก่อน
- 4) นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลทำให้นักเรียนหาคำตอบ โดยวิธีเดาสุ่ม
- 5) นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องความสัมพันธ์ กฎเกณฑ์ สูตร เช่น ไม่ทราบสูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นต้น
- 6) นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงปริมาณวิเคราะห์ ทั้งนี้สาเหตุจากการเรียนรู้ศัพท์เพียงจำนวนจำกัดหรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่างๆ เช่นความสัมพันธ์ระหว่างสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมที่มีส่วนสูงและฐานเดียวกัน เป็นต้น
- 7) นักเรียนขาดการพักผ่อนในการทำโจทย์ปัญหา
- 8) นักเรียนขาดความสนใจ เนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งมีความยาก หรือโจทย์ปัญหาไม่จูงใจและไม่ได้รับประโยชน์อะไรเป็นการตอบสนอง
- 9) ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่างๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2528 : 36) ได้เสนอรายงานวิจัยผลการวิเคราะห์จุดอ่อนด้านทักษะเบื้องต้นทางการเรียนของนักเรียนประถมศึกษาสรุปได้ว่า การที่นักเรียนตอบข้อสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ผิดกันมาก น่าจะเนื่องมาจากนักเรียนยังแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกมาเป็นข้อความไม่ได้ คือไม่รู้ว่าจะโจทย์ว่าอย่างไรจึงจะใช้วิธี การบวก ลบ คูณ หรือหาร

ท้าวพรรณ เหล่าวาณิชย์ (2522 : 5) กล่าวถึงสาเหตุที่นักเรียนขาดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เนื่องมาจากสาเหตุ 2 ประการ คือ นักเรียนไม่สามารถมองเห็นปัญหาและไม่ทราบวิธีการ การแก้ปัญหามบางครั้งนักเรียนสามารถแก้ปัญหาก็ แต่ไม่สามารถอธิบายได้ว่า ทำไมต้องทำอย่างนั้นหรือมีวิธีอื่นอีกหรือไม่ สำหรับแก้ปัญหานั้น ๆ นั่นคือ นักเรียนเข้าใจไม่ชัดเจนนั่นเอง ซึ่งสอดคล้องกับ สุมนนมาส สันโดย (2520 : 21) กล่าวว่ามีปัญหามากมายในการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พอจะแยกได้ 2 ประการคือ ปัญหาอันเนื่องมาจากผู้เรียนและปัญหาอันเนื่องมาจากผู้สอนในแง่ปัญหาอันเนื่องมาจากผู้เรียนมีปัญหาคือ ผู้เรียนมักจะเดาวิธีทำโดยไม่พิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง ผู้เรียนขาดความเข้าใจ ขาดการฝึกฝนในการแก้ปัญหและโจทย์ปัญหายากเกินระดับความสามารถของผู้เรียน ส่วนปัญหาจากผู้สอนนั้นก็

คือ การขาดความรู้ความเข้าใจในวิธีสอน นอกจากนั้น กรมวิชาการ (2532 : ค) ได้วิเคราะห์ลักษณะสาเหตุของข้อบกพร่องในการเรียนของเด็กทางด้านคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่บกพร่องในด้านการคิดคำนวณมากที่สุดรองลงมาคือ บกพร่องในด้านการแก้โจทย์ปัญหาและมโนทัศน์ทางด้านคณิตศาสตร์ตามลำดับ สาเหตุของข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคือ นักเรียนไม่มีความสามารถในการแปลงภาษาโจทย์เป็นภาษาคณิตศาสตร์ หรือภาษาสัญลักษณ์ ซึ่ง วินัยเกษมเศรษฐ (2532 : คำนำ) กล่าวว่าปัจจุบัน นักเรียนมีแนวโน้มอ่อนวิชา คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ หากปัญหาดังกล่าวนี้ไม่ได้รับการแก้ไข จะเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาประเทศเป็นอย่างยิ่ง

พยุทธิ์ สกุดศักดิ์ (2521 : 19) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนขาดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า นักเรียนรู้หลักการตลอดจนวิธีทำเป็นอย่างดี แต่ตีความหมายของโจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ผิดพลาดหรือมองไม่เห็นสิ่งที่โจทย์บอก เพราะโจทย์ข้อนั้นๆ มุ่งซ่อนข้อความสำคัญไว้โดยเจตนาของผู้เขียนโจทย์

พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักษ์พลเดช (2521 : 104) ปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

