

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง ผลของการเรียนแบบร่วมมือ โดยวิธีการจับคู่กันเรียน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า และนำเสนอตามลำดับ ดังต่อไปนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

อุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่มีผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แนวคิดในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เทคนิคในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การเรียนแบบร่วมมือ

ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

องค์ประกอบพื้นฐานของการเรียนแบบร่วมมือ

ความแตกต่างระหว่างการเรียนแบบร่วมมือกับการเรียนแบบกลุ่มเดิม

เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ

การเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน

ขั้นตอนการสอนของการเรียนแบบร่วมมือ โดยวิธีการจับคู่กันเรียน

ผลดีของการเรียนแบบร่วมมือ โดยวิธีการจับคู่กันเรียน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิลสัน (Wilson, 1971 : 645-696 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544 : 60-75) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกได้ถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว การวิเคราะห์พฤติกรรมมี 3 ด้าน คือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้

1.3 ความสามารถเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry out algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้อมา

2. ความเข้าใจ (Comprehensive) เป็นความสามารถในการแปลความหมายและขยายความในปัญหาใหม่ๆ โดยนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแสดงพฤติกรรมมี 6 ชั้น คือ

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะความคิดรวบยอดเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างความคิดรวบยอดนั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิง (Knowledge of principles, rules and generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎและความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of mathematical structure) เป็นการถามเพื่อวัดความสามารถในการมองเห็นส่วนประกอบย่อยของข้อความทางด้าน

คณิตศาสตร์ตามลักษณะที่มุ่งหวัง ส่วนใหญ่จะเป็นคำถามเกี่ยวกับศัพท์และนิยามในคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4 ความสามารถในการแปลส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one made to another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้ว

2.5 ความสามารถในการใช้หลักของเหตุและผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) เป็นความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ ความสามารถนี้รวมทั้งการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการนำความรู้ ภูมิ หลักการ ข้อเท็จจริง สูตร ทฤษฎี ที่เรียนรู้มาแล้ว ไปแก้ปัญหาใหม่ที่เกิดขึ้นเป็นผลสำเร็จ พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน (Ability to solve routine problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparison) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการแยกแยะจำแนกปัญหาโจทย์ออกเป็นส่วนย่อยว่ามีความจำเป็นหรือไม่ในการนำไปใช้แก้ปัญหาโจทย์

3.4 ความสามารถในการระลึกได้ซึ่งรูปแบบความสอดคล้องและลักษณะสมมาตรของปัญหา (Ability to recognize patterns isomorphisms and symetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูล แปลงปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล ระลึกถึงความสัมพันธ์ จะเป็นการถามคำถามให้ผู้เรียนหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้หรือจากปัญหาที่กำหนดให้

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการพิจารณาส่วนสำคัญของความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญ และหาหลักการที่ส่วนสำคัญเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งการที่บุคคลมี

ความสามารถดังกล่าวมาแล้ว จะสามารถทำให้บุคคลนั้นสามารถแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดาหรือ โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อนได้ พฤติกรรมนี้เป็นจุดมุ่งหมายสูงสุดของการเรียนคณิตศาสตร์ แบ่ง เป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา (Ability to solve problem) เป็นความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปสู่เนื้อหาใหม่ ผู้เรียน จะต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ สำรวจว่ารู้อะไรบ้างในแต่ละตอนรวมทั้งการเรียนรู้สัญลักษณ์ ใหม่เพื่อนำไปสู่คำตอบ

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationship) เป็น ความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการ แก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความ สามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์และทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้ว มาพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความ สามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ การพิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียน ข้อพิสูจน์ แต่เป็นความสามารถที่ยู่ยากซับซ้อนกว่าการเขียนการพิสูจน์ เพราะจะต้องใช้เหตุผลว่า การพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5 ความสามารถในการกำหนดและหาความเที่ยงตรงในการสรุป (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการ แก้ปัญหาและพิสูจน์ว่าใช้ในกรณีทั่วไปได้

2. ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2536 : 146-147) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมัก จะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ (Paper and pencil test) กับให้นักเรียน ปฏิบัติจริง (Performance test) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบของครู (Teacher – made test) หมายถึง ชุดข้อคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งจะเป็นข้อคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้อง ว่านักเรียนได้มีความรู้มาก แ่ไหน บทพร้อมตรงไหนจะได้สอนซ่อมเสริม หรือวัดความรู้พร้อมที่จะขึ้นบทเรียนใหม่ๆ ตามที่ ครูปรารถนา

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขา หรือครูผู้สอนวิชานั้น แต่ต้องผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้ง จนกระทั่งมีคุณภาพพอจึงสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) ของแบบทดสอบนั้น ข้อสอบมาตรฐานนอกจากคุณภาพสูงแล้ว ยังมีมาตรฐานในด้านการสอบอีกด้วย คือว่า ไม่ว่าโรงเรียนใดหรือหน่วยราชการใดนำไปใช้ดำเนินการสอบจะเป็นแบบเดียวกันและสามารถแปลผลคะแนนได้อีกด้วย

แบบทดสอบทั้ง 2 แบบนี้ มีวิธีการในการสร้างคำถามที่เหมือนกันคือ จะเป็นการวัดครอบคลุมเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนไปแล้ว การวัดผลทางด้านสติปัญญาเราวัดได้จากพฤติกรรมดังต่อไปนี้

1. วัดด้านความรู้ความจำ (Knowledge)
2. วัดด้านความเข้าใจ (Comprehension)
3. วัดด้านการนำไปใช้ (Application)
4. วัดด้านการวิเคราะห์ (Analysis)
5. วัดด้านการสังเคราะห์ (Synthesis)
6. วัดด้านการประเมินค่า (Evaluation)

แบบทดสอบที่ดีควรมีคุณลักษณะ 10 ประการ (ชวาล แพรัตกุล, 2518 : 123-138) ดังนี้

1. ต้องเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง คุณสมบัติที่จะทำให้ผู้ใช้บรรลุถึงวัตถุประสงค์แบบทดสอบที่มีความเที่ยงตรงสูง คือ แบบทดสอบที่ทำหน้าที่วัดสิ่งที่เราต้องการจะวัดได้อย่างถูกต้องตามความมุ่งหมาย
2. ต้องยุติธรรม (Fair) คือ โจทย์คำถามทั้งหลายไม่มีช่องทางให้เด็กเดาคำตอบได้ ไม่เปิดโอกาสให้เด็กเกียจคร้านที่จะดูคำราแต่ตอบได้ดี
3. ต้องถามลึก (Searching) วัดความลึกซึ้งของวิทยาการตามแนวดิ่งมากกว่าที่จะวัดตามแนวกว้าง ว่ารู้มากน้อยเพียงใด
4. ต้องช่วยเป็นเยี่ยงอย่าง (Exemplary) คำถามมีลักษณะท้าทาย เชิญชวนให้คิด เด็กสอบแล้วมีความอยากรู้อะไรให้กว้างขวางยิ่งขึ้น
5. ต้องจำเพาะเจาะจง (Definite) เด็กอ่านคำถามแล้วต้องเข้าใจชัดว่าคำถามถึงอะไร หรือให้คิดอะไร ไม่ถามคลุมเครือ
6. ต้องเป็นปรนัย (Objectivity) หมายถึง คุณสมบัติ 3 ประการ คือ
 - 6.1 แจ่มชัดในความหมายของคำถาม
 - 6.2 แจ่มชัดในวิธีการตรวจหรือมาตรฐานการให้คะแนน
 - 6.3 แจ่มชัดในการแปลความหมาย

7. ต้องมีประสิทธิภาพ (Efficiency) คือ สามารถให้คะแนนที่เที่ยงตรงและเชื่อมั่นได้มากที่สุด ภายในเวลา แรงงาน และเงินน้อยที่สุดด้วย

8. ต้องยากพอเหมาะ (Difficulty)

9. ต้องมีอำนาจจำแนก (Discrimination) คือ สามารถแยกเด็กออกเป็นประเภทต่างๆ ได้ทุกระดับ ตั้งแต่อ่อนสุดถึงเก่งสุด

10. ต้องเชื่อมั่นได้ (Reliability) คือ ข้อสอบนั้นสามารถให้คะแนนคงที่แน่นอน ไม่ผันแปร

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นการตรวจสอบความรู้ของนักเรียนในสิ่งที่เรียนไปแล้วว่า ได้บรรลุถึงจุดมุ่งหมายที่ครูตั้งไว้หรือไม่ เพื่อจะได้มีการปรับปรุงในด้านการเรียนการสอน เพื่อให้เด็กเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนจนสามารถนำไปแก้ปัญหาในข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ได้ จึงจะประสบความสำเร็จในการเรียนการสอนนั้น

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

มีผู้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

ชเวกเกอร์ (Schwieger, 1999 : 113) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือข้อความที่ใช้ในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ และมีกระบวนการในการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่ผลสรุป

สวีสดี จิตต์จนะ (2535 : 75) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นข้อความที่แสดงถึงเงื่อนไข ความสัมพันธ์ของจำนวนที่กำหนดไว้ในแต่ละประโยค ในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง อันจะก่อให้เกิดจำนวนผลลัพธ์อีกจำนวนหนึ่งที่ต้องการทราบในคำตอบของโจทย์

ปริญญา สุภา (2538 : 15) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบไปด้วยข้อความปริมาณ ซึ่งผู้แก้ปัญหามustจะต้องแปลความหมาย วิเคราะห์ความหมายก่อนที่จะดำเนินการสอน

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2539 : 70) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ที่มีข้อความ เป็นภาษาหนังสือ หรือ โจทย์ที่เป็นเรื่องราว หรือ โจทย์เชิงสนทนาที่เป็นภาษาพูด ที่ไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้ทันทีทันใด ต้องคิดหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบในเชิงปริมาณ หรือตัวเลข ซึ่งต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์

การวางแผน การตัดสินใจลงมือแก้ปัญหาเอง โดยจะต้องแปลความหมาย วิเคราะห์ความหมายของ โจทย์ปัญหาก่อนที่จะดำเนินการหาคำตอบ

นัสนรินทร์ บารู (2542 : 40) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งใช้ภาษาอธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลเชิงปริมาณ ที่ผู้แก้ปัญหามustอ่านเก็บรายละเอียด เพื่อทำความเข้าใจในสถานการณ์หรือ เหตุการณ์ที่กำหนดให้ และพิจารณาเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนรู้มาแล้วมาคิดคำนวณหา คำตอบ

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์ ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ก่อให้เกิดปัญหา ซึ่งผู้ที่จะคิดแก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ การตีความหมายโจทย์มาเป็นสัญลักษณ์เสียก่อน และจะต้องคิดและตัดสินใจว่า จะใช้วิธีการอะไร ทางคณิตศาสตร์มาดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบ

2. ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แอสลอคและคนอื่นๆ (Ashlock and others, 1983 : 239) ได้แบ่งรูปแบบของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือหรือ โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยค คณิตศาสตร์ (Standard textbook or translation problem) เป็น โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือ กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว ไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก
2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (Process problem) เป็น โจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วย กลวิธีต่างๆ ซึ่งยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ปัญหาประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้น คือ

- 2.1 ความเข้าใจปัญหา
- 2.2 การพัฒนาและการหากลวิธีในการแก้ปัญหา
- 2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2536 : 10-11) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหา ได้แก่ โจทย์ปัญหาตามที่ปรากฏอยู่ในหนังสือเรียน โดยทั่วไป เป็นโจทย์ที่นำความรู้เกี่ยวกับวิธีคิดคำนวณที่เรียนมาแล้ว มาใช้หาคำตอบของ สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน จึงอาจกล่าวได้ว่า โจทย์ปัญหานี้มุ่งขยาย ประสบการณ์ด้านการคิดคำนวณมากกว่าการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาอย่างแท้จริง

2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นกระบวนการในการหาคำตอบมากกว่าตัวคำตอบเอง ในการหาคำตอบบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องนำการบวก ลบ คูณ หาร มาใช้ แต่ใช้กระบวนการคิดอื่นๆ โจทย์ปัญหานี้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดี และยัง ส่งเสริมวิธีคิดอย่างหลากหลาย อย่างสร้างสรรค์และสร้างความรู้สึกรักทำให้อีกด้วย

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2539 : 72) แบ่งประเภทของ โจทย์ปัญหาในระดับประถมศึกษา ได้ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาเชิงเดียว (One – Step – Problem) เป็น โจทย์ปัญหาลำดับขั้นตอนเดียว สามารถแก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์วิธีการใดวิธีการหนึ่งเพียงวิธีเดียวและไม่ยุ่งยากมากนัก เช่น ขนมาจาก 1,000 อัน จัดเป็นมัด ๆ ละ 30 อัน จะจัดได้กี่มัด และเหลืออีกกี่อัน

2. โจทย์ปัญหาเชิงซ้อน (Multi – Step – Problem) เป็น โจทย์ปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่างๆ อย่างน้อย 2 วิธี ในการหาคำตอบ ซึ่งจะต้องใช้รูปภาพ แผนผัง แผนภูมิ ประกอบ การแก้โจทย์ปัญหานี้ยุ่งยากกว่าประเภทที่ 1 เพราะจะเน้นการคิดวิเคราะห์ห้อย่างเป็นเหตุเป็นผล เช่น สายชลดขายไปโหลละ 22 บาท ได้ 15 โหล แล้วนำเงินไปซื้ออาหารไก่ 275 บาท สายชลดเหลือเงิน เท่าไร

