

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งครอบคลุมจุดมุ่งหมายของการวิจัย ดังที่ได้รวบรวมตามลำดับดังนี้

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. ลักษณะของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. องค์ประกอบที่มีผลต่อการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. สาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
5. แนวคิดในการสอนการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
6. ขั้นตอนในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
7. เทคนิคในการสอนการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
8. หลักในการให้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
9. ข้อเสนอแนะในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางพุทธิพิสัย

1. ความหมายของสติปัญญา
2. ระดับความสามารถทางสติปัญญา
3. ความสามารถทางพุทธิพิสัย
4. พฤติกรรมที่บ่งบอกถึงความสามารถทาง พุทธิพิสัย
5. การเขียนแบบทดสอบวัดความสามารถทาง พุทธิพิสัยในวิชาคณิตศาสตร์

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แครมเมอร์ (Kramer, 1978 : 478) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็น ปัญหาเชิงปริมาณที่ใช้ภาษาอธิบายสถานการณ์ โดยในสถานการณ์นั้นประกอบด้วยคำถามที่บุคคล ไม่สามารถตอบได้เลยในขณะนั้น

แอนเดอร์สันและพิงกรี (Anderson and Pingry, 1973 : 228) ให้ความหมายโจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้แก้ ปัญหาจะทำได้เพียงคนเดียวผู้แก้จะต้องมีวิธีการที่เหมาะสมรวมทั้งใช้ความรู้และประสบการณ์และ การตัดสินใจโดยพร้อมมูล

วราลักษณ์ อินตะวงษ์ (2539 : 15) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าโจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่ประกอบด้วยจำนวนตัวเลข และข้อความที่ก่อให้เกิดปัญหาผู้ เรียนต้องตัดสินใจเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา นั้น ซึ่งต้องใช้ความสามารถในการคิด คำนวณความรู้ความเข้าใจในการอ่าน โจทย์ประกอบการพิจารณา โดยมีวิธีคิดเป็นกระบวนการตาม ลำดับขั้นตอนมีการวางแผน ตัดสินใจเพื่อแก้ปัญหา

กนกพร เทพคำ (2539 : 7) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง สถาน การณ์ที่ประกอบด้วยข้อความและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ความเข้าใจทาง ภาษาและคณิตศาสตร์ ตลอดจนทักษะต่าง ๆ มาประกอบกันจึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูก ต้อง

จำลอง มาศจิตต์ (2535 : 38) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง คำ ถามทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องแปลออกมา เป็นประโยคสัญลักษณ์ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่โจทย์กำหนดให้และส่วนที่โจทย์ให้หาคำตอบ

จากการให้นิยามโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้นพอสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำเอาข้อความและตัวเลขมาสร้างให้เป็นสถานการณ์ที่เป็นปัญหาซึ่งการจะแก้ปัญหาได้ นั้น ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความสามารถทางการอ่านและความสามารถทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันจึงจะ ประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา นั้นได้

2. ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

รัสเซลล์ (Russell, 1961 : 255 อ้างถึงใน กนกพร เทพคำ, 2539 : 10) ได้แบ่ง ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ชนิด คือ

1) โจทย์ที่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียวดังนี้ โจทย์ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือแบบเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป การหาคำตอบของโจทย์ลักษณะนี้ใช้วิธีคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยตรง เช่น “นายวิชัยต้องการจัดน้อยหน้าจำนวน 456 ผล ใส่กระถาง โดยใส่กระถางละ 6 ผล เท่า ๆ กัน อยากทราบว่า จะต้องใช้กระถางกี่ใบ”

2) โจทย์ที่ไม่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงกระบวนการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะต้องใช้แผนภาพหรือรูปแบบประกอบ โจทย์ปัญหานี้จะมีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น “มีผู้ชาย 8 คน ในงานเลี้ยงถ้าผู้ชายคนหนึ่งจะต้องจับมือกับคนอื่น ๆ ให้ครบทุกคนแล้ว อยากทราบว่า จะมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง”

บาร์รูคี้ (Baroody, 1987 : 260-261 อ้างถึงใน วราลักษณ์ อินดีะวงศ์, 2539 : 15) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทได้แก่

1) โจทย์ปัญหาปกติ (Routine Problems) เป็นโจทย์ปัญหาในหนังสือแบบเรียนทั่วไปมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ซึ่งมีเฉพาะข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา และมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว

2) โจทย์ปัญหาไม่ปกติ (Nonroutine Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับสภาพชีวิตจริงมากกว่าโจทย์ปัญหาปกติ คือ มีข้อมูลในโจทย์มาก ทั้งข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นหรือข้อมูลไม่เพียงพอในการแก้ปัญหา อาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เน้นการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล สมวงษ์ แปลงประสาธน์ (2530 : 75) ได้แยกโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาไว้ ดังนี้

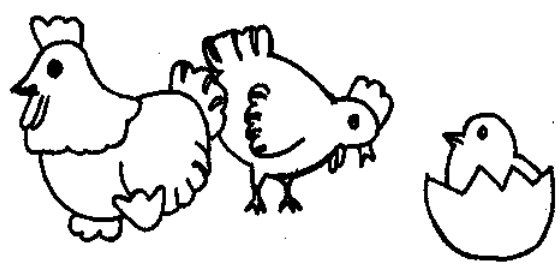
1) โจทย์ปัญหาบวกลบ คูณหาร ซึ่งยังสามารถแยกย่อยได้เป็นประเภทที่ต้องคิดหนึ่งขั้นตอนและประเภทที่คิดหลายขั้นตอน

2) โจทย์ประยุกต์ เช่น โจทย์ปัญหาเศษส่วน โจทย์ปัญหาร้อยละ เป็นต้น สุวรร กาญจนมยุร (2532 : 5-6) ได้เสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในลักษณะที่ต่างกันออกไป ดังนี้

1) โจทย์ปัญหาที่อยู่ในลักษณะคำทาย เช่น

มะนาว	มีอยู่สาม
ผลงาบาง	มีอีกสี่
น้องติดออก	ช่วยบอกที
มะนาวนี้	มีเท่าไร

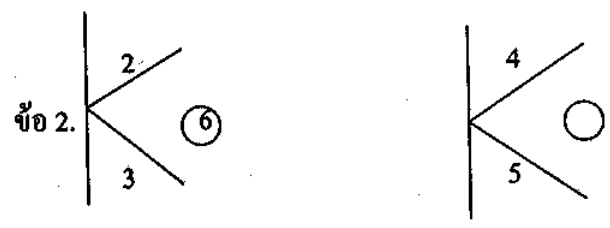
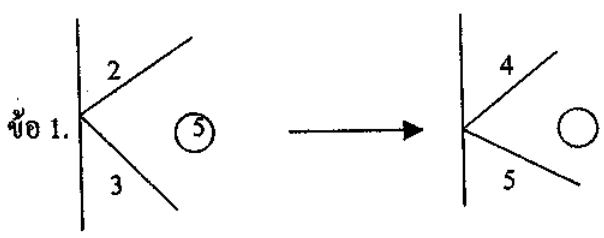
2) โจทย์ปัญหาที่อยู่ในลักษณะของรูปภาพ



จากรูปภาพอาจคิดว่า เดิมมีไก่ 2 ตัว เกิดใหม่อีก 1 ตัว มีไก่ทั้งหมดกี่ตัว

3) โจทย์ปัญหาที่อยู่ในลักษณะของสัญลักษณ์ เช่น

จงคิดหาตัวเลขมาเติมใน ○



4) โจทย์ปัญหาที่อยู่ในลักษณะของข้อความ เช่น

แสดงวิธีทำ

1) มีกาอยู่ 2 ตัว บินมาอีก 1 ตัว มีกาทั้งหมดกี่ตัว

2) ควายอยู่ในนา 4 ตัว วัวอีก 6 ตัว รวมมีสัตว์กี่ตัว

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2526 : 87) ได้แบ่งโจทย์ปัญหา

คณิตศาสตร์ เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1) โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