- 1) นักเรียนขาดทักษะในเรื่องการบวก ลบ คูณ หาร อันก่อให้เกิดความติดขัดในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อไป
- 2) นักเรียนขาดการคิดค้นหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์กำหนดให้ เพื่อที่จะบรรลุถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการ
- 3) นักเรียนใช้วิธีการไม่ถูกต้อง ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพราะไม่รู้จักนำเอาทฤษฎีที่เรียนไปแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหา
- 4) นักเรียนอ่านโจทย์แล้วไม่เข้าใจ ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะนักเรียนขาดความสามารถในการอ่านตลอดจนไม่รู้ความหมายของคำที่ใช้อย่างชัดเจนหรืออาจเป็นเพราะ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ซับซ้อนเกินระดับความเข้าใจของนักเรียน
- 5) นักเรียนไม่มีความสนใจในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์บทเรียน ไม่มีลักษณะอื่นๆ ให้นักเรียนเกิดความสนใจ
- 6) นักเรียนมีความสะเพร่า ทำให้นำตัวเลขมาใช้ผิดๆ นักเรียนตีความ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ผิด ตลอดจนคิดคำนวณผิด



7) นักเรียนชอบคา เพราะต้องการเสร็จเร็วๆ ขาดความตั้งใจที่จะแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์เหล่านั้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของวิจิตร การกลาง (2532 : 34 - 43) ที่พบว่า ผลการวิจัยมีลักษณะบ่งชี้บ่งชี้ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความบกพร่อง 3 ลักษณะ คือ

- 1) ด้านความคิดรวบยอด นักเรียนบกพร่องในเรื่องเลขศูนย์
- 2) ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนบกพร่องในเรื่องความสะเพร่าการลบเลขสองหลัก ไม่มีการกระจาย และสับสนในวิธีการ
- 3) ด้านการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนทุกคน บกพร่องในการแปลภาษาโจทย์ เป็นภาษาคณิตศาสตร์

เทราท์แมนและลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1974 : 591 - 592) กล่าวว่า ลักษณะความสามารถเฉพาะเกี่ยวกับการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก็คือ ความสามารถในการแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อันมีความสำคัญ และจำเป็นมากสำหรับผู้แก้ปัญหา สอดคล้องกับที่เวิล (Whirl, 1973 : 551) กล่าวว่าคำตอบหลังการคำนวณในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ไม่มีความสำคัญเท่ากับวิธีการที่นำมาใช้ในการหาคำตอบ กล่าวคือ การคำนวณจะไม่มีประโยชน์เลย ถ้านักเรียนไม่เข้าใจว่าจะต้องใช้วิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้น จะเห็นว่าในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ครูจึงควรสนใจความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับการนำวิธีการมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่าน ได้พยายามศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งในแง่ของวิธีการที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่จะ

เป็นงานวิจัยในลักษณะของการหาความสัมพันธ์และการเปรียบเทียบการสอน งานวิจัยที่สำคัญขอสรุปได้ดังนี้

ไรท์และไรท์ (Wright and Wright , 1986 : 358 - 362 ) ทำการศึกษาโจทย์ปัญหาที่เป็นโจทย์ส่วนบุคคล โดยการนำภาษาและประสบการณ์ สิ่งแวดล้อมใกล้ตัว มาสร้างเป็นโจทย์ปัญหา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่สี่ จำนวน 99 คน แยกเป็นชาย 57 คน เพศหญิง 42 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบสำรวจความสนใจของฮอลล์ โจทย์ปัญหาคัดมาจากแบบเรียนคณิตศาสตร์และเครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ดำเนินการทดลอง โดยทำการสำรวจความสนใจของกลุ่มตัวอย่าง คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่ได้จากบทเรียน หลังจากนั้น นำข้อมูลส่วนตัวของนักเรียนที่ได้จากแบบสำรวจ บรรจุลงในโจทย์ปัญหาโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยสอน กลุ่มตัวอย่างเข้ารับการทดลองโดยรับการทดสอบสองชุด ชุดหนึ่งเป็น โจทย์ปัญหาที่คัดเลือกมาจากบทเรียนและชุดที่สองเป็น โจทย์ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใหม่ ผลการวิเคราะห์เมื่อแยกวิเคราะห์ตามทักษะคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่า กลุ่มตัวอย่างที่มีทักษะคณิตศาสตร์สูงมีความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาแตกต่างจากกลุ่มตัวอย่างที่มีทักษะคณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ นคร ( 2527 : 61 -62 ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาและความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการพบว่า