นอกจากนี้โจทย์ปัญหายังมีลักษณะแตกต่างกัน (ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2536 : 12-16) ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาที่ใช้ภาษาน้อยที่สุด เป็น โจทย์ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับเด็กชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 ซึ่งภาษายังไม่แตกฉานนัก

2. โจทย์ปัญหาเป็นภาพ เป็น โจทย์ปัญหาที่สื่อความหมายได้คืออย่างหนึ่งและลดปัญหาเรื่องภาษาได้ด้วย

3. โจทย์ปัญหาจากสภาพการณ์จริง เป็น โจทย์ปัญหาที่ใกล้ตัวเด็กมาก เมื่อมีสภาพการณ์ที่เด็กพบจริงๆ ซึ่งสภาพการณ์เหล่านี้สามารถนำมาผูกเป็น โจทย์ปัญหาได้ ยิ่งถ้าเป็นสภาพการณ์ที่เด็กมีส่วนร่วมอยู่ด้วย ยิ่งดึงดูดความสนใจของเด็กได้มาก โจทย์ปัญหาลักษณะนี้ ช่วยให้เด็กเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในด้านการนำไปใช้ได้เป็นอย่างดี

4. โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลข โจทย์ปัญหาลักษณะนี้ส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และการทำความเข้าใจกับ โจทย์ปัญหาได้ดีเพราะไม่ต้องสนใจตัวเลข

5. โจทย์ปัญหาที่ไม่มีคำตอบ เป็น โจทย์ปัญหาที่กำหนดข้อมูลส่วนต่างๆ ให้ยกเว้นส่วนที่เป็นคำถาม ซึ่งจะเว้นไว้ให้เด็กตั้งเอง

6. โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่เพียงพอ เป็นโจทย์ปัญหาที่ส่งเสริมทักษะการศึกษาข้อมูลอย่างพินิจพิจารณา ทั้งนี้เพราะในชีวิตประจำวันจะมีข้อมูลอยู่มากมาย ทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็นต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา หรือเมื่อต้องการแก้ปัญหาอาจจำเป็นต้องหาข้อมูลเพิ่มเติม

7. โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลเกินความต้องการ เป็นโจทย์ปัญหาที่ส่งเสริมทักษะการพินิจพิจารณารายละเอียดของข้อมูลได้ดีเช่นเดียวกันกับโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่เพียงพอ ทั้งนี้เนื่องจากข้อมูลในชีวิตประจำวันมีมากมายเด็กจึงควรรู้จักเลือกข้อมูลที่จำเป็นมาใช้

8. โจทย์ปัญหาที่เป็นบทร้อยกรอง ซึ่งบทร้อยกรองนี้นอกจากจะเสนอโจทย์ปัญหาแล้วยังเสนอวิธีคิดควบคู่ไปด้วย หากโจทย์ข้อใดยากเนื่องจากภาษา ก็จะมีคำอธิบายเพิ่มเติมไว้ท้ายข้อ โจทย์ปัญหาบทร้อยกรองจะทำท่ายเด็กไปในอีกลักษณะหนึ่ง

9. โจทย์ปัญหาที่เด็กสร้างเอง การส่งเสริมให้เด็กสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง เป็นการกระตุ้นความสนใจได้ดี

10. โจทย์ปัญหาเป็นชุด โจทย์ปัญหาลักษณะนี้เน้นเนื้อหาสาระของเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน จึงช่วยให้เนื้อหานั้นมีความหมายต่อตัวเด็กมากขึ้น

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีอยู่หลายลักษณะหลายประเภท ดังนั้น ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จึงควรเลือกโจทย์ปัญหาให้นักเรียนได้เรียน โดยเลือกโจทย์หลายๆ ลักษณะที่หลากหลายแตกต่างกันออกไป เพื่อนักเรียนจะได้เรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาหลายรูปแบบ เพื่อนักเรียนจะได้มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น

3. อุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

บรูคเนอร์และกรอสส์นิกเกิล (Brueckner and Grossnickle, 1974 : 452-453 อ้างถึงใน ปิยวรรณ จันทรวงศ์, 2542 : 4-5) ได้สรุปสาเหตุที่เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมด หรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดมโนทัศน์ในสภาพของโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำ จดระบบสิ่งที่ได้อ่านมา และหารายละเอียดของเนื้อหาไม่ได้
3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ ซึ่งมีสาเหตุมาจากนักเรียนลืมนิยาม หรือไม่เคยเรียนมาก่อน
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลทำให้นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีเดาสุ่ม

5. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องความสัมพันธ์ กฎเกณฑ์ สูตร
 6. นักเรียนขาดความสนใจ เนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งมีความยาก หรือ โจทย์ปัญหาไม่สนใจและไม่ได้รับประโยชน์อะไรเป็นการตอบสนอง
 7. ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่างๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา
 8. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
 - สมชาย บำรุงพงศ์ (2537 : 7) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้ ดังนี้
 1. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการแก้โจทย์ปัญหาหลายๆ แบบ
 2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่าน ทำให้ไม่สามารถตีความในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง
 3. นักเรียนท่องสูตรคูณไม่คล่อง ทำให้คิดคำนวณผิดพลาด
 4. นักเรียนตัดทอนเลขให้เป็นอย่างต่ำได้ไม่คล่อง ไม่สังเกตหน่วยของตัวเลข ทำให้การคิดคำนวณผิดพลาด
 5. นักเรียนมีความสับสนกับโจทย์ที่ใช้ภาษาฟุ่มเฟือยหรือมีวลียายมากไป
 6. นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ที่วางสลับที่ได้
- อุทัย เพชรช่วย (2532 : 48-49) ได้กล่าวว่า สาเหตุที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้มีอยู่ 4 ประการคือ
1. เกิดจากการที่ครูสอน โดยละเลยการใช้ประสบการณ์ในขั้นใช้ของจริง
 2. เกิดจากการที่ครูสอน โดยเน้นให้เด็กจำ “คำหลัก” เพื่อใช้บอกวิธีทำ
 3. เกิดจากการที่ครูเน้นการสอนตามวิธีการหรือตามตัวอย่างในหนังสือมากกว่าเน้นการสอนตามหลักการ
 4. เกิดจากการที่ครูสอน โดยไม่คำนึงถึงระเบียบวิธีหรือขั้นตอนในการคิด
- จากอุปสรรคและสาเหตุที่กล่าวมา เห็นได้ว่า การที่นักเรียนต้องประสบปัญหา ไม่สามารถจะทำโจทย์ปัญหานั้น มาจากสาเหตุ 2 ประการ คือ ประการแรก สาเหตุจากนักเรียน นั่นคือ นักเรียนขาดประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ถูกต้องและเพียงพอ ขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ไม่เข้าใจความหมายของคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหา และขาดความรู้พื้นฐานด้านการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ประการที่สอง สาเหตุจากการจัดการเรียนการสอนของครู ฉะนั้นจึงควรหาทางแก้ไขและปรับปรุง การเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

4. องค์ประกอบที่มีผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เฮนนี่ (Henney, 1971 : 223-224) ได้รวบรวมองค์ประกอบต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อการประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการอ่าน ความเข้าใจในแนวคิดของปัญหา การตีความอย่างมีเหตุผล การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ วิธีการคิดคำนวณ ที่ถูกต้อง ซึ่งองค์ประกอบเหล่านี้จะมีความสัมพันธ์กันในการเขียน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ซาลิวสกี (Zalewski, 1978 : 2804-A) ได้ทำการศึกษาพบว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนประกอบด้วย

1. ความเข้าใจในการอ่านคำศัพท์ การตีความกราฟ และตาราง
2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
4. การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ
5. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
6. ความสามารถในการคำนวณ

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141) ได้กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐานและมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังสำคัญยิ่งในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความและการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลข้อความเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือแผนการ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบและหาข้อสรุป
6. มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้อยากเห็น
7. มีความศรัทธา กำลังใจและมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

นอกจากนี้ สุวรร กาลญจนมยุร (2533 : 3-4) ได้กล่าวว่า การที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้ที่ตนมีอยู่ไปวิเคราะห์โจทย์ปัญหาต่างๆ ได้ จะต้องอาศัยองค์ประกอบต่างๆ ดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านภาษา ได้แก่

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง ไม่ว่าจะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียง

1.2 ทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถแบ่งได้ว่า ข้อความใดเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และข้อความใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.3 รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำถูกต้องตามเจตนาของโจทย์ปัญหา

2. องค์ประกอบด้านความเข้าใจ ได้แก่

2.1 ทักษะจับใจความ

2.2 ทักษะตีความ

2.3 ทักษะแปลความ

3. องค์ประกอบด้านการคิดคำนวณ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง และการแก้สมการ

4. องค์ประกอบด้านการย่อความและสรุปความ ได้แก่

4.1 ทักษะในการย่อความ เขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความได้รัดกุม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้มาเป็น ความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง

5. องค์ประกอบด้านการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่

5.1 ฝึกตามตัวอย่าง

5.2 ฝึกจากการแปลความ

5.3 ฝึกจากหนังสือเรียน

5. แนวคิดในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

น้อมศรี เฑท (2537 : 19-23) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่าการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้ได้ผลดี ครูควรคำนึงถึงหลักสำคัญ 8 ประการ คือ

1. การวิเคราะห์ปัญหา ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถแยกแยะปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้น กำหนดสิ่งใดให้บ้างและโจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

2. การเขียนประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งประกอบด้วยตัวเลขและเครื่องหมายแทนข้อความและจำนวน ก่อนที่นักเรียนจะเรียนการเขียนประโยคสัญลักษณ์ นักเรียนควรจะได้เรียนการใช้ตัวเลขแทนจำนวน เมื่อนักเรียนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์จากโจทย์ปัญหาที่ง่ายได้แล้ว ขั้นต่อไปจึงค่อยสอนโจทย์ปัญหาที่ยากหรือซับซ้อนขึ้น คือ โจทย์ปัญหาที่มีสิ่งที่กำหนดให้มากกว่า 2 จำนวนขึ้นไป นักเรียนจะต้องใช้วิธีทำมากกว่า 1 วิธี หรือที่เรียกกันทั่วไปว่า โจทย์ระคน

3. การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นสิ่งจำเป็นที่ควรจะใช้ประกอบในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ การใช้สื่อจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมในโจทย์ปัญหามากยิ่งขึ้น สื่อการสอนอาจใช้ของจริง รูปภาพ หรือแผนภูมิก็ได้ สื่อเหล่านี้เป็นเครื่องช่วยในการจินตนาการและคิดค้นหาคำตอบ สื่อที่เป็นของจริงมีประโยชน์ในการนำมาใช้เป็นตัวนับแทนจำนวนนับต่างๆ สื่อที่เหมาะสม หาได้ง่ายและครูควรมีไว้เป็นจำนวนมาก เช่น ไม้ไอศกรีม ฝาจุกน้ำอัดลม หลอดด้าย เป็นต้น สื่อที่เป็นรูปภาพที่ตัดจากหนังสือ ปฏิทิน หรือหนังสือพิมพ์ นอกจากนั้นอาจเป็นรูปถ่ายที่ครูหรือนักเรียนวาดขึ้นเอง สื่ออีกประเภทหนึ่งที่มีประโยชน์มากในการสอนแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ การหาร ทั้งที่เป็นจำนวนนับ ทศนิยม และเศษส่วน ได้คือ เส้นจำนวน หลังจากทีครูสอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อต่างๆ ประกอบการสอน เมื่อเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องแล้ว ขั้นต่อไปครูควรสนับสนุนให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาโดยการคิดในใจ ไม่ต้องวาดรูปหรือใช้ของจริงช่วย เพราะนักเรียนบางคนสามารถนึกรูปเส้นจำนวนหรือรูปภาพในใจได้ การฝึกให้นักเรียนได้แก้ปัญหาโดยการคิดในใจเป็นสิ่งจำเป็นเนื่องจากเราต้องใช้อยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

4. ความสามารถในการอ่าน สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้คือ นักเรียนขาดทักษะในการอ่าน เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ต่างๆ และสามารถตีความว่า โจทย์กำหนดสิ่งใดให้และต้องการทราบอะไร ซึ่งต่างจากการอ่านทั่วไป ศัพท์บางคำในโจทย์ปัญหามักเป็นคำศัพท์ที่ใช้เฉพาะอยู่ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

5. ทักษะในการคำนวณ การมีทักษะในการคำนวณคือ การที่นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ และหาร ได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว ดังนั้น เมื่อนักเรียนทราบประโยคสัญลักษณ์โจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนที่มีทักษะในการคำนวณจะสามารถหาคำตอบของปัญหานั้นได้ถูกต้องและรวดเร็วกว่าผู้ที่ไม่มีทักษะ ในเวลาสอนเมื่อครูพบว่านักเรียนคนใดในชั้นยังขาดทักษะในการคำนวณ ควรหาทางช่วยเหลือนักเรียน จัดกิจกรรมหลายๆ อย่างที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะ

เพื่อนักเรียนจะได้ใช้ทักษะในการคำนวณไปหาคำตอบในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง แม่นยำและรวดเร็ว