2) โจทย์สมมุติเพื่อเสริมทักษะ ผักเชาวน์และสมองของเด็ก

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีอยู่หลายลักษณะหลายประเภท ดังนั้นในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ครูจึงควรจะต้องเลือกโจทย์ปัญหาให้นักเรียนได้เรียน โดยเลือกโจทย์หลาย ๆ ลักษณะที่หลากหลายแตกต่างกันออกไปเพื่อให้นักเรียนจะได้เรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาหลายรูปแบบเพื่อให้นักเรียนจะได้มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น

3. องค์ประกอบที่มีผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นิคม ไชยวงศ์ (2537 : 59) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาว่า การสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบสำคัญสองอย่าง คือ องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวครูผู้สอน ซึ่งได้แก่ เทคนิควิธีสอนของครูที่จะช่วยให้นักเรียนได้ฝึก และพัฒนาความรู้ความสามารถพื้นฐาน และเจตคติที่เป็นองค์ประกอบสำคัญในการแก้ปัญหา องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวนักเรียนได้แก่ ความสามารถในการอ่านข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้แล้วตีความหรือขยายความโจทย์ แปลงโจทย์ปัญหาจากรูปหนึ่งไปยังอีกรูปหนึ่ง โดยการตอบคำถามเกี่ยวกับปัญหานั้น ๆ ได้ อาศัยการคาดคะเน ซึ่งความสามารถดังกล่าว ครูผู้สอนต้องฝึกฝนให้นักเรียนจนเกิดเป็นทักษะ สามารถใช้อย่างคล่องแคล่ว รู้จักวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่ต้องอาศัยความเข้าใจ โจทย์ปัญหาเป็นพื้นฐาน สามารถกระทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะส่งไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง รวดเร็ว

วิภา วโรตมะวิชญ (2523 : 111-112) กล่าวว่า ปัจจัย (Factor) ที่มีอิทธิพลต่อการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน มีดังนี้

- 1) ประสบการณ์พื้นฐาน
- 2) ความสามารถในการอ่าน
- 3) ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับทักษะพื้นฐาน คือ บวก ลบ คูณ หาร
- 4) บรรยากาศในชั้นเรียน
- 5) การกระตุ้น (Motivation) ซึ่งควรจะให้ในลักษณะบวก เช่น รางวัล คำชมเชย

เป็นต้น

ซาเลียสกี (Zalewski, 1978 : 2804-A) ได้ทำการศึกษาพบว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนประกอบด้วย

- 1) ความเข้าใจในการอ่านคำศัพท์ การตีความกราฟ และตาราง
- 2) ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 3) ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
- 4) การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ
- 5) ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา

6) ความสามารถในการคำนวณ

นอกจากนี้ สุวรร กาญจนมยุร (2532 : ก-ข) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้ที่ตนมีอยู่ไปวิเคราะห์โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้ จะต้องอาศัยองค์ประกอบอื่น ๆ เช่น

1) องค์ประกอบทางด้านภาษา ได้แก่

1.1) ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่าน ได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้องไม่ว่าจะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียง

1.2) ทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่าน โจทย์ปัญหาแล้วสามารถแบ่งได้ว่า ข้อความใดเป็นสิ่งที่กำหนดให้ และข้อความใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.3) รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำถูกต้อง ตามเจตนาของโจทย์ปัญหา

2) องค์ประกอบด้านความเข้าใจ ได้แก่

2.1) ทักษะจับใจความ

2.2) ทักษะตีความ

2.3) ทักษะแปลความ

3) องค์ประกอบด้านการคิดคำนวณ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง และการแก้สมการ

4) การย่อความและสรุปความ

5) ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่

5.1) ฝึกตามตัวอย่าง

5.2) ฝึกจากการแปลความ

5.3) ฝึกจากหนังสือเรียน

จากข้อความดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่า องค์ประกอบหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ก็คือ ความสามารถในการอ่าน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของบุญรวย ชูรักษา (2524 : บทคัดย่อ) และ สุภาพร สิทธิการ (2540 : บทคัดย่อ) ที่พบว่าความสามารถในการอ่านมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

นอกจากนี้จากงานวิจัยของสนธิ พรหมมา (2534 : บทคัดย่อ) ก็พบว่าทักษะการคิดคำนวณมีความสัมพันธ์เชิงบวก กับทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ สุวรร กาญจนมยุร (2532 : ก-ข) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการคิดคำนวณเป็นองค์ประกอบที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพิษณุโลก (2531 : 1) กล่าวว่าในการแก้โจทย์ปัญหา แต่ละครั้งนักเรียนย่อมมีโอกาสฝึกฝนทักษะในด้านต่าง ๆ ทักษะที่สำคัญและจำเป็นจะต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามีอยู่หลายประการ คือ

- 1) ทักษะการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการเขียนรูปหรือแผนภาพ
- 3) ทักษะการหาความสัมพันธ์ปริภูมิที่กำหนด
- 4) ทักษะการนำหลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้
- 5) ทักษะการแปลงภาษาโจทย์เป็นภาษาคณิตศาสตร์
- 6) ทักษะการคิดคำนวณ
- 7) ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์

จากข้อความข้างต้นนี้ จะเห็นได้ว่าการแก้โจทย์ปัญหานี้ มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องใช้ทักษะต่าง ๆ เพื่อให้ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งจากงานวิจัยของ อุบลรัตน์ แซ่ด่าน (2538 : บทคัดย่อ) ก็พบว่าทักษะการอ่านเพื่อการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการแปลงภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณ และทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์ มีอิทธิพลต่อความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับทักษะที่สำคัญและจำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาที่ทางหน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพิษณุโลก (2531 : 1) ได้เสนอไว้

องค์ประกอบที่มีผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีอยู่หลายอย่างด้วยกัน หากพิจารณาให้ดีจะพบว่าไม่ว่าจะเป็นความสามารถในการอ่าน ความสามารถในการคิดคำนวณ หรือความสามารถในการนำเอาประสบการณ์เดิมมาใช้ล้วนแต่เป็นความสามารถทางสติปัญญาหรือความสามารถทางสมองทั้งสิ้น ซึ่งกล่าวได้ว่าความสามารถทางสติปัญญาหรือความสามารถทางสมองเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่มีผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยเช่นกัน

4. สาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในปัจจุบันนี้จะเห็นได้ว่าการจัดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ต่ำ เมื่อพิจารณาในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ก็พบว่านักเรียนมีปัญหามากในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่มากจึงส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ที่ไม่น่าพอใจ

บรูคเนอร์ และกรอสส์นิกเกิล (Brueckner and Grossnickle, 1974 : 452-453) ได้สรุปสาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1) นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมด หรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดมโนทัศน์ ในสภาพของโจทย์ปัญหา

2) นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำ จักระบบสิ่งที่ได้อ่านมาและหารายละเอียดของเนื้อหาไม่ได้

3) นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ซึ่งมีสาเหตุมาจากนักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน

4) นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลทำให้นักเรียนหาคำตอบโดยการเดาสุ่ม

5) นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องความสัมพันธ์ กฎเกณฑ์ สูตร เช่น ไม่ทราบว่าหนึ่งหลามมีกี่ฟุต หรือไม่ทราบสูตรการหาเส้นรอบรูป ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็นต้น

6) นักเรียนขาดความสนใจ เนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งมีความยาก หรือโจทย์ปัญหาไม่จูงใจและไม่ได้รับประโยชน์อะไรเป็นการตอบสนอง

7) ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา

8) นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา

อุทัย เพชรช่วย (2532 : 48-49) ได้กล่าวว่าสาเหตุที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้มีอยู่ 4 ประการคือ