- 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ โจทย์ปัญหาตามคู่มือครู และนักเรียนที่ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมาย โจทย์และแก้ ปัญหาโดยอิสระมีความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
- 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ โจทย์ปัญหาตามคู่มือครู และนักเรียนที่ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมาย โจทย์และแก้ ปัญหาโดยตารางวิเคราะห์มีความสามารถในการแก้ ปัญหาต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
- 3) นักเรียนที่ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมาย โจทย์ และแก้ ปัญหาโดย ตารางวิเคราะห์และนักเรียนที่ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมาย โจทย์และแก้ ปัญหาโดยอิสระมีความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาไม่แตกต่างกัน

มูราสกี ( Muraski , 1979 : 41040- A ) ศึกษาผลของการอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นปีที่ 6 ซึ่งแบ่ง

เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 13 คน กลุ่มทดลองจะได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 3 บทเรียน แต่ละบทเรียนจะแบ่งออกเป็น 5 เรื่อง ในเวลา 5 สัปดาห์ ต่อจากนั้นจัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่ากลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กิฟฟิน ( Giffune , 1979 : 2572 - A ) ได้ศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นความเข้าใจโจทย์ปัญหา ฝึกทักษะการอ่านโจทย์ ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์ที่มีต่อทักษะการเขียนสมการ การหาคำตอบ ความคงทนในการเขียนสมการ พบว่ากลุ่มทดลองมีความสามารถทั้งสามด้านสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มอร์ตัน (Morton, 1988 : 121 - A) ศึกษาถึงสิ่งที่มีอิทธิพลต่อผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยมีองค์ประกอบที่นำมาศึกษาได้แก่ ทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร ผลปรากฏว่ามีค่าสัมพันธ์ .01 แสดงว่าทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร มีความสัมพันธ์กับผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เทรัทแมนและลิชเทนเบอร์ก (Troutman and Lichtenberge, 1974 : 591 - 592) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหากับความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหากับความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหามีความสัมพันธ์ในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ฮอลล์ (Hall, 1979 : 6324 - 4) ได้ศึกษาผลการสอนการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและความสามารถในการวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 กลุ่มทดลองเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์โจทย์ แล้วทำการทดสอบความสามารถในการวิเคราะห์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่า

1) มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ด้านความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่เก่งการวิเคราะห์กับนักเรียนที่ไม่เก่งการวิเคราะห์ ผู้วิเคราะห์ได้ดีกว่าจะแก้ปัญหาได้ดีกว่า

2) มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนซึ่งได้รับการสอนการวิเคราะห์

จากงานวิจัยดังกล่าวสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคือ ทักษะทางคณิตศาสตร์ได้แก่ ทักษะทางการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ทักษะ

การแปลภาษาใจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์ ถ้าหากนักเรียนมีความสามารถในสิ่งเหล่านี้จะนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของนักเรียนได้

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะคณิตศาสตร์

#### 1. ทักษะคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงทักษะคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

วรสุตา บุญไพโรจน์ (2537 : 36 - 37) ให้ความหมายของทักษะคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง ความถูกต้องแม่นยำและรวดเร็วในการคิดคำนวณ ซึ่งได้มาโดยการให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง จนเกิดความชำนาญในการคิดคำนวณ

สุคสวาส ขันธมุต (2530 : 18) กล่าวว่า ทักษะคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการแปลความหมายใจทย์และทักษะด้านอื่นๆนับเป็นทักษะคณิตศาสตร์ที่ควรสอนให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความชำนาญและเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 129) กล่าวว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องใช้ทักษะคณิตศาสตร์หลายทักษะ เช่น ทักษะการแปลความหมายใจทย์ปัญหา ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์ ทักษะการนำหลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้ ทักษะการวาดรูปและทักษะคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆอีกหลายทักษะ

#### 2. ขั้นตอนการฝึกทักษะคณิตศาสตร์

แก้วตา คณะวรรณ (2524 : 118 - 119) ได้อ้างอิงความคิดเห็นของเศกโค (Cecco, 1974) ที่ได้เสนอแนะขั้นตอนการฝึกทักษะไว้ดังนี้

- 1) วิเคราะห์ทักษะที่จะสอนนั้นว่ามีอะไรบ้าง
- 2) วัดสภาพพฤติกรรมก่อนสอนในด้านความพร้อม และพื้นฐานที่จะเรียน จะได้ทราบว่าควรเริ่มตรงไหน