6. การประมาณคำตอบ จะช่วยให้นักเรียนทราบว่าวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาและการคำนวณถูกหรือผิดได้ โดยเปรียบเทียบคำตอบได้จากการประมาณคำตอบจริงซึ่งควรใกล้เคียงกัน การประมาณคำตอบเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้กับนักเรียน

7. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีแก้ปัญหาหลายๆ วิธี เพราะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้างไม่ถูกจำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้คิดค้นหาวิธีแก้ปัญหาหลายๆ แบบจะได้รับการฝึกให้คิดทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบจากตัวอย่าง นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แล้วมีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้จะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาได้หลายวิธี

8. การเลือกโจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสอนนักเรียนครูควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้ คือ

8.1 ควรสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน เพื่อนักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้นๆ

8.2 สถานการณ์ในโจทย์ปัญหาควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อเป็นของจริง หรือของจำลองประกอบการสอนได้

8.3 ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียนและไม่ควรใช้ถ้อยคำฟุ่มเฟือย

เพิ่มวูธ บุษปามาตะนัง (2541 : 69-70) ได้เสนอแนวทางในการเลือกโจทย์ปัญหาดังนี้

1. เลือกโจทย์ปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ที่นักเรียนมีความคุ้นเคยดีอยู่แล้ว

2. เลือกโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ที่นักเรียนประสบอยู่ในขณะนั้น

3. เลือกโจทย์ปัญหาที่ใช้ภาษาง่ายๆ กะทัดรัด ชัดเจน เหมาะกับบุคลิกภาวะ เพื่อสร้างพื้นฐานและความคุ้นเคยกับการแก้โจทย์ปัญหาในเบื้องต้นก่อน เมื่อนักเรียนสามารถแก้ปัญหาง่ายๆ ได้แล้วก็ค่อยเพิ่มความซับซ้อนขึ้นตามลำดับ

4. สถานการณ์ใน โจทย์ปัญหาควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อของจริงหรือของจำลอง และสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน

5. สร้างโจทย์ปัญหาเป็นโคลง กลอน ให้เหมาะกับสถานการณ์หรือเรื่องราวใกล้ตัว

6. ให้โอกาสเด็กในการตั้งโจทย์และคิดหาคำตอบ

การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาได้เสนอแนวคิดในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังที่กล่าวแล้วข้างต้น หากครูผู้สอนนำเอาแนวคิดเหล่านี้ไปใช้ในการสอนแก้โจทย์ปัญหา ก็จะช่วยให้ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้มากขึ้น

6. เทคนิคในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2537 : 7) ได้เสนอเทคนิคการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เทคนิคการอ่านโจทย์ปัญหา จะต้องอ่านแบ่งวรรคตอนถูกต้อง อ่านซ้ำเพื่อจับใจความสำคัญของโจทย์ว่ากล่าวถึงเรื่องอะไร อย่างไร

2. เทคนิคการใช้คำถามจะต้องฝึกให้เป็นคนถามเก่ง ถามถึงประเด็นสำคัญของข้อความของโจทย์ปัญหาทั้งหมดนั้น มีกี่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือ โจทย์ต้องการทราบ

3. เทคนิคการวาดภาพประกอบโจทย์ปัญหา เพื่อให้เข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาชัดเจน และมีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น นักเรียนหลายคนจะเข้าใจข้อความของโจทย์ปัญหาเมื่อมีภาพหรือแผนภาพประกอบ

4. เทคนิคการแต่งโจทย์ปัญหาโดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนและใช้ตัวเลขมีค่าน้อยๆ ก่อน แล้วค่อยแต่งโจทย์ที่ค่อนข้างซับซ้อนขึ้น ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากขึ้น เพื่อให้ นักเรียนตีความแปลความ และสรุปความตลอดจนวิเคราะห์ข้อความในโจทย์ได้ว่าแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีการใด หากว่านักเรียนสามารถคิดแก้โจทย์ปัญหาจากง่ายไปหายากได้ ก็จะทำให้ นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตัวเองว่าแก้โจทย์ปัญหาเป็น

5. เทคนิคการแปลความและสรุปความเป็นประโยคสัญลักษณ์ ครูควรฝึกให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อความที่เป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร จะมีคู่ทางในการหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ด้วยวิธีการใด โดยครูผู้สอนต้อง “ไม่บอกให้รู้ แต่หนูคิดวิธีได้เอง”

6. เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ ครูควรฝึกให้นักเรียนเขียนข้อความแสดงวิธีทำในแต่ละข้ออย่างสั้นๆ แต่ต้องชัดเจนและรัดกุม สื่อความหมายได้ดีตามเจตนาของโจทย์ปัญหานั้นและหาวิธีหลายๆ วิธีเท่าที่จะสามารถคิดได้ เพื่อให้นักเรียนได้เทคนิคการเขียนหลายๆ รูปแบบ

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นเป็นเรื่องที่ยาก และเป็นปัญหาทั้งต่อครูผู้สอนและนักเรียน ดังนั้นในการสอนแก้โจทย์ปัญหาครูผู้สอนจึงจำเป็นต้องใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้การเรียน

การสอนการแก้โจทย์ปัญหานั้นเป็นไปได้ด้วยดีประสบความสำเร็จทั้งต่อการสอนและการเรียน และส่งผลให้การแก้โจทย์ปัญหาไม่ใช่อีกปัญหาต่อไป

7. ขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้สำเร็จนั้น จะต้องดำเนินการอย่างมีลำดับขั้นตอนเพื่อจะช่วยให้สามารถมองเห็นแนวทางแก้ปัญหาก็ถูกต้อง ค้นพบวิธีแก้ปัญหาก็รวดเร็วและไม่สับสน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สมิท (Smith, 1963 : 8) ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอนอ่านคณิตศาสตร์โดยเฉพาะเกี่ยวกับโจทย์ปัญหา เมื่อต้องการให้นักเรียนแก้ปัญหานี้โดยเฉพาะ ต้องทำตามลำดับขั้นดังนี้

1. อ่านปัญหาอย่างละเอียด และพยายามทำความเข้าใจกับปัญหา
2. อ่านประโยคคำถามหรือโจทย์อีกครั้งหนึ่ง
3. อ่านประโยคและตอบคำถามตัวเองว่าโจทย์ให้อะไรบ้าง
4. ตัดสินหาวิธีการเข้ามาใช้ในการแก้ปัญห
5. คาดคะเนคำตอบ โดยการกะประมาณจากคำหรือประโยคที่บอกเรา
6. เขียนสัญลักษณ์ลงบนกระดาษอย่างระมัดระวัง

ครูลิก (Krulik, 1977 : 649-652) กล่าวว่า iva การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีนั้นจะต้องเป็นไปตามลำดับขั้น ดังนี้

1. อ่านโจทย์และทำความเข้าใจโจทย์ว่าถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเริ่มเขียนรูปหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกกับข้อมูลที่โจทย์ต้องการทราบด้วยวิธีการคิดย้อนกลับว่า เราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่ แล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลายๆ ข้อ เพื่อหาทางทดสอบสมมติฐานนั้น

3. หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน
 4. ตรวจสอบผลลัพธ์ว่า สิ่งที่ค้นพบนั้นเป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องแน่นอนเพียงใด ส่วนสวีสดี จิตต์จนะ (2535 : 78) ได้เสนอแนะขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังต่อไปนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหา
2. แบ่งโจทย์ปัญหาเป็นประโยค
3. พิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆ ใน โจทย์
4. ตัดสินใจเลือกใช้วิธีการหาคำตอบ

5. แสดงความคิดในการแก้โจทย์ปัญหา
6. แสดงวิธีหาคำตอบ
7. คิดคำนวณหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ

นอกจากขั้นตอนที่กล่าวมาแล้วข้างต้น แบนส์ (Banks, 1970 : 373-377) ได้เสนอวิธีการปรับปรุงความสามารถในการแก้ปัญหามathematics 4 วิธี ได้แก่

1. วิธีการวิเคราะห์ (The analysis method) เป็นวิธีที่นิยมสอนกันอย่างแพร่หลายตามหนังสือคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 โจทย์ให้อะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 โจทย์ต้องการทราบอะไร

ขั้นที่ 3 พิจารณาความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณระหว่างสิ่งที่โจทย์ให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และพิจารณาว่าจะใช้วิธีใดแก้ปัญห

ขั้นที่ 4 ประมาณคำตอบ

ขั้นที่ 5 ดำเนินการแก้ปัญหเพื่อให้ได้คำตอบ

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบคำตอบ

สิ่งที่สำคัญที่สุดที่จะทำให้การแก้ปัญหสำเร็จก็คือ ความสามารถในการแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการบ่งชี้ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ให้มากับข้อมูลที่โจทย์ต้องการ ดังนั้นขั้นที่ 3 จึงเป็นขั้นตอนที่จำเป็นอย่างยิ่ง

2. วิธีอุปมาอุปมัย (The method of analogies) เป็นวิธีที่ยึดหลักการอุปมาอุปมัย หรือการเปรียบเทียบ โดยพยายามแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปที่เข้าใจง่ายหรือคุ้นเคย เช่น การสมมติตัวเลขใหม่ที่ง่าย ๆ เข้ามาแทนที่ตัวเลขที่ค่อนข้างซับซ้อน เช่น เศษส่วน ทศนิยม วิธีนี้จะทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ และสามารถขยายความเข้าใจจากสิ่งที่คุ้นเคยไปสู่สิ่งที่ไม่คุ้นเคย

3. วิธีการหาความสัมพันธ์เชิงพึ่งพิง (The method of dependence) เป็นวิธีที่ยึดหลักความเกี่ยวข้อง หรือความเชื่อมโยงของข้อมูลต่างๆ ในโจทย์ปัญหา โดยมุ่งจากคำตอบที่ต้องการจะหาว่าขึ้นกับตัวแปรหรือข้อมูลอะไรบ้างเป็นลำดับขั้นตามหลักเหตุผล ซึ่งจะช่วยให้ผู้แก้ปัญหสามารถแก้ปัญหได้ โดยดำเนินการย้อนรอยทีละขั้นตามลำดับจนได้คำตอบในที่สุด วิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากในการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลและช่วยบ่งชี้ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญห

4. วิธีการใช้กราฟหรือรูปภาพ (The graphic method) เป็นวิธีที่เหมาะสมมากสำหรับบางปัญหาที่วิธีอื่นไม่สามารถใช้ได้เหมาะสม วิธีนี้ประกอบด้วยการใช้กราฟ รูปภาพหรือแผนผัง

เพื่อแสดงถึงสภาพปัญหาซึ่งจะทำให้ค้นพบความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณได้ชัดเจนและแจ่มชัด แต่อย่างไรก็ตามการใช้วิธีนี้จะประสบผลสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจในความสัมพันธ์ของเนื้อหา จึงจะวาดรูปได้ถูกต้องกับข้อเท็จจริงที่โจทย์ระบุ

โดยสรุป ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาจะเริ่มต้นด้วยการอ่านโจทย์ปัญหา วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของส่วนต่างๆ ในโจทย์ พยายามทำโจทย์ให้อยู่ในรูปสมการหรืออยู่ในรูปสัญลักษณ์ กำหนดทางเลือกไว้หลายวิธีและใช้ทักษะการคิดคำนวณและตรวจสอบคำตอบได้

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้สอนมุ่งไปสู่การพัฒนาผู้เรียนแต่ละคนให้เป็นคนคิดเป็นและแก้ปัญหาเป็น ซึ่งหมายถึง สามารถนำและใช้ความรู้ที่ตนมีอยู่หรือค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติมมาแก้ปัญหาต่างๆ ได้ด้วยตนเองอย่างรวดเร็วและถูกต้อง จำเป็นต้องมีทักษะต่างๆ ที่เข้ามาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา สิริพร ทิพย์คง (2537 : 58-59) ได้เสนอแนวทางในการเสริมสร้างทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน
2. ทดสอบดูว่า นักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอ ครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนไปแล้ว
3. ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิด กระตุ้นให้นักเรียนคิด
4. คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน แบบฝึกหัดหรือโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนทำจะต้องมีหลายระดับทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน
5. ทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้นๆ โดยครูถามนักเรียนว่าโจทย์ต้องการถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบโดยประมาณ ก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง เพราะในชีวิตประจำวันของคนเรานั้นต้องใช้การประมาณค่า
7. ช่วยนักเรียนคิดในการที่จะได้มาซึ่งความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา ครูแนะนำให้ นักเรียนวาดภาพ เขียนแผนผัง และใช้คำถามต่อนักเรียน นอกจากนี้ครูอาจจะทบทวนความคิดรวบยอดของสิ่งที่นักเรียนเรียนไปแล้วและสัมพันธ์กับ โจทย์ และเน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง
8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
9. ในการแก้ปัญหาโจทย์ ครูทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนเมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว และสนับสนุนให้นักเรียนตอบวิธีการที่นักเรียนคิดและทำในการแก้ปัญหาโจทย์นั้นๆ