1) เกิดจากการที่ครูสอนโดยละเลยการใช้ประสบการณ์ในชั้นใช้ของจริง

2) เกิดจากการที่ครูสอนโดยเน้นให้เด็กจำ “คำหลัก” เพื่อใช้บอกวิธีทำ

3) เกิดจากการที่ครูเน้นการสอนตามวิธีการหรือตามตัวอย่างในหนังสือมากกว่าเน้น

การสอนหลักการ

4) เกิดจากการที่ครูสอนโดยไม่คำนึงถึงระเบียบวิธีหรือขั้นตอนในการคิด

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 129) กล่าวว่าทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเป็นทักษะระดับสูง เพราะต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจตลอดจนทักษะทางคณิตศาสตร์หลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาจึงมีเด็กจำนวนมากที่มีความบกพร่องในเรื่องนี้เนื่องจากสาเหตุมากมายหลายประการประกอบกับกระบวนการสอนของครูยังเป็นแนวการสอนตามวิธีการสอนคณิตศาสตร์แบบเก่าที่ยึดการจำ และการฝึกหัดจากตัวอย่าง ผลที่ได้จากการเรียนการสอนระบบนี้จึงพบว่านักเรียนจะสามารถเรียนคณิตศาสตร์ประเภททักษะได้ดีกว่าโจทย์ปัญหา เนื่องจากมีการฝึกหัดมาก เพราะนักเรียนจะจำคำว่า “รวมกัน” ในโจทย์ปัญหาว่าต้องใช้วิธีการบวกในการแก้ปัญหานั้น ถ้าครูสร้างโจทย์

ปัญหาที่มีคำหลักเดียวกันและ โจทย์ข้อนั้นใช้วิธีการหาคำตอบตรงกับวิธีที่นักเรียนจำได้ นักเรียนก็จะสามารถบอกได้ถูกต้องว่า โจทย์ปัญหาข้อนั้นคือหาวิธีใดเพื่อให้ได้คำตอบแต่ตามเหตุผลแวดล้อมใน โจทย์ปัญหาข้อนั้น ต้องใช้วิธีอื่นในการหาคำตอบนักเรียนก็จะตอบผิดและถ้าใน โจทย์มีคำซึ่งนักเรียนจำ เป็นคำหลักสำหรับหาวิธีทำอยู่หลายคำ นักเรียนก็จะยิ่งเกิดความสับสนมากขึ้นและมีโอกาสทำ โจทย์ปัญหาผิดมากขึ้น

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่าสาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมีทั้งสาเหตุที่เกิดจากตัวครู สาเหตุที่เกิดจากตัวนักเรียนเอง และเนื่องจากการแก้ โจทย์ปัญหาให้สำเร็จนั้น ต้องใช้ทักษะในระดับสูงคั้งนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยั้งที่ต้องทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในชั้นที่สูงขึ้นไปจนสามารถที่จะวิเคราะห์ได้ ไม่ใช่มุ่งสอนเพียงเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ในชั้นจำหรือเข้าใจเท่านั้น หากครูสามารถทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในชั้นสูงจนถึงขั้นการวิเคราะห์การสังเคราะห์และการประเมินค่าได้นักเรียนก็น่าจะแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ

5. แนวคิดในการสอนการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เกลนอนและฮันนิคัทท์ (Glenon and Hunnicutt, 1952 : 23-24 อ้างถึงในอุบลรัตน์ แซ่ด่าน, 2538 : 10) เสนอแนะแนวคิดในการสอนการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

- 1) การเพิ่มพูนประสบการณ์ในโรงเรียน ที่จะช่วยให้นักเรียนเล็งเห็นความจำเป็นของการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น การซื้อสิ่งของ
- 2) การพัฒนาความเข้าใจเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับตัวเลข ได้อย่างเฉลียวฉลาด และลคพฤติกรรมเดาสุ่ม
- 3) การใช้ โจทย์ปัญหาตามระดับความสามารถของนักเรียนแต่ละบุคคล ใช้อุปกรณ์การสอนให้มากที่สุด
- 4) หาวิธีให้นักเรียนมีพัฒนาการอย่างกว้างขวางเกี่ยวกับศัพท์เฉพาะทางคณิตศาสตร์
- 5) ฝึกให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการที่จะกะประมาณคำตอบที่ถูกต้องหรือใกล้เคียงที่สุด

น้อมศรี เทท (2521 : 19-23) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่าการสอนการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้ได้ผลดีควรควรคำนึงถึงหลักสำคัญ 8 ประการคือ

- 1) การวิเคราะห์ปัญหา ควรสอนให้นักเรียนสามารถแยกแยะปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้น กำหนดสิ่งใดให้บ้างและ โจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร
- 2) การเขียนประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งประกอบด้วยตัวเลข และเครื่องหมายแทนข้อความ

และจำนวน ก่อนที่นักเรียนจะเรียนการเขียนประโยคสัญลักษณ์นักเรียนควรจะได้เรียนการใช้ตัวเลขแทนจำนวนเมื่อนักเรียนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์จากโจทย์ปัญหาที่ง่ายได้แล้วขั้นต่อไปจึงค่อยสอนโจทย์ปัญหาที่ยากหรือซับซ้อนขึ้นต่อโจทย์ปัญหาที่มีสิ่งที่กำหนดให้มากกว่า 2 จำนวน ขึ้นไปนักเรียนจะต้องใช้วิธีทำมากกว่า 1 วิธี หรือที่เรียกกันทั่วไปว่าโจทย์ระคน กิจกรรมที่ครูอาจใช้ในการฝึกการเขียนประโยคสัญลักษณ์ เช่น

2.1) อ่านโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ของโจทย์ปัญหาแต่ละฝ่าย

2.2) เขียนโจทย์ปัญหาบนกระดานดำ แล้วให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาตามประโยคสัญลักษณ์เหล่านั้นโดยการบอกหรือการเขียนโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคิดได้ประโยคสัญลักษณ์เดียวกัน นักเรียนอาจแต่งเป็นโจทย์ปัญหาโดยใช้เรื่องต่าง ๆ กันไปได้

3) การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ การใช้สื่อจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมในโจทย์ปัญหามากขึ้น สื่อการสอนอาจใช้ของจริง รูปภาพ หรือแผนภูมิก็ได้ สื่อเหล่านี้เป็นเครื่องช่วยในการจินตนาการและคิดค้นหาคำตอบสื่อที่เป็นของจริงมีประโยชน์ในการนำมาใช้เป็นตัวนับแทนจำนวนนับต่าง ๆ สื่อที่เหมาะสมหาได้ง่ายและครูควรมีไว้เป็นจำนวนมาก สื่อที่เป็นรูปภาพอาจเป็นรูปที่ตัดจากหนังสือปฏิทินหรือหนังสือพิมพ์นอกจากนั้นอาจเป็นรูปภาพที่ครูหรือนักเรียนวาดขึ้นเองได้ สื่ออีกประเภทหนึ่งที่มีประโยชน์มากในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ การหาร ทั้งที่เป็นจำนวนนับ ทศนิยม และเศษส่วนได้คือ เส้นจำนวนหลังจากที่ครูสอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อต่าง ๆ ประกอบการสอนเมื่อเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องแล้วขั้นต่อไปครูควรสนับสนุนให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาโดยการคิดในใจ ไม่ต้องวาดรูปหรือใช้ของจริงช่วยเพราะนักเรียนบางคนสามารถนึกรูปเส้นจำนวนหรือรูปภาพในใจได้ การฝึกให้นักเรียนได้แก้ปัญหาโดยการคิดในใจเป็นสิ่งจำเป็นเนื่องจากเราต้องใช้อยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

4) ความสามารถในการอ่านสาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้คือนักเรียนขาดทักษะในการอ่านเนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ และสามารถตีความว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดให้และต้องการทราบอะไรซึ่งต่างจากการอ่านทั่วไป ศัพท์บางคำในโจทย์ปัญหามักเป็นคำศัพท์ที่ใช้เฉพาะอยู่ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

๖) ทักษะในการคำนวณ การมีทักษะในการคำนวณคือ การที่นักเรียนสามารถ บวก ลบ คูณ และหารได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว ดังนั้น เมื่อนักเรียนทราบประโยคสัญลักษณ์โจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนที่มีทักษะในการคำนวณจะสามารถหาคำตอบของปัญหานั้นได้ถูกต้อง และรวดเร็วกว่า

ผู้ที่ไม่มีความรู้ ในเวลาสอนเมื่อครูพบว่านักเรียนคนใดในชั้นยังขาดทักษะในการคำนวณ ควรหาทางช่วยนักเรียนจัดกิจกรรมหลาย ๆ อย่าง ที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะเพื่อนักเรียนจะได้ใช้ทักษะในการคำนวณไปหาคำตอบในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว

6) การประมาณคำตอบ จะช่วยทำให้นักเรียนทราบว่ามีวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาละเอียดและการคำนวณถูกหรือผิดได้โดยเปรียบเทียบคำตอบได้จากการประมาณคำตอบจริงซึ่งควรใกล้เคียงกัน การประมาณคำตอบเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้กับนักเรียน

7) ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีแก้ปัญหามากมาย ๆ วิธี เพราะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้างไม่ถูกจำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้คิดค้นหาวิธีแก้ปัญหามากมาย ๆ แบบจะได้รับการฝึกให้คิดมีวิธีการให้ทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบจากตัวอย่างนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แล้วมีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้จะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาก็ได้หลายวิธี

8) การเลือกโจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสอนนักเรียนครูควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้ คือ

8.1) ควรสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน เพื่อนักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ

8.2) สถานการณ์ในโจทย์ปัญหาควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อเป็นของจริง หรือของจำลองประกอบการสอนได้

8.3) เนื้อเรื่องในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจ และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8.4) ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียนและไม่ควรใช้ถ้อยคำฟุ่มเฟือย

การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาได้เสนอแนวคิดในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังที่ได้กล่าวแล้วข้างต้น หากครูผู้สอนนำเอาแนวคิดเหล่านี้ไปใช้ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาก็จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้มากขึ้น

6. ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้สำเร็จนั้น จะต้องดำเนินการอย่างมีลำดับขั้นตอนเพื่อจะช่วยให้สามารถมองเห็นแนวทางแก้ปัญหาก็ถูกต้องค้นพบวิธีการแก้ปัญหาก็รวดเร็ว และไม่สับสนซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957 : 5-40) ได้จัดลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอนนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจในปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาเป็นขั้นตอนในการทำแบบ

จำลองของคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) พยายามเข้าใจสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นใหญ่ของปัญหาอยู่ตรงไหน โจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้มา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้ชื่อกับข้อมูลต่าง ๆ เขาควรจะเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจซ้ำแล้วซ้ำอีกและหลายๆ แง่มุมจนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นวางแผนในการแก้ปัญหานั้นนักเรียนจะมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ได้มาอย่างไร สิ่งที่สำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การนิยามทวนความรู้ที่มีมาว่า มีความรู้อะไรบ้างที่เขามี ซึ่งสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้าง เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหาก็แก้พยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบัน เพราะจะช่วยให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาก็ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้น ควรแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในขั้นใหญ่แต่ละขั้นก็แบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ อีกมากมาย นอกจากนั้นในขั้นนี้นักเรียนต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไรเพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นลงมือทำตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นตรวจวิธีการและหาคำตอบ ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจจุด ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหานั้นนักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาลงไปด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

นุซุม (Nuzum, 1987 : 56 อ้างถึงใน วราลักษณ์ อินตะวงศ์, 2539 : 23-24) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1) ขั้นที่ 1 ขั้นแนะนำ (Introduction) ครูแนะนำให้นักเรียนรู้จักสังเกตคำถามของโจทย์และค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งมี 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ต้องการหาและส่วนที่โจทย์ให้มาอันจะเป็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้น ประการสำคัญที่สุด คือ การแนะนำให้ให้นักเรียนเข้าใจในการแก้ปัญหานั้น ต้องตอบคำถามที่โจทย์ถาม

2) ขั้นวางแผน (The Plan) เมื่อนักเรียนทราบว่าในการแก้ปัญหานั้นต้องทำอย่างเป็นระบบตามขั้นตอน ดังนั้นนักเรียนต้องวางแผนเพื่อแก้ปัญหานั้น โดยระบุปัญหาให้ชัดเจนและคิดหาวิธีแก้ปัญหานั้น

3) **ขั้นเลือกวิธีการคำนวณ (Selection of the Operation)** นักเรียนควรพิจารณาจากโจทย์ปัญหา เพื่อจำแนกว่าจะใช้วิธีการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร

4) **ขั้นวาดรูปหรือแผนผัง (Drawing a Diagram)** นักเรียนควรใช้การวาดภาพหรือแผนผังช่วยในการแก้ปัญหาเพื่อให้มองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

5) **ขั้นบ่งชี้ข้อมูลที่เกิดความจำเป็น (Identifying Extraneous Information)** ในขั้นนี้ นักเรียนควรพิจารณาว่า มีข้อมูลที่ไม่จำเป็นอยู่ในโจทย์หรือไม่

6) **ขั้นบ่งชี้โจทย์ปัญหา 2 ขั้นตอน (Identifying Two-Step Problems)** นักเรียนควรพิจารณาจากโจทย์ว่าเป็นโจทย์ปัญหา 2 ขั้นตอนหรือไม่ เพราะในการแก้ปัญหามักครั้งต้องใช้วิธีการมากกว่า 1 ครั้ง จึงสามารถหาคำตอบได้

7) **ขั้นอธิบายความแตกต่างระหว่างโจทย์ที่มีข้อมูลมากเกินความจำเป็น และ โจทย์ปัญหา 2 ขั้นตอน (Discriminating between Extraneous Information and Two-Step Problems)**

8) **ขั้นตรวจสอบคำตอบ (Verification)** นักเรียนควรตรวจสอบคำตอบเพื่อความถูกต้องซึ่งทำได้โดยการคำนวณซ้ำ และการใส่หน่วยของคำตอบ หรืออ่านคำถามซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้แน่ใจว่าได้ตอบคำถามที่โจทย์ถามเรียบร้อยแล้วหรือไม่

คไวท์ (Dwight, 1986 : 47) เสนอแนะวิธีการทั่ว ๆ ไปในการสอนนักเรียนให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ให้อ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์เพื่อทำความเข้าใจ
- 2) อ่านทบทวนอีกครั้งและระบุให้ได้ว่า โจทย์ให้หาอะไร และให้ข้อมูลอะไรบ้าง
- 3) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่รู้ค่า
- 4) เขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาคำตอบ
- 5) คำนวณหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคเป็นจริง
- 6) ตรวจสอบคำตอบที่ได้
- 7) ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา

คไวท์ ระบุว่า ขั้นตอนที่ 3, 4, และ 5 เป็นขั้นตอนสำคัญที่ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดี กล่าวคือ จะต้องฝึกให้นักเรียน แยกแยะและวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาฝึกให้เขียนประโยคสัญลักษณ์และมีทักษะในการคิดคำนวณอย่างถูกต้อง

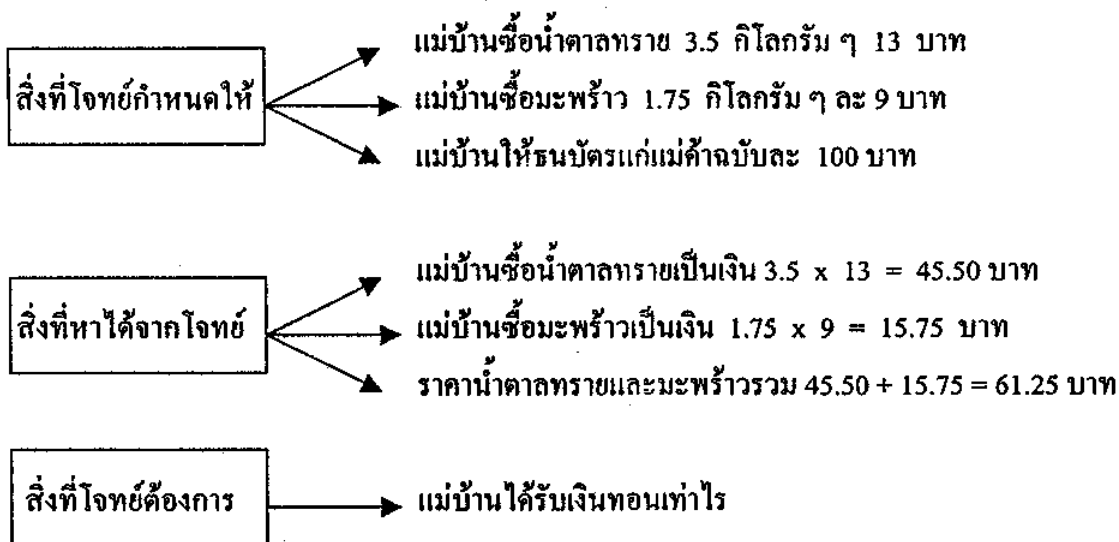
เพิ่มวูธ บุปผามาตะนัง (2540 : 39-41) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