- 3) จัดโปรแกรมการฝึกเป็นหน่วยๆตามลำดับจากทักษะย่อยๆไปสู่ทักษะรวม
- 4) อธิบายและให้ตัวอย่างเพื่อให้เข้าใจ และปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง
- 5) จัดสภาพการสอนให้การฝึกทักษะนั้นได้ผล เช่น ความต่อเนื่องของการให้เวลาฝึกฝนพอสมควรและการให้ผู้ฝึกได้รับทราบความก้าวหน้าในการฝึก

ศิริพันธ์ เพชรทองคำ (2522 : 102) กล่าวว่า การฝึกทักษะคณิตศาสตร์ให้นักเรียนนั้น ควรฝึกทักษะที่จำเป็น และเกี่ยวข้องกับสิ่งที่นักเรียนควรจะรู้โดยเน้นการสอนวิธีคิด เช่น การสอนทักษะการแก้ปัญหา การสอนวิธีสร้างความคิดใหม่ วิธีมองสิ่งต่างๆในด้านใหม่ และวิธีดึงลักษณะของสิ่งต่างๆของปัญหาออกมา

ไรท์และไรท์ (Wright and Wright, 1986) ทำการศึกษาโจทย์ปัญหาที่เป็นโจทย์ส่วนบุคคล โดยการนำภาษาและประสบการณ์ สิ่งแวดล้อมใกล้ตัวเด็ก มาสร้างเป็นโจทย์ปัญหา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่สี่ จำนวน 99 คน แยกเป็นชาย 57 คน เพศหญิง 42 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบสำรวจความสนใจของฮอสต์ โจทย์ปัญหาคัดมาจากแบบเรียนคณิตศาสตร์ และเครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและดำเนินการทดลองโดยทำการสำรวจความสนใจของกลุ่มตัวอย่าง คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่ได้จากบทเรียน หลังจากนั้นนำข้อมูลส่วนตัวของนักเรียนที่ได้จากแบบสำรวจ บรรจุลงในโจทย์ปัญหาโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยสอน กลุ่มตัวอย่างเข้ารับการทดลองโดยรับการทดสอบสองชุด ชุดที่หนึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่คัดเลือกมาจากบทเรียนและชุดที่สองเป็นโจทย์ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใหม่ ผลการวิเคราะห์เมื่อแยกวิเคราะห์ตามทักษะคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่า กลุ่มตัวอย่างที่มีทักษะคณิตศาสตร์สูงมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาแตกต่างจากกลุ่มตัวอย่างที่มีทักษะคณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

คลีเบน (Kliebhan, 1955:97 - 100) ได้ทำการทดลองเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่มีทักษะคณิตศาสตร์น้อย มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้น้อยกว่า

จากเอกสารและงานวิจัยดังกล่าวข้างต้นจะเห็นว่า ทักษะคณิตศาสตร์เป็นตัวแปรที่มีความสำคัญต่อผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา ทักษะคณิตศาสตร์ประกอบด้วยทักษะหลายทักษะด้วยกัน ในที่นี้ผู้วิจัยจะกล่าวเฉพาะทักษะคณิตศาสตร์ที่เป็นตัวแปรที่ผู้วิจัยนำมาศึกษา ครั้งนี้ ได้แก่ ทักษะการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการเขียนรูปหรือแผนภาพ ทักษะการแปลภาษาโจทย์ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์

### 3 ทักษะการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ทักษะการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอ่านโจทย์แล้วทำการวิเคราะห์ข้อกำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการ เป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญที่มีต่อความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากภาษาคณิตศาสตร์มีความแตกต่างไปจากภาษาเขียนอื่นๆ (ควงเดือน อ่อนน่วม, 2533 : 129 - 133) ถ้านักเรียนขาดทักษะนี้ นักเรียนจะอ่านโจทย์ไม่เข้าใจ และไม่สามารถวิเคราะห์ออกมาได้ว่า โจทย์ปัญหาข้อนี้กล่าวถึงอะไร กำหนดอะไรมาให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร และไม่สามารถบอกได้ว่าโจทย์ข้อนี้หาคำตอบโดยวิธีใดได้

เช่น โจทย์กำหนดว่า คำมีเงิน 15 บาท แม่ให้อีก 10 บาท คำมีเงินเท่าไร

เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว ต้องวิเคราะห์ได้ว่าเรื่องนี้กล่าวถึง เงินและจำนวนเงิน และนักเรียนต้องตอบได้ว่า “โจทย์มีข้อความทั้งหมด 3 ตอน” คือ