ซึ่งสอดคล้องกับเพ็ญวศ บุษปมาตะนัง (2541 : 71) ที่ได้เสนอแนวทางการจัดกิจกรรม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสร้างบรรยากาศในการแก้ปัญหา
 2. สอนบูรณาการไปกับวิชาอื่น
 3. คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของเด็ก
 4. คำถามของครูควรส่งเสริมการคิด มีลักษณะสร้างสรรค์ และสิ่งที่ควรระมัดระวังในการถามคือ ต้องไม่รบกวนสมาธิของนักเรียน
 5. ส่งเสริมให้รู้จักการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี
 6. ให้นักเรียนมีอิสระในการคิด กล้าคิด กล้าแสดงออกอย่างสร้างสรรค์
 7. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในปัญหา
 8. ฝึกให้นักเรียนรู้จักการประมาณคำตอบก่อนที่จะคำนวณเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง
- เพราะในชีวิตประจำวันของคนเรา ต้องใช้การประมาณอยู่เสมอ

สรุปได้ว่า ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาสิ่งที่สำคัญและจำเป็นที่จะต้องมีการแก้โจทย์ปัญหา คือ การมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา มีทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวกับปัญหานั้น ตลอดจนสามารถแปลงโจทย์ปัญหาที่อยู่ในลักษณะของประโยคภาษา มาเป็นรูปประโยคสัญลักษณ์ ดังนั้น ครูผู้สอนจึงมีบทบาทสำคัญในการสอนเด็กให้มีความรู้ ความเข้าใจ ตลอดจนการนำไปใช้ หากครูไม่มีความเข้าใจในกระบวนการที่เป็นระบบ จะทำให้เกิดความสับสน ไม่สามารถสังเกตความแตกต่างของขั้นตอนในการทำโจทย์ปัญหาแต่ละวิธีได้ นักเรียนจึงไม่อาจแก้โจทย์ปัญหาได้ ดังนั้น วิธีการสอนจึงมีความสำคัญยิ่งในการสอนที่จะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ

8. ข้อเสนอแนะในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ชัยเขนทร์ เมืองแมน (2533 : 11-14) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอน โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. จะต้องให้นักเรียนทำความเข้าใจ ด้วยกระบวนการต่างๆ ดังต่อไปนี้
 - 1.1 ทำความเข้าใจกับคำ ประโยค หรือวลี ในโจทย์ปัญหา โดยครูใช้วิธีซักถาม และอธิบาย
 - 1.2 ให้นักเรียนเขียนออกมาว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการ และอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนด
 - 1.3 ซักถามเงื่อนไขต่างๆ ที่เกี่ยวข้องระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ

1.4 ในกรณีที่โจทย์มีวิธีการแก้หลายชั้น อาจให้นักเรียนแตกโจทย์ปัญหานั้นออกเป็น โจทย์ปัญหาชั้นเดียวแต่หลายๆ ตอน

2. เมื่อนักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการวางแผนในการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนคิดหาวิธีการในการแก้ปัญหาแต่ละตอน ครูควรให้เวลาให้นักเรียนคิดเองหรือแบ่งกลุ่มช่วยกันคิด และถ้ามีความจำเป็นควรใช้คำถามช่วยเพื่อให้นักเรียนได้ย้อนกลับไปคิดถึงความคิดรวบยอดและหลักการที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. เมื่อนักเรียนคิดได้แล้ว ก็ให้นักเรียนเขียนออกมาในรูปประโยคสัญลักษณ์และแสดงวิธีทำ ซึ่งขั้นนี้มีปัญหาอยู่ที่การเรียบเรียงออกมาเป็นวิธีทำ มีนักเรียนหลายคนเขียนออกมาไม่ได้ หรือเริ่มต้นไม่ถูก ครูอาจให้นักเรียนเริ่มต้นที่ผลลัพธ์ที่นักเรียนหามาได้แล้ว ไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

4. หลังจากเขียนแสดงวิธีทำแล้ว นักเรียนควรจะได้ตรวจสอบคำตอบสิ่งที่เขียนและอ่านให้ครู่ฟัง เพื่อดูว่าการเขียนเรียบเรียงออกมานั้นได้ความสมบูรณ์หรือไม่ แล้วครูอาจให้นักเรียนใช้วิธีอื่นในการตรวจสอบคำตอบ

5. ในการสอนโจทย์ปัญหา ครูควรจะให้เวลานักเรียนสำหรับการคิดด้วยตนเอง อย่าพยายามอธิบายจนกว่าจะแน่ใจว่านักเรียนคิดด้วยตนเองไม่ได้

6. ในการสอนโจทย์ปัญหานั้นจำเป็นต้องใช้เทคนิคการใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเป็นอย่างมาก การที่นักเรียนคิดไม่ออกหรือคิดไม่ได้ในโจทย์แต่ละข้อไม่ใช่ปัญหาสำคัญ แต่ปัญหาสำคัญอยู่ที่ว่านักเรียนได้คิดหรือไม่

7. โจทย์ปัญหาบางข้อ ครูอาจแนะนำให้นักเรียนใช้วิธีการต่างๆ ช่วย เช่น การเขียนภาพ การสร้างตาราง การทำย้อนกลับ

8. ในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนจะต้องอาศัยทักษะ ซึ่งเกิดจากการฝึกฝนในการแก้โจทย์ปัญหาบ่อยๆ ซึ่งครูอาจฝึกได้โดยให้ทำในตอนเช้า หรือตอนก่อนเลิกเรียนทุกวัน วันละข้อ โดยใช้เวลาเพียง 10-15 นาที

9. ครูอาจใช้กิจกรรมการแข่งขันการแก้โจทย์ปัญหาในการสรุปบทเรียนแต่ละครั้ง โดยการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้หาวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 60-62) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอนแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. สร้างบรรยากาศในการแก้ปัญหา

1.1 ให้ช่วงเวลาในการคิด การวิเคราะห์และการทดลอง

1.2 ยอมรับคำถามที่นักเรียนถาม

1.3 อย่าทำให้นักเรียนเกิดความกลัว

- 1.4 ครูต้องมีความอดทนเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้
2. สร้างแรงจูงใจให้นักเรียน
 - 2.1 เน้นความสำคัญในการแก้ปัญหา โจทย์แบบฝึกหัดข้อแรกๆ ควรจะเป็น โจทย์ที่นักเรียนทุกคนทำได้
 - 2.2 ให้โจทย์ที่ง่ายก่อนแล้วจึงให้ทำโจทย์ที่ยาก
 - 2.3 ให้นักเรียนมีโอกาเตรียมตัวในการที่จะแก้ปัญหาโจทย์ที่ยาก
 - 2.4 ปลูกให้นักเรียนอยากรู้อยากเห็นด้วยการใช้ปัญหาลับสมอง
3. วิธีที่จะเพิ่มความเข้าใจ
 - 3.1 แสดงให้นักเรียนเห็นว่าอ่านปัญหาโจทย์อย่างไร อ่านแล้วต้องหยุดคิดแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้
 - 3.2 ครูอ่านปัญหาอีกครั้งหนึ่งเพื่อนักเรียนจะได้เห็นปัญหาอย่างแจ่มชัด
 - 3.3 ถามนักเรียนเพื่อจะตรวจดูให้แน่ว่านักเรียนเข้าใจข้อความ ศัพท์ และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับโจทย์หรือไม่
 - 3.4 ช่วยนักเรียนในการพิจารณาข้อความที่สำคัญอันจะเป็นเหตุผลนำไปสู่การแก้ปัญหานั้น
 - 3.5 แยกปัญหานั้นออกเป็นปัญหาย่อยๆ ที่ง่ายขึ้น
 - 3.6 ถ้านักเรียนไม่ทราบจะเริ่มต้นที่ไหน ควรจะส่งเสริมให้นักเรียนเขียนความจริงที่ได้จากปัญหานั้นเพื่อจะได้มองเห็นแนวทาง
 - 3.7 ให้นักเรียนเขียนปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน และให้พิจารณาตัวแปรในกรณีของโจทย์สมการ
4. เน้นถึงความยืดหยุ่นและเรื่องต่างๆ ในการแก้ปัญหา
 - 4.1 อย่าเคร่งต่อกระบวนการที่ละชั้นหรือแบบฟอร์มจนเกินไป
 - 4.2 แนะนำให้นักเรียนเปลี่ยนวิธีการเมื่อเจอปัญหายาก
 - 4.3 ให้อ่านพิจารณาเปรียบเทียบปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ และปัญหาที่มีข้อมูลพิเศษเพิ่มเติม
 - 4.4 ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาหลายๆ วิธีในโจทย์ข้อเดียวกัน
5. ให้คำแนะนำที่จะสร้างรูปแบบเพื่อการค้นหาคำตอบ
 - 5.1 ใช้แผนผังแสดงวิธีแก้
 - 5.2 ใช้โคอะแกรม โมเดล หรือเขียนร่างเพื่อแยกดูโครงสร้าง
 - 5.3 ใช้สัญลักษณ์เขียนแทนตัวแปรของปัญหา

6. แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะตั้งคำถาม ถามตัวเองอย่างไร
 - 6.1 โจทย์กำหนดอะไร
 - 6.2 โจทย์ต้องการให้ทำอะไร
 - 6.3 ความคิดอะไรที่เคยเรียนมาแล้วและจะมาสัมพันธ์กับปัญหานี้
 - 6.4 ปัญหาอะไรที่เคยทำมาแล้วและคล้ายกับปัญหานี้ มีข้อแตกต่างอย่างไร
 - 6.5 จะเรียงลำดับขั้นการคิดอย่างไร จะหาอะไรก่อนหลังและแยกแยะออกเป็นปัญหา

ย่อยอย่างไร

- 6.6 จะสรุปปัญหานั้นได้อย่างไร
- 6.7 เมื่อแก้ปัญหมาแล้วจะมีวิธีการตรวจย้อนหรือตรวจคำตอบอย่างไร
7. เน้นวิธีการแก้ปัญหามากกว่าที่จะบอกว่าแก้อย่างไร
 - 7.1 ถามนักเรียนในการที่จะหาวิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหา
 - 7.2 ให้การยอมรับในแต่ละส่วนที่ใช้วิธีการถูกต้องมากกว่าคำตอบถูกต้องแต่

วิธีการผิด

- 7.3 การแก้โจทย์ปัญหาต้องดูที่วิธีการคิดของนักเรียนด้วย
- 7.4 ให้โอกาสแก่นักเรียนในการแสดงวิธีการแก้ปัญหา
- 7.5 ให้อรรถกวีเคราะห์วิธีทำ

8. ส่งเสริมการทดลอง การลองผิดลองถูก การคาดคะเน การเดาคำตอบอย่างมีเหตุผล ซึ่ง
จะนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหา

9. ควรให้มีการฝึกทำโจทย์ปัญหาบ่อยๆ
10. ให้นักเรียนกล่าวหรือเขียนการแก้ปัญหของเขาในแบบฟอร์มที่ถูกต้อง
11. ใช้โจทย์ปัญหานั้นเพื่อค้นพบความคิดรวบยอดตามแนวคณิตศาสตร์สมัยใหม่
12. ใช้โจทย์ปัญหานั้นเป็นแบบฝึกหัดไปในตัว

ข้อเสนอแนะที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการเรียนการสอน
การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้น เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามาก
ขึ้น ครูผู้สอนจึงควรนำข้อเสนอแนะเหล่านี้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการเรียนการสอน
การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วย

การเรียนรู้แบบร่วมมือ

1. ความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

มีผู้ให้ความหมายเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) หลายอย่างดังนี้ จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson and Johnson, 1987 : 27) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นการแบ่งกลุ่มออกเป็นกลุ่มเล็กๆ แล้วครูสอนเพื่อให้สมาชิกในกลุ่มได้คิดร่วมกัน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ต่อตนเองและกลุ่มอย่างสูงสุด

สลาวิน (Slavin, 1991 : 71-72) กล่าวว่า ใ้ว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือจะมีส่วนช่วยในการสอนของครู โดยเปิดโอกาสให้กับเด็กในการอภิปรายข้อมูลต่างๆ หรือฝึกฝนทักษะต่างๆ อย่างแท้จริงแล้ว ในบางครั้งวิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้เด็กได้ค้นพบข้อมูลใหม่ๆ ด้วยตนเอง

สุวิมล เขี้ยวแก้ว (2538 : 2) ได้ให้ความหมายการเรียนรู้แบบร่วมมือว่า หมายถึง รูปแบบหนึ่งที่เป็นระบบซึ่งจะช่วยให้ครูสามารถนำไปใช้ในการจัดการ และทำงานร่วมกับกลุ่มของนักเรียนซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้เนื้อหาวิชา ปฏิบัติงานที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จช่วยให้ทุกคนมีส่วนร่วมรับผิดชอบในงานที่กระทำ แก้ปัญหาของกลุ่มโดยครูมีส่วนช่วยเหลือน้อยที่สุด แก้ปัญหาความแตกต่างระหว่างตัวนักเรียน และมีความสุขกับการได้ทำงานร่วมกัน

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 34) ได้อธิบายว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียน ให้แก่ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ ความสามารถแตกต่างกัน โดยที่แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้และในความสำเร็จของกลุ่ม ทั้งโดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้ รวมทั้งการเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่งจะช่วยเหลือคนที่อ่อนกว่า สมาชิกในกลุ่มไม่เพียงแต่รับผิดชอบต่อการเรียนของตนเองเท่านั้น หากแต่จะต้องร่วมรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของเพื่อนสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ความสำเร็จของแต่ละบุคคลคือความสำเร็จของกลุ่ม