- 1) ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการทำความเข้าใจกับสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาแล้วพิจารณาแบ่งออกเป็นส่วน ๆ ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง หรือบางกรณีโจทย์อาจ

ไม่ได้กำหนดอะไรให้โดยตรง แต่เราสามารถหาข้อมูลนั้นได้จากโจทย์ และสุดท้ายคือสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือโจทย์ถามอะไรนั่นเอง เช่น โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

แม่บ้านคนหนึ่งซื้อน้ำตาลทราย 3.5 กิโลกรัม ๆ ละ 13 บาท ซื้อมะพร้าว 1.75 กิโลกรัม ๆ ละ 9 บาท ให้ธนบัตรแก่แม่ค้าจบบทละ 100 บาท จะได้รับเงินทอนเท่าไร

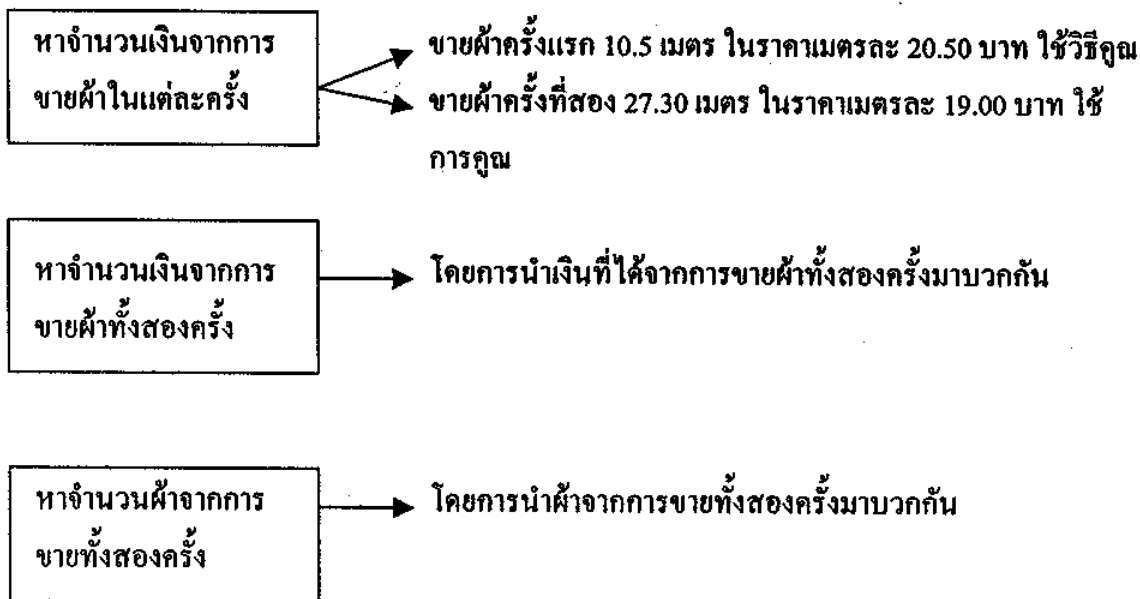
ในขั้นตอนนี้ครูควรแนะนำให้นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ โดยแบ่งออกเป็นส่วน ๆ ดังนี้



2) ค้นหาแนวทางแก้ปัญหาค้นตอนนี้จะเป็นการพิจารณาว่า สถานการณ์ที่โจทย์กำหนดให้ นั้น มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ถามอย่างไร นับเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญเพราะถ้าเราสามารถสอนให้นักเรียนรู้จักการวิเคราะห์สถานการณ์ ตลอดจนความหมายของคำต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาแล้วก็จะสามารถแก้ “ปม” แห่งปัญหาที่โจทย์ได้ผูกได้ว่าจะใช้วิธีการ บวก ลบ คูณ หรือหาร และจะเริ่มที่ตรงจุดใดก่อน เช่น

ผ้าพับหนึ่งยาว 78.80 เมตร ขายไปครั้งแรก 10.5 เมตร ในราคาเมตรละ 20.50 บาท ครั้งที่สองขายไป 27.30 เมตร ในราคาเมตรละ 19.00 บาท ส่วนที่เหลือขายเหมาไปในราคาเมตรละ 18.75 บาท อยากทราบว่าขายผ้าทั้งหมดได้เงินเท่าไร

เมื่อเราวิเคราะห์โจทย์ปัญหานี้จะเห็นว่า ปมแห่งปัญหานี้คือ ผ้าที่เหลือจากการขายทั้งสองครั้ง และเงินที่ได้จากการขายผ้าทั้งหมด ซึ่งก่อนที่เราจะตอบคำถามนี้ได้เราต้องแก้ปัญหาลงทีละขั้นตอน ดังนี้



เมื่อเราสามารถตอบคำถามได้ว่า ได้เงินจากการขายผ้าทั้งสองครั้งก็บาท หกผ้าไปกี่เมตรก็จะตอบคำถามได้ว่าเหลือกี่เมตร ขายهماไปได้เงินกี่บาท และรวมเงินจากการขายผ้าทั้งหมดก็บาท อย่างไรก็ตามเป็นที่สังเกตว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นตอนที่ 1 และ 2 เราสามารถคิดพิจารณาไปได้พร้อม ๆ กัน

3) ขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ จะต่อเนื่อง จากขั้นตอนที่ 1 และ 2 เมื่อเราสามารถทำความเข้าใจโจทย์หาความสัมพันธ์ทราบแนวทางแก้ปัญหามาและเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้แล้วเราก็สามารถใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาคือต่อไปนี้

วิธีทำ	ขายผ้าครั้งแรกได้เงิน	10.5×20.50	$= 215.25$ บาท
	ขายผ้าครั้งที่สองได้เงิน	27.30×19.00	$= 518.7$ บาท
	ขายผ้าสองครั้งหมดไป	$10.5 + 27.30$	$= 37.80$ เมตร
	เหลือผ้า	$78.80 - 37.80$	$= 41$ เมตร
	ขายهماไปได้เงิน	41×18.75	$= 768.75$ บาท
	ขายผ้าได้เงินทั้งหมด	$768.75 + 215.25 + 518.7$	$= 1,502.7$ บาท
	ตอบ		$= 1,502.7$ บาท

4) ขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบ ขั้นตอนนี้จะเป็นการทบทวน ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหาว่าถูกต้อง มีเหตุผลน่าเชื่อถือหรือไม่ เช่น

วิธีทำ	แม่บ้านชื้อน้ำตาลทราย เป็นเงิน	3.5×13	= 45.50 บาท
	ชื้อมะพร้าวเป็นเงิน	1.75×9	= 15.75 บาท
	รวมน้ำตาลทรายและมะพร้าว เป็นเงิน	$45.50 + 15.75$	= 61.25 บาท
	แม่บ้านจะได้รับเงินทอน	$100 - 61.25$	= 38.75 บาท

การตรวจสอบคำตอบในกรณีนี้คือ นำเงินที่จ่ายค่าน้ำตาลทราย และมะพร้าวมารวมกับเงินที่ได้รับทอน ($61.25 + 38.75$) ถ้าผลลัพธ์ที่ได้เท่ากับธนบัตรที่แม่บ้านจ่ายค่าสินค้า คือ 100 แสดงว่าคำตอบถูก

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 : 113) กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจเป็นตอน ๆ พยายามใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวของโจทย์
2. ค้นหาว่าโจทย์ถามอะไร
3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง ให้ตัดข้อความที่ไม่เกี่ยวกับการทำเลขข้อนั้นออก
4. เลือกขบวนการหรือวิธีทำที่ต้องใช้กับโจทย์ข้อนั้น
5. แปลโจทย์ปัญหาออกเป็นประโยคเลข
6. คาดคะเนคำตอบ
7. คิดคำนวณตัวเลข นำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้คาดคะเนไว้
8. ตรวจสอบคำตอบโดยวิธีการต่าง ๆ
9. เขียนคำตอบ

การแก้โจทย์ปัญหาให้สำเร็จนั้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องค่อย ๆ ดำเนินการไปตามลำดับขั้น ทั้งนี้ เพราะโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการสร้างสถานการณ์ขึ้นมาให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาซึ่งโจทย์ปัญหานั้นก็ประกอบไปด้วยตัวเลขและข้อความผู้ที่คิดแก้ปัญหาก็ต้องคิดวิเคราะห์ ดังนั้นหากได้คิดแก้ไปตามลำดับขั้นก็จะประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้

7. เทคนิคในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2537 : 7) ได้เสนอเทคนิคการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) เทคนิคการอ่านโจทย์ปัญหา จะต้องอ่านแหม่งวรรคตอนถูกต้อง อ่านซ้ำเพื่อจับใจความสำคัญของโจทย์ว่า กล่าวถึงเรื่องอะไร อย่างไร

2) เทคนิคการใช้คำถาม จะต้องฝึกให้เป็นคนถามเก่ง ถามถึงประเด็นสำคัญว่าข้อความของโจทย์ปัญหาทั้งหมดนั้นมีกี่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่กำหนดให้ และตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ต้องการทราบ

3) เทคนิคการวาดภาพประกอบโจทย์ปัญหา เพื่อให้เข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาชัดเจน และมีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น นักเรียนหลายคนจะเข้าใจข้อความของโจทย์ปัญหาเมื่อมีภาพหรือแผนภาพประกอบ

4) เทคนิคการแต่งโจทย์ปัญหา โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนและใช้ตัวเลขมีค่าน้อย ๆ ก่อน แล้วค่อยแต่งโจทย์ที่ค่อนข้างซับซ้อนขึ้น ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากขึ้น เพื่อให้ให้นักเรียนตีความแปลความ และสรุปความ ตลอดจนวิเคราะห์ข้อความในโจทย์ได้ว่า จะแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีการใด หากว่านักเรียนสามารถคิดวิธีแก้โจทย์ปัญหาจากง่ายไปหายากได้ ก็จะทำให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตัวเองว่า แก้โจทย์ปัญหาเป็น

5) เทคนิคการแปลความ และสรุปความเป็นประโยคสัญลักษณ์ ครูควรฝึกให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อความที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้ กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร จะมีเส้นทางในการหาคำตอบ หรือแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ด้วยวิธีการใด โดยครูผู้สอนต้อง “ไม่บอกให้รู้ แต่หนูคิดวิธีได้เอง”

6) เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ ครูควรฝึกให้นักเรียนเขียนข้อความแสดงวิธีทำในแต่ละข้ออย่างสั้น ๆ แต่ต้องชัดเจนและรัดกุม สื่อความหมายได้ดีตามเจตนาของโจทย์ปัญหานั้นและหาวิธีหลาย ๆ วิธีทำที่จะสามารถคิดได้ เพื่อให้ให้นักเรียนได้เทคนิคการเขียนหลาย ๆ รูปแบบ

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2537 : 22-27) กล่าวว่านักเรียนส่วนมากมักจะกลัวโจทย์ปัญหา และจะต้องนำความสามารถในการคิดหาเหตุผลมาใช้ จึงจะช่วยให้สามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ แต่เนื่องจากความสามารถในการคิดหาเหตุผลของนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกันดังนั้น จึงถือเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องจัดประสบการณ์ให้แก่ นักเรียน เพื่อให้เกิดการพัฒนาการคิดหาเหตุผลที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาคต่อไป โดยเสนอแนะเทคนิคต่าง ๆ ที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคของนักเรียนดังนี้

1) ใช้ปัญหาที่นักเรียนสนใจ เช่น ปัญหาที่มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริง ๆ หรือสภาพการณ์ที่นักเรียนนึกถึง

2) เปลี่ยนเรื่องราวโจทย์ปัญหาให้นักเรียนมองเห็นง่ายขึ้น เช่น ใช้เส้นจำนวน การวาดภาพ การเขียน

- 3) ใช้การแสดงบทบาทสมมุติ เพื่อให้สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหาเป็นจริงยิ่งขึ้น
- 4) ใช้วิธีการเปรียบเทียบ โดยการให้นักเรียนมองเห็นวิธีการในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ยาก ด้วยการคิดแก้ปัญหาง่าย ที่คล้ายกับ โจทย์ข้อนั้น
- 5) หาคำตอบโจทย์ปัญหาง่าย ๆ ด้วยการคิดในใจ โดยไม่ต้องใช้การเขียนประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับจากการคิดแก้โจทย์ ปัญาง่าย ๆ ในใจนี้จะช่วยให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งขึ้น และความสำเร็จนี้จะช่วยเร้าให้อยากแก้โจทย์ปัญหาที่ยากขึ้น
- 5) นักเรียนควรได้รับการกระตุ้น และแนะนำให้ประมาณคำตอบก่อนการแก้ปัญหาคิดเป็นนิสัย
- 7) โจทย์ปัญหบางชนิดมีรูปแบบการแก้ปัญหาเฉพาะตัว จึงควรจดจำไว้เพื่อจะนำไปแก้โจทย์ในลักษณะเดียวกันได้
- 8) การจดจำสูตรต่าง ๆ อย่างทราบความหมาย จะมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
- 9) การใช้โจทย์ปัญหาหลายระดับ ครูต้องพยายามจัดโจทย์ปัญหาให้เหมาะกับประสบการณ์ของนักเรียน โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนพบกับโจทย์ปัญหาในระดับต่าง ๆ กัน
- 10) ควรใช้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ แบบเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์โจทย์ หลาย ๆ แบบ เพิ่มความสนใจและประสบการณ์ เช่น โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลข โจทย์ปัญหาที่ไม่ต้องการคำตอบแต่ต้องการวิธีการในการหาคำตอบ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ หรือมากเกินไปจนจำเป็น
- 11) เปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงการแก้โจทย์ปัญหาคด้วยวิธีต่าง ๆ หลายวิธี ย่อมทำให้นักเรียนเข้าใจสภาพของโจทย์ปัญหามากกว่าการแก้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาด้วยวิธีการเพียงอย่างเดียว
- 12) ใช้วิธีวิเคราะห์โจทย์ปัญหา คือ แยกแยะดูว่าโจทย์กำหนดอะไร โจทย์ต้องการให้หาอะไร ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ได้ดียิ่งขึ้น
- 13) การแปลงสภาพของโจทย์ปัญหาคด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่น สร้างจากประโยคสัญลักษณ์ สร้างจากปัญหาเพียงบางส่วนและสร้างเองทั้งหมด
- 14) การสอนการอ่านที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อพัฒนาความเข้าใจใน โจทย์ปัญหา การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นเป็นเรื่องที่ยาก และเป็นปัญหาทั้งต่อครูผู้สอน และนักเรียน ดังนั้นในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคครูผู้สอนจึงจำเป็นต้องใช้เทคนิคต่าง ๆ เพื่อให้การเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหานั้นเป็นไปด้วยดีประสบความสำเร็จทั้งต่อการสอนและการเรียน และส่งผลให้การแก้โจทย์ปัญหาคไม่เป็นปัญหาอีกต่อไป

8. หลักในการให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แก่นักเรียน

การให้โจทย์ปัญหากับนักเรียนอย่างเหมาะสมเป็นสิ่งสำคัญในการที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น ซึ่ง วิลลา วโรตมะวิชญ (2523 : 112) และน้อยศรี เกท (2526 : 23) ก็ได้เสนอแนะหลักการแก่โจทย์ปัญหาแก่นักเรียนซึ่งสรุปได้ดังนี้

- 1) ต้องสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน
- 2) สอดคล้องกับความสนใจ วัยและเพศของนักเรียน
- 3) ภาษาที่ใช้ต้องเหมาะสมกับวัย
- 4) เป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนประกอบการคิดได้เพื่อจะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการคิด

ความสำเร็จในการคิด

กรูลิก และเรย์ (Krulik and Reys, 1980 : 208) ได้กล่าวถึงการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจว่า ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

- 1) ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
- 2) กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา
- 3) ความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

กนกพร เทพคำ (2539 : 30) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจนั้น ควรจะเป็นโจทย์ปัญหา ซึ่งแตกต่างไปจากปัญหาที่พบเห็นบ่อย ๆ ในบทเรียน และควรมีลักษณะดังนี้