ก. ตอนที่ 1 คำมีเงิน 15 บาท

ข. ตอนที่ 2 แม่ให้มาอีก 10 บาท

ค. ตอนที่ 3 คำมีเงินเท่าไร

ข้อ ค. เป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ นอกจากนั้นนักเรียนควรตอบได้ว่าโจทย์ข้อนี้หาคำตอบโดยวิธีบวก เพราะต้องนำจำนวนเงินทั้งสองจำนวนมารวมกัน

ทัคเกอร์ (Tucker, 1975 : 2620 - A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กับความสามารถในการอ่าน การคิดคำนวณ และทักษะในการให้ความหมายของรูปแบบที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา พบว่า ทักษะในการคิดคำนวณและทักษะในการให้ความหมายของรูปแบบที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา มีความสัมพันธ์กับผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

มูราสกี (Muraski, 1979 : 4104 - A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนเกรด 6 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ฮอลล์ (Hall, 1979 : 6324 - A) ได้ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้โจทย์ปัญหา และความสามารถในการวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองกลุ่มละ 30 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบ

ด้วยนักเรียนที่คาดคะแนนเก่งและไม่เก่งกลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองได้เรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทำการทดสอบการวิเคราะห์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ นักเรียนที่ได้รับการสอนการวิเคราะห์มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

บุญรวาย ชูรักษา ( 2525 : 43 - 45 ) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดสุราษฎร์ธานี พบว่า ความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ในทางบวกที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01

#### 4 ทักษะการแปลงภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์

ทักษะการแปลงภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ ทักษะการแปลงภาษาโจทย์มีความสำคัญต่อผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา เพราะถ้านักเรียนสามารถแปลความมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ตรงตามโจทย์ปัญหา แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจ สามารถแปลความและตีความได้ถูกต้อง นั่นหมายถึงถึงนักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อีกขั้นตอนหนึ่งแล้ว

เช่น โจทย์กำหนดว่า สมชายมีเงินจำนวนหนึ่ง แบ่งให้น้อง 4 คน คนละเท่าๆกัน ปรากฏว่า น้องแต่ละคนได้รับคนละ 3 บาท สมชายมีเงินเท่าไร

นักเรียนควรตอบได้ว่า

ให้สมชายมีเงินอยู่	ก	บาท
แบ่งให้น้อง	4	คน
น้องจะได้รับคนละ	ก/4	บาท
แต่โจทย์กำหนดว่าน้องได้คนละ	3	บาท
จะได้ประโยคสัญลักษณ์	ก/4 = 3	

คลาร์กสัน (Clarkson, 1979 : 4101 - A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะในการแปลความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็น

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนพีชคณิต จำนวน 5 ห้องเรียน นำมาทดสอบความสามารถในการแปลความหมาย 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา (Verbal Symbolic) สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ (Symbolic - Symbolic) และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ (Pictural - Symbolic) แล้วนำคะแนนไปหาความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ปรากฏว่าการแปลความหมายทั้ง 3 แบบ มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกัน จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบว่าทักษะในการแปลความหมายเป็นองค์ประกอบหนึ่งของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ ( 2519:35 ) ได้เสนอรายงานการวิจัย ผลการวิเคราะห์ จุดอ่อนด้านทักษะเบื้องต้นทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2526 จาก 52 จังหวัด จำนวน 27,897 คน สุ่มมาวิเคราะห์จำนวน 1,267 คน ( 5 % ) ผลการวิจัยและข้อเสนอแนะสรุปว่า การที่นักเรียนตอบข้อสอบเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ผิดกันมาก น่าจะเนื่องมาจากนักเรียนยังแปลโจทย์ปัญหาออกมาเป็นเครื่องหมายไม่เป็น คือ ไม่รู้ว่าโจทย์ว่าอย่างไรจึงจะหมายถึงการบวก การลบ การคูณ การหาร นอกจากนี้ทักษะการคำนวณก็น่าจะเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้คิดคำนวณออกมาผิด เรื่องนี้ควรแก้ไขให้นักเรียนฝึกทำโจทย์ปัญหามากๆ

เทราท์แมนและลิชเทินเบอร์ก (Troutman and Lichtenberge, 1974 : 591 - 592) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหากับความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหา เป็นประโยคสัญลักษณ์ พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหากับความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหามีความสัมพันธ์ในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