สุพล วังสินธ์ (2534 : 9) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นวิธีการเรียนที่เน้นการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียน ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ สมาชิกแต่ละคนจะต้องมีส่วนร่วมในการเรียนรู้และให้ความสำเร็จของกลุ่มทั้งโดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้ รวมทั้งการเป็นกำลังใจแก่กันและกัน สมาชิกแต่ละคน จะต้องรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ตนเอง พร้อมๆ กับการดูแลเพื่อนสมาชิกทุกๆ คนในกลุ่ม

อารี สันหลวี (2543 : 33) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นวิธีการเรียนที่ให้นักเรียนทำงานด้วยกันเป็นกลุ่มเล็กๆ เพื่อให้เกิดผลการเรียนรู้ทั้งทางด้านความรู้และทางด้านจิตใจ ช่วยให้

นักเรียนเห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคลของเพื่อนๆ เคารพความคิดเห็นและความสามารถของผู้อื่นที่แตกต่างจากตนตลอดจนรู้จักช่วยเหลือและสนับสนุนเพื่อนๆ

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการเรียนที่จัดให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยให้สมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบต่อกลุ่มร่วมกัน ช่วยกันทำงานที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ โดยมีจุดมุ่งหมายร่วมกัน สมาชิกกลุ่มมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำงานเต็มความสามารถ มีการคิดร่วมกัน ทำงานร่วมกัน มีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน และร่วมมือทำให้งานบรรลุผลสำเร็จ

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

การเรียนแบบร่วมมือมีทฤษฎีที่เกี่ยวข้องหลายทฤษฎี ดังนี้

ทฤษฎีด้านสติปัญญา (Cognitive Theory)

ทฤษฎีด้านสติปัญญาที่สำคัญมี 2 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา และทฤษฎีการขยายความคิด (Slavin, 1995 : 17-18) ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา (Developmental Theory)

จากผลการวิจัยเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของมนุษย์ แสดงให้เห็นข้อเท็จจริงอย่างเด่นชัดประการหนึ่งว่า แต่ละขั้นตอนในการพัฒนาของเด็กมีลักษณะเฉพาะของตนเอง พัฒนาการด้านโครงสร้างการรับรู้ ความคิด และความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งรอบๆ ตัว เป็นลักษณะเฉพาะซึ่งแตกต่างกันในแต่ละวัย ทฤษฎีพัฒนาการด้านสติปัญญาที่สำคัญและนำมาใช้ในการเรียนการสอนอย่างแพร่หลาย คือ ทฤษฎีพัฒนาการด้านสติปัญญาของพ็องเจต์ (Jean Piaget) และทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ (Jerome Bruner) โดยเงื่อนไขพื้นฐานของทฤษฎีพัฒนาการของพ็องเจต์ คือ การปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมจะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อ การปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนในวัยเดียวกันเป็นสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสม ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้นโนทัศน์ที่ต้องการเรียนได้เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับแนวความคิดของ วายโกทสกี (Vygotsky, 1978, quoted in Slavin, 1995 : 17) ที่เชื่อว่า การที่นักเรียนร่วมมือกันเรียนทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้อ เพราะเด็กในวัยเดียวกันมีพฤติกรรมที่คล้ายกัน มีระดับพัฒนาการที่ใกล้เคียงกัน สามารถส่งเสริมการเรียนรู้อซึ่งกันและกันได้กว้างขวางกว่าการเรียนเป็นรายบุคคล

พ็องเจต์ กล่าวถึงความรู้ด้าน ภาษา คุณค่า กฎเกณฑ์ ศีลธรรม และระบบสัญลักษณ์ เช่น การอ่านและคณิตศาสตร์ ผู้เรียนสามารถเรียนรู้อจากการปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างบุคคล ตัวอย่างเช่น การเรียนรู้อเรื่องการอนุรักษ์ (Conservation) มีงานวิจัยหลายเรื่องพบว่า เมื่อให้นักเรียนที่เข้าใจ และไม่เข้าใจเรื่องการอนุรักษ์ ที่มีอายุใกล้เคียงมาเรียนร่วมกัน นักเรียนที่ไม่เข้าใจ

เรื่องการอนุรักษ์สามารถพัฒนาความเข้าใจได้ดี เป็นที่ยอมรับว่าการมีปฏิสัมพันธ์ทำให้นักเรียนได้พัฒนาการเรียนรู้

2. ทฤษฎีการขยายความคิด (Cognitive Elaboration Theory)

ทฤษฎีนี้แตกต่างไปจากทฤษฎีพัฒนาการ ทั้งนี้เพราะทฤษฎีพัฒนาการเน้น การเรียนรู้เกิดจากปฏิสัมพันธ์ที่เหมาะสมกับสิ่งแวดล้อม แต่ทฤษฎีการขยายความคิดเป็นเรื่อง การนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ ซึ่งในการวิจัยทางจิตวิทยาพบว่า ถ้าบุคคลนำความรู้ที่บรรจุในหน่วยความจำมาใช้โดยการสรุป รวบรวมความรู้ที่มีอยู่เพื่อการสื่อสารหรือเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา ผู้เรียนจะประสานโครงสร้างความรู้ให้มีระบบระเบียบ ทำให้เกิดการขยายความคิด จัดระบบความคิดของตัวเองให้ดีขึ้น ตัวอย่างเช่น การเขียนสรุปข้อบรรยายดีกว่าการจดบันทึกธรรมดา เพราะว่าการสรุป นักเรียนจะรวบรวมความรู้และคัดเลือกสิ่งสำคัญในบทเรียนมาคิดพิจารณา ทำให้เกิดการขยายโครงสร้างของความรู้มากยิ่งขึ้น (Slavin, 1995 : 17-18)

ทฤษฎีด้านสติปัญญาสนับสนุนว่าการเรียนแบบร่วมมือ โดยวิธีการจับคู่กันเรียน เช่น เพื่อนช่วยสอน เป็นวิธีการเรียนที่สามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ทั้งนักเรียนที่เรียนเก่งและนักเรียนที่เรียนช้า เช่น นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงจะได้รับประโยชน์ในการเรียนรู้ยิ่งขึ้นในการที่ตนเองได้อธิบาย ชี้แจงบทเรียนให้กับเพื่อน ในขณะที่นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาดำ เรียนรู้ได้ช้า ได้ประโยชน์จากการที่ได้แหล่งความรู้ที่มีค่าจากเพื่อนอีกแหล่งหนึ่งนอกเหนือจากการสอนของครู นอกจากนี้การที่นักเรียนได้ทำงานร่วมกัน ทำให้เกิดความสนุกสนาน ความอบอุ่น ความเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และการส่งเสริมทักษะทางสังคม

ทฤษฎีการร่วมมือ

มีแนวความคิดว่าการพึ่งพาทางสังคมแบบใดแบบหนึ่ง ทำให้บุคคลมีปฏิสัมพันธ์กันตามรูปแบบที่ต้องการ การพึ่งพาทางสังคมจะมีขึ้นเมื่อผลงานของแต่ละบุคคล ได้รับผลกระทบจากการกระทำของผู้อื่น ในสถานการณ์ทางสังคมแต่ละคนอาจร่วมมือกันเพื่อไปสู่เป้าหมายเดียวกันหรือแข่งขันกัน การพึ่งพากันทางสังคมจึงอาจอยู่ในรูปของการร่วมมือและการแข่งขัน (Sharan and other, 1984 อ้างถึงใน อุษาวดี จันทรสุนธิ, 2536 : 87) นอกจากนี้ สภาพการจัดการเรียนการสอนที่มีโครงสร้างเพื่อเป้าหมายร่วมมือกัน มีประสิทธิภาพสูงกว่าสภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีโครงสร้างเพื่อการแข่งขันกัน และภายใต้สภาพการณ์ของความร่วมมือกัน รางวัลที่บุคคลได้รับคือ ความสำเร็จของกลุ่ม สิ่งที่สะท้อนให้เห็นว่ากลุ่มได้รับความสำเร็จมีดังนี้ คือ

1. การเกิดแรงจูงใจที่มั่นคงที่จะร่วมมือร่วมใจกันทำงานให้สำเร็จ
2. งานกลุ่มช่วยพัฒนามิตรภาพระหว่างสมาชิก

3. การร่วมมือกันช่วยพัฒนากระบวนการสื่อสารที่มีประสิทธิผล และช่วยส่งเสริมให้เกิดความคิดที่หลากหลายและการยอมรับซึ่งกันและกัน

ทฤษฎีสถานามของ เคิร์ท เลวิน (Kurt Lewin)

ทิสนา แชมมณี (2522 : 10-12) ได้สรุปแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีสถานาม (Field Theory) ของ เคิร์ท เลวิน ไว้ดังนี้

1. พฤติกรรมเป็นผลมาจากพลังความสัมพันธ์ของสมาชิกในกลุ่ม
2. โครงสร้างของกลุ่มเกิดจากการรวมกลุ่มของบุคคลที่มีลักษณะแตกต่างกัน การรวมกลุ่มแต่ละครั้งจะต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกในกลุ่ม โดยปฏิสัมพันธ์ในรูปการกระทำ (Action) ความรู้สึก (Feeling) และความคิด (Thinking)

ทฤษฎีแรงจูงใจ (Motivation theory)

อารี พันธุ์ณี (2534 : 198-200) ได้กล่าวถึงหลักในการสร้างแรงจูงใจในการเรียนไว้ดังนี้

1. การค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองด้วยการเสนอแนะหรือกำหนดหัวข้อให้นักเรียน หัวข้อเหล่านี้อาจเป็นเรื่องราวน่าสนใจ น่าสงสัย หรือเกิดความรู้สึกขัดแย้งก็ได้ จนกว่าจะสามารถค้นคว้าหาความรู้มาสนองตอบความสนใจนั้นได้ อย่างไรก็ตามการกำหนดหัวข้อ ต้องพึงระวังอย่ายากเกินความสามารถหรือต้องใช้เวลานานเกินไป เพราะจะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายและหมดความสนใจและทำให้เกิดผลเสียต่อการเรียนรู้ของนักเรียนคนนั้นได้
2. วิธีการที่แปลกใหม่ ควรนำวิธีการที่ใหม่มาใช้ เพื่อเร้าความสนใจ ซึ่งนักเรียนไม่คาดคิดหรือมีประสบการณ์มาก่อน เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจและมีแรงจูงใจในการเรียนมากขึ้น
3. เกมและการเล่นละคร การสอนที่ให้ได้ปฏิบัติจริงทั้งในการเล่นเกมน และการแสดงละคร สร้างความสนุกสนานเพลิดเพลิน ส่งเสริมความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนและช่วยให้เข้าใจบทเรียนได้ดีขึ้นด้วย
4. ตั้งรางวัลสำหรับงานที่มอบหมาย ครูควรตั้งรางวัลล่วงหน้าแก่งานที่นักเรียนทำสำเร็จ เพื่อช่วยให้นักเรียนพยายามมากยิ่งขึ้น และให้รางวัลก่อนการเรียนรู้ เพื่อให้เด็กทราบถึงผลการเรียนรู้ใหม่ ครูพยายามให้เด็กมีโอกาสได้รับแรงเสริมอย่างทั่วถึงกัน อาจให้รางวัลในการแข่งขันกับตนเองก็ได้

5. การชมเชยและการตำหนิ ทั้งการชมเชยและการตำหนิจะมีผลต่อการเรียนรู้ของเด็กด้วยกันทั้งสองอย่าง โดยทั่วไปแล้วการชมเชยจะให้ผลดีกว่าการตำหนิบ้างเล็กน้อย เด็กโตชอบการชมเชยมากกว่าการตำหนิ เด็กที่เรียนดีนั้นเมื่อถูกตำหนิจะมีความพยายามมากกว่าเมื่อได้รับคำชมเชย

3. องค์ประกอบพื้นฐานของการเรียนแบบร่วมมือ

การเรียนแบบร่วมมือเป็นการเรียนที่นักเรียนเรียนรู้กันเป็นกลุ่ม ซึ่งได้รับการพัฒนาและวิจัยที่มหาวิทยาลัยจอห์น ฮอบกินส์ (Slavin, 1995 : 6) การเรียนรู้ด้วยวิธีนี้มีใจเป็นเพียงการทำบางสิ่งบางอย่างเป็นกลุ่ม แต่เป็นการเรียนร่วมกัน รับผิดชอบร่วมกัน โดยนักเรียนต้องรับผิดชอบการเรียนรู้ของเพื่อนสมาชิกในกลุ่มให้เรียนได้เท่าๆ กับการเรียนรู้ของตนเอง การเรียนแบบร่วมมือที่มีประสิทธิภาพนั้น จะต้องมีลักษณะที่สำคัญเป็นองค์ประกอบหลักอยู่ 5 ประการดังนี้ (Johnson, Johnson and Holubec, 1993 : 1:7-1:8)

1. การสร้างความรู้สึกพึ่งพากันทางบวกให้เกิดขึ้นในกลุ่มนักเรียน (Positive Interdependence) วิธีการที่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกพึ่งพากันจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีการพึ่งพากันในด้านการได้รับผลประโยชน์จากความสำเร็จของกลุ่มร่วมกัน เช่น รางวัล หรือคะแนน และพึ่งพากันในด้านกระบวนการทำงานเพื่อให้งานกลุ่มสามารถบรรลุได้ตามเป้าหมาย โดยมีการกำหนดบทบาทของแต่ละคนที่เท่าเทียมกันและสัมพันธ์ต่อกันจึงจะทำให้งานสำเร็จ และการแบ่งงานให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มให้มีลักษณะที่ต่อเนื่องกัน ถ้าขาดของสมาชิกคนใดจะทำให้งานดำเนินต่อไปไม่ได้