- 1) เป็นปัญหาที่สัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหาและชีวิตประจำวัน
- 2) เป็นปัญหาที่ใช้ภาษาในลักษณะที่เข้าใจง่าย
- 3) เป็นปัญหาที่เหมาะสมกับระดับความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา
- 4) เป็นปัญหาที่มีความยากง่ายเหมาะสมกับผู้แก้ปัญหา
- 5) เป็นปัญหาที่ให้โอกาสผู้แก้ปัญหาใช้ทักษะเบื้องต้นทั้งสี่ คือ บวก ลบ คูณ หาร

การให้โจทย์ปัญหาแก่นักเรียนนั้นเป็นเรื่องที่ครูผู้สอนต้องคำนึงให้มากเพราะ โจทย์ที่นักเรียนได้รับนั้นจะเป็นตัวช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้นถ้า โจทย์นั้นมีลักษณะที่คิดได้กล่าวแล้วข้างต้น ในทางตรงกันข้ามถ้าโจทย์ปัญหานั้นมีลักษณะที่ไม่เหมาะสมจะทำให้เกิดปัญหากับนักเรียนเกิดความท้อใจเพราะยากเกินไป หรือไม่เข้าใจในโจทย์เพราะใช้ภาษาไม่เหมาะสมเป็นต้น

9. ข้อเสนอแนะในการสอนเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 60) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอนแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

- 1) สร้างบรรยากาศในการแก้ปัญหา
 - 1.1) ให้ช่วงเวลาในการคิด การวิเคราะห์และการทดลอง

- 1.2) ขอมรับคำถามที่นักเรียนถาม
- 1.3) อย่าทำให้นักเรียนเกิดความกลัว
- 1.4) ครูต้องมีความอดทนเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้

2) สร้างแรงจูงใจให้แก่ นักเรียน

2.1) เน้นความสำคัญในการแก้ปัญหา โจทย์แบบฝึกหัดข้อแรก ๆ ควรจะเป็น โจทย์ที่นักเรียนทุกคนทำได้

- 2.2) ให้โจทย์ที่ง่าย ก่อนแล้วจึงให้ทำโจทย์ที่ยาก
- 2.3) ให้นักเรียนมีโอกาสดริမ်ตัวในการที่จะแก้ปัญหา โจทย์ที่ยาก
- 2.4) ปลุกให้นักเรียนอยากรู้อยากเห็นด้วยการใช้ปัญหาลับสมอง

3) วิธีที่จะเพิ่มความเข้าใจ

3.1) แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะอ่านปัญหา โจทย์อย่างไรอ่านแล้วต้องหยุดคิดแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

3.2) ครูอ่านปัญหาอีกครั้งหนึ่งเพื่อนักเรียนจะได้เห็นปัญหาอย่างแจ่มชัด

3.3) ถามนักเรียนเพื่อจะตรวจดูให้แน่ว่านักเรียนเข้าใจข้อความ คัพท์ และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับ โจทย์หรือไม่

3.4) ช่วยนักเรียนในการพิจารณาข้อความ ที่สำคัญอันจะเป็นเหตุผลนำไปสู่การแก้ปัญหานั้น

3.5) แยกปัญหานั้นออกเป็นปัญหาที่ย่อย ๆ ที่ง่ายขึ้น

3.6) ถ้านักเรียนไม่ทราบจะเริ่มค้นที่ไหน ควรจะส่งเสริมให้นักเรียนเขียนความจริงที่ได้จากปัญหานั้นเพื่อจะได้มองเห็นแนวทาง

3.7) ให้นักเรียนเขียนปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน และให้พิจารณาตัวแปรในกรณีของ โจทย์สมการ

4) เน้นถึงความยืดหยุ่นและเรื่องต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

4.1) อย่าเคร่งต่อกระบวนการที่ตะชั้นหรือแบบฟอร์มจนเกินไป

4.2) แนะนำให้นักเรียนเปลี่ยนวิธีการเมื่อเจอปัญหาอยาก

4.3) ให้อักรักพิจารณาเปรียบเทียบปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ และปัญหาที่มีข้อมูลพิเศษ

เพิ่มเติม

4.4) ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธีใน โจทย์ข้อเดียวกัน

5) ให้คำแนะนำที่จะสร้างรูปแบบเพื่อการค้นหาคำตอบ

5.1) ใช้แผนผังแสดงวิธีแก้

- 5.2) ใช้ไคอะแกรม โมเดล หรือเขียนร่างเพื่อแยกดูโครงสร้าง
- 5.3) ใช้สัญลักษณ์เขียนแทนตัวแปรของปัญหา
- 6) แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะตั้งคำถาม ตามตัวเองอย่างไร
 - 6.1) โจทย์กำหนดอะไร
 - 6.2) โจทย์ต้องการให้ทำอะไร
 - 6.3) ความคิดอะไรที่เคยเรียนมาแล้วและจะมาสัมพันธ์กับปัญหานี้
 - 6.4) ปัญหาอะไรที่เคยทำมาแล้วและคล้ายกับปัญหานี้ มีข้อแตกต่างอย่างไร
 - 6.5) จะเรียงลำดับขั้นการคิดอย่างไรจะหาอะไรก่อนหลังและแยกแยะออกเป็นปัญหาย่อยอย่างไร

6.6) จะสรุปปัญหานั้นได้อย่างไร

6.7) เมื่อแก้ปัญหาลแล้วจะมีวิธีการตรวจย้อนหรือตรวจคำตอบอย่างไร

7) เน้นวิธีการแก้ปัญหามากกว่าที่จะบอกว่าแก้ได้อย่างไร

7.1) ถามนักเรียนในการที่จะหาวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

7.2) ให้การยอมรับในแต่ละส่วนที่ใช้วิธีการถูกต้องมากกว่าคำตอบถูกต้องแต่วิธี

การฝึก

7.3) การแก้โจทย์ปัญหาต้องดูที่วิธีการคิดของนักเรียนด้วย

7.4) ให้โอกาสแก่นักเรียนในการแสดงวิธีการแก้ปัญหา

7.5) ให้รู้จักวิเคราะห์วิธีทำ

8) ส่งเสริมการทดลอง การลองผิดลองถูก การคาดคะเน การเดาคำตอบอย่างมีเหตุผลซึ่งจะนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหา

9) ควรจะให้มีการฝึกทำโจทย์ปัญหาบ่อย ๆ

10) ให้นักเรียนกล่าวหรือเขียนการแก้ปัญหาของเขาในแบบฟอร์มที่ถูกต้อง

11) ใช้โจทย์ปัญหานั้นเพื่อค้นพบความคิดรวบยอดตามแนวคิดศาสตร์สมัยใหม่

12) ใช้โจทย์ปัญหานั้นเป็นแบบฝึกหัดไปในตัว

ชัยเขนทร์ เมืองแมน (2533 : 11) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอนโจทย์ปัญหาดังนี้

1) จะต้องให้นักเรียนทำความเข้าใจ ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1.1) ทำความเข้าใจกับคำ ประโยค หรือ วลี ในโจทย์ปัญหา โดยครูใช้วิธีซักถาม และ

อธิบาย

1.2) ให้นักเรียนเขียนออกมาว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการ และอะไรคือสิ่งที่โจทย์

กำหนด

1.3) ซักถามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ

1.4) ในกรณีที่โจทย์ปัญหามีวิธีแก้หลายชั้น อาจให้นักเรียนแตกโจทย์ปัญหานั้น ออกเป็น โจทย์ปัญหาชั้นเดียว แต่หลาย ๆ ตอน

2) เมื่อนักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการวางแผนในการแก้ปัญหาโดยให้นักเรียนคิดหาวิธีการในการแก้ปัญหาแต่ละตอน ครูควรให้เวลาให้นักเรียนคิดเองหรือแบ่งกลุ่มช่วยกันคิด และถ้ามีความจำเป็นควรใช้คำถามช่วยเพื่อให้นักเรียนได้ย้อนกลับไปคิดถึงความคิดรวบยอด และหลักการที่จะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3) เมื่อนักเรียนคิดได้แล้ว ก็ให้นักเรียนเขียนออกมาในรูปประโยคสัญลักษณ์และแสดงวิธีทำ ซึ่งขั้นนี้มีปัญหาอยู่ที่การเรียบเรียงออกมาเป็นวิธีทำ มีนักเรียนหลายคนเขียนออกมาไม่ได้ หรือเริ่มต้นไม่ถูก ครูอาจให้นักเรียนเริ่มต้นที่ผลลัพธ์ที่นักเรียนหามาได้แล้ว ไล่ไปสู่อะไรที่โจทย์กำหนดให้