##### 5. ทักษะการคิดคำนวณ

ทักษะการคิดคำนวณเป็นความสามารถในด้านการคิดคำนวณเกี่ยวกับตัวเลขได้ถูกต้องและรวดเร็ว เป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญอีกตัวหนึ่งที่มีความสำคัญต่อผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โสภณ บำรุงสงฆ์และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 : 19 - 20) กล่าวว่าในการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้มีโอกาสนำความคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์ ไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆและควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการคิดกฎเกณฑ์ต่างๆ ตลอดจนได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนมาแก้ปัญหาต่างๆเกี่ยวกับการคิด



คำนวณอยู่เสมอ เป็นการปูพื้นฐานทางการคิดคำนวณให้นักเรียน ด้านนักเรียนขาดทักษะนี้เขาก็ไม่สามารถ บวก ลบ คูณ หาร ได้อย่างถูกต้อง เป็นผลทำให้เขาไม่สามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นได้ถูกต้อง

มอร์ตัน (Morton, 1988 : 455 - 458) ศึกษาถึงสิ่งที่มีอิทธิพลต่อผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาโดยมีองค์ประกอบที่นำมาศึกษาได้แก่ ทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร ผลปรากฏว่ามีค่าสัมพันธ .01 แสดงว่าทักษะในการ บวก ลบ คูณ หาร มีความสัมพันธ์กับผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กูควิน (Goodwin, 1981 : 121 - A) ศึกษาผลของเอกสารประกอบหลักสูตรที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไปต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา กลุ่มตัวอย่างที่ศึกษา เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนคณิตศาสตร์เบื้องต้นในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 4 โรงเรียนเป็นกลุ่มทดลอง 2 โรงเรียน กลุ่มควบคุม 2 โรงเรียน ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยกำหนดให้กลุ่มทดลองใช้เอกสารประกอบหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ส่วนกลุ่มควบคุมใช้เอกสารที่ใช้อยู่ในโรงเรียนทั่วไป ผลการศึกษาจากการทำการวิเคราะห์การจำแนก (Discriminant Analysis) โดยใช้ข้อมูลก่อนการทดลองเป็นตัวแปรจำแนก (Criterion Variable) พบว่า ความสามารถทางการอ่าน ความสามารถทางสติปัญญา ความสามารถในการคำนวณเป็นตัวแปรที่สามารถนำมาใช้ในการทำนายความสำเร็จในการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

#### 6.ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์

ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์เป็นความสามารถในการตรวจสอบคำตอบของโจทย์ปัญหา เพื่อประเมินความถูกต้องของคำตอบที่หามาได้ เมื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้แล้ว บางครั้งคำตอบที่ได้อาจผิด ซึ่งเนื่องมาจากการคิดคำนวณผิดหรือจากสาเหตุอื่น ด้านนักเรียนไม่ได้ตรวจสอบคำตอบอีกครั้ง เขาจะไม่มีโอกาสทราบว่าคำตอบที่หามาได้นั้นถูกต้องหรือไม่ ทำให้ไม่ประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาเท่าที่ควร

เช่น โจทย์กำหนดว่า จงแก้สมการ  $a + 3 = 16$

นักเรียนแสดงวิธีทำ จะได้  $a + 3 = 16$

$$a + 3 - 3 = 16 - 3 \text{ (สมบัติการลบ)}$$

$$a = 13$$

เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้แล้ว ควรตรวจคำตอบเพื่อให้แน่ใจว่าคำตอบหรือผลลัพธ์นั้น ถูกต้อง โดยแทนคำตอบนั้นในสมการ ดังนี้

ตรวจคำตอบ แทน  $a$  ด้วย 13 .ในสมการ  $a + 3 = 16$

จะได้  $13 + 3 = 16$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ  $a + 3 = 16$  คือ 13

มอนตาชและบอส (Montaque and Bos, 1986 : 26 - 33) พบว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การทำความเข้าใจ การฝึกปฏิบัติและการตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้องของโจทย์ปัญหา

กิฟฟิน (Giffune, 1979 : 2572 - A) ได้ศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นความเข้าใจโจทย์ปัญหา ฝึกทักษะการอ่านโจทย์ ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์ที่มีต่อทักษะการเขียนสมการ การหาคำตอบ ความคงทนในการเขียนสมการ พบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถทั้งสามด้านสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิครเมธิ สายสุ่ม (2534 : 57 - 65) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์กับผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา พบว่า ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังกล่าวข้างต้นจะเห็นได้ว่า องค์ประกอบที่มีผลต่อความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ ทักษะการอ่านเพื่อการวิเคราะห์ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการแปลงภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณ และทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์ สิ่งเหล่านี้สามารถที่จะส่งเสริมให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนได้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะดังกล่าวข้างต้นกับความสำเร็จในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อไป