2. การมีปฏิสัมพันธ์ที่ส่งเสริมกันระหว่างนักเรียน (Face-to-Face Promotive Interaction) คือ นักเรียนในแต่ละกลุ่มจะมีการอภิปราย อธิบาย ชักถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อให้สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ และการเรียนรู้เหตุผลซึ่งกันและกัน ให้ได้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการทำงานของตน สมาชิกในกลุ่มมีการช่วยเหลือสนับสนุน กระตุ้น ส่งเสริมและให้กำลังใจกันและกัน ในการทำงานและการเรียนเพื่อให้ประสบผลสำเร็จ บรรลุตามเป้าหมายของกลุ่ม

3. ความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละบุคคล (Individual Accountability) คือ ความรับผิดชอบในการเรียนรู้ของสมาชิกแต่ละคน โดยต้องทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างเต็มความสามารถ ต้องรับผิดชอบในผลการเรียนของตนเองและของเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม ทุกคนในกลุ่มจะรู้ว่าใครต้องการความช่วยเหลือ ส่งเสริมสนับสนุนในเรื่องใด มีการกระตุ้นกันและกันให้ทำงานที่ได้รับมอบหมายให้สมบูรณ์ มีการตรวจสอบ เพื่อให้แน่ใจว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้เป็น

รายบุคคลหรือไม่ โดยสมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องมีความมั่นใจ และพร้อมที่จะได้รับการทดสอบเป็นรายบุคคล เพื่อเป็นการประกันว่า สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความรับผิดชอบร่วมกันกับกลุ่ม

4. ทักษะระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย (Interpersonal and Small Group Skills) การทำงานกลุ่มย่อยจะต้องได้รับการฝึกฝน ทักษะทางสังคม และทักษะในการทำงานกลุ่ม เพื่อให้สามารถทำงานร่วมกันกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ดังนั้น นักเรียนควรจะต้องทำความรู้จักกัน เรียนรู้ลักษณะนิสัยและสร้างความไว้วางใจต่อกันและกัน รับฟังและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่นอย่างมีเหตุผล รู้จักติดต่อ สื่อสาร และสามารถตัดสินใจแก้ไขปัญหา ข้อขัดแย้งในการทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Process) เป็นกระบวนการทำงานที่มีขั้นตอนหรือวิธีการที่จะช่วยให้การดำเนินงานของกลุ่มเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ และบรรลุเป้าหมายได้ โดยสมาชิกกลุ่มต้องทำความเข้าใจในเป้าหมายการทำงาน วางแผนปฏิบัติงานและดำเนินงานตามแผนร่วมกัน และที่สำคัญจะต้องมีการประเมินผลงานของกลุ่ม ประเมินกระบวนการทำงานกลุ่ม ประเมินบทบาทของสมาชิกว่า สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มสามารถปรับปรุงการทำงานของตนให้ดีขึ้นได้อย่างไร สมาชิก ทุกคนในกลุ่มช่วยกันแสดงความคิดเห็น และตัดสินใจว่า ควรมีการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงอะไรและอย่างไร ดังนั้น กระบวนการกลุ่มจะเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่นำไปสู่ความสำเร็จของกลุ่ม

และสิ่งที่ควรคำนึงถึงในการจัดการให้นักเรียนได้เรียนรู้โดยการเรียนแบบร่วมมือมีดังนี้ คือ (ศุวิมล เขียวแก้ว, 2538 : 2-4)

1. การผลัดเปลี่ยนกันเป็นผู้นำ การจัดกลุ่มแบบนี้อยู่บนพื้นฐานของความเชื่อที่ว่า นักเรียนทุกคนสามารถที่จะเป็นผู้นำกลุ่มได้ และเป็นสมาชิกที่ดีของกลุ่มได้ตามโอกาสอันควร จึงจะไม่ให้นักเรียนเลือกผู้นำโดยการลงคะแนนเสียง หรือครูกำหนดให้นักเรียนคนใดเป็นผู้นำกลุ่ม แต่จะให้นักเรียนผลัดเปลี่ยนหมุนเวียนกันเป็นผู้นำ เพื่อได้ฝึกความรับผิดชอบและทักษะต่าง ๆ ในฐานะผู้นำ

2. การจัดกลุ่มแบบที่มีสมาชิกอย่างหลากหลาย (Heterogeneous) โดยเชื่อว่ากลุ่มที่มีประสิทธิภาพที่สุด คือ กลุ่มที่มีสมาชิกแตกต่างกันในด้านภูมิหลัง ทักษะการทำงาน เพศ และลักษณะทางกายภาพ ซึ่งเป็นการเลียนแบบชีวิตจริงที่คนต้องประสบกับบุคคลหลายประเภท ดังนั้น การจัดนักเรียนจึงทำโดยการสุ่ม หรือการเลือกโดยครู เพื่อให้มั่นใจว่าแต่ละกลุ่มมีความหลากหลายจริง ๆ และหลีกเลี่ยงการจัดกลุ่มโดยเพียงแต่ให้คนที่นั่งใกล้ๆ กันมารวมกลุ่มกัน

3. การให้นักเรียนตระหนักในคุณค่าของกันและกัน (Positive Interdependence)

นักเรียนที่คุ้นเคยกับการเรียนด้วยตนเองและประสบความสำเร็จมากกว่าเพื่อน ๆ ในชั้น มักจะไม่ค่อยเห็นคุณค่าของผู้อื่น ไม่ค่อยจะยอมรับความคิดเห็น ตลอดจนไม่ค่อยขึ้นกับผู้อื่น ครูต้องพยายามช่วยให้นักเรียนได้ตระหนักถึงความสำคัญและความจำเป็นต้อง “ขึ้นกับผู้อื่น” บ้าง แต่เป็นในแนวทางการบวกและต้องมีความเชื่อว่าความสำเร็จของผู้อื่นก็ต้องขึ้นอยู่กับความสามารถของเราด้วยเช่นกัน ซึ่งครูต้องใช้กิจกรรมหรือเทคนิคต่าง ๆ เข้าช่วย ได้แก่

3.1 สมาชิกในกลุ่มได้รับการมอบหมายงานที่เหมือนกัน

3.2 มีการติดตามผลงานของกลุ่ม

3.3 มีการติดตามผลงานของสมาชิกในกลุ่มเป็นรายบุคคล

3.4 ต้องใช้วัสดุ อุปกรณ์ร่วมกัน

3.5 สมาชิกทุกคนช่วยกันสร้างสรรค์ผลงาน 1 ชิ้น ซึ่งเป็น “ผลงานของกลุ่ม”

3.6 แต่ละกลุ่มจะได้รับรางวัลและชื่นชมกับผลงานที่ได้ลงมือทำ และทุกคนในกลุ่มจะได้รับในสิ่งเดียวกัน เช่น ได้คะแนนเท่ากันทุกคน

4. ส่งเสริมให้มีการปรึกษาหารือกันเป็นรายบุคคล หรือทั้งกลุ่มในการซักถามอธิบายสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่กำลังเรียนอยู่ สิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว การสรุปแก้ไขรายงานของกลุ่ม การนำเสนอผลงาน การปรับปรุงผลงานให้ดีขึ้นในคราวต่อไป

5. ครูช่วยสอนให้นักเรียนมีทักษะพื้นฐานทางสังคมเพียงพอที่จะใช้ในการทำงานร่วมกันซึ่งอาจจะสอนได้โดยการให้คำนิยาม การพูดคุย การอภิปราย การสังเกตพฤติกรรม และใช้กระบวนการเพื่อส่งเสริมให้เกิดพฤติกรรมที่พึงประสงค์

6. ให้กลุ่มมีอำนาจในการจัดการและการตัดสินใจในการทำงานและแก้ปัญหาต่างๆ โดยให้ครูเป็นเพียงผู้สังเกตการณ์ หรือผู้สร้างสถานการณ์ให้เกิดกิจกรรมนั้นๆ ขึ้น และให้ความช่วยเหลือเมื่อจำเป็นจะดีกว่าสั่งให้นักเรียนทำตามความคิดเห็นของครู

7. ให้นักเรียนมีเวลา และรับทราบถึงกระบวนการในการวิเคราะห์ว่าสมาชิกในกลุ่มทำงานได้ตรงตามหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายและมีประสิทธิภาพเพียงใด

4. ความแตกต่างระหว่างการเรียนแบบร่วมมือกับการเรียนแบบกลุ่มเดิม

พรรณศรี เเงาธรรมสาร (2536 : 51-52 อ้างถึงใน สายฝน ศิริพันธ์, 2541 : 20-21) ได้กล่าวถึงความแตกต่างระหว่างการเรียนแบบร่วมมือกับการเรียนแบบกลุ่มเดิมไว้ ดังนี้

1. การเรียนแบบร่วมมือนั้น สมาชิกในกลุ่มต้องมีความรับผิดชอบในการเรียนร่วมกัน รับผิดชอบการทำงานของตัวเองเท่ากับงานของสมาชิกกลุ่ม ส่วนการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้น สมาชิกในกลุ่มไม่มีความรับผิดชอบร่วมกัน
2. การเรียนแบบร่วมมือ สมาชิกในกลุ่มแต่ละคนรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย มีการให้คำแนะนำ ชมเชย เสนอแนะการทำงานของกลุ่มสมาชิก ส่วนการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้น สมาชิกในกลุ่มแต่ละคนไม่ได้รับผิดชอบการทำงานของตนเองเสมอไป บางครั้งก็ใส่ชื่อตัวเองโดยที่ไม่ได้ทำงาน
3. ในการเรียนแบบร่วมมือนั้น สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถที่แตกต่างกัน ส่วนในการเรียนแบบกลุ่มเดิมนั้น สมาชิกในกลุ่มจะมีความสามารถใกล้เคียงกัน
4. การเรียนแบบร่วมมือมีการแลกเปลี่ยนบทบาทของผู้นำภายในกลุ่ม ในขณะที่การเรียนแบบกลุ่มเดิม ผู้นำหรือหัวหน้าจะได้รับการคัดเลือกจากสมาชิกภายในกลุ่ม
5. สมาชิกในกลุ่มการเรียนแบบร่วมมือ ช่วยเหลือสนับสนุน ให้กำลังใจในการทำงาน กลุ่ม ช่วยกันรับผิดชอบในการทำงานและการเรียนของสมาชิกในกลุ่ม และแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนทำงานกลุ่ม ส่วนในการเรียนแบบกลุ่มเดิมนั้นสมาชิกรับผิดชอบในงานของตนเองเท่านั้น แต่ละคนอาจแบ่งงานกันไปทำแล้วเอาผลงานมารวมกัน
6. จุดมุ่งหมายของการเรียนแบบร่วมมือ คือ การให้สมาชิกทุกคนใช้ความสามารถอย่างเต็มที่ในการทำงานกลุ่ม โดยยังคงรักษาสัมพันธภาพที่มีต่อสมาชิกกลุ่ม ส่วนในการเรียนแบบกลุ่มเดิมนั้น จุดมุ่งหมายอยู่ที่การทำงานให้เสร็จเท่านั้น
7. การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนจะได้รับการสอนทักษะทางสังคม (Social Skill) ที่จำเป็นต้องใช้ในการทำงานกลุ่ม แต่ทักษะเหล่านี้จะถูกเฉลยในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม
8. ครูในการเรียนแบบร่วมมือจะเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือ สังเกตการทำงานของสมาชิกในกลุ่ม ในขณะที่ครูในการเรียนแบบกลุ่มเดิมนั้นไม่สนใจนักเรียนในการทำงานกลุ่ม
9. ในการเรียนแบบร่วมมือ ครูเป็นผู้กำหนดวิธีการในการทำงานกลุ่ม เพื่อให้กลุ่มดำเนินงานไปอย่างมีประสิทธิภาพ ส่วนในการเรียนแบบกลุ่มเดิมนั้น ครูไม่สนใจวิธีการดำเนินงานภายในกลุ่ม ให้สมาชิกในกลุ่มจัดการกันเอง

5. เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ

การเรียนรู้แบบร่วมมือมีเทคนิคต่างๆ มากมายที่เกิดจากการพัฒนาจากนักการศึกษาที่ได้ทำการทดลองเอาไว้ ซึ่งสามารถที่จะดัดแปลงนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาวิชาต่างๆ ตามความเหมาะสมกับสภาพนั้นๆ ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นำมาประยุกต์ใช้ในประเทศไทย