4) หลังจากเขียนแสดงวิธีทำแล้ว นักเรียนควรจะได้ตรวจสอบคำตอบ สิ่งที่เขียนและอ่านให้ครู่ฟัง เพื่อว่าการเขียนเรียบเรียงออกมานั้นถูกต้องได้ความสมบูรณ์หรือไม่ แล้วครูอาจให้นักเรียนใช้วิธีอื่นในการตรวจสอบคำตอบ เช่น โจทย์การหารเมื่อได้ผลลัพธ์ออกมาแล้ว ควรนำผลลัพธ์ที่ได้ไปคูณกับตัวหารดูว่า ผลคูณจะมีค่าเท่ากับตัวตั้งหรือไม่ หรือโจทย์ปัญหาการคูณ ควรใช้วิธีการบวกซ้ำในการตรวจสอบคำตอบ ดังตัวอย่างที่แสดงมาแล้วข้างต้น

5) ในการสอนโจทย์ปัญหา ครูควรจะให้เวลานักเรียนสำหรับการคิดด้วยตนเอง อย่าพยายามอธิบายจนกว่าจะแน่ใจว่านักเรียนคิดด้วยตนเองไม่ได้

6) ในการสอนโจทย์ปัญหานั้นจำเป็นต้องใช้เทคนิคการใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเป็นอย่างมาก การที่นักเรียนคิดไม่ออกหรือคิดไม่ได้ในโจทย์แต่ละข้อไม่ใช่ปัญหาสำคัญ แต่ปัญหาสำคัญอยู่ที่ว่านักเรียนได้คิดหรือไม่

7) โจทย์ปัญหาบางข้อความครูอาจแนะนำให้นักเรียนใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่นการเขียนภาพ การสร้างตาราง การทำย้อนกลับ

8) ในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนจะต้องอาศัยทักษะ ซึ่งเกิดจากการฝึกฝนในการแก้โจทย์ปัญหาบ่อย ๆ ซึ่งครูอาจฝึกได้ โดยให้ทำในตอนเช้า หรือตอนก่อนเลิกเรียนทุกวัน วันละข้อ โดยใช้เวลาเพียง 10-15 นาที

9) ครูอาจใช้กิจกรรมการแข่งขันการแก้โจทย์ปัญหา ในการสรุปบทเรียนแต่ละครั้ง โดยการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้หาวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหา

ข้อเสนอแนะที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้น เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้นครูผู้สอนจึงควรนำข้อเสนอแนะเหล่านี้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วย

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางพุทธิพิสัย

เนื่องจากความสามารถด้านพุทธิพิสัยตามแนวคิดของบลูมและคณะเป็นความสามารถทางสติปัญญา ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 6 ชั้น คือ ความรู้-ความจำ ความเข้าใจการนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2529 : 457) ดังนั้น จึงขอเสนอ เนื้อหาเกี่ยวกับสติปัญญา และ ความสามารถทางพุทธิพิสัย ดังต่อไปนี้

1. ความหมายของสติปัญญา

นักจิตวิทยาได้ศึกษาเรื่องสติปัญญาหรือเชาว์ปัญญาอย่างกว้างขวางและให้คำจำกัดความหรือความหมายของสติปัญญา ไว้ดังนี้ (อารี พันธุ์มณี, 2534 : 47-48)

บินด์ (Binet) นักจิตวิทยาชาวฝรั่งเศส ซึ่งได้รับการยกย่องว่าเป็นบิดาแห่งสติปัญญา ได้ให้ความหมายสติปัญญาไว้ว่า หมายถึง แนวคิดหรือทิศทางของความคิดและความสามารถในการปฏิบัติตามความคิดนั้น และเป็นสมรรถวิสัยที่จะเปลี่ยนแปลงแก้ไขหรือริเริ่มการกระทำใหม่ ๆ ขึ้น

ก๊อดคาร์ด (Goddard) กล่าวว่า สติปัญญาเป็นระดับความสามารถของแต่ละบุคคลในการแก้ปัญหาคงที่และความสามารถในการคาดคะเนผลที่จะเกิดขึ้นได้

เทอร์แมน (Terman) ให้ความหมายว่าสติปัญญา หมายถึง ความสามารถในการคิดแบบนามธรรมของแต่ละบุคคลได้ดีและรวดเร็ว

ฟรีแมน (Freeman) กล่าวว่า สติปัญญาเป็นความสามารถในการเรียนรู้ความสามารถในการคิดเกี่ยวกับนามธรรม และความสามารถในการปรับตัวต่อสิ่งแวดล้อม

สต็อดคาร์ด (Stoddard) นักจิตวิทยาชาวอเมริกัน กล่าวว่า สติปัญญา หมายถึง ความสามารถในการทำกิจกรรมที่ยาก สลับซับซ้อน เป็นนามธรรม ประหยัด นำไปสู่เป้าหมายมีคุณค่าต่อสังคม มีการริเริ่มใหม่ ซึ่งต้องอาศัยสมาธิ และความอดทน และแรงจูงใจ

โคเลสนิค (Kolesnik) กล่าวว่า สติปัญญาเป็นความสามารถด้านต่าง ๆ คือ

- ความสามารถในการนำประสบการณ์มาใช้ประโยชน์
- ความสามารถในการปรับตัวต่อสิ่งแวดล้อม

- ความสามารถในการแก้ปัญหา
- ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ
- ความสามารถในการคิดและเข้าใจนามธรรม
- ความสามารถในการเรียนรู้

ธอร์นไคค์ (Thorndike) นักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ได้ให้ความหมายสติปัญญาว่าเป็นความสามารถในการแสดง การตอบสนอง และจัดกระทำต่อสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้ดี

แกเรตต์ (Garette) กล่าวว่า สติปัญญาเป็นความสามารถต่าง ๆ ที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้ความเข้าใจและสัญลักษณ์

ฟิชเชอร์ (Fisher) ให้ความหมายว่า สติปัญญาหมายถึง ประสิทธิภาพซึ่งสัมพันธ์กับอายุของกลุ่มเพื่อน การเผชิญกับปัญหา และสถานการณ์ต่าง ๆ โดยดูจากวัฒนธรรม

เวคสเลอร์ (Wechsler) อธิบายว่า สติปัญญาหมายถึง การที่แต่ละบุคคลแสดงออกคิดอย่างมีเหตุผล และตอบโต้สิ่งแวดล้อมอย่างมีประสิทธิภาพ

จากความหมายของสติปัญญาที่นักจิตวิทยาหลาย ๆ ท่านได้กล่าวไว้จะเห็นว่าสติปัญญาจะเกี่ยวข้องกับความสามารถในด้านความรู้ ความคิด ความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งต้องอาศัยความรู้ความสามารถในการคิดเกี่ยวกับนามธรรมซึ่งสอดคล้องกับความสามารถด้านพุทธิพิสัยทั้งสิ้น

2. ระดับความสามารถทางสติปัญญา

เธอร์สโตน (Thurstone, อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534 : 180-181) กล่าวว่าความสามารถทางสติปัญญาประกอบด้วย

1) ความสามารถในการด้านความเข้าใจทางภาษา เราใช้การทดสอบคำศัพท์ที่เราใช้อยู่ปกติ นอกจากนี้ก็ทดสอบด้วยการอ่านข้อความเพื่อต้องการจะทราบความสามารถในการเข้าใจเรื่องี่อ่าน โดยการทดสอบความสามารถด้านเหตุผลด้วย เช่น การทดสอบ ความสัมพันธ์ระหว่างกันของคำศัพท์

2) ความสามารถทางด้านตัวเลข การทดสอบความสามารถในด้านนี้ ต้องการจะวัดความเร็วและความถูกต้องในการใช้ตัวเลข ข้อสอบที่ใช้ส่วนมากจะเป็นเรื่องเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร มิใช่การทดสอบทางคณิตศาสตร์โดยตรง

3) ความสามารถในการใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา การทดสอบความสามารถนี้มักใช้ทดสอบปัญหาเหตุผลทางเลขคณิต