5.1 เทคนิคการแข่งขันระหว่างกลุ่มด้วยเกม (Teams – Games-Tournament หรือ TGT) ซึ่งพัฒนาโดย ดี วรีส และสลาวิน (De Vries and Slavin,1978) มีการจัดกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มเล็กๆ กลุ่มละ 4 คน ระดับความสามารถต่างกันคือ นักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน ครูกำหนดบทเรียนและการทำงานของกลุ่มไว้ ครูทำการสอนบทเรียนให้นักเรียนทั้งชั้นแล้วให้กลุ่มทำงานตามที่กำหนด นักเรียนในกลุ่มช่วยเหลือกัน เด็กเก่งช่วยและตรวจงานของเพื่อนให้ถูกต้องก่อนนำเสนอครู แล้วมีการจัดกลุ่มใหม่เป็นกลุ่มแข่งขันที่มีความสามารถใกล้เคียงกันมาแข่งขันกันตอบปัญหาภายในกลุ่ม ซึ่งจะมีการจัดกลุ่มใหม่ทุกสัปดาห์ โดยพิจารณาจากความสามารถของแต่ละบุคคล คะแนนของกลุ่มจะได้จากคะแนนของสมาชิกที่เข้าแข่งขันร่วมกับกลุ่มอื่น ๆ รวมกัน แล้วจัดให้มีการให้รางวัลกับกลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ยสูงถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้ (Slavin,1995 : 84-95)

5.2 เทคนิคการแบ่งกลุ่มแบบกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Divisions หรือ STAD) พัฒนาโดยสลาวิน (Slavin,1986) มีการจัดกลุ่มเหมือน TGT แต่ไม่มีการแข่งขัน กิจกรรมการเรียนการสอนในเทคนิคนี้คือ ครูสอนบทเรียนให้ทั้งชั้น กำหนดให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำงานกลุ่มตามที่ครูกำหนดให้ โดยมีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการอภิปราย ซักถาม ตรวจสอบซึ่งกันและกัน จากนั้นจะมีการทดสอบเป็นรายบุคคล แล้วนำคะแนนมาพัฒนาการ (คะแนนที่ดีกว่าเดิมในการสอบครั้งก่อน) ของแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่มและมีการให้รางวัลสำหรับกลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ยถึงเกณฑ์ตามที่กำหนด (Slavin, 1995 : 5-6)

5.3 เทคนิคจิกซอ (Jigsaw) พัฒนาโดยอารอนสันและคณะ (Aronson and other) เทคนิคนี้เหมาะสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-6 มีการจัดกลุ่มนักเรียนเช่นเดียวกับ TGT และ STAD ครูแบ่งเนื้อหาของเรื่องออกเป็นหัวข้อย่อยเท่าจำนวนสมาชิกแต่ละกลุ่มและมอบหมายให้นักเรียนแต่ละกลุ่มค้นคว้าคนละหัวข้อ สมาชิกต่างกลุ่มที่ได้รับมอบหมายให้ค้นคว้าหัวข้อเดียวกัน จะศึกษาบทเรียนหัวข้อนั้นร่วมกัน จากนั้นแต่ละคนจะกลับเข้ากลุ่มเดิมของตนเพื่ออธิบายหัวข้อที่ตนศึกษาให้เพื่อนร่วมกลุ่มฟังเพื่อให้ทั้งกลุ่มได้รู้เนื้อหาครบทุกหัวข้อ จากนั้นครูจะให้ทั้งหมดทำแบบทดสอบ ซึ่งเป็นการประเมินผลรายบุคคลแล้วรวมเป็นคะแนนของกลุ่ม (Johnson, Johnson and Holubec, 1993 : 2:17)

5.4 เทคนิคจิกซอ 2 (Jigsaw II) เป็นเทคนิคที่พัฒนาโดย สลาบิน (Slavin) ซึ่งเป็น การปรับเปลี่ยนจากเทคนิคจิกซอของอารอนสัน (Aronson) นักเรียนทำงานในกลุ่มสมาชิก 4 คน และมีลักษณะการจัดกลุ่มเหมือน TGT และ STAD นักเรียนทุกคนเรียนบทเรียนเดียวกัน สมาชิก แต่ละคนในกลุ่มให้ความสนใจในหัวข้อย่อยในบทเรียนต่างกัน ใครที่สนใจหัวข้อเดียวกันจะไป ประชุมกัน ค้นคว้าและอภิปราย แล้วกลับมาที่กลุ่มเดิมของตน สอนเพื่อนในเรื่องที่ตนเองไป ประชุมกับสมาชิกของกลุ่มอื่นมา ผลการสอบของแต่ละคนเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มที่ทำคะแนน รวมได้ดีกว่าครั้งก่อน (คิดคะแนนเหมือน STAD) จะได้รับรางวัล (Slavin, 1995 : 6-7)

5.5 เทคนิคการจัดแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล (Team Assisted Individualization หรือ TAI) พัฒนาโดยสลาบินและคณะ (Slavin and other) เทคนิคนี้เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์ใช้สำหรับ ระดับประถมศึกษาปีที่ 3-6 วิธีนี้สมาชิกกลุ่มมี 4-5 คน มีระดับความรู้ต่างกัน ครูเรียกเด็กที่มี ความรู้ระดับเดียวกันของแต่ละกลุ่มมาสอน ความยากง่ายของเนื้อหา วิธีที่สอนจะแตกต่างกัน เด็ก กลับไปยังกลุ่มของตน และต่างคนต่างทำงานที่ได้รับมอบหมายแต่ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทุกคน ทำข้อสอบโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน มีการให้รางวัลกลุ่มที่ทำคะแนนได้ดีกว่าเดิม (Johnson, Johnson and Holubec, 1993 : 2:18)

5.6 เทคนิคโปรแกรมการร่วมมือในการอ่านและเขียน (Cooperative Integrated Reading and Composition หรือ CIRC) พัฒนาโดยสตีเวนส, เมดเดน และ สลาบิน (Stevens, Madden and Slavin) เทคนิคนี้ใช้สำหรับวิชาอ่าน เขียน และทักษะอื่น ๆ ทางภาษา สมาชิกในกลุ่มมี 4 คน มี พื้นความรู้เท่ากัน 2 คน อีก 2 คน ก็เท่ากัน แต่ต่างระดับความรู้กับ 2 คนแรก ครูจะเรียกคู่ที่มี ความรู้ระดับเท่ากันจากทุกกลุ่มมาสอน ให้กลับเข้ากลุ่มและเรียกคู่ต่อไปจากทุกกลุ่มมาสอน กิจกรรมส่วนใหญ่ของ CIRC นักเรียนปฏิบัติไปตามลำดับ คือ การสอนของครู การฝึกของกลุ่ม นักเรียน การเตรียมสอบล่วงหน้าของทีมและการทดสอบ โดยนักเรียนจะไม่เข้าทดสอบจนกว่า เพื่อนๆ ร่วมทีมจะตัดสินใจว่าพร้อมแล้ว คะแนนของกลุ่มพิจารณาจากคะแนนสอบของสมาชิก กลุ่มเป็นรายบุคคล (Slavin, 1995 : 7-8)

5.7 เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน (Learning together) พัฒนาโดย จอห์นสัน และ จอห์นสัน (Johnson and Johnson) วิธีนี้สมาชิกในกลุ่มมี 4-5 คน ระดับความรู้ความสามารถต่างกัน ใช้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-6 โดยครูทำการสอนทั้งชั้น เด็กแต่ละกลุ่มทำงานตามที่ครู มอบหมาย คะแนนของกลุ่มพิจารณาจากผลงานของกลุ่ม (Slavin, 1995 : 129)

5.8 เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกลุ่ม (Co-op Co-op) พัฒนาโดยคาแกน (Kagan) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ คือ นักเรียนช่วยกันอภิปรายหัวข้อที่จะศึกษา แบ่งหัวข้อใหญ่เป็น ข้อย่อย แล้วจัดนักเรียนเข้ากลุ่มตามความสามารถที่แตกต่างกัน กลุ่มเลือกหัวข้อที่จะศึกษาตาม

ความสนใจของกลุ่ม กลุ่มแบ่งหัวข้อย่อยเป็นหัวข้อเล็ก (Minitopic) เพื่อนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มเลือกไปศึกษา และมีการกำหนดบทบาทและหน้าที่ของแต่ละคนภายในกลุ่มแล้ว นักเรียนศึกษาเรื่องที่ตนเองเลือกและนำเสนอต่อกลุ่ม กลุ่มรวบรวมหัวข้อต่างๆ จากนักเรียนทุกคนในกลุ่ม แล้วรายงานผลงานต่อชั้น แล้วมีการประเมินผลงานของกลุ่ม (Slavin, 1995 : 119-121)

5.9 เทคนิคการศึกษาเป็นกลุ่ม (Group Investigation) พัฒนาโดยซาเรนและลาซารอวิทซ์ (Sharan and Lazarowitz, 1980) เทคนิคนี้สมาชิกในกลุ่มมี 2-6 คน เป็นรูปแบบที่ซับซ้อน แต่ละกลุ่มเลือกหัวข้อที่ต้องการศึกษาค้นคว้า สมาชิกในกลุ่มแบ่งงานกันทั้งกลุ่ม มีการวางแผน การดำเนินงานตามแผน การวิเคราะห์และสังเคราะห์งานที่ทำ การนำเสนอผลงาน หรือรายงานต่อหน้าชั้น การให้รางวัลหรือคะแนนให้เป็นกลุ่ม (Johnson, Johnson and Holubec, 1993 : 2:17)

5.10 เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน (Structured Dyadic Method) เป็นเทคนิคการเรียนรู้ที่มีลักษณะของการเรียนรู้เป็นคู่ ซึ่งนักเรียนจะสลับบทบาทกันเป็นผู้สอนและผู้เรียน เพื่อเรียนรู้กระบวนการหรือดึงข้อมูลจากใจความสำคัญ และมีการรวมเป้าหมายของกลุ่มและความรับผิดชอบของแต่ละบุคคลเข้าด้วยกัน (Slavin, 1995 : 11) การเรียนรู้แบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียนมีหลายลักษณะด้วยกัน เช่น CWPT (Classwide Peer Tutoring) และ RPT (Reciprocal Peer Tutoring) ซึ่งจะมีรูปแบบการเรียนรู้คล้ายๆ กัน นั่นคือ นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนบทบาทในการทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้เรียน แต่มีความแตกต่างกันในส่วนของการฝึกทำแบบฝึกหัด

เทคนิควิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่กล่าวมาข้างต้น ล้วนแต่เป็นเทคนิคที่มีประโยชน์ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคเหล่านี้มีลักษณะการจัดกิจกรรมที่แตกต่างกัน ซึ่งแต่ละเทคนิคได้ออกแบบมาให้เหมาะสมกับเป้าหมายที่ต่างกัน จากการนำเสนอเทคนิคการเรียนรู้ข้างต้น เทคนิคการเรียนรู้ที่น่าสนใจและผู้วิจัยได้นำมาใช้ในการทดลองศึกษาครั้งนี้ คือ การเรียนรู้แบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

6. การเรียนรู้แบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน

ในขณะที่รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือส่วนใหญ่จะมีสมาชิกประมาณกลุ่มละ 4 คน ซึ่งค่อนข้างจะมีอิสระในการตัดสินใจที่จะหาวิธีการทำงานร่วมกันนั้น ยังมีงานวิจัยเพิ่มเติมเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบมีโครงสร้างเป็นคู่ ที่ประกอบด้วยคู่ของนักเรียนที่สอนต่อคนอื่น งานวิจัยเหล่านี้แสดงให้เห็นว่า การเรียนรู้เป็นคู่ ที่นักเรียนได้สลับกันเป็นผู้สอนและผู้เรียน เพื่อเรียนรู้กระบวนการหรือดึงข้อมูลจากใจความสำคัญนั้น สามารถเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน (Dansereau, 1988, quoted in Slavin, 1995 : 11)

CWPT (Classwide Peer Tutoring) (Greenwood, Delquadri and Hall, 1989 : 371-383) เป็นวิธีการที่มีคู่ช่วยสอนที่เอาอย่างกระบวนการเรียนการสอน โดยผู้สอน (Tutor) เสนอ โจทย์หรือข้อปัญหาต่อผู้เรียน (Tutee) ของเขา ถ้าผู้เรียนตอบได้ถูกต้อง ผู้เรียนจะได้คะแนน ถ้าตอบผิด ผู้สอนเฉลย คำตอบและผู้เรียนต้องเขียนคำตอบ 3 ครั้ง อ่านซ้ำประโยคที่ถูกต้อง หรือแก้ไขข้อผิดพลาดให้ถูกต้อง ทุก 10 นาทีผู้สอนและผู้เรียนจะแลกเปลี่ยนบทบาทกัน แต่ละวันคู่ที่ได้คะแนนสูงสุดจะได้รับชมเชยจากเพื่อนในชั้นเรียน

RPT (Reciprocal Peer Tutoring) (Fantuzzo, King and Heller, 1992 : 331-339) เป็นวิธีการที่มีลักษณะคล้ายๆ กับ CWPT นั่นคือ มีการสลับเปลี่ยนบทบาทผู้สอนและผู้เรียนภายในคู่เหมือนกัน แต่มีการเตรียมความพร้อมของผู้สอนเป็นพิเศษ และมีโจทย์หรือข้อปัญหาอื่นเพื่อนำมาใช้ในกรณีที่ผู้เรียนทำโจทย์ที่ผู้สอนนำเสนอให้ผิด

ทั้ง CWPT และ RPT ต่างเป็นการเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน ซึ่งได้รวมเป้าหมายของกลุ่มและความรับผิดชอบของแต่ละบุคคลเข้าด้วยกัน

การเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน จะเน้นความสำคัญขององค์ประกอบพื้นฐานของการเรียนแบบร่วมมือ 4 ประการ คือ

1. การมีปฏิสัมพันธ์ที่ส่งเสริมกันระหว่างนักเรียน
2. การสร้างความรู้สึกร่วมกันทางบวกให้เกิดขึ้นในกลุ่มนักเรียน
3. ความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละบุคคล
4. ทักษะระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย

7. ขั้นตอนการสอนของการเรียนแบบร่วมมือโดยจับคู่กันเรียน

ก่อนที่จะเริ่มเรียนโดยการเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน จะต้องมีการเตรียมการในเรื่องดังต่อไปนี้

1. ฝึกฝนนักเรียนเกี่ยวกับการเป็นผู้สอน (Tutor) และผู้เรียน (Tutee) และฝึกฝนการทำกิจกรรมในแต่ละช่วงตั้งแต่ต้นจนจบ เพื่อให้ให้นักเรียนมีความคุ้นเคยกับวิธีการเรียนแบบนี้
2. จัดเตรียมสื่อการเรียนการสอนให้พร้อม ซึ่งประกอบด้วย
 - ใบงานสำหรับนักเรียนที่เป็นผู้สอน
 - ใบงานสำหรับนักเรียนที่เป็นผู้เรียน
 - ใบบันทึกคะแนนทั้งรายบุคคลและทีม (สำหรับครูผู้สอน)

การเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน มีขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอนหลายขั้นตอนด้วยกัน เพื่อให้แต่ละขั้นตอนเป็นไปตามลำดับขั้นอย่างต่อเนื่องและสามารถนำไปสู่

การปฏิบัติได้อย่างเหมาะสมต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสรุปขั้นตอนของการสอนโดยการเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน ดังนี้

ขั้นเตรียมการสอน (ก่อนเริ่มเรียนในแต่ละบทเรียน)

1. จับคู่กันนักเรียนโดยการสุ่ม และสุ่มแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 ทีม เพื่อใช้ในการแข่งขันหาทีมที่ชนะเมื่อสิ้นสุดการเรียนแต่ละบทเรียน และตั้งชื่อทีมทั้ง 2 ทีมเพื่อใช้ในการแข่งขัน
2. ครูและนักเรียนร่วมกันตัดสินใจในการเลือกรางวัลสำหรับผู้ชนะ เช่น การให้ดาว การเล่นเกม เป็นต้น
3. แจ้งให้นักเรียนทราบว่าใครคู่ใครและอยู่ทีมไหน โดยติดชื่อที่ป้ายประกาศหน้าชั้นเรียน

ขั้นสอน

1. แจ้งจุดประสงค์ในการเรียนให้นักเรียนทราบ ได้แก่
 - จุดประสงค์ทางด้านวิชาการ คือ เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้และเพิ่มความชำนาญในการแก้โจทย์ปัญหา
 - จุดประสงค์ทางด้านสังคม คือ เพื่อเป็นการฝึกการให้ความช่วยเหลือและการให้กำลังใจต่อสมาชิกกลุ่ม

2. ครูสอนเนื้อหาที่ใช้ในการเรียนก่อนให้นักเรียนเข้าสู่ฝึกทำงาน

ขั้นฝึก

1. ครูอธิบายภาระงานที่นักเรียนจะต้องทำดังนี้
 - ทำความเข้าใจกับวิธีการที่นำมาใช้แก้โจทย์ปัญหา
 - แก้โจทย์ปัญหาในใบงานให้ถูกต้อง
2. นักเรียนจับคู่ฝึกทำงานตามที่ได้สุ่มจับคู่เอาไว้ โดย
 - ใช้เวลาในการฝึกประมาณ 20-30 นาที แบ่งเป็น 2 ช่วงๆ ละ 10-15 นาที
 - ครูผู้สอนเป็นผู้ให้สัญญาณเริ่มในการฝึกแต่ละช่วง
 - นักเรียนที่มีชื่ออยู่ข้างหน้าในป้ายประกาศทำหน้าที่เป็นผู้สอนในช่วงแรก และนักเรียนที่มีชื่ออยู่ข้างหลังในป้ายประกาศทำหน้าที่เป็นผู้สอนในช่วงหลัง
3. การฝึกแต่ละช่วง ผู้สอนเป็นผู้เสนอโจทย์หรืออ่านโจทย์จากใบงานให้แก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทำตามใบงานที่ได้รับมา เมื่อผู้เรียนทำเสร็จแล้ว ผู้สอนจะเป็นผู้ตรวจคำตอบ ถ้าผู้เรียนทำได้ถูกต้องจะได้รับคะแนน ถ้าผู้เรียนทำผิดให้ผู้เรียนแก้ไข ถ้าทำถูกต้องจะได้รับคะแนน แต่ถ้ายังทำผิดอีกจะไม่ได้รับคะแนนและให้ผู้เรียนแก้ไขอีกครั้ง โดยผู้สอนจะเป็นผู้คอยชี้แนะและอธิบายถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง

4. ขณะที่นักเรียนเข้าคูฝึกทำงาน ครูปฏิบัติดังนี้

- ควบคุมเวลาในการฝึกแต่ละช่วง
- เดินดูรอบๆ ห้องและคอยให้คำแนะนำแก่นักเรียนในกรณีที่นักเรียนมีความสงสัย

ขั้นสรุป

1. เก็บรวบรวมใบงานจากนักเรียนทุกคู่ เพื่อนำคะแนนของนักเรียนมารวมเป็นคะแนนของคู่และแจ้งให้นักเรียนทราบ

2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับวิธีการที่ใช้ในใบงาน

ขั้นประเมินผล

1. การประเมินผลด้านวิชาการ ได้แก่ การประเมินผล ความก้าวหน้าและความสำเร็จทางการเรียนของนักเรียน ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง ซึ่งทำได้โดย

- การตรวจการจดบันทึกในกระดาษคำตอบของนักเรียน
- การทดสอบย่อยเมื่อจบเนื้อหาหนึ่ง ๆ

2. การประเมินผลทางด้านสังคม เป็นการประเมินผลเพื่อให้ทราบว่าสมาชิกในแต่ละคู่ได้ใช้ทักษะทางสังคมอะไรบ้างและอย่างไร การทำงานเป็นคู่มีประสิทธิภาพเพียงใด และจะต้องปรับปรุงอะไรบ้างและอย่างไร ซึ่งทำได้โดย ให้นักเรียนตอบคำถามของครูเพื่อนำไปสู่การประเมินกระบวนการทำงานเป็นคู่ว่าดำเนินไปดีเพียงใด ตัวอย่างคำถาม เช่น

- นักเรียนมีปัญหาอย่างไรบ้างในการทำงานเป็นคู่
- เมื่อเกิดปัญหาในขณะที่ฝึกทำงาน นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง

และอภิปรายถึงวิธีการที่นักเรียนสามารถทำได้เพื่อปรับปรุงในการทำงานเป็นคู่ครั้งต่อไป เพื่อจะได้นำผลการอภิปรายไปใช้ในการทำงานเป็นคู่ให้ได้ผลดีต่อไป

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับรายบุคคลและทีม

คะแนนสำหรับรายบุคคล (ผู้เรียน)

- ผู้สอนเป็นผู้ให้คะแนนและบันทึกคะแนนในแบบบันทึกคะแนน
- ผู้เรียนที่สามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง จะได้รับคะแนน 2 คะแนน
- ผู้เรียนที่หาคำตอบผิด แต่สามารถแก้ไขได้ถูกต้อง จะได้รับคะแนน 1 คะแนน
- ผู้เรียนที่หาคำตอบผิดและแก้ไขแล้วยังผิดจะไม่ได้รับคะแนน

คะแนนสำหรับทีม

- เมื่อเรียนผ่านไปหนึ่งบทเรียน จะทำการทดสอบเป็นรายบุคคล
- นำคะแนนทดสอบรายบุคคลของแต่ละทีมมารวมกันและหาคะแนนเฉลี่ย ทีมที่มี

คะแนนเฉลี่ยมากกว่าจะเป็นทีมชนะ

การให้รางวัล

- ในแต่ละวัน ตีคประกาศคะแนนของแต่ละคน/คู่ และชมเชยคู่ที่มีคะแนนสูงสุด และเมื่อสิ้นสุดการเรียนแต่ละ 1 บทเรียน ตีคประกาศชมเชยทีมที่ได้คะแนนสูงสุด
- ให้รางวัลแก่คู่/ทีมที่ชนะ และให้กำลังใจแก่ทีมที่แพ้

8. ผลดีของการเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน

ผลดีของการเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน มีดังต่อไปนี้

1. เป็นการตอบสนองความต้องการและความแตกต่างระหว่างบุคคลได้เป็นอย่างดี
2. ช่วยแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในห้องเรียนได้อย่างมาก เช่น ปัญหาช่องว่างระหว่างครูกับนักเรียน ปัญหาครูขาดแคลน
3. ส่งเสริมการทำงานร่วมกัน
4. นักเรียนที่เรียนอ่อนได้มีโอกาสพัฒนาตนเอง สามารถชักถามนักเรียนที่เรียนเก่งกว่าได้เต็มที่โดยไม่เกิดความอาย และเกิดความมั่นใจว่าตนเองจะเข้าใจบทเรียนได้อย่างแน่นอน
5. นักเรียนผู้สอนสามารถตรวจสอบความรู้และมีโอกาสพัฒนาบุคลิกภาพด้านอื่น ส่วนนักเรียนผู้เรียนก็ได้รับประโยชน์โดยตรงจากนักเรียนผู้สอน
6. ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ในหลายสถานะ แทนที่นักเรียนจะเรียนรู้จากครูเพียงคนเดียว ก็ได้เรียนรู้จากแหล่งอื่นด้วย นั่นคือ จากเพื่อนด้วยกัน
7. ช่วยสร้างแรงจูงใจและทัศนคติในการเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนที่กังวลในเรื่องบทพร่องของตนเมื่อประกอบกิจกรรมทางการเรียน เมื่อได้สนทนากับเพื่อนวัยเดียวกันอาจทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนมากขึ้น และกล้าซักถาม ในขณะที่เดียวกันนักเรียนผู้สอนจะรู้สึกภาคภูมิใจและรู้สึกว่าตนได้รับความสำเร็จในการสอน นักเรียนจึงเกิดความสนใจที่จะเรียนมากขึ้น อันนำมาสู่ทัศนคติที่ดีในการเรียนในที่สุด

จากผลดีของการเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียนที่กล่าวมาข้างต้นนั้น ได้มีผู้นำวิธีการเรียนนี้ไปใช้ในการวิจัยหลายท่าน เช่น

ปีกอทท์, ฟันทัชโซ และคลีเมนต์ (Pigott, Fantuzzo and Clement, 1986 : 93) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของ RPT และการเสริมแรงกลุ่มที่มีต่อสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ 12 คน ซึ่งผลการศึกษาพบว่า วิธีการ RPT สามารถเพิ่มสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ดีขึ้น

ฟันทัชโซ, คิง และเฮลเลอร์ (Fantuzzo, King and Heller, 1992 : 331) ได้ศึกษาถึงผลกระทบของความสัมพันธ์ของรูปแบบเพื่อนช่วยสอนและเงื่อนไขการเสริมแรงกลุ่มของ RPT ที่มี

ต่อสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาที่เสี่ยงต่อการล้มเหลวทางการศึกษาสูง จำนวน 64 คน ซึ่งสุ่มเลือกมาจากนักเรียนเรียนอ่อน 80 คน จากเกรด 4 และ 5 นักเรียนถูกสุ่มออกเป็น 4 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ใช้รูปแบบเพื่อนช่วยสอนและการเสริมแรงกลุ่ม กลุ่มที่ใช้การเสริมแรงกลุ่มเพียงอย่างเดียว กลุ่มที่ใช้รูปแบบเพื่อนช่วยสอนเพียงอย่างเดียว และกลุ่มแบบปกติหรือกลุ่มที่ไม่มีทั้งรูปแบบเพื่อนช่วยสอนและการเสริมแรงกลุ่ม ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ใช้รูปแบบเพื่อนช่วยสอนและการเสริมแรงกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มอื่นๆ

ฟิชเชอร์ (Fisher, online) ได้ศึกษาผลของ CWPT ที่มีต่อทักษะการอ่านพื้นฐานของนักเรียนบกพร่องทางการเรียนรู้ (LD) ในด้านการอ่านและการเขียน จำนวน 11 คน เป็นเวลา 4 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า จากการเปรียบเทียบคะแนนก่อนเรียนและคะแนนหลังเรียน นักเรียนมีการพัฒนาไปในทางบวกในการตอบสนองที่ถูกต้อง อัตราการทำผิด และความเข้าใจ และจากการตอบแบบสอบถามถึงความพอใจ ผลแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความรู้สึกที่เป็นบวกต่อวิธีการ CWPT

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน เห็นได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน สามารถนำมาใช้ได้ทั้งชั้นเรียนตามปกติ และชั้นเรียนที่จัดเป็นพิเศษ และนอกจากนี้จะเห็นได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียนนั้นสามารถเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี เพราะกลุ่มเพื่อนจะมีอิทธิพลต่อความคิด เจตคติ และพฤติกรรมของนักเรียน และยังเป็นการส่งเสริมบรรยากาศของการเรียนได้เป็นอย่างดี ผู้วิจัยจึงเชื่อว่า การเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียน จะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาของนักเรียนสูงขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือโดยวิธีการจับคู่กันเